

بسم تعالی



پردازش سیگنال های الکتروانسفالوگرام

تمرین کامپیوتری ۱

امیرحسین زاهدی ۹۹۱۰۱۷۰۵

پاییز ۱۴۰۲

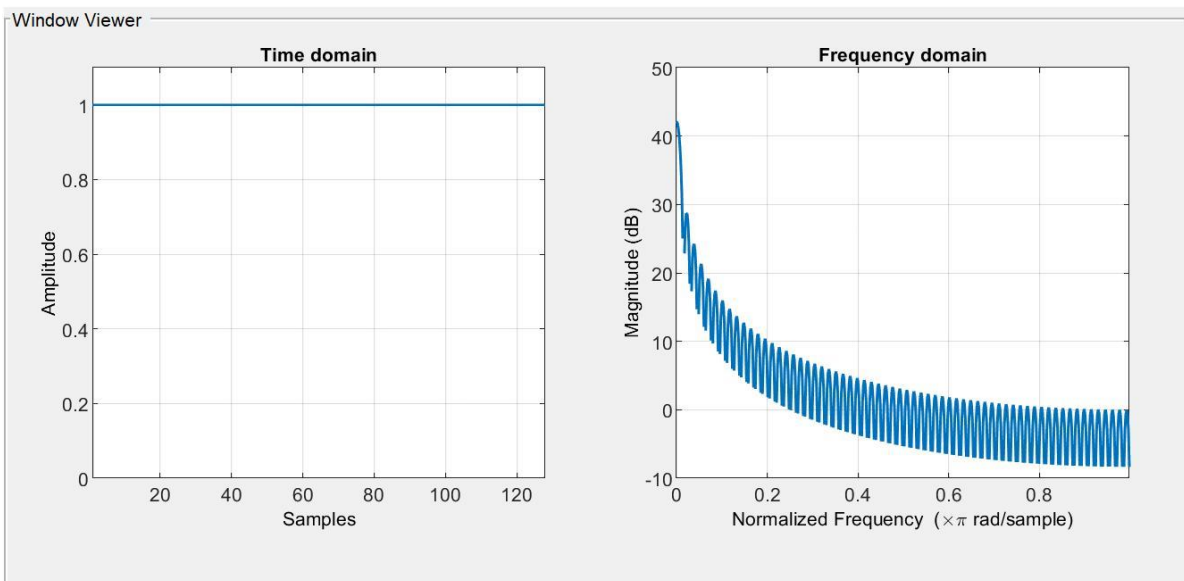
سوال ۱:

الف) سیگنال را به وسیله قطعه کد زیر می سازیم:

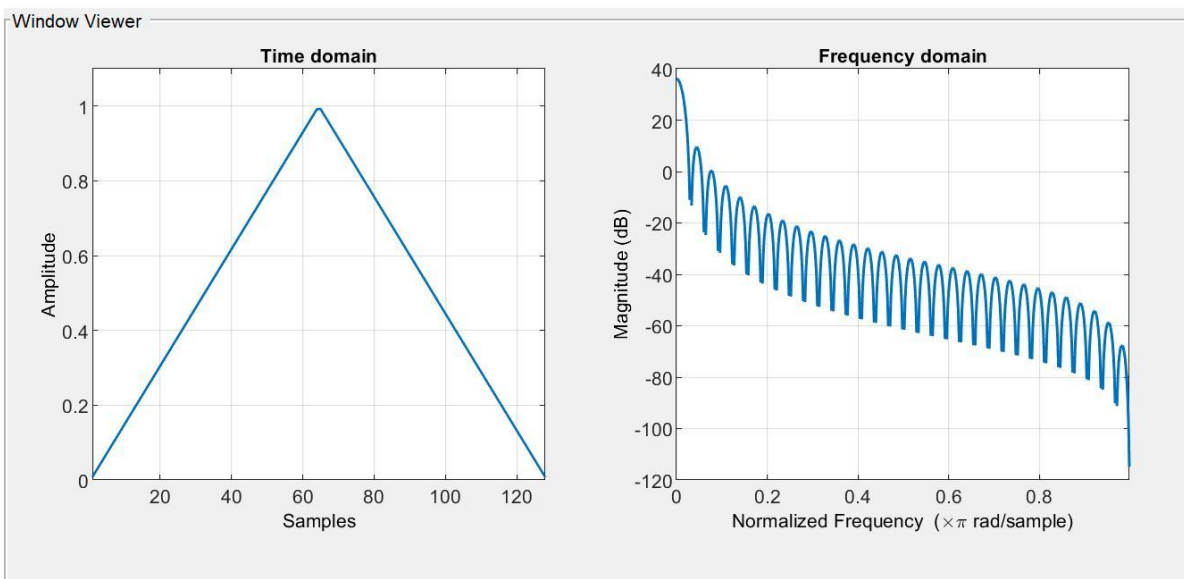
```
f = @(t) 100 + 100*t.^2; % f(t)
x = @(t) cos(2*pi*f(t).*t); % x(t)
fs = 1000; % sampling freq
t = 0 : 1/fs : 2; % time
```

ب) پنجره ها را تولید و رسم می کنیم.

