

بسم تعالی



سیستم های مخابراتی

تمرین سری ۲ کامپیوتری

امیرحسین زاهدی ۹۹۱۰۱۷۰۵

١- تبدیل هیلبرت

بخش ١:

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 2\cos(2\pi f_2 t) + 3\sin(3\pi f_3 t)$$

$$m(t) = (2 + 0.5x(t))\sin(2\pi f_3 t)$$

$$f_1 = 2KHz, f_2 = 4KHz, f_3 = 8KHz$$

$$\Rightarrow M(f) = (2\delta(f) + 0.5X(f)) \times \left[\frac{1}{\sqrt{j}} \delta(f+f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}} \delta(f-f_3) \right]$$

$$= -j\delta(f+f_3) + j\delta(f-f_3) + \frac{1}{\sqrt{j}}X(f+f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}}X(f-f_3) \Rightarrow$$

$$\hat{M}(f) = -j\text{sgn}(f) \left[-j\delta(f+f_3) + j\delta(f-f_3) + \frac{1}{\sqrt{j}}X(f+f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}}X(f-f_3) \right]$$

$$= -\text{sgn}(f+f_3) + \text{sgn}(f-f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}}\text{sgn}(f)X(f+f_3) + \frac{1}{\sqrt{j}}\text{sgn}(f)X(f-f_3)$$

$$\Rightarrow m(t) = \sin(2\pi f_1 t) + 2\cos(2\pi f_2 t) + 3\sin(2\pi f_3 t)$$

$$\Rightarrow X(f) = \frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f+f_1) - \frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f-f_1) + \delta(f+f_2) + \delta(f-f_2)$$

$$+ \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f+\frac{3}{2}f_3) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f-\frac{3}{2}f_3)$$

$$\Rightarrow \hat{M}(f) = -\text{sgn}(f+f_3) + \text{sgn}(f-f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}}\text{sgn}(f) \left[\frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f+f_1+f_3) \right.$$

$$- \frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f-f_1+f_3) + \delta(f+f_2+f_3) + \delta(f-f_2+f_3) + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f+\frac{3}{2}f_3) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f-\frac{3}{2}f_3) \Big]$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{j}}\text{sgn}(f) \left[\frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f+f_1-f_3) - \frac{1}{\sqrt{j}}\delta(f-f_1-f_3) + \delta(f+f_2-f_3) + \delta(f-f_2-f_3) \right.$$

$$\left. + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f+\frac{1}{2}f_3) - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}}\delta(f-\frac{1}{2}f_3) \right]$$

$$\Rightarrow \hat{m}(t) = \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} e^{-j\pi f_3 t} - \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} e^{j\pi f_3 t} + \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} \left[\frac{1}{\sqrt{j}} (e^{-j\pi(f_1+f_3)t} - e^{j\pi(f_1-f_3)t}) \right.$$

$$+ \frac{e^{-j\pi(f_2+f_3)t} - e^{j\pi(f_2-f_3)t}}{e} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}} e^{-j\pi f_3 t} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}} e^{j\pi f_3 t} \Big] - \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} \left[\frac{1}{\sqrt{j}} (e^{-j\pi(f_1-f_3)t} - e^{j\pi(f_1+f_3)t}) \right.$$

$$\left. + \frac{e^{-j\pi(f_2-f_3)t} - e^{j\pi(f_2+f_3)t}}{e} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}} (e^{-j\pi f_3 t} - e^{j\pi f_3 t}) \right]$$

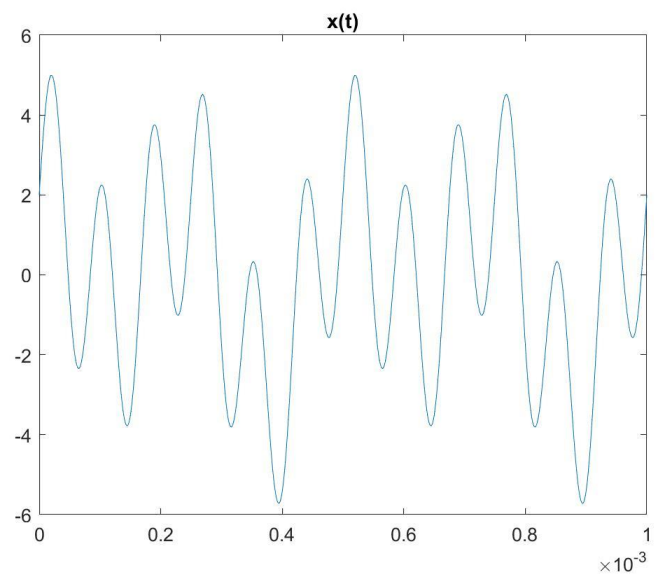
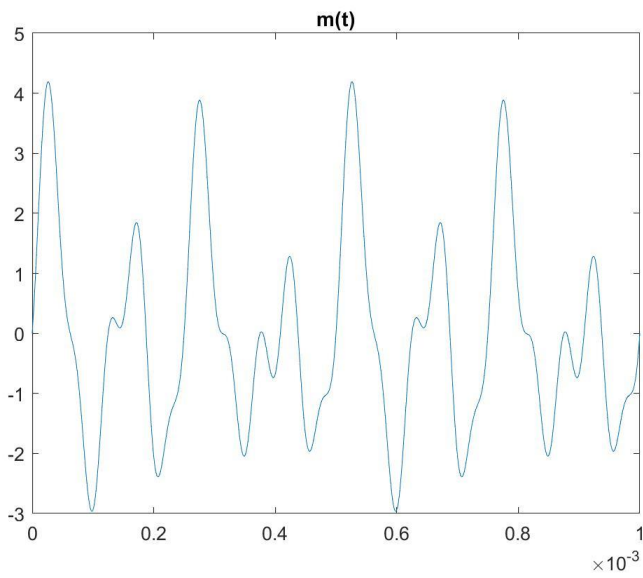
$$= \frac{1}{\pi t} \sin(\pi f_3 t) + \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} \left[\frac{1}{\sqrt{j}} \cos(\pi t(f_1+f_3)) - \frac{1}{\sqrt{j}} \cos(\pi t(f_1-f_3)) - \sqrt{3} \sin(\pi t(f_2+f_3)) \right.$$

$$\left. + \sqrt{3} \sin(\pi t(f_2-f_3)) + \sqrt{3} \cos(2\pi f_3 t) - \sqrt{3} \cos(\pi f_3 t) \right]$$

