

بسم تعالی



آزمایشگاه پردازش سیگنال ها و تصاویر پزشکی

گزارش آزمایش ۲ : جداسازی سیگنال ECG مادر و جنین

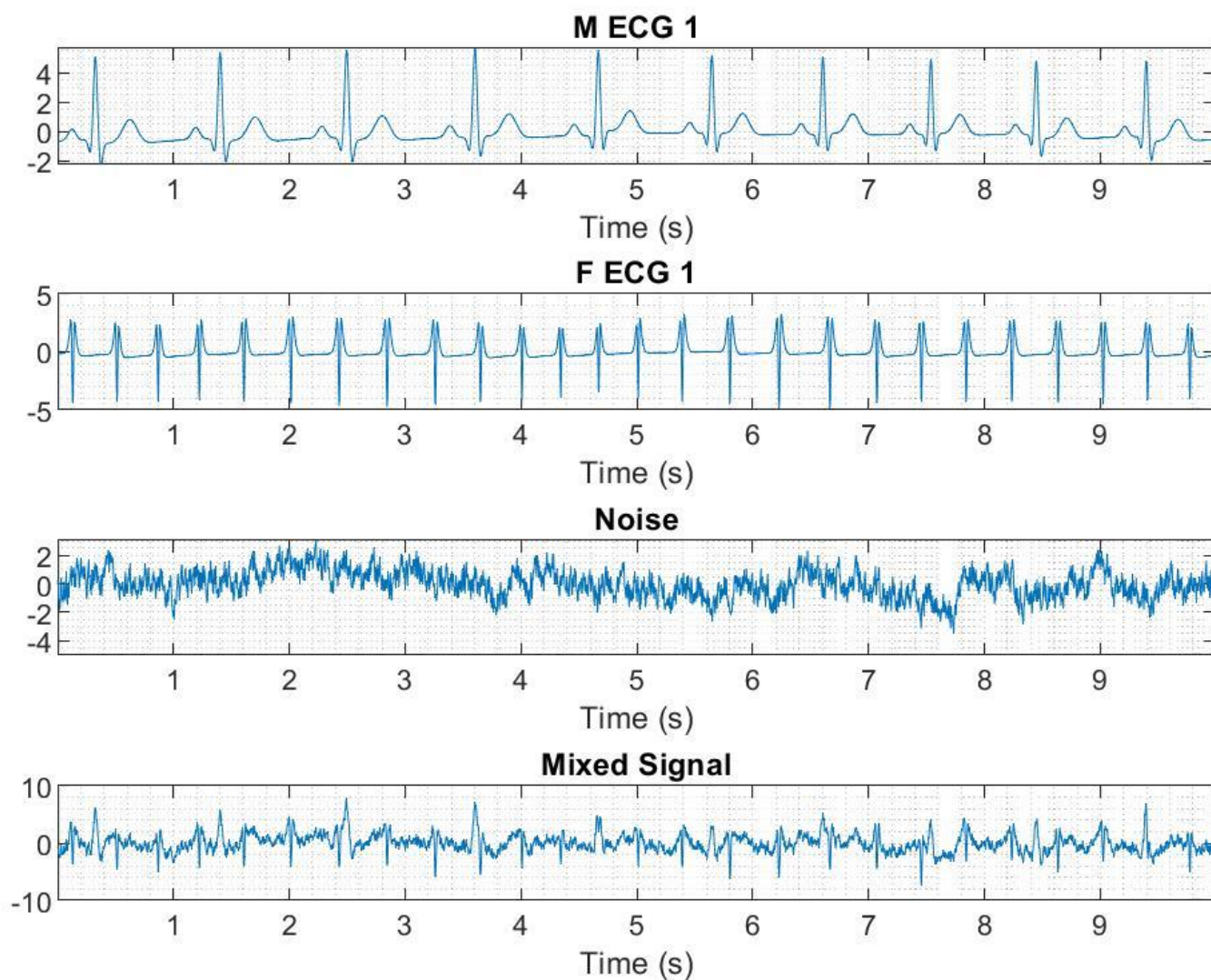
امیرحسین زاهدی ۹۹۱۰۱۷۰۵

آرشام لولوهری ۹۹۱۰۲۱۵۶

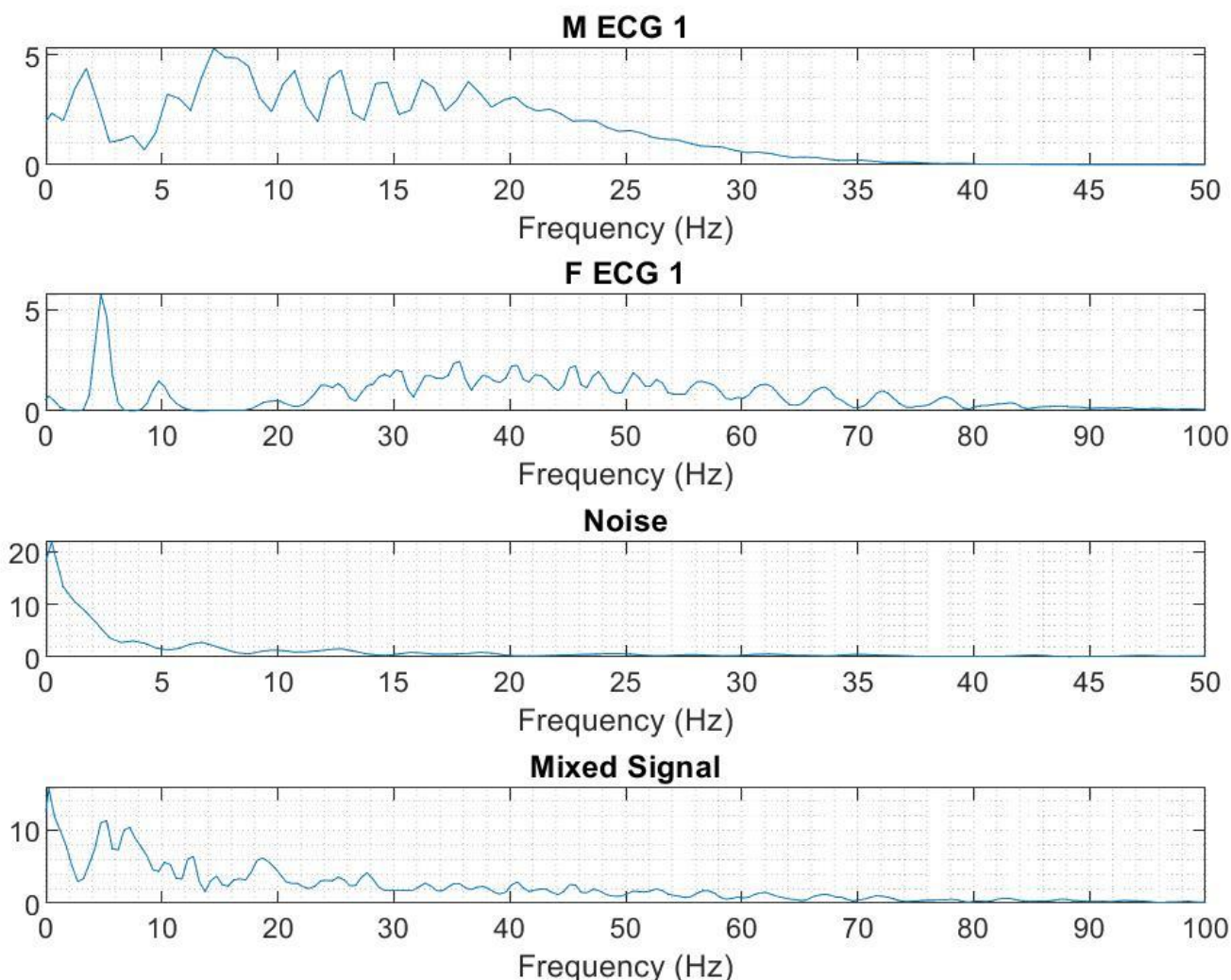
پاییز ۱۴۰۲

## بخش اول: توضیح ابتدایی در مورد داده ها

۱) پس از جمع سه سیگنال مادر، جنین و نویز، سیگنال مخلوط را بدست آورده و همه را در حوزه زمان رسم می کنیم.



۲) ابتدا محتوای فرکانسی هر چهار سیگنال را با استفاده از pwelch که تخمینی از چگالی طیف توان است رسم میکنیم:



همانطور که قابل مشاهده است، سیگنال مادر محتوای فرکانسی تقریباً ثابتی از حدود ۵ هرتز تا ۲۰ هرتز دارد و این محتوای فرکانسی از ۳۵ هرتز به بعد تقریباً نزدیک به ۰ است. اما در سیگنال جنین محتوای فرکانسی جز در حدود ۵ هرتز که پیک قابل توجهی دارد، از حدود ۲۰ هرتز الی ۶۰ الی ۷۰ هرتز محتوای مناسبی دارد که باید آن ها را در نظر گرفت.