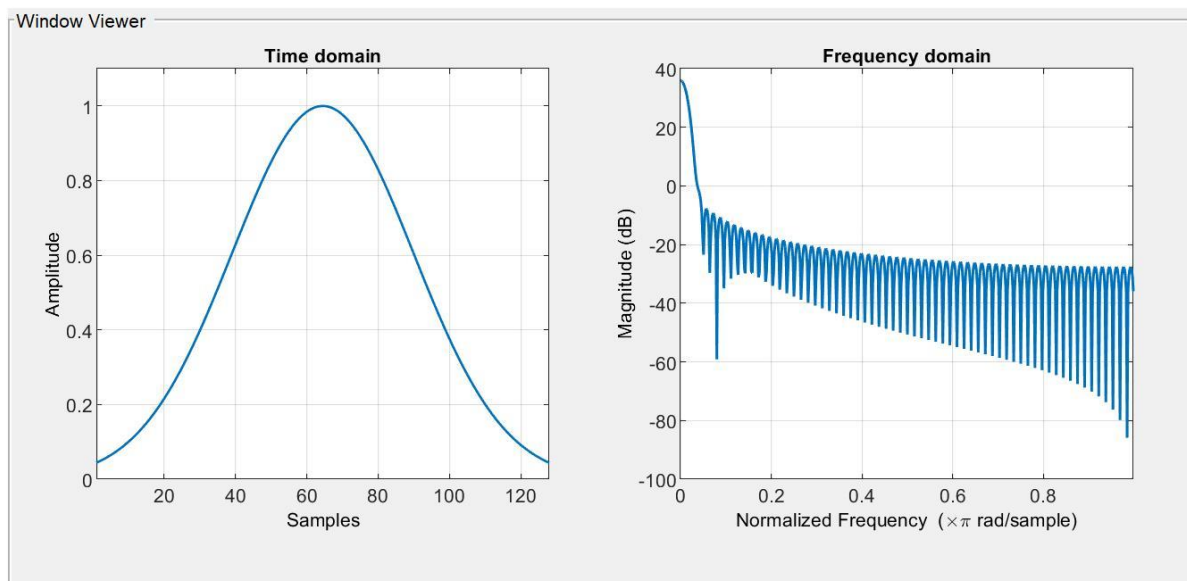
پنجره مستطیلی:



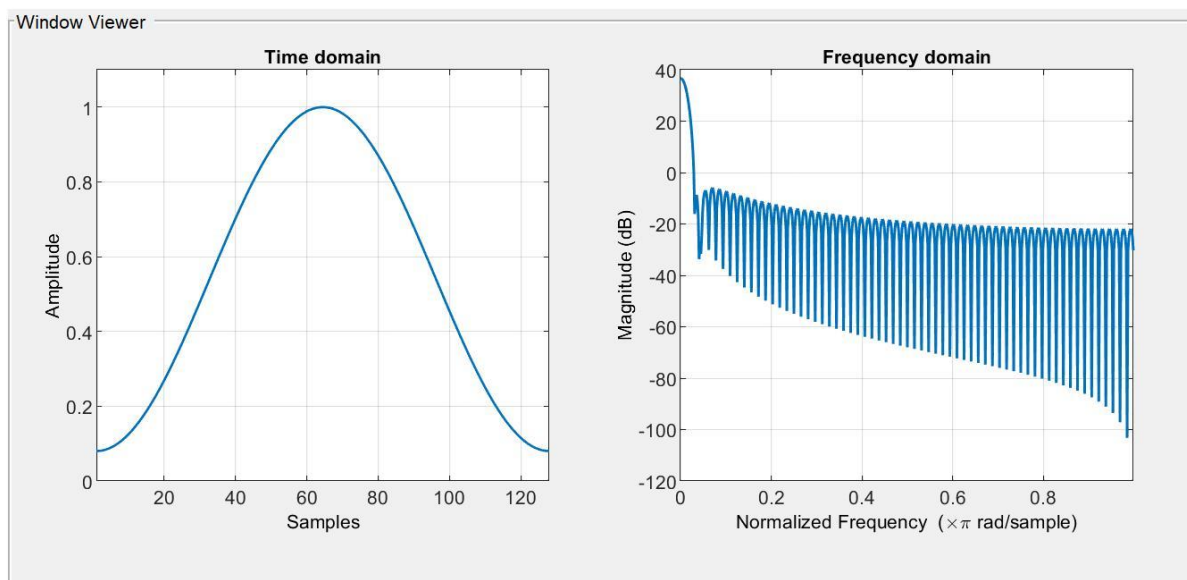
پنجره مثلثی:



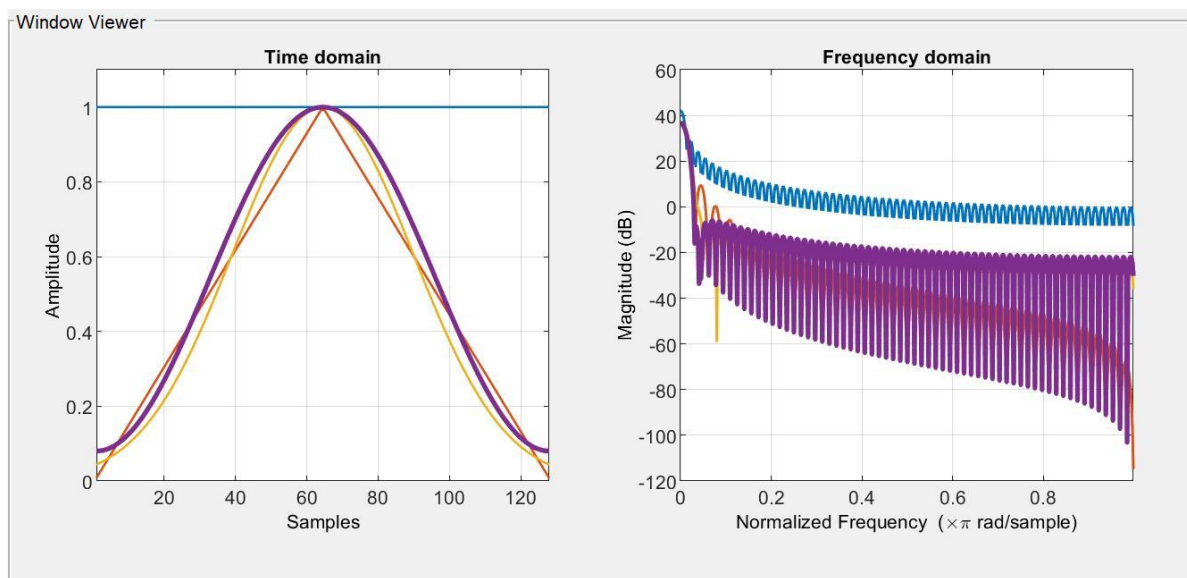
پنجره گوسی:



پنجره همینگ:

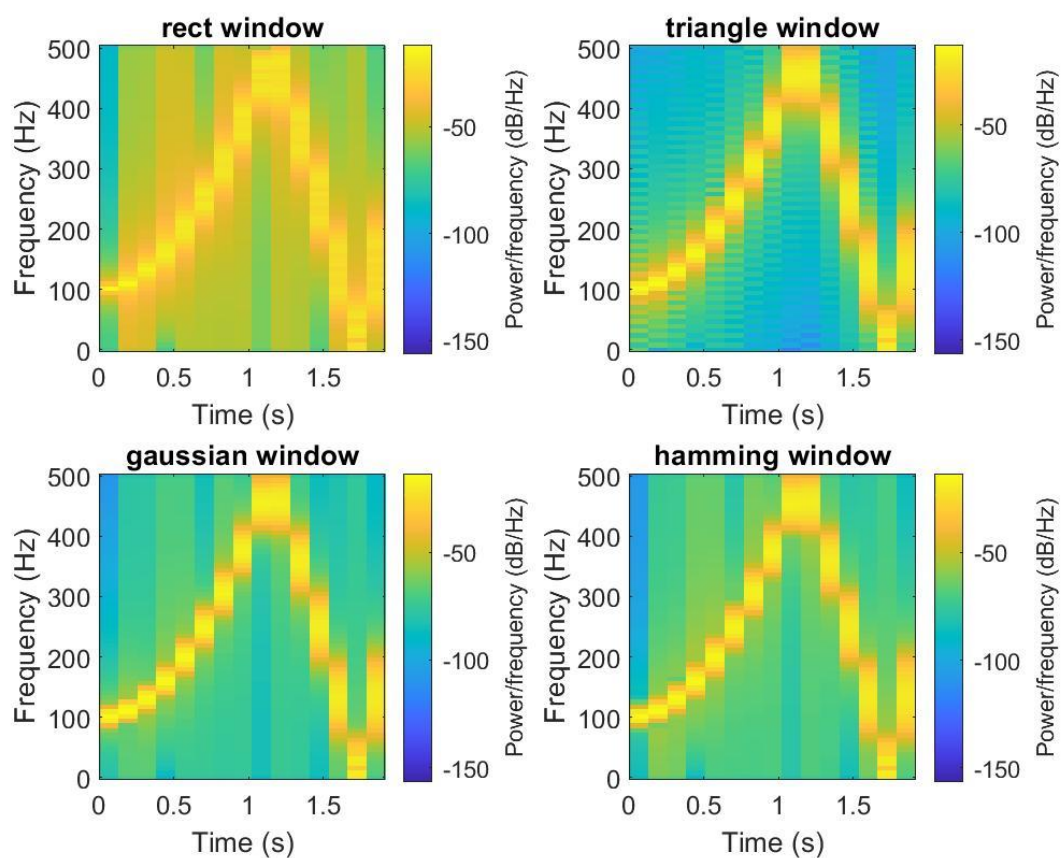


مقایسه با هم:



همانطور که مشاهده می شود پنجره ها در زمان و فرکانس رسم شده اند. به لحاظ فرکانس شاید بتوان گفت که پنجره گاوسی یا همینگ برای فیلتراسیون بهتر باشند و حتی همینگ از همه بهتر باشد زیرا که بخش های غیر عبوری را با شدت مناسب تری نسبت به بقیه تضعیف می کند. همچنین قله دوم آن با قله اول تفاوت توان بسیاری را دارد. به طور کل مشاهده می کنیم که شکل پنجره در حوزه فرکانس می تواند چه تاثیری بر روی سیگنال فیلتر شده اعمال کند. پنجره مستطیلی در حوزه زمان، در حوزه فرکانس تضعیف بسیار کمتری برای فرکانس های خارج از فرکانس قطع اعمال می کند.

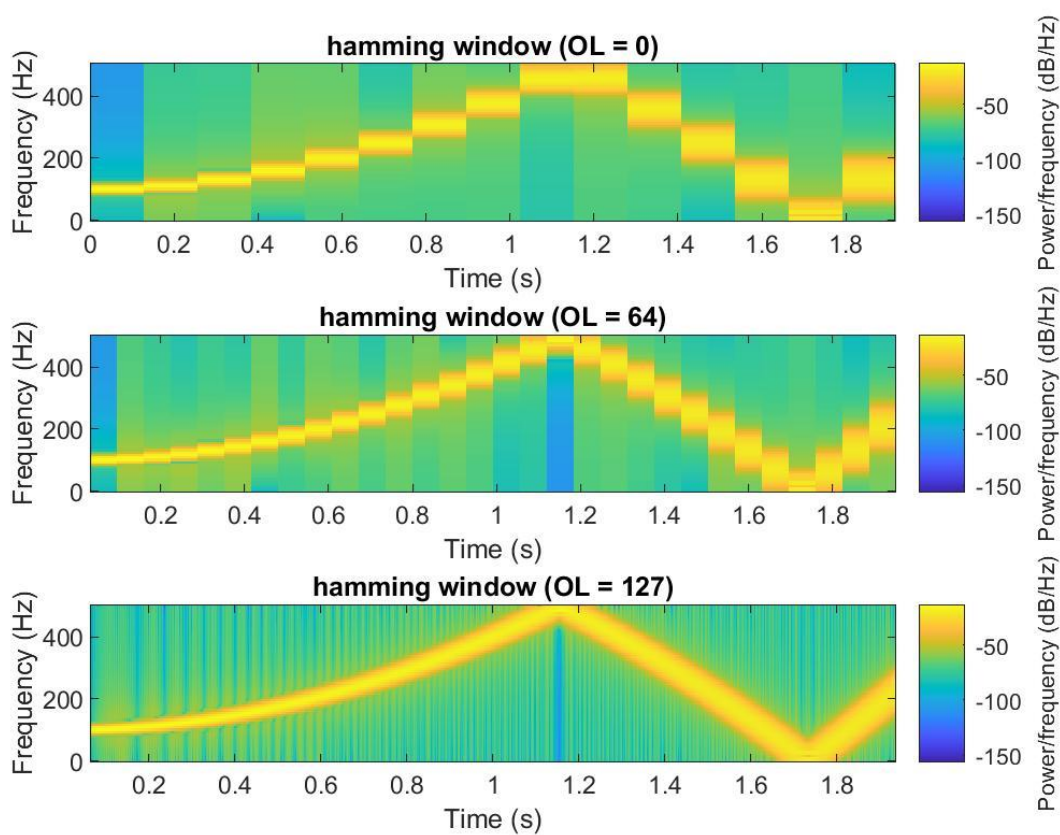
پ) اسپکتوگرام را برای سیگنال با استفاده از پنجره های ساخته شده در بخش قبل و مشخصات گفته شده رسم می کنیم:



همانطور که در تصاویر مشاهده می کنیم، پنجره های همینگ و گاوسی تفاوت های فرکانسی در بازه های زمانی را به صورت دقیق تر و با پیوستگی مناسب تری نشان داده اند که به دلیل طیف فرکانسی بهتر آن ها است که موجب کمتر شدن خطای اعمال پنجره بر روی سیگنال می شود. از طرفی این خطا در مثلثی و بخصوص مستطیلی مشهود هستند. و در مستطیلی اختلاف انرژی در فرکانس های مختلف به خوبی به نمایش درنیامده است. در همینگ و گاوسی به دلیل وزن بیشتری که مولفه های پایین گذر نسبت به مرزی پیدا می کنند، طیف فرکانسی سیگنال در اعمال پنجره بهتر از اعمال یونیفرم به همه نقاط سیگنال بدست می آید.

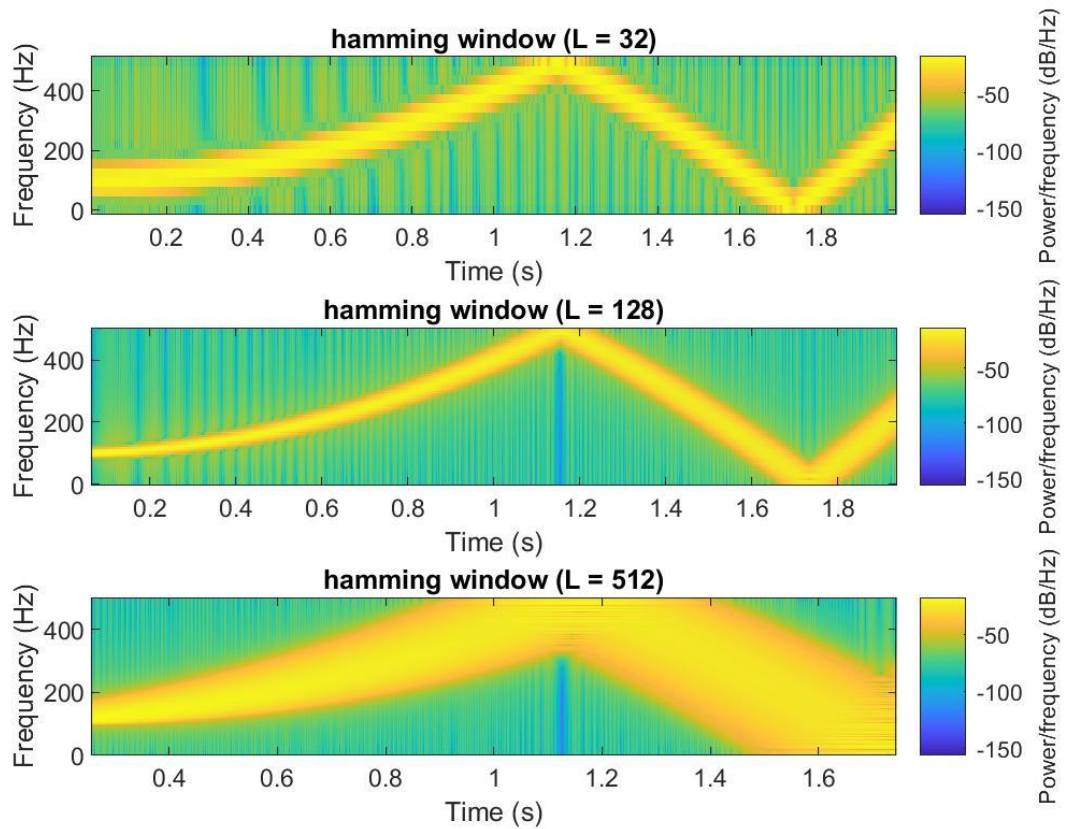
به یاد می آوریم که سیگنالی داشتیم که از ۱۰۰ هرتز شروع می شد و به صورت درجه دو بر حسب ثانیه افزوده می شد. پس توقع داریم که نموداری شبیه درجه دو مشاهده کنیم که در گاوسی و همینگ این موضوع بهتر مشخص است.

ت) تعدد نقاط همپوشان را برای پنجره همینگ تغییر می دهیم و تغییرات را در اسپکتوگرام رسم می کنیم.