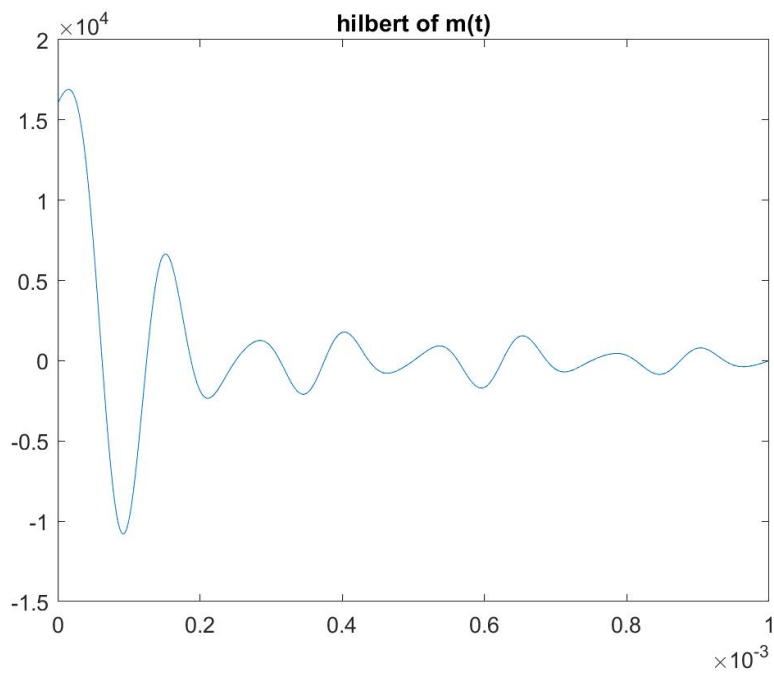
$$\Rightarrow \hat{m}(t) = \frac{1}{\pi t} \sin(\pi f_3 t) - \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} \left[\cos(\pi t(f_1+f_3)) - \cos(\pi t(f_1-f_3)) \right]$$

$$- \frac{1}{\sqrt{j}\pi t} \left[\sin(\pi t(f_2+f_3)) - \sin(\pi t(f_2-f_3)) \right] - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{j}\pi t} \left[\cos(2\pi f_3 t) - \cos(\pi f_3 t) \right]$$

حال x و m را در متلب رسم می کنیم.



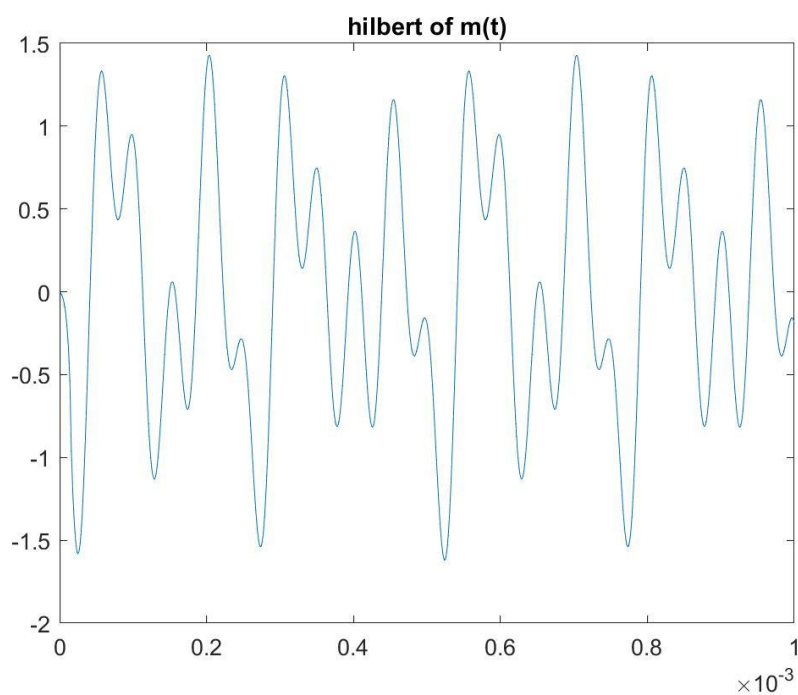
هیلبرت ریاضیاتی بدست آمده:



به نظر می آید که هیلبرت محاسبه شده به صورت دستی اشتباه است.

بخش ۲:

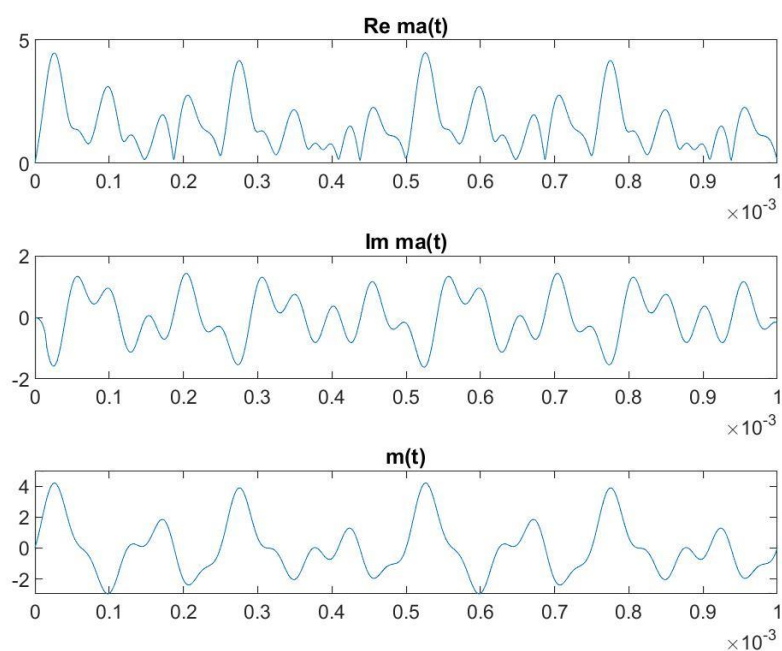
این بار تبدیل هیلبرت را در متلب محاسبه می کنیم:



به نظر می آید که این تبدیل هیلبرت منطقی تر است و آنچه به صورت دستی بدست آمده بود اشتباه است.