عمده محتوای نویز از ۰ تا ۳ هرتز است که می توان با فیلتر بالاگذر به راحتی آن را جدا کرد و در نظر نگرفت. سپس به دلیل اینکه سیگنال مادر از ۵ تا ۲۵ هرتز محتوا دارد و جنین جز در ۵ هرتز که پیکش است، از ۲۵ الی ۷۰ محتوا دارد، می توان با تقریب به نسبت مناسبی این دو سیگنال را از هم تفکیک داد. اگر بخواهیم درباره شباهت ها نیز صحبت کنیم می توانیم، پیک زدن های فرکانس های بخصوص را مورد توجه قرار بدهیم که در هر دو سیگنال این فرکانس ها وجود دارند.

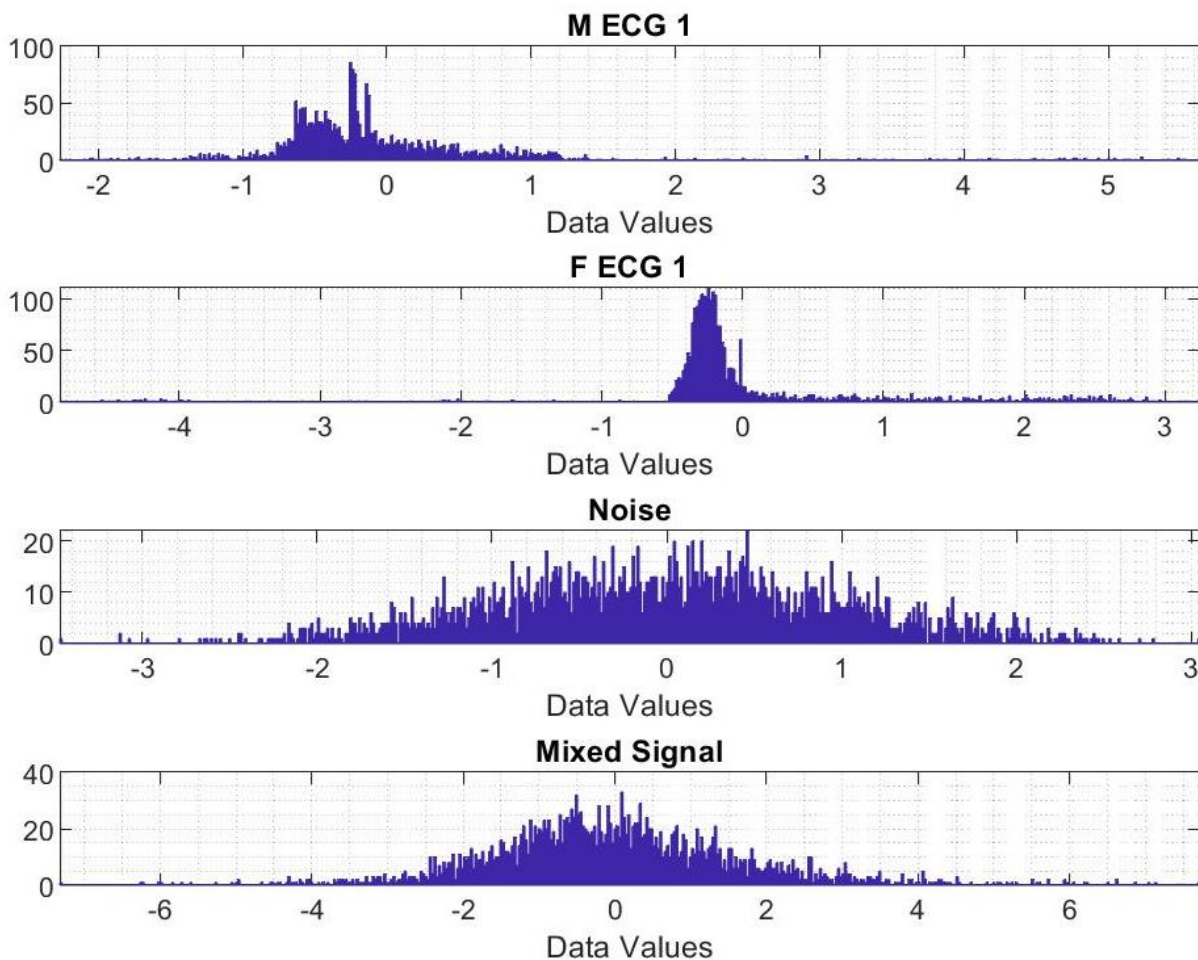
۳) میانگین و واریانس چهار سیگنال را محاسبه می کنیم.

mean_mecg1 =	-2.4662e-10	var_mecg1 =	1.0000
mean_fecg1 =	-4.2500e-10	var_fecg1 =	1.0000
mean_noisel =	-4.7691e-10	var_noisel =	1.0000
mean_mixSignal =	-1.1485e-09	var_mixSignal =	2.8474

واریانس سه سیگنال غیر مخلوطی هر سه برابر ۱ است. میانگین هر سه نیز بسیار نزدیک به ۰ است و اصلا قابل مطرح کردن نیست. واریانس مخلوط نیز منطقاً نزدیک همین مقدار باید در می آمد. به صورت کلی میانگین ها همه تقریباً ۰ و واریانس ها برابر هستند. پس قابل قیاس نیستند و از طرفی بسیار نزدیک به توزیع استاندارد گوسی هستند زیرا که میانگین نزدیک به ۰ و واریانس ۱ دارند.

به صورت کلی اگر بخواهیم واریانس را به طیف فرکانسی ارتباط بدهیم می توانیم با استفاده از پارسوال مجموع انرژی در فرکانس های مختلف را به واریانس ارتباط بدهیم که چندان کمک کننده نیست.

۴) ابتدا هیستوگرام هارا رسم و سپس کورتوسیس را محاسبه می کنیم. مقادیر سیگنال ها را به ۵۰۰ بخش تقسیم میکنیم.





همچنین مقادیر کورتوسیس سیگنال ها برابر هستند با:

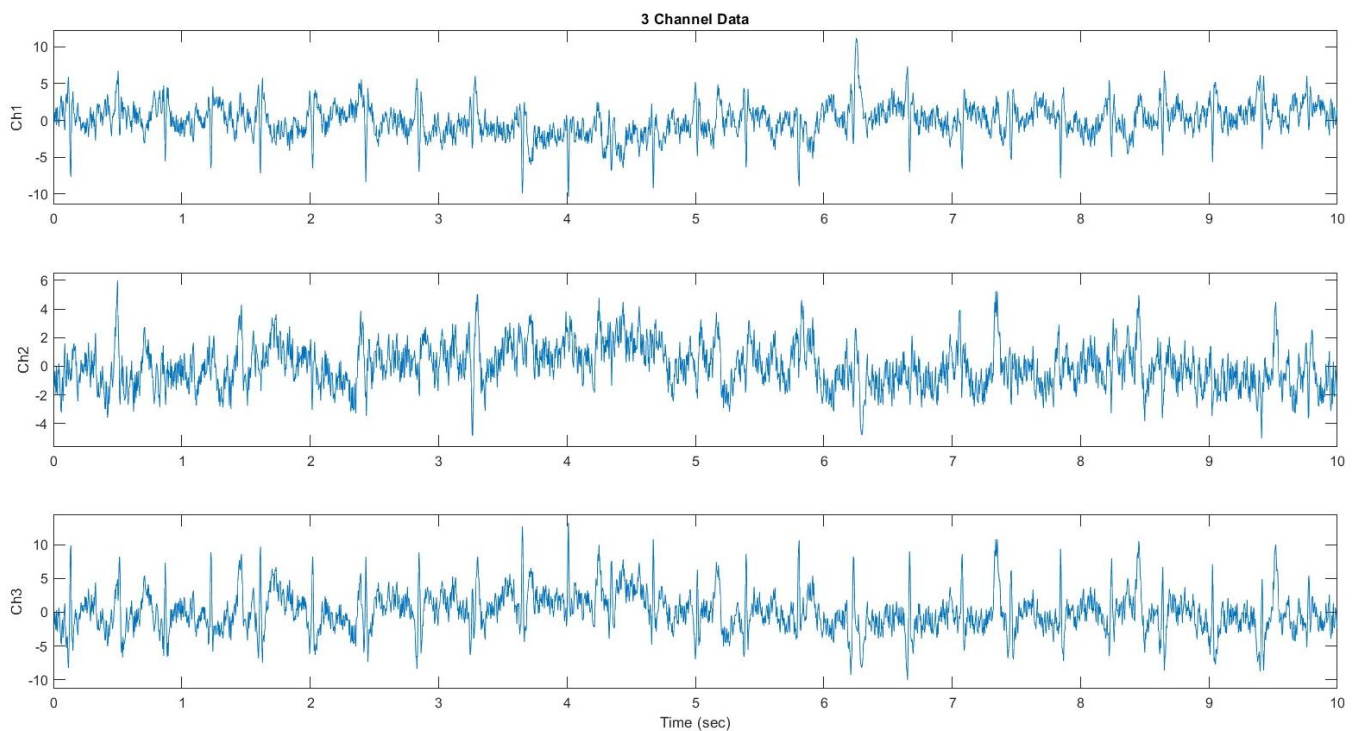
```
kurt_mecgl = 14.0421      kurt_fecgl = 8.9901
kurt_noisel = 2.7662      kurt_mixedSignal = 4.6085
```