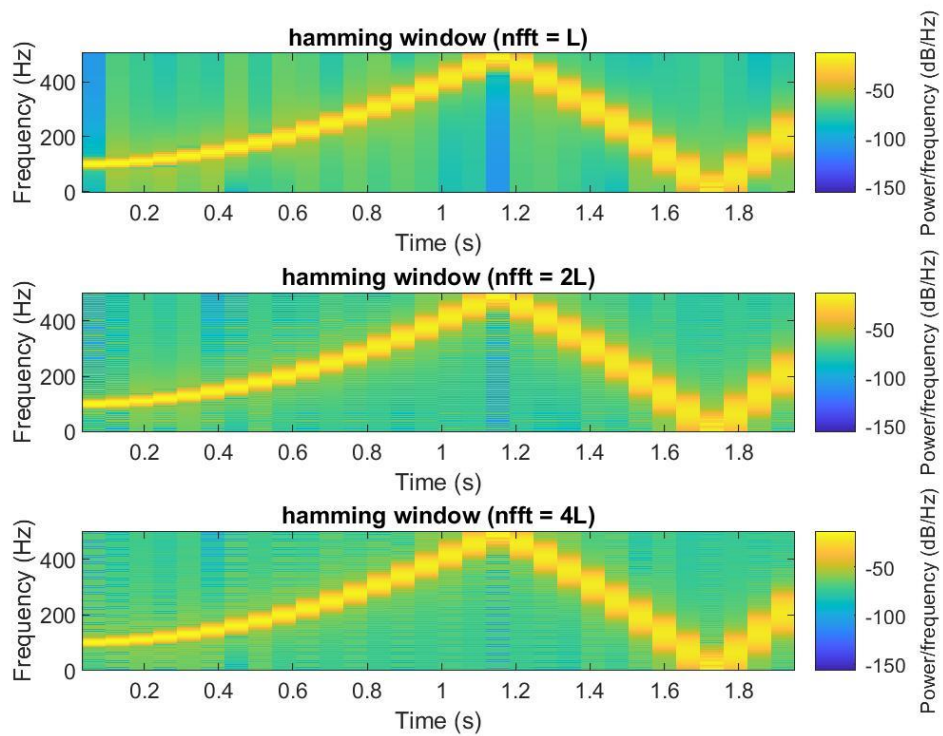


اساس کاری که STFT می کند تقسیم زمانی سیگنال و DFT گرفتن از هر بازه است. به طوری که می توانیم میزان انرژی موجود در فرکانس های مختلف را در بازه های زمانی به خصوص مشاهده کنیم. هر چه میزان اشتراک یا اورلپ بالاتر باشد، گویا که دی اف تی گرفته شده در بازه های زمانی ثابت، برای بازه های زمانی کوچکتری در نظر گرفته می شوند. به همین دلیل هر چه که اورلپ بیشتر می شود با اینکه بازه ثابت است، پیوستگی در اسپکتوگرام بیشتر دیده می شود. و حالت پنجره پنجره کمتر دیده می شود. همانطور هم که از فرکانس سیگنال انتظار داشتیم در ابتدا نموداری شبیه درجه دو مشاهده می کنیم.

ث) اینبار بازه هایی که در آن ها DFT گرفته می شود را تغییر می دهیم. از آن جا که میزان اورلپ ماکس است، توقع داریم که اگر پنجره ها را بزرگتر کنیم، بازه محتوای فرکانسی ای که در هر بازه زمانی کوچک دیده می شود بزرگتر شود. ابتدا اگر به ۳۲ نقطه نگاه کنیم اثر پنجره پنجره را می بینیم که این اتفاق به دلیل بازه زمانی کوچک و محدود است. و البته تعداد نقاط دی اف تی گرفته شده از پنجره بزرگتر است که موجب تغییرات نا خوشایند در هم رفتگی سیگنال در آن بازه می شود. البته هر چه بازه بزرگتر باشد پیوستگی بیشتر می شود. بازه ۵۱۲ تایی را اگر مشاهده کنیم می بینیم که هم پیوستگی بسیار زیاد شده است و هم به دلیل تعداد نقاط زیاد، طیف فرکانسی در زمان نیز گسترده تر شده است. تعداد نقطه ۱۲۸ هم که بسیار مناسب است.



چ) میزان نقاط پنجره را ۱۲۸ و میزان اورلپ را ۶۴ تعیین می کنیم. حال می خواهیم تعداد نقاط DFT گرفته شده از بازه ها را بررسی کنیم.