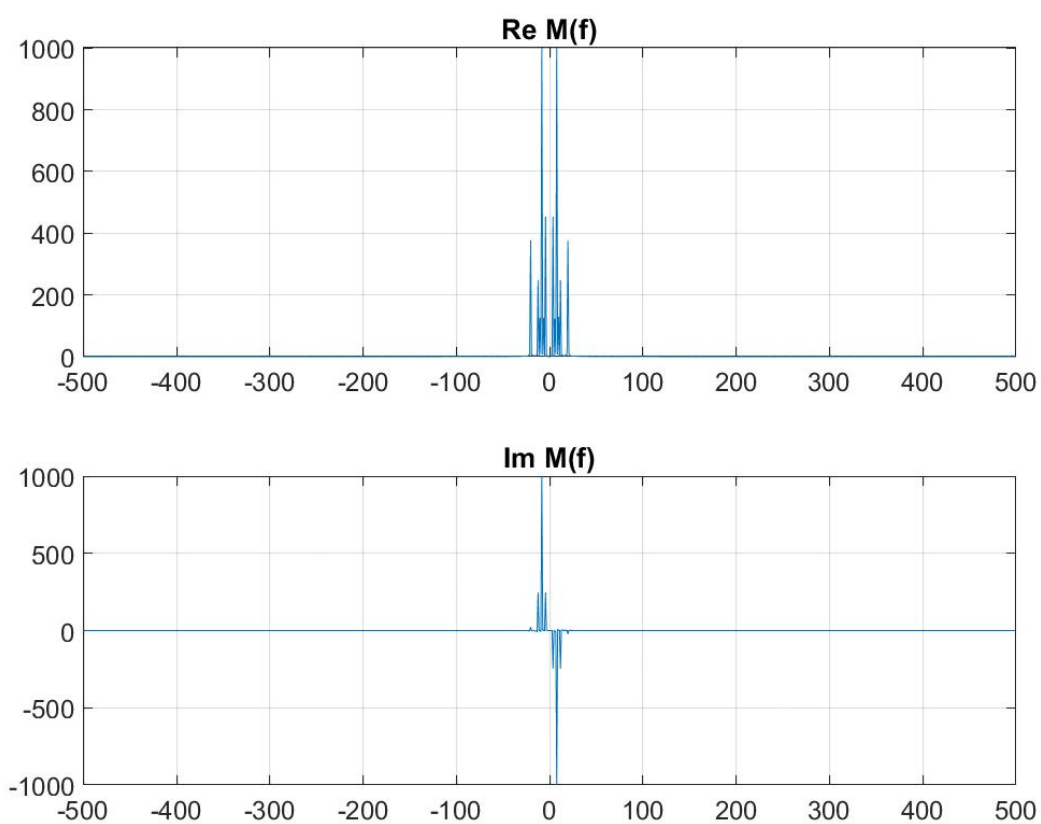
بخش ۳:

سیگنال آنالیتیک را بدست می آوریم و همانطور که سوال خواسته است رسم می کنیم.



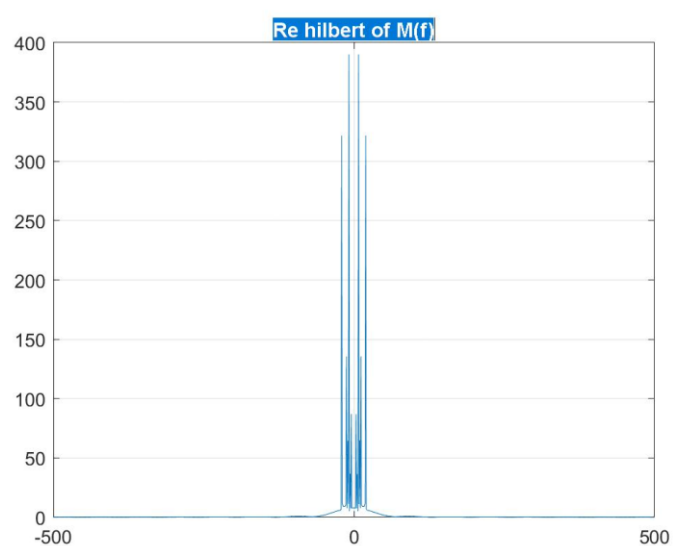
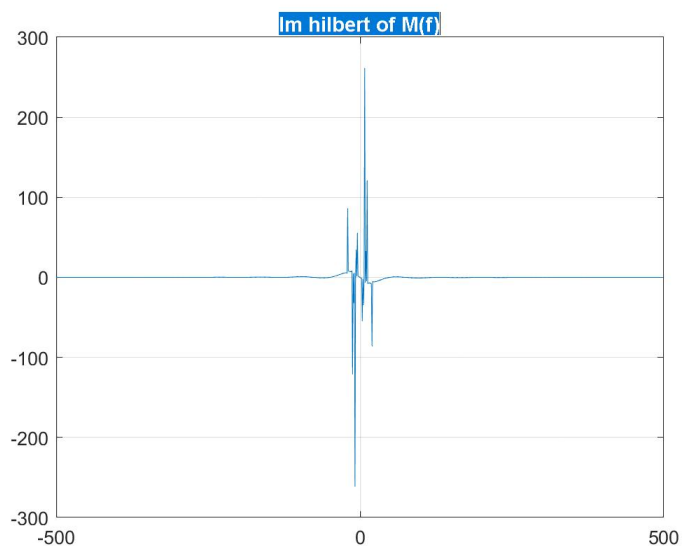
بخش ۴:

با استفاده از fft تبدیل فوریه سیگنال را بدست می آوریم و هر دو بخش حقیقی و موهومی آن را رسم می کنیم:

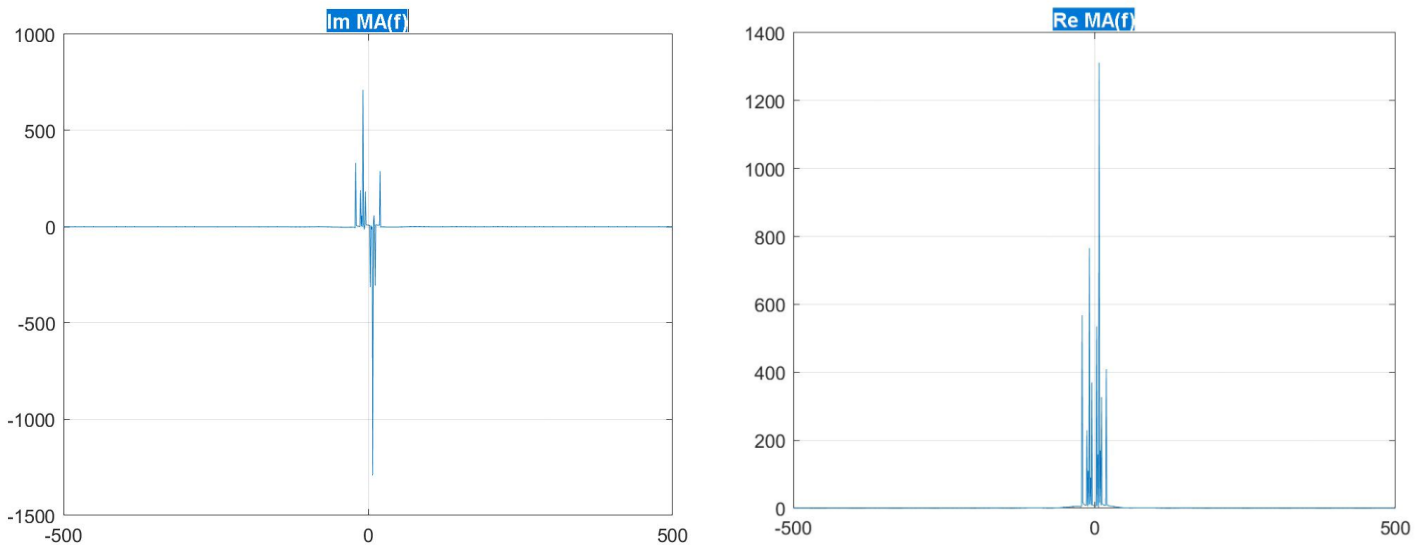


بخش ۵:

ابتدا تبدیل فوریه تبدیل هیلبرت سیگنال را بدست می آوریم و هر دو بخش حقیقی و موهومی آن را رسم می کنیم.