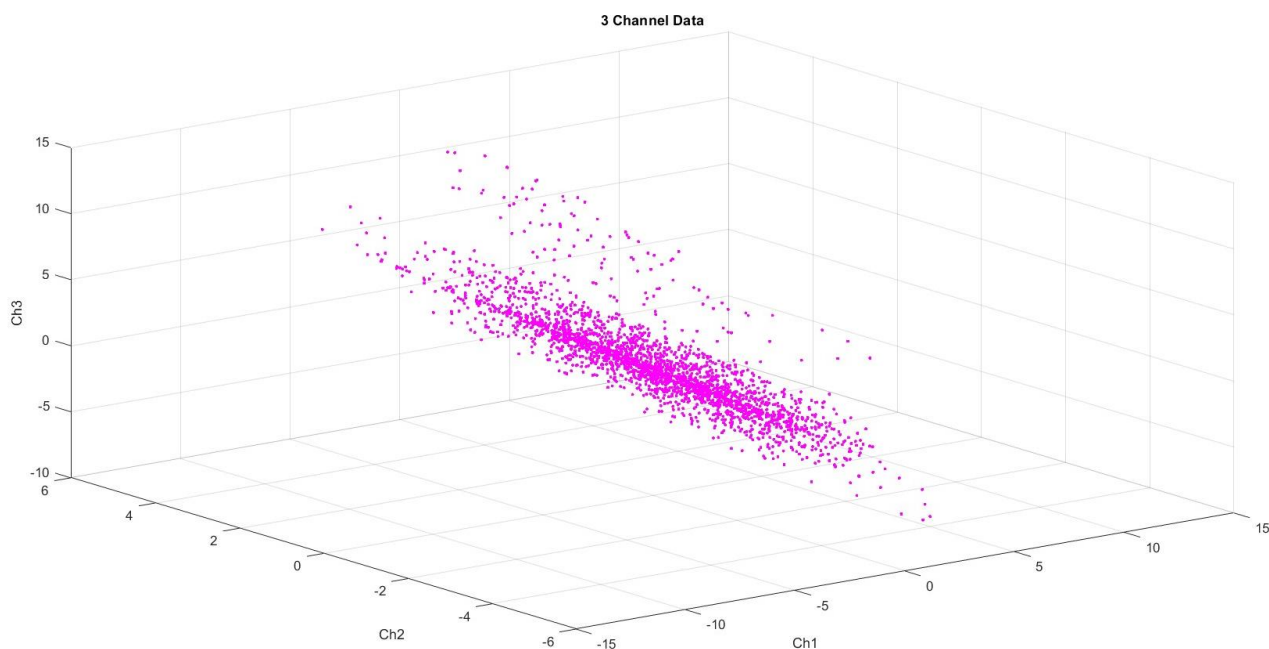
هیستوگرام تعداد دفعات تکرار بازه های به خصوص دامنه سیگنال است که می توان از آن pdf دامنه سیگنال را استنباط کرد. با استفاده از هیستوگرام که می توان تا حدی گوسی بودن را برای سیگنال ها متصور شد. البته برای سیگنال مادر و سیگنال جنین این امر کمتر دیده می شود. اما برای نویز گوسی بودن را می شود تا حد خوبی مشاهده کرد که طبیعی است زیرا که نویز است. جمع این سه سیگنال نیز به نویزی نزدیک است اما همچنان نه زیاد.

همانطور که می دانیم، کورتوسیس ممان چهارم سیگنال است که میزان گوسی بودن آن را نمایش می دهد یعنی که هر چه این مقدار کوچکتر باشد، سیگنال به گوسی نزدیک تر است. طبق محاسبات، نویز از همه گوسی تر و سیگنال ECG مادر از همه غیر گوسی تر است. سیگنال مخلوط به دلیل حضور نویز و احتمالاً ترکیب دو سیگنال دیگر، گوسی تر نسبت به سیگنال های اصلی غیر نویزی است.

## بخش دوم: جداسازی سیگال ها با استفاده از SVD

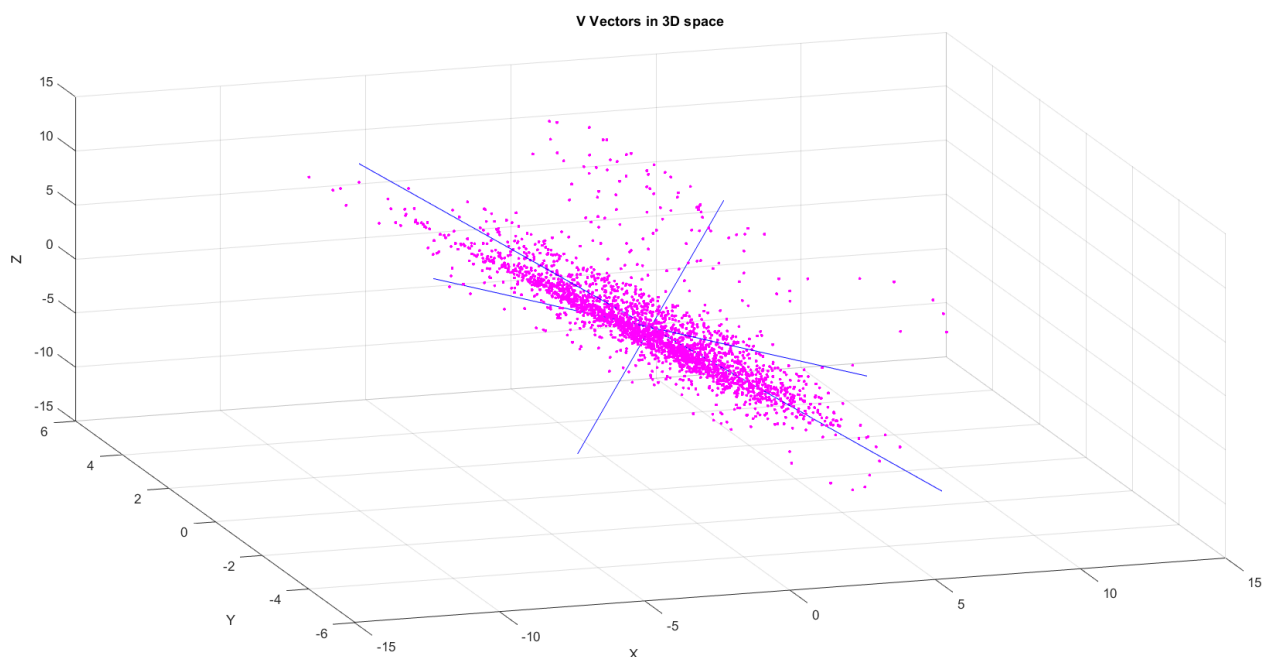
۱) کد این بخش در section اول با نام Q1: PART۲ آمده است. توضیحات کد در غالب کامنت آورده شده است. در این بخش صرفاً دیتا را load کرده و نمودار سه کانال را همراه با scatter پراکندگی مقدار هر سمپل در سه کانال رسم میکنیم، تجزیه SVD را انجام داده و ماتریس های U, S, V را ذخیره میکنیم. سیگنال ها به صورت زیر هستند:





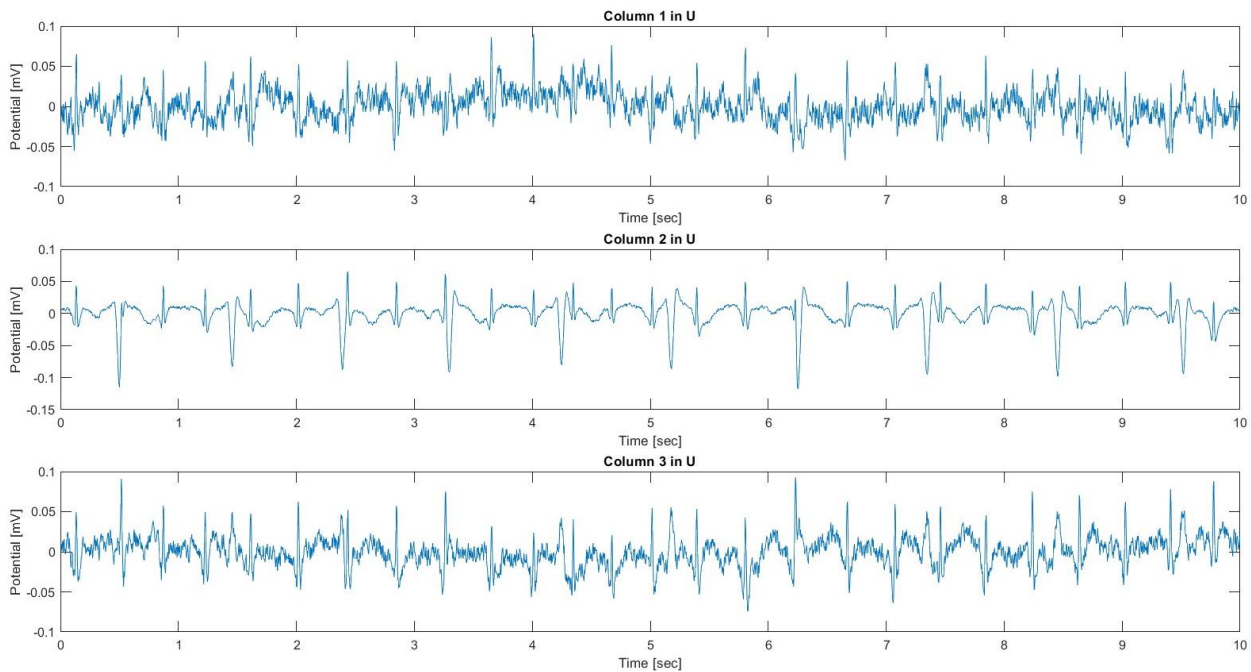
در سیگنال زمانی میتوان برخی ضربان ها را در سه کانال مشاهده کرد اما تمیز دادن ضربان مادر و جنین دشوار بوده و همچنین نویز در این سیگنال ها دخیل است. مطابق نمودار پراکندگی نیز، داده ها در یک راستای خاص توزیع بیشتری دارند که در ادامه این راستا را پیدا خواهیم کرد.