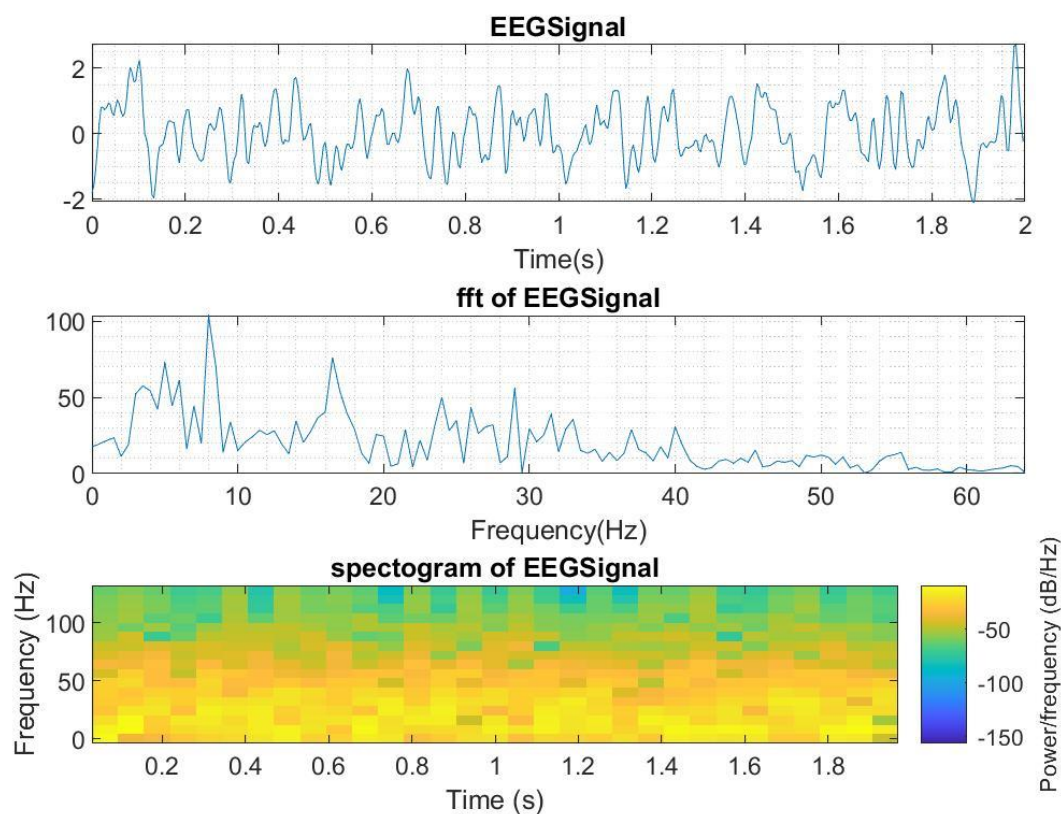


بهترین حالت DFT این است که تعداد نقاط دخیل در آن با تعداد نقطه بازه ابتدا تا انتهای پنجره سیگنال برابر باشد زیرا که در این حالت هیچگونه در هم رفتگی ای اتفاق نمی افتد. به همین دلیل است که اسپکتوگرام اول وضوح و پیوستگی بهتری دارد. اگر تعداد نقاط دی اف تی از پنجره کوچکتر باشد در هم رفتگی اتفاق می افتد و اگر بزرگتر باشد، به ازای میزان نقطه بیشتر به پنجره ۰ اضافه می شود. به همین دلیل دودی اف تی پایین تر شکل بالا پنجره هایی هستند که ۰ به آن ها اضافه شده است و باعث تغییر اندک محتوای فرکانسی شده است.

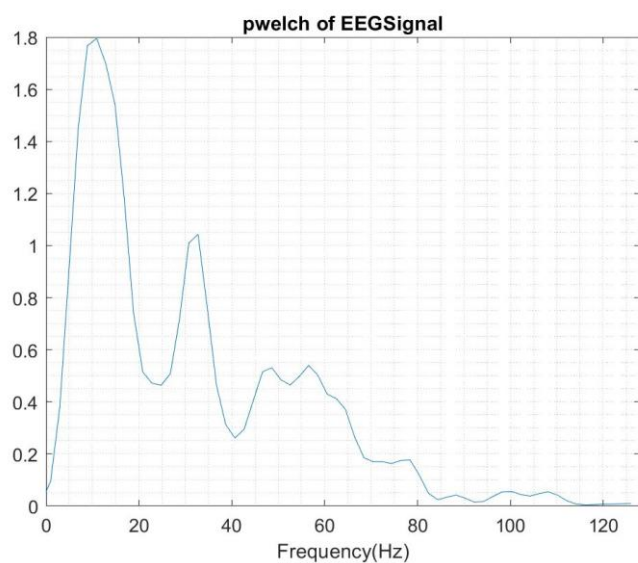
۵) به صورت کلی در این سوال سیگنالی را رسم کردیم و سعی کردیم STFT آن را با استفاده از پنجره های متفاوت و ویژگی ها متفاوت از قبیل اندازه پنجره و تعداد نقطه دی اف تی و میزان اورلپ بررسی کنیم. تاثیر هر کدام را با استفاده از تابع اسپکتوگرام رسم و مشاهده کردیم. همچنین تحلیل تغییر هر کدام از پارامترها را تحلیل کردیم. شاید بتوان گفت بهترین تنظیماتی که برای اسپکتوگرام و اس تی اف تی یک سیگنال می توان در نظر گرفت این است که تعداد نقطه دی اف تی گیری برابر با تعداد نقطه پنجره باشد. همچنین اگر میزان اورلپ را بیشتر کنیم پیوستگی افزایش می یابد. البته اگر پنجره ها کوچکتر شوند دقت بالاتر می رود. مورد آخر هم اینکه پنجره های همینگ و گاوسی که به نقاط مرکزی تروزن بیشتری نسبه به نقاط مرزی می دهند، طیف فرکانسی سیگنال را می توانند بهتر حفظ کنند.

سوال دوم:

الف) سیگنال را در حوزه زمان و فرکانس رسم می کنیم. برای حوزه فرکانس صرفاً ۰ تا ۶۴ هرتز را نشان می دهیم که محتوای مناسبی دارد و بقیه فرکانس ها را نمایش نمی دهیم. همچنین اسپکتوگرام را نیز رسم می کنیم.



همانطور که مشاهده می شود، محتوای فرکانسی در بازه حدود ۲ تا ۱۸ هرتز بیشتر از بقیه است و اسپکتوگرام هم انرژی بیشتر را در بازه زیر ۳۰ هرتز در بازه های زمانی نشان می دهد.