حال تبدیل فوریه سیگنال آنالیتیک را بدست می آوریم و هر دو بخش حقیقی و موهومی آن را رسم می کنیم.



همانطور که مشاهده می شود نمودار اندازه تبدیل هیلبرت با نمودار اندازه سیگنال اصلی تقریباً یکی است و توقع هم همین بوده. اما نمودار فازی تبدیل هیلبرت را اگر در مقابل نمودار فازی سیگنال اصلی در نظر بگیریم گویا نسبت به مبدا قرینه شده که این مورد نیز مطابق انتظار و به دلیل ضرب تابع علامت در سیگنال است.

توقع داشتیم که فوریه های سیگنال آنالیتیک صرفاً باند مثبت را دارا باشند که همینطور هم هست منتها در اینجا از `fftshift` استفاده شده به همین دلیل در باند منفی نیز شاهد هستیم.

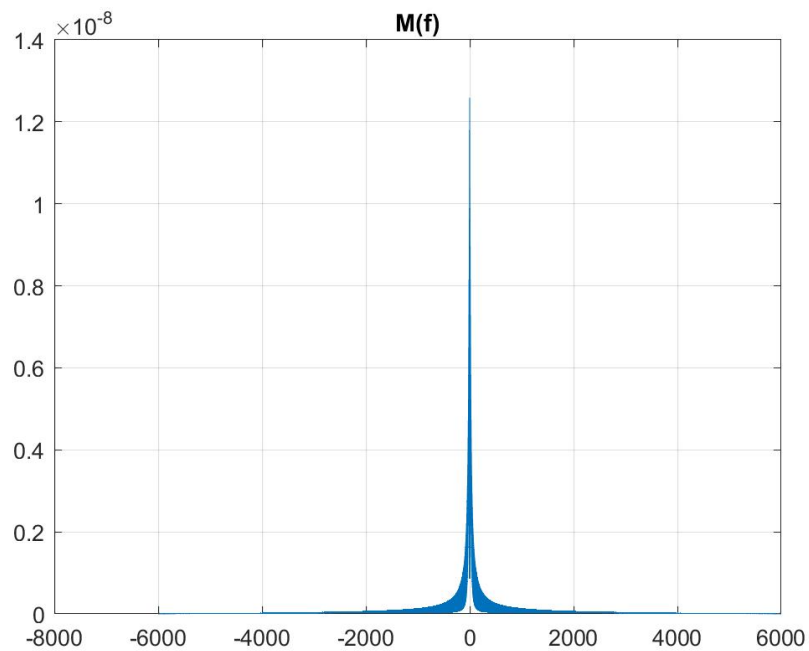
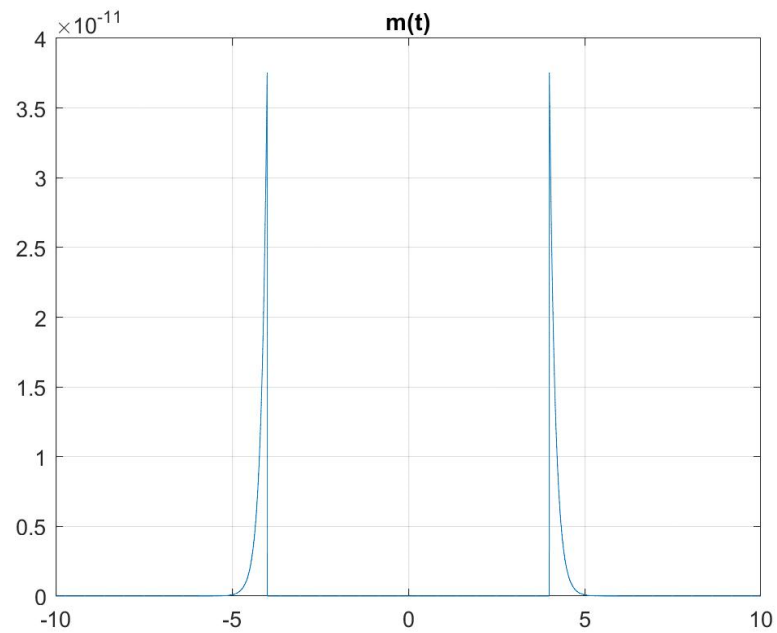
بخش ۶:

یکی از کاربردهای سیگنال آنالیتیک استفاده آن در مدولاسیون `ssb` است زیرا که در آن جا نیز می خواهیم فقط از باند مثبت یا منفی سیگنال استفاده می کنیم و در نتیجه برای اینکار، سیگنال آنالیتیک اصلی را محاسبه می کنیم و سپس آن را مدوله می کنیم تا پهنای باند نصف شود.

۲- مدولاسیون دامنه (AM)

بخش ۱:

سیگنال را در هر دو حوزه زمان و فرکانس رسم می کنیم.



همانطور که مشاهده می شود پهنای باند در حدود ۳ کیلو هرتز یا اگر خیلی سختگیری کنیم ۵ کیلو هرتز است.

بخش ۲:

برای اینکه نمونه برداری درست انجام بشود و الیاسینگ اتفاق نیفتد، باید فرکانس نمونه برداری بیش از دو برابر باند فرکانسی یعنی باید فرکانس نمونه برداری را در حدود ۶ کیلو هرتز در نظر بگیریم.

از آن جایی که برای t بازه و درجه مشخص می کنیم، برای نمونه برداری کافی است که این درجه را $1/Fs$ قرار دهیم و فرکانس نمونه برداری را برابر ۶ کیلو هرتز بگذاریم.