(۲) در کد این بخش، با استفاده از یک `for`، هریک از سه ستون ماتریس  $V$  به تابع `plot3dv` همراه با مقدار تکین متناظر با آن ستون، داده شده، و راستای هریک روی نمودار پراکندگی بخش قبل رسم میشود:

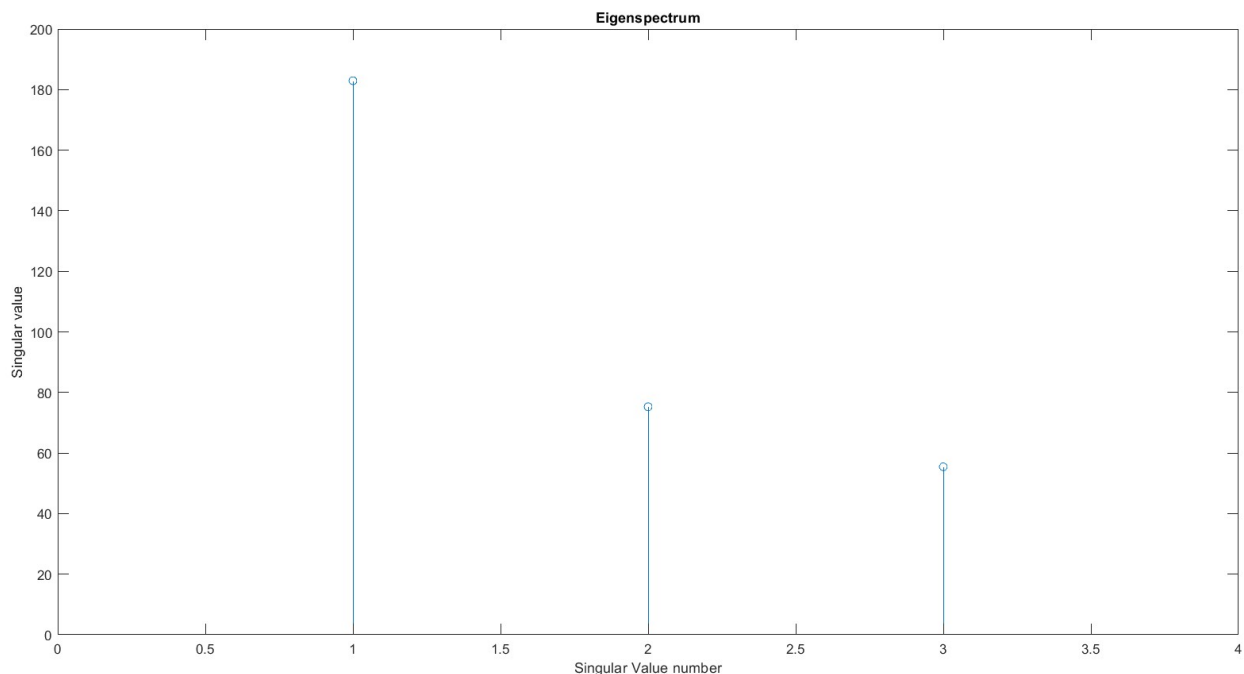


راستای این سه بردار، به ترتیب راستاهایی متعامد را نشان میدهد که داده ها بیشترین پراکندگی را روی آنها دارند.

۳) سه ستون اول ماتریس  $U$ ، تصویر شده ی دیتای اولیه ی کانالها، روی راستا های جدید تعریف شده توسط ستون های  $V$  هستند که آنها را در زیر رسم کرده ایم. در واقع فضای سه بعدی از فضای سه کانال مختلف، به فضای ساخته شده توسط سه ستون  $V$  تغییر کرده است:

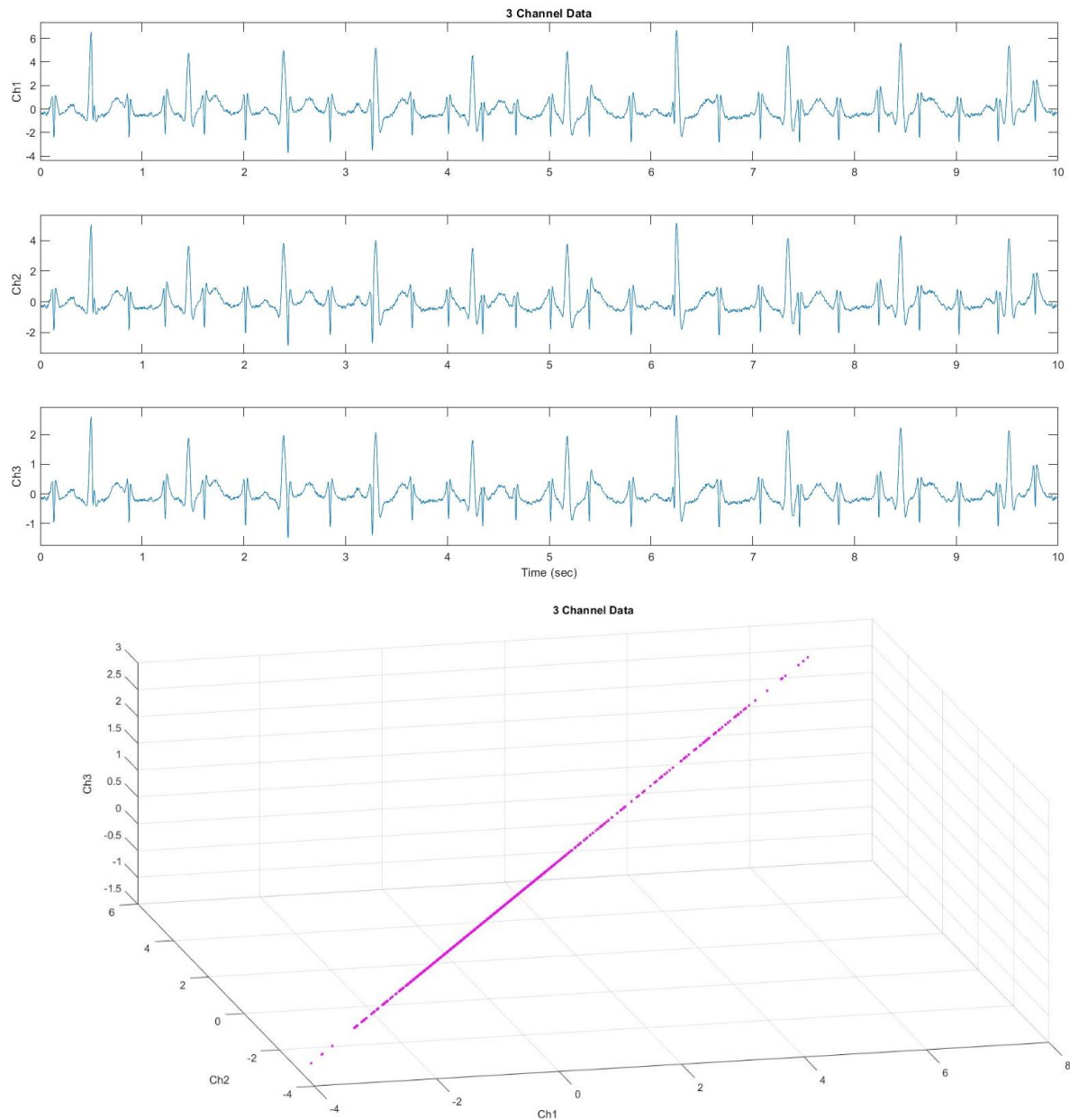


مودار eigenspectrum نیز به صورت زیر است:



مشاهده میکنیم که سیگنال دوم بخوبی ضربان جنین را شامل بوده و نویز نیز تقریباً ندارد. بنابراین این مولفه را نگه داشته و دو مولفه دیگر را حذف میکنیم.