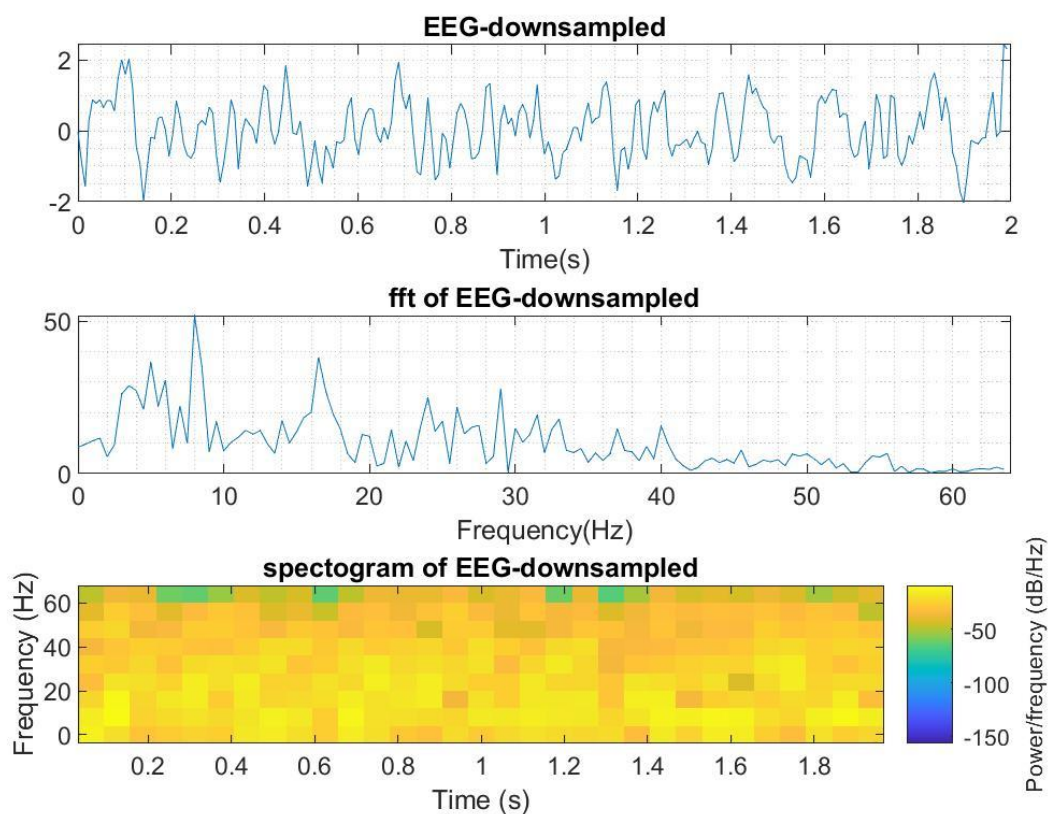


روش pwelch که چگالی طیف توان سیگنال را می دهد نیز می تواند معیار خوبی برای نمایش محتوای فرکانسی باشد اما لزوماً برتری ندارد.

ب) فرکانس نمونه برداری در ابتدا ۲۵۶ است پس تا فرکانس ۱۲۸ هرتز قابلیت نمایش دارد. با توجه به آنکه محتوای فرکانسی چندانی در بیشتر از ۶۰ هرتز وجود ندارد می توانیم سیگنال را با مرتبه ۲ دوون سمپل کنیم. اینگونه تا فرکانس ۶۴ هرتز برایمان قابل نمایش است و کافی است. به همین منظور ابتدا به وسیل قطعه کد زیر فیلتر پایین گذر باتروورثی از مرتبه ۶ و با فرکانس قطع ۶۰ هرتز تولید می کنیم و به سیگنال اعمال می کنیم تا محتوای فرکانسی بالای ۶۰ هرتز فیلتر شوند و بتوانیم بدون الیاسینگ دوون سمپل را انجام دهیم.

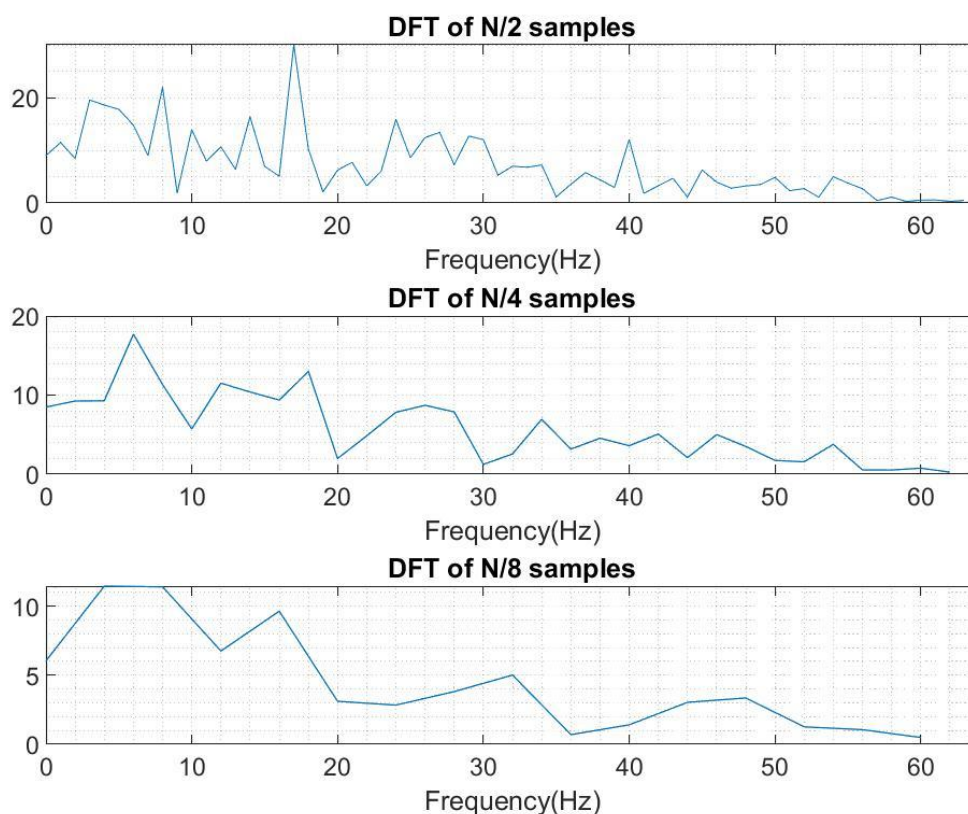
```
[b,a] = butter(6,60/(fs/2),'low'); % Butterworth filter of order 6
filtered_signal = filter(b,a,NewEEGSignal); % filtering the signal with above
filter
EEG_ds = downsample(filtered_signal,2); % downsampling the signal by 2
d_fs = fs/2; % new sampling freq
```

حال سیگنال را در حوزه های مختلف رسم می کنیم.