بخش ۳:

سیگنال را مدوله می کنیم، می شود:

$$x_c(t) = A(1 + u \cdot x(t)) \cos(2\pi f t)$$

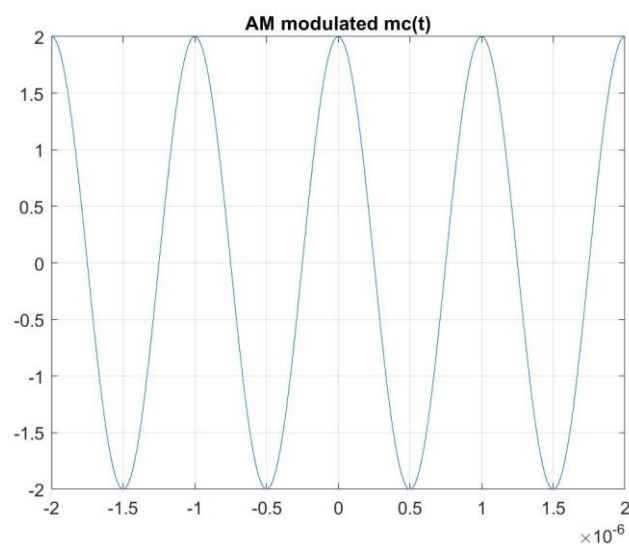
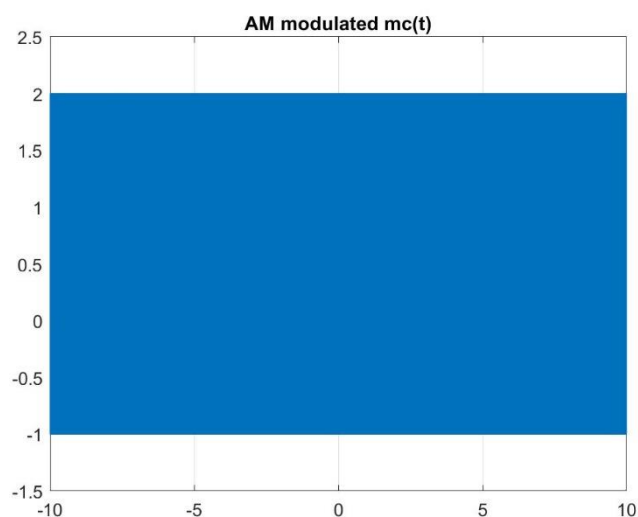
از آن جایی که ثابت u یا همان میو باید در بازه ۰ تا ۱ باشد، آن را ۰.۵ در نظر می گیریم و ضریب A را نیز ۲ در نظر می گیریم.

فرکانس حامل را نیز ۴۰ کیلو هرتز در نظر می گیریم.

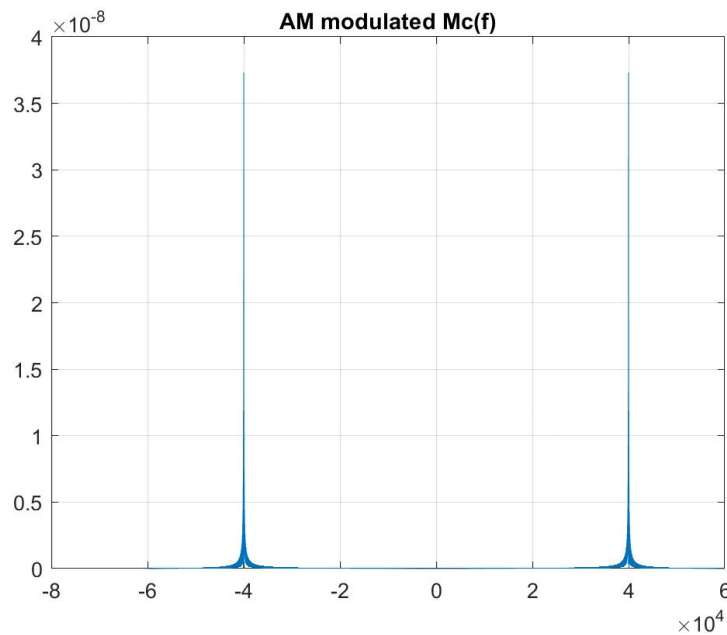
بخش ۴:

سیگنال را رسم می کنیم.

دامنه ماکسیمم خود سیگنال برابر ۴ در ده به توان منفی ۱۱ است پس در کل در رسم سیگنال مدوله شده در حوزه زمان توقع داریم که صرفاً همان $A \cos(2\pi f t)$ را ببینیم.



حال طیف سیگنال را رسم می کنیم.

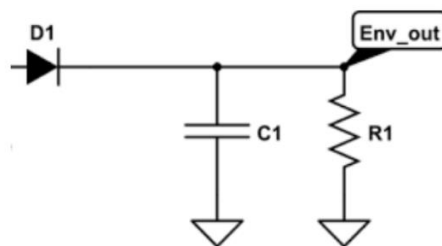


همانطور که مشخص است، دو ضربه و دو طیف سیگنال شیفته یافته در طیف سیگنال مدوله شدن دیده می شوند.

بخش ۵:

این مدار آشکار ساز پوش است که به دلیل وجود دیود، ولتاژ در لحظه را نسبت به ولتاژ ذخیره شده در خازن می سنجد و اگر بزرگتر بود، ولتاژ خازن افزوده می شود. اگر کوچکتر بود ولتاژ خازن به روال عادی کم شدن با یک ثابت زمانی ادامه می دهد. این ثابت زمانی حاصل ضرب میزان مقاومت در میزان ظرفیت خازن است. اگر خیلی کوچک باشد، ولتاژ ذخیره شده در خازن بسیار زود تخلیه و پر می شود به همین دلیل پوش دیده شده نوسانی است. اگر ثابت زمانی بزرگ باشد، ولتاژ ذخیره شده دیر تخلیه و پر می شود، به همین دلیل پوش آشکار شده تغییرات را به خوبی نشان نمی دهد.

سری کردن مقاومت با دیود باعث می شود که ثابت زمانی تخلیه همان قبلی بماند اما ثابت زمانی ذخیره شدن ولتاژ در خازن افزایش می یابد ، به همین دلیل فرایند ذخیره شدن ولتاژ کند تر از تخلیه شدن می شود.