۴) مطابق توضیحات بخش قبل، مولفه های ۱ و ۳ را در داخل بردار `noisy_ind` بعنوان مولفه های نویزی و قابل حذف تعیین میکنیم. کافیت ماتریس مقادیر تکین  $S$  را مجددا ساخته، و مقادیر تکین اول و سوم را برابر با صفر قرار دهیم تا تنها مولفه مطلوب باقی بماند. سپس با ماتریس  $S$  جدید (`denoised_S`)، با استفاده از رابطه  $X = U * S * V^T$ ، مجددا دیتای حذف نویز شده را بازسازی میکنیم. نمودار سیگنال و پراکندگی به صورت زیر تغییر می یابد:



سیگنال ها مطابق انتظار نویز چندانی ندارند و ضریان قلب جنین به خوبی در آنها قابل مشاهده است. پس تقریباً میتوان گفت بازسازی سیگنال موفقیت آمیز بوده است. همچنین بدلیل نگه داشتن تنها یکی از مولفه های تجزیه SVD، پراکندگی تمام داده ها روی راستای ستون دوم  $V$  قرار دارد.

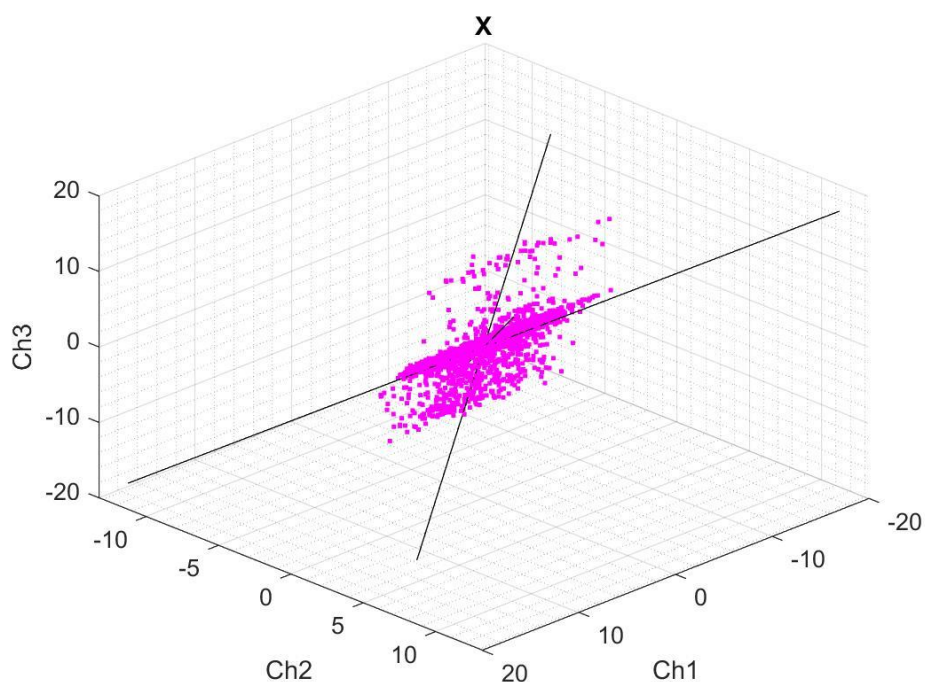


## بخش سوم: جداسازی منابع با استفاده از ICA

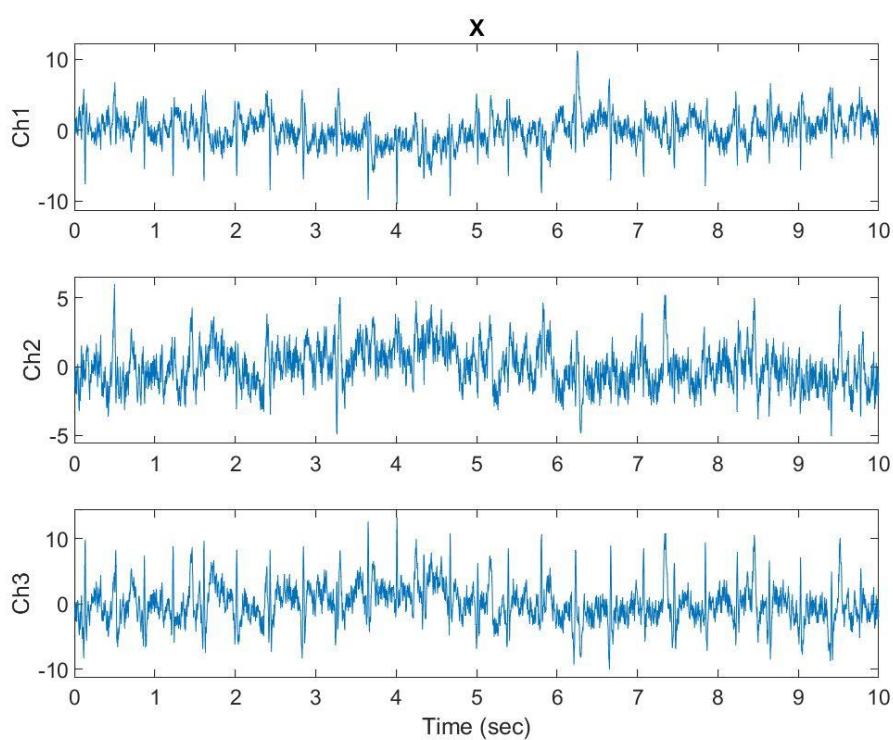
(۱) با استفاده از دستورات زیر مقادیر خواسته شده را محاسبه می کنیم:

```
[W,ZHAT] = ica(transpose(X));  
W_inv = inv(W);
```

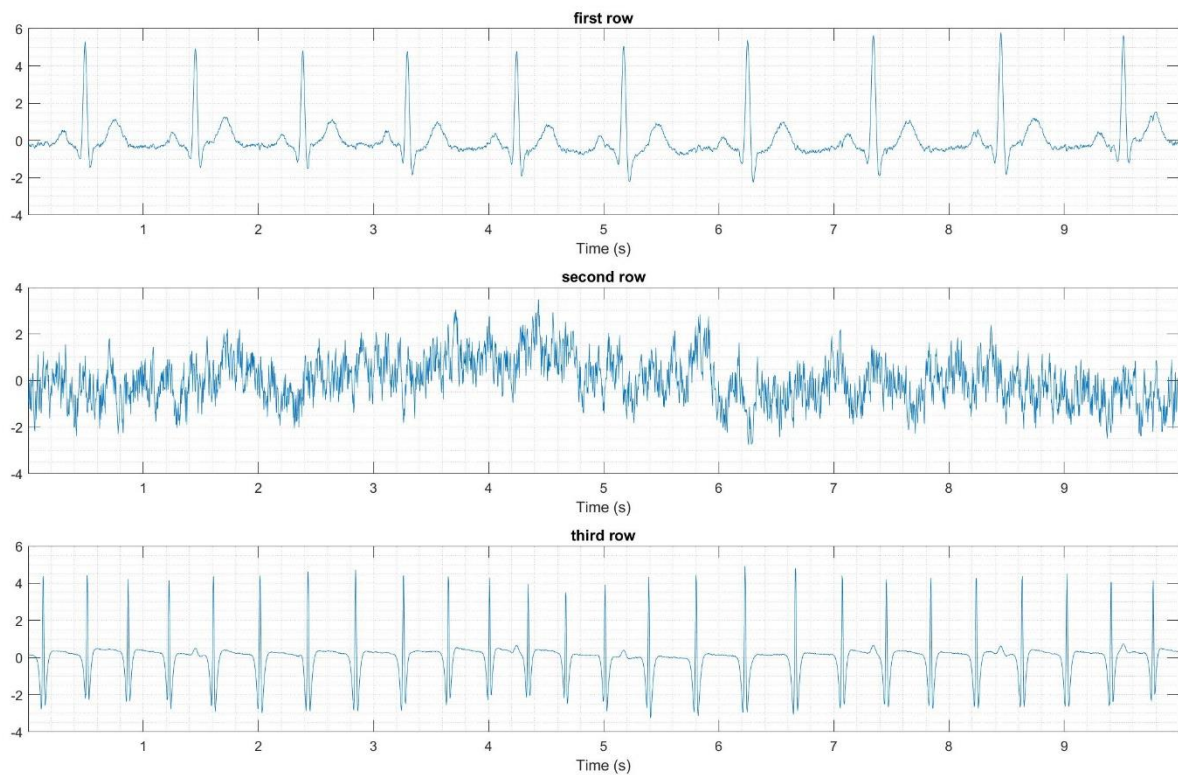
(۲) با استفاده از تابع `plot3ch` هم سه سیگنال در حوزه زمان رسم می شود و هم در سه بعد بر حسب هر سه مقدار کانالها رسم می شود. با استفاده از `plot3dv` و ماتریس معکوس  $W$ ، راستاها و منابع نمودار را نیز رسم می کنیم.