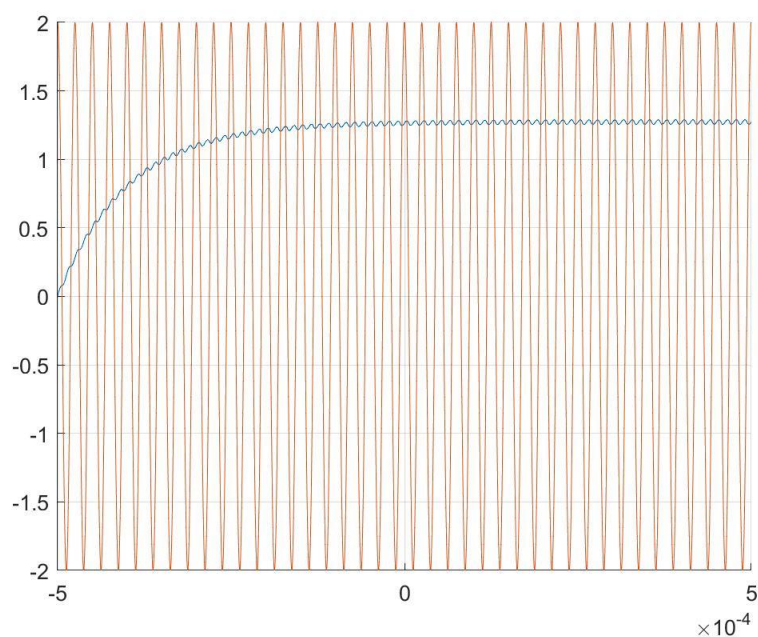


شکل ۱: مدار آشکار ساز پوش

بخش ۶:

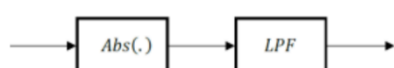
تابع آشکار ساز پوش با ورودی سیگنال، ثابت زمانی و زمان را می نویسیم، ثابت زمانی را برابر ۰.۰۱ ثانیه قرار می دهیم و با سیگنال مدوله شده به تابع به عنوان ورودی می دهیم. به همان دلیلی که دامنه سیگنال اصلی بسیار ضعیف است، صرفاً همان کسینوس را می بینیم.

پوش سیگنال می شود:



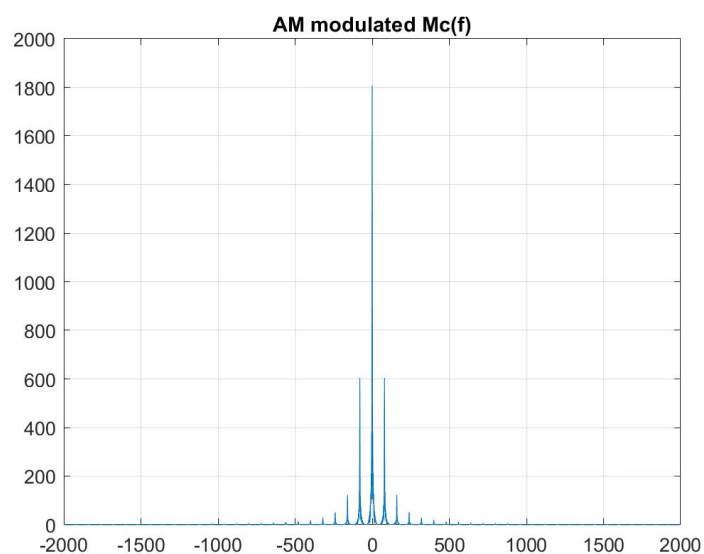
بخش ۷:

اگر سیگنال حقیقی باشد می توان از این روش برای آشکار سازی پوش استفاده کرد.



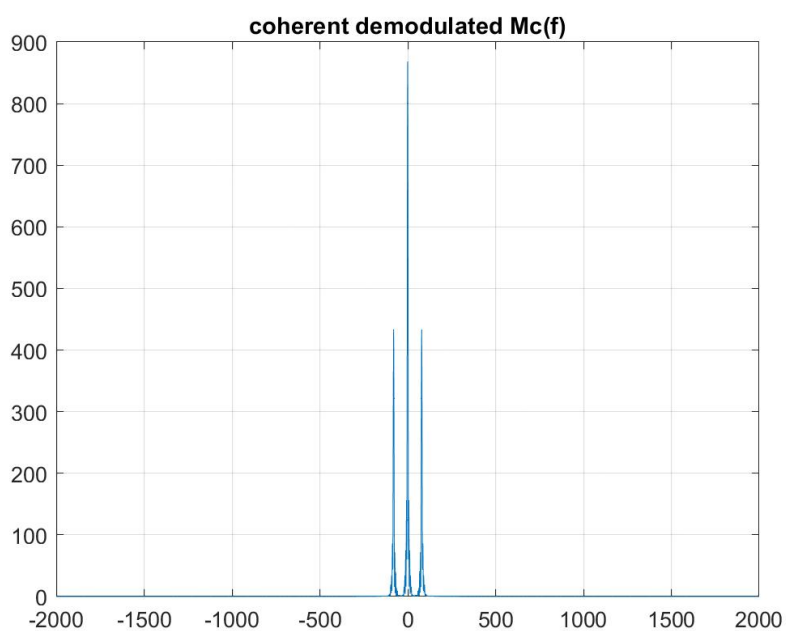
خروجی می شود:

شکل ۲:



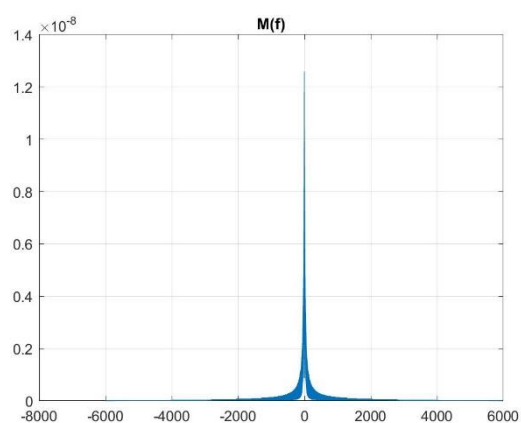
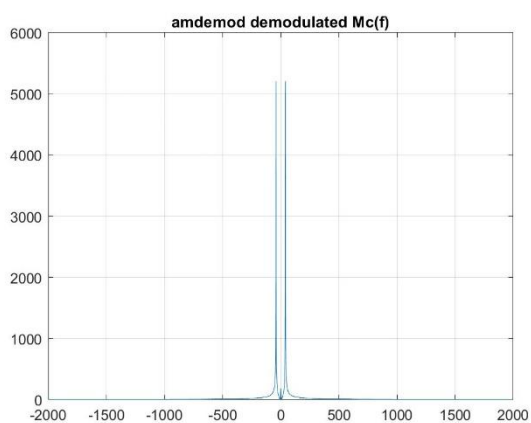
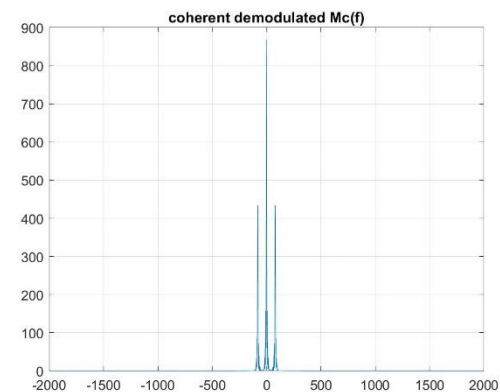
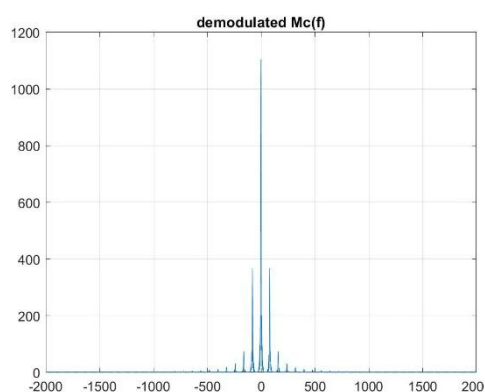
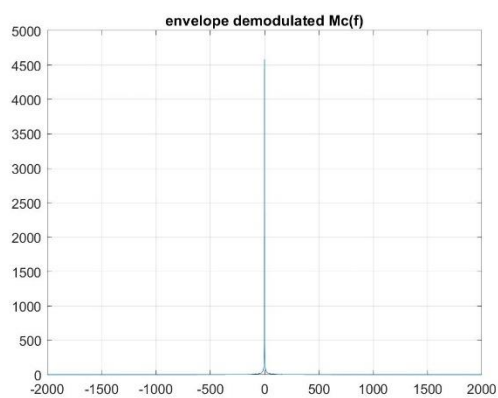
بخش ۸:

سیگنال را دمدوله کوهیرنت می کنیم. خروجی می شود:



بخش ۹:

از چپ به راست به ترتیب، آشکار ساز پوش، اندازه و کوهیرنت، دیمود خود متلب، خود سیگنال:

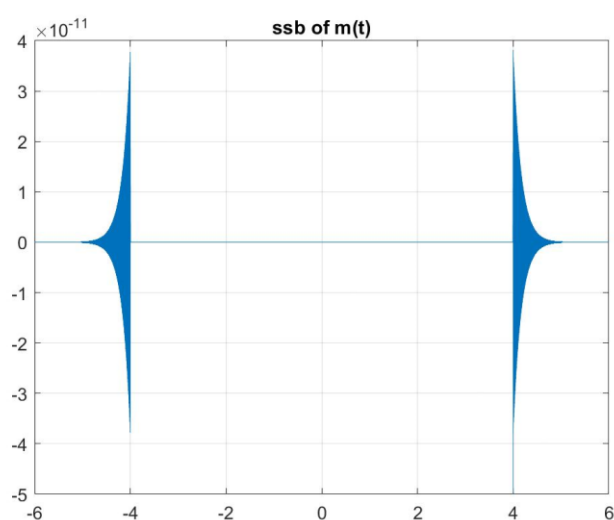
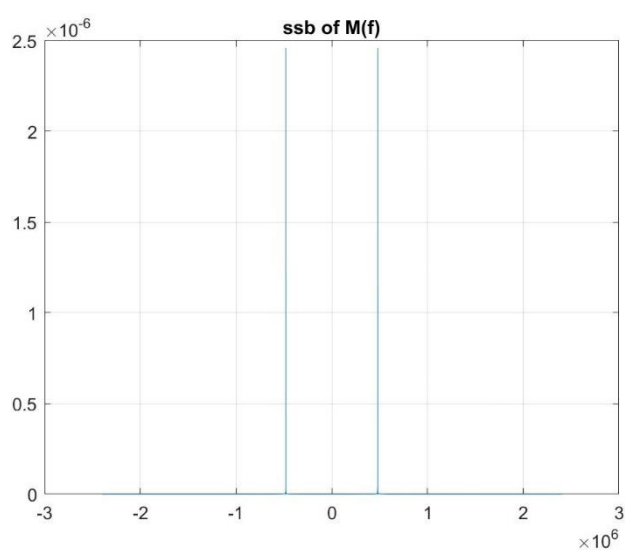


همه روش ها تا حد خوبی شبیه سیگنال اصلی هستند اما در کل همه تفاوت هایی دارند. علت این حجم از تفاوت بین روش ها و با خود سیگنال اصلی را نمی دانم.

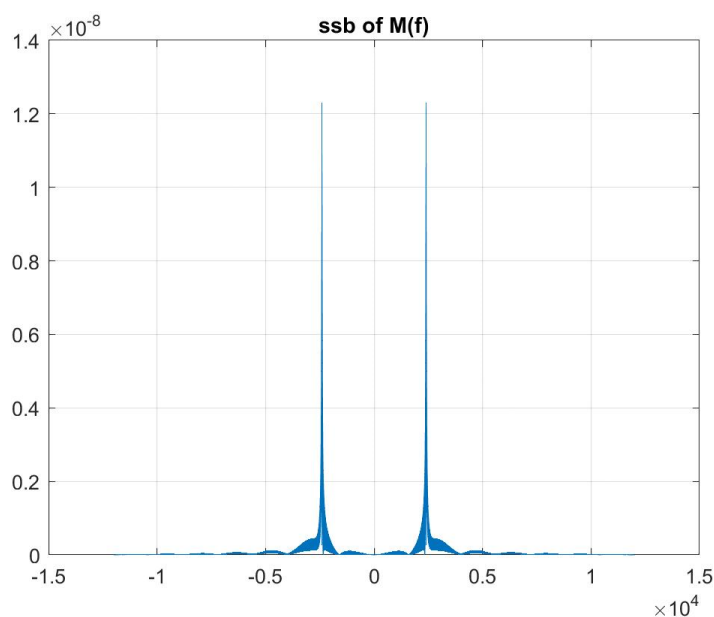
روش دمدولاسیون خود متلب بیشتر گویا شبیه کوهیرنت است تا روش های دیگر.

بخش ۱۰:

در این بخش با استفاده از تبدیل هیلبرت از سیگنال ssb گرفته می شود. اما در پلات اصلی دیده نمی شود زیرا که در پلات اصلی صرفاً ضربه دیده می شود و مشخص نیست که آیا باند چپ یا راست آن فیلتر شده است یا نه.

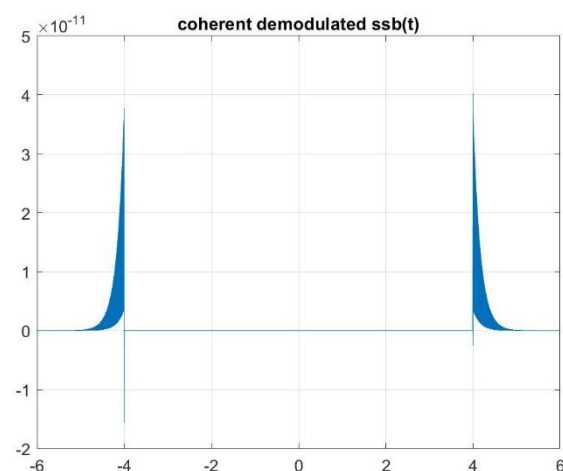
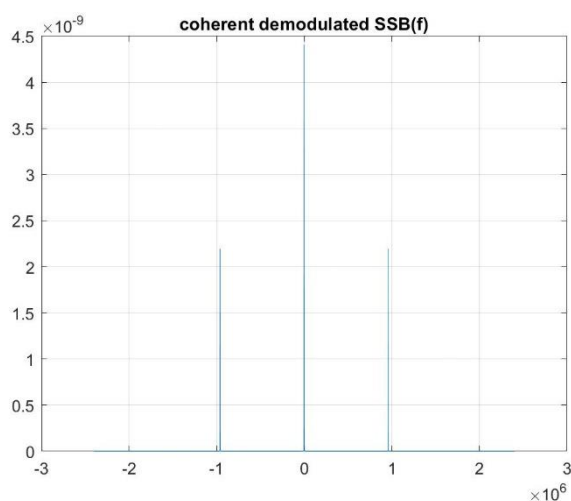


برای اینکه اس اس بی معلوم شود از یک فرکانس کریر و نمونه برداری کوچک استفاده می کنیم. مشاهده می کنیم که باند چپ تقریباً فیلتر شده است.