سه کانال در حوزه زمان:



۳) سه ستون ماتریس ZHAT را که سه منبع جدا شده از سه کانال هستند را در مرحله اول بدست آورده و حالا رسم میکنیم.

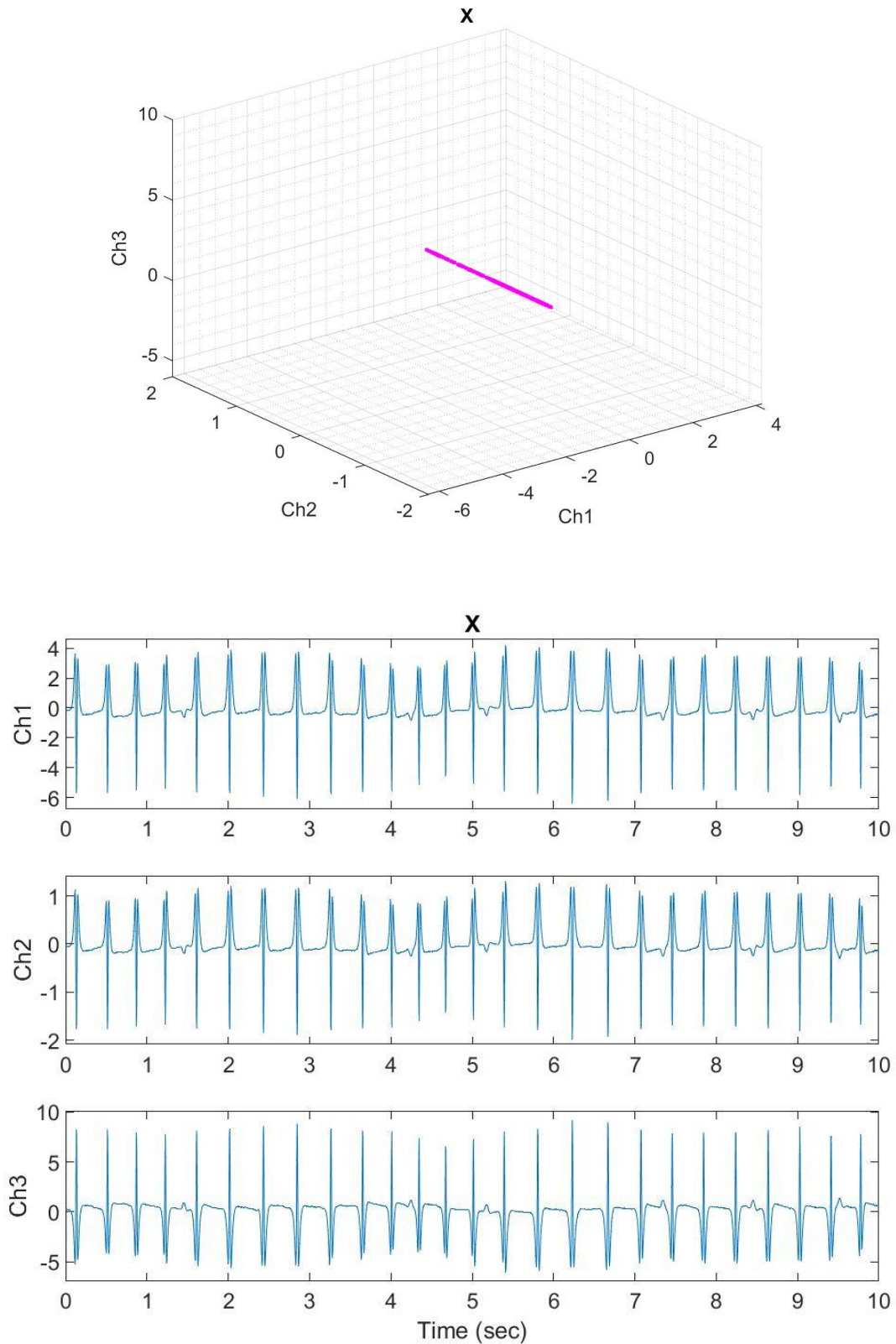


سه منبع جدا شده به صورت بالا هستند که به نظری آید منبع اول حاوی سیگنال مادر باشد زیرا که PQRSST را کامل دارد و به لحاظ فرکانسی نیز کند تر از منبع سوم است.

منبع دوم که مشخصا نویز است. منبع سوم به دلیل فرکانس بالاتر و کم جزئیات تر بودن، احتمال بسیار بالا سیگنال ECG چنین است. پس حال دو ستون اول ماتریس معکوس W را صفر می کنیم تا صرفا منبع سوم را نگه داریم.

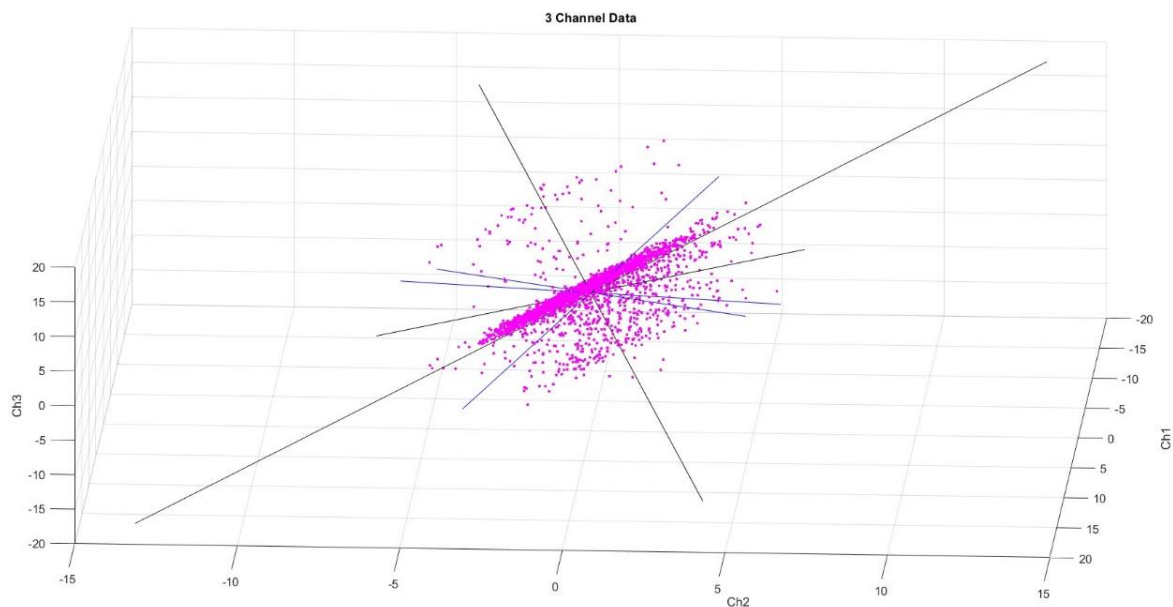
۴) با استفاده از منبع سوم، مجدداً کانال‌های مشاهدات را بازتولید می‌کنیم:

با تقریب بسیار خوبی کانال‌ها صرفاً سیگنال جنین را نشان می‌دهند زیرا که فقط منبع جنین را نگه داشته ایم. و مولفه جنین با موفقیت بازیابی شده است. ICA\_X.mat داده بازیابی شده است.

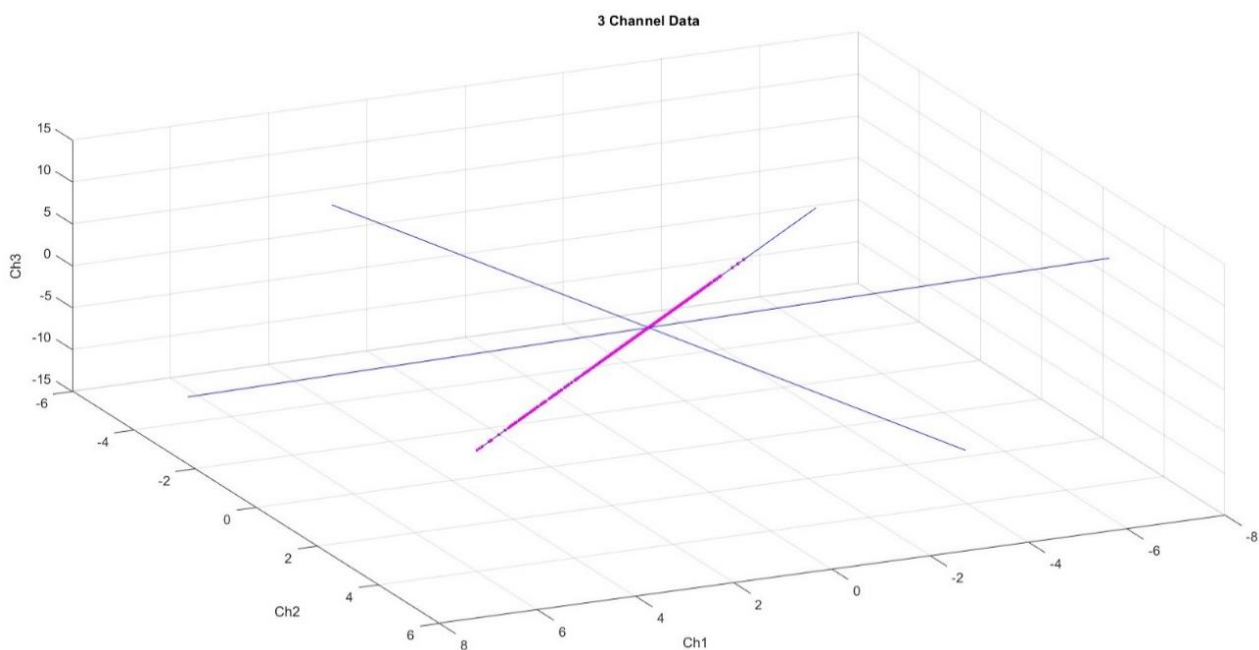


## بخش چهارم: مقایسه ها

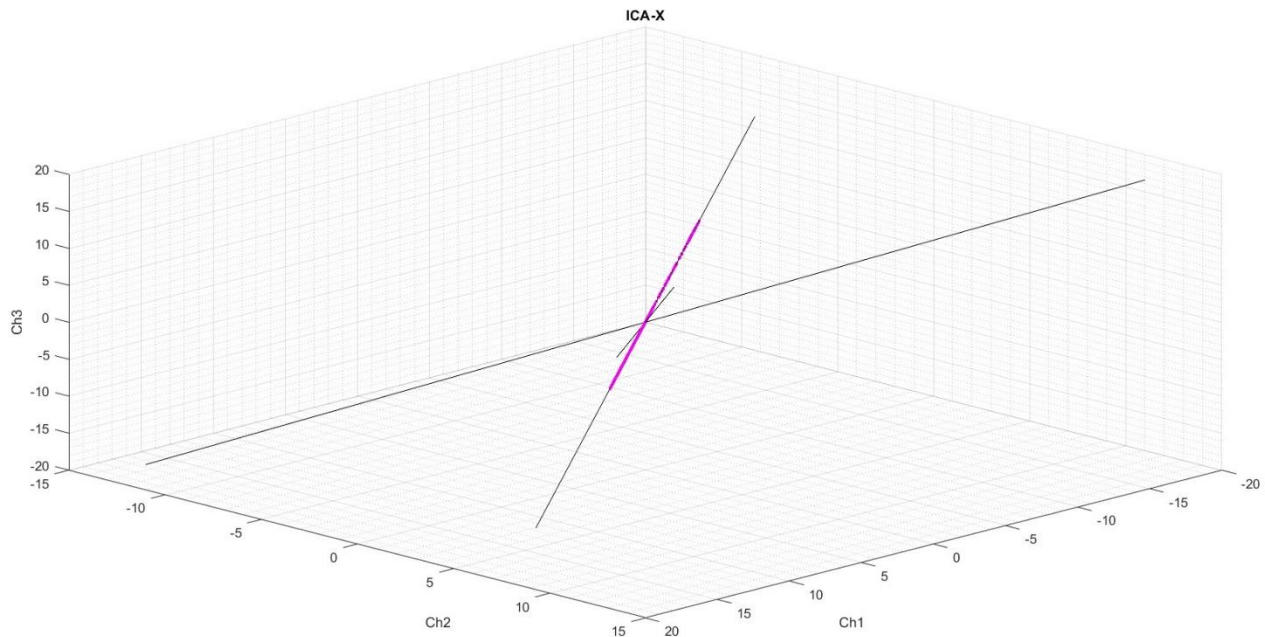
۱) پراکندگی ماتریس  $X$  (خطوط آبی: راستاهای  $V$  در روش SVD و خطوط مشکی: راستاهای  $W_{inv}$  در روش ICA):



پراکندگی مشاهدات و راستای ستونهای  $V$  در بخش SVD:



پراکندگی مشاهدات و راستای ستون های  $W_{inv}$  در بخش ICA:

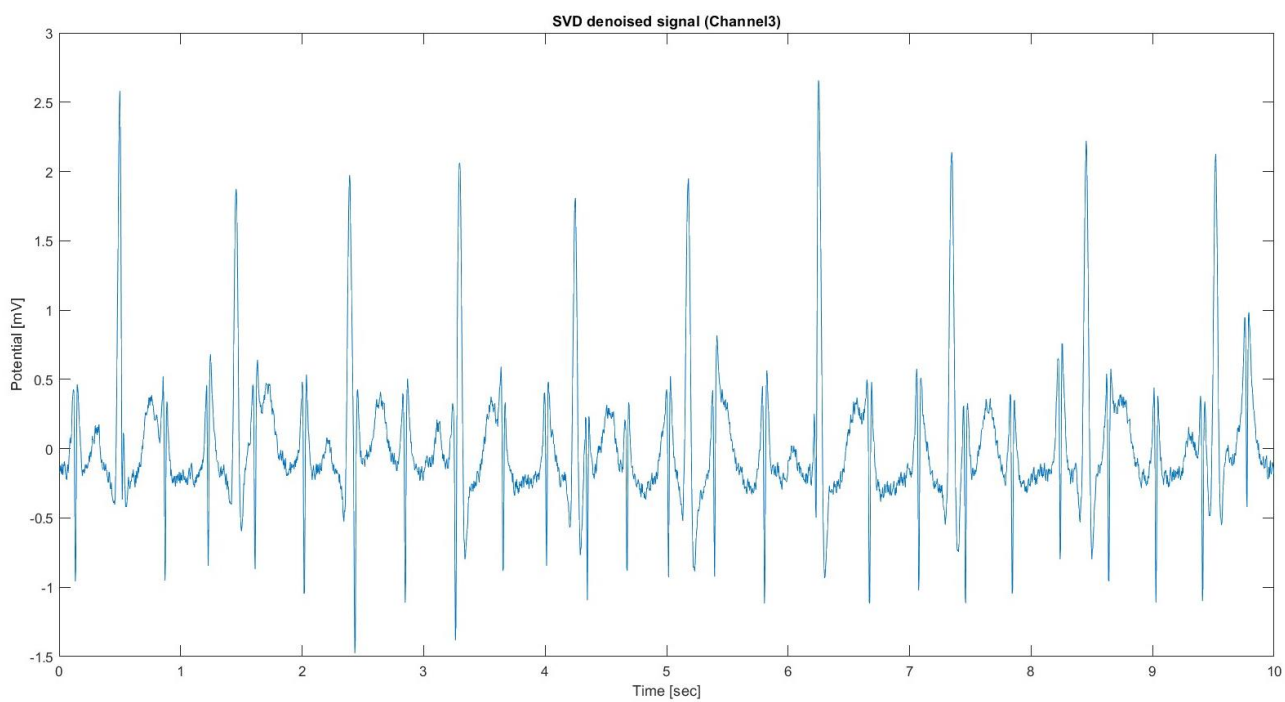
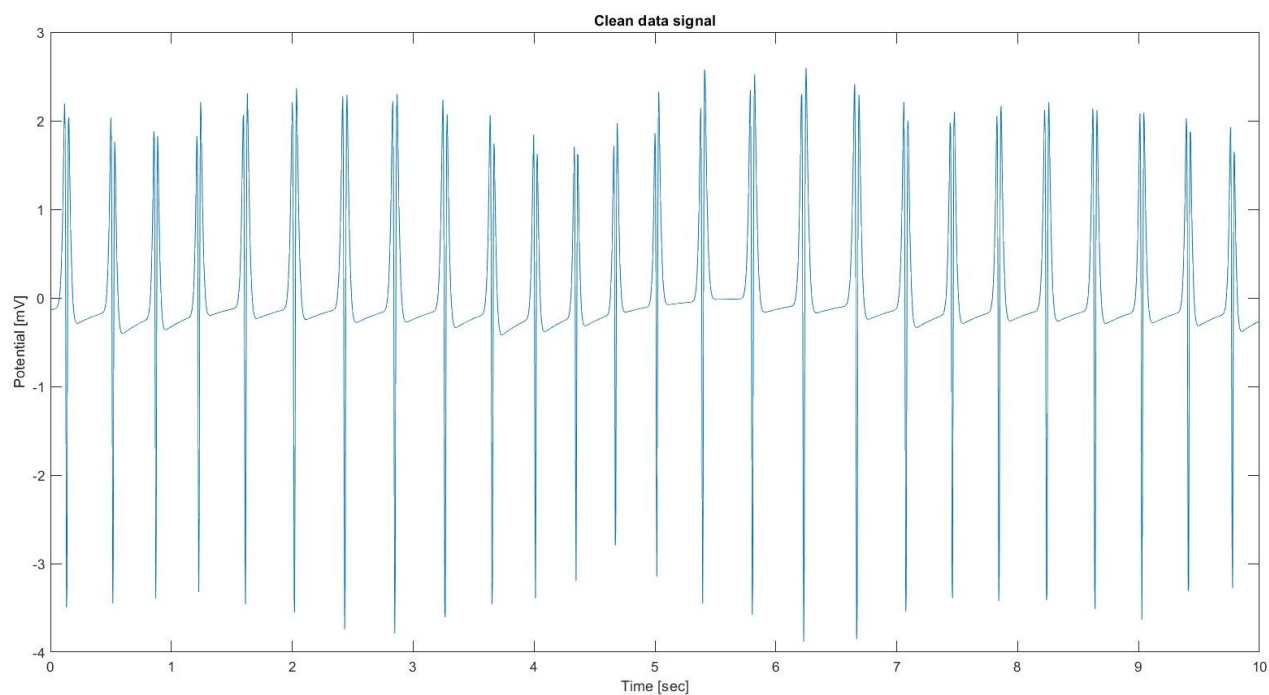