بخش ۱۱:

با روش همدوس سیگنال اس بی را دمدوله می کنیم، نتیجه می شود:



بخش ۱۲:

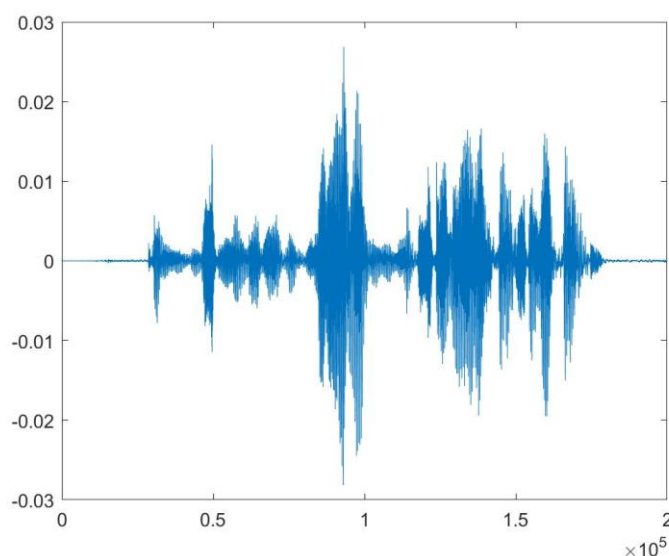
سیگنال ای ام سیگنالی است که هر دو باند چپ و راست را همراه دارد و از نظر باند به میزان دوبرابر اشغال می کند اما سیگنال اس بی تک باند است و از نظر میزان باند، نصف ای ام پهنای باند مصرف می کند. به لحاظ میزان پهنای باند مصرف شده کمتر در اس بی، این سیگنال از این لحاظ مزیت دارد اما با توجه به ایده آل نبودن فیلترها، بدست آوردن سیگنال اس بی ایده آل امکان ندارد به همین دلیل فرکانس های باند پایین سیگنال می توانند بر اثر الیاسینگ یا ... تحت تاثیر قرار بگیرند و آسیب ببینند. سیگنال ای ام از این لحاظ مشکل ندارد و بهتر است.

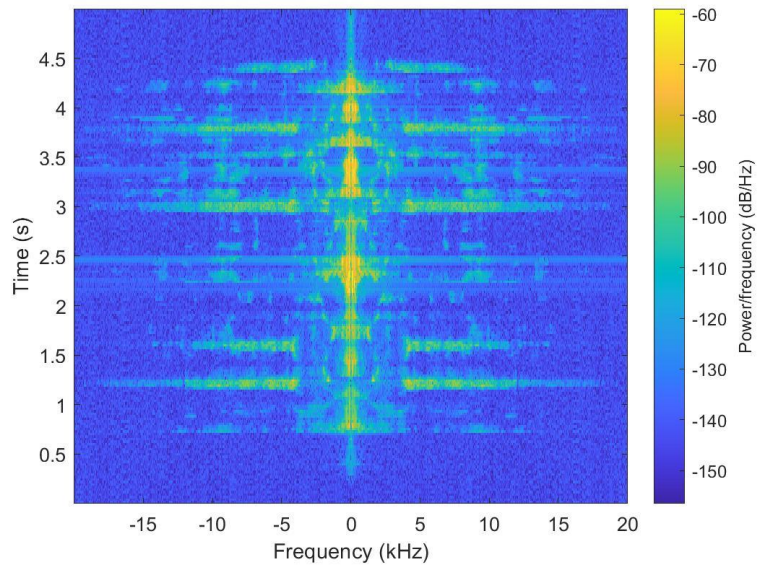
همچنین توان مصرفی در سیگنال ای ام بازدهی کمتری نسبت به سیگنال اس بی دارد.

در کل با توجه به اهمیت مسائل می توانیم از میان این دو مدولاسیون انتخاب کنیم که کدام را استفاده کنیم.

بخش ۱۳:

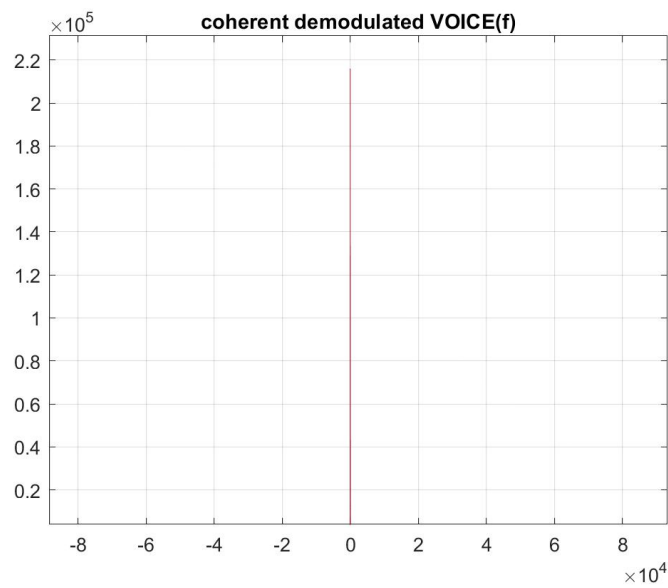
سیگنال صوت را ضبط می کنیم و آن را در حوزه زمان رسم می کنیم. همچنین اسپکتوگرام آن را نیز رسم می کنیم.





حال از سه روش برای دمدوله کردن استفاده می کنیم:

در همه روش ها متلب ایراد تمام شدن مموری می دهد و به درستی عمل نمی کند. سعی شد که خروجی بدست آید و جواب این ها شدند:



لطفا هر بخش را به صورت جداگانه ران کنید زیرا احتمالا اگر باهم ران کنید با ارور حافظه مواجه می شوید یا ران شدن بسیار طولانی می شود.