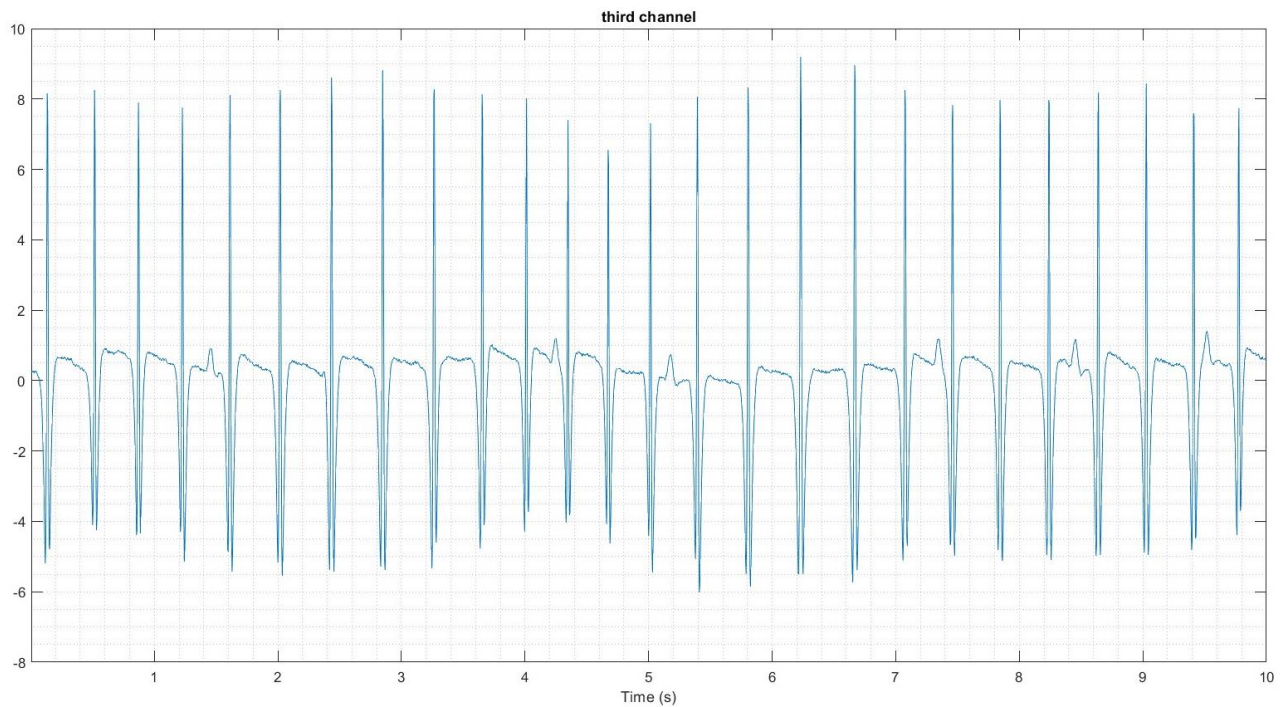
در روش اول، سه راستای متعامد برای داده ها ارائه میشود. اما راستای اصلی شامل ضربان های جنین با دقت کمتری استخراج شده است. در روش ICA، راستای اصلی داده ها که اتفاقا مربوط به جنین است، بهتر تشخیص داده شده است اما راستاها لزوما متعامد نیستند. در هر دو روش تنها یکی از مولفه های بدست آمده حذف نشده است و در نتیجه در سیگنال رفع نویز شده، داده ها تنها روی یکی از سه راستای ساخته شده پراکنده شده اند.

نرم ستون های  $V$  برابر با ۱ است چون این ستون ها نرمالیزه اند. اما نرم ستون های  $W_{inv}$  لزوما یک نیست. زاویه بدست آمده بین ستون های  $V$  ۹۰ درجه است اما زوایای روش ICA لزوما عمود نیست. این زوایا و نرم ها پس از ران کردن کد در command line چاپ میشوند.



۲) نمودار سیگنال های تمیز، سیگنال رفع نویز شده با SVD (کانال سوم) و سیگنال رفع نویز شده با ICA (کانال سوم) را به ترتیب در زیر میبینیم:





روش ICA موفق تر عمل کرده است، زیرا اولاً نویز کمتری در آن دیده میشود در حالیکه در روش SVD همچنان اندکی نویز وجود دارد. دوماً شکل ضربان ها در روش ICA، شباهت بیشتری به شکل سیگنال تمیز دارد. و در نهایت اینکه اگر به زمان بندی سیگنال دقت کنیم، زمان رخداد ضربان ها در ICA کاملاً با سیگنال تمیز تطابق دارد. البته روش SVD نیز مقدار زیادی از نویز را حذف کرده و عملکرد خوبی داشته است.

۳ و ۴ و ۵) کد این قسمت در سکشن سوم نوشته شده است. در دو ماتریس چاپ شده در زیر، ماتریس اول ماتریس ضریب همبستگی روش SVD، و ماتریس دوم ضریب همبستگی روش ICA و سیگنال تمیز است:

```
ans =

    1.0000    0.4955
    0.4955    1.0000

ans =

    1.0000   -0.9978
   -0.9978    1.0000
```

قطر اصلی، همبستگی سیگنالها با خودشان است. ضریب همبستگی بین سیگنال روش SVD و سیگنال تمیز، ۰.۴۹۵۵، و بین روش ICA و سیگنال تمیز،

۰.۹۹۷۸- است. این اختلاف فاحش و بیشتر بودن ضریب در ICA نیز تأکیدی بر این ایده است که روش ICA بهتر عمل کرده و توانسته سیگنالی با شباهت بسیار خوب به سیگنال تمیز و بدون نویز تولید کند.

### مقایسه نهایی و نتیجه گیری:

در کل در روش SVD، مزیت بزرگی که وجود دارد، متعامد بودن بردارهای تجزیه است اما دیدیم که همواره نمیتواند راستاهای داده های اصلی و حاوی اطلاعات را مشخص کند، بلکه همواره به دنبال راستایی با بیشترین پراکندگی گشته و بردارهای متعامد را بر این اساس میسازد. در نتیجه ی این قانون، مزیت دیگری در SVD وجود دارد و آن این است که فرایند تجزیه رندوم نبوده و همواره به جواب یکتایی همگرا میشود. اما در روش ICA، پایه های فضایی سازنده پراکندگی داده ها، لزوماً متعامد نیستند (در عوض خود سورها های تجزیه، متعامدند) و این ممکن است کار تحلیل داده ها را سخت تر کند. از طرف دیگر، متدهای مختلفی برای پیاده سازی ICA وجود دارد و باید روش مناسب کار شخص، انتخاب شود. ضمناً بخشی از محاسبات ICA، حالت رندوم داشته و باعث میشود تجزیه های حاصل از ICA همواره به یک صورت نباشند که میتوانند معایبی از ICA باشند. از طرف دیگر، این روش در تشخیص سورها های اصلی و نیز نویزی، موفق تر عمل میکند که این مهمترین مزیت آن است. این موجب میشود سیگنال رفع نویز شده، به سیگنال بدون نویز اصلی و ایده آل شباهت بسیار زیادی پیدا کند.

در واقع روش SVD به طور مستقیم دنبال نویز نیست. بلکه راستایی از داده را که سیگنال روی آن پراکندگی زیادی ندارد، بعنوان راستای کم اهمیت تر تلقی کرده و بیان میکند که این راستا قابل حذف است. در این میان، خیلی اوقات نویزها بدلیل توزیع رندومشان در این راستاهای کم اهمیت قرار گرفته و حذف میشوند. اما در روش ICA، ما بطور مستقیم منبع نویزی را تشخیص داده و حذف میکنیم (چه بسا بر راستای سیگنال تمیز عمود نیز نباشد!) که منجر به استخراج بسیار بهتر سیگنال اصلی میشود.

در نهایت نتیجه میشود که همواره مولفه های نویزی به صورت متعامد وجود ندارند و در نتیجه با توجه به دقت بالاتر روش ICA، میتوان این روش را در اولویت اول، پیش از SVD قرار داد.