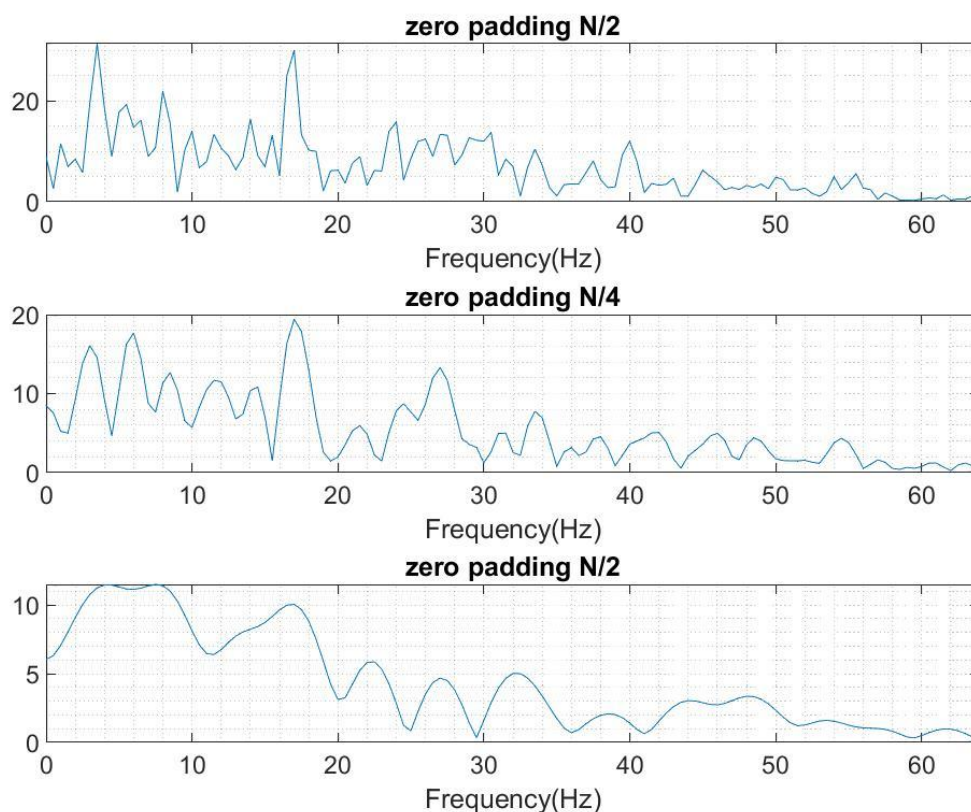
در حوزه زمان و فرکانس تغییرات بسیار نامحسوس است و محتوای سیگنال در هر دو حوزه حفظ شده است. تفاوتی که ایجاد شده است در اسپکتوگرام سیگنال است که بازه ۰ تا ۶۴ هرتز را نشان می دهد و به همین دلیل به صورت کلی انرژی در این نمودار بیشتر شده است. همچنین با تغییر تعداد نقاط، نوع نمایش پنجره های زمانی اسپکتوگرام نیز دستخوش تغییر شده است.

پ) سیگنال ها N نقطه ای هستند. اگر بخواهیم که DFT هایی با نقاط کمتر از N بگیریم، باعث تداخل نقاط سیگنال در هم و جمع شدن آن ها با هم می شود که این اتفاق در حوزه فرکانس تاثیر گذار است و هرچه تعداد نقاط دی اف تی کمتر باشد، تداخل نقاط افزایش می یابد و موجب تغییر بیشتر سیگنال در حوزه فرکانس نسبت به سیگنال اصلی می شوند.



همانطور که مشخص است نمودار اول به حوزه فرکانس سیگنال اصلی شبیه است اما هر چه تعداد نقاط دی اف تی کمتر می شوند به دلیل تداخل ایجاد شده حوزه فرکانسی تغییرا عمده ای را تجربه می کند و به سیگنال جدیدی تبدیل می شود.

ت) در این بخش به جای آنکه از سیگنال اصلی DFT با تعداد نقاط کمتر بگیریم، ابتدا پنجره با آن تعداد نقطه از ابتدای سیگنال را جدا می کنیم و به آن ۰ اضافه می کنیم تا تعداد نقاط آن به N برسد. سپس همان روش بالا را برای دی اف تی با تعداد نقاط پایین تر تکرار می کنیم و نمودار ها را در حوزه فرکانس مشاهده می کنیم.



همانطور که مشاهده می شود نمودار اول از نمودار اول بخش قبل به سیگنال اصلی بیشتر شبیه شده است. نمودار دوم که به کلی تفاوت کرده است و به سیگنال اصلی نزدیک تر شده است. اما نمودار سوم همچنان دور از سیگنال است ولی تغییر کرده و نرم تر و با جزئیات بیشتر شده است. اینبار به جای تداخل نقاط نمودار در هم، شاهد این هستیم که به دلیل ۰ ها تداخل ایجاد نمی شود اما به هرحال بخشی از سیگنال را برش داده ایم و حذف کرده ایم. برای مثال نمودار آخر صرفاً ۱۲.۵ درصد از ابتدای سیگنال را شامل است و بقیه سیگنال حذف شده است. تفاوت در نمودار سوم این بخش با سیگنال اصلی به دلیل حذف بخشی از سیگنال است و نه تداخل نقاط در هم.

ث) به صورت کلی هرچه که تعداد نقاط دی اف تی بیشتر باشد توان تفکیک فرکانسی بالاتر می رود که در نمودارهای بالا نیز مشهود بودند. برای مثال تفکیک با $N/2$ نقطه بسیار بهتر از $N/8$ نقطه است که این تفاوت به دلیل ۴ برابر بودن تعداد نقاط اولی نسبت به دومی است که در نمودارهای اول و سوم مشهود هستند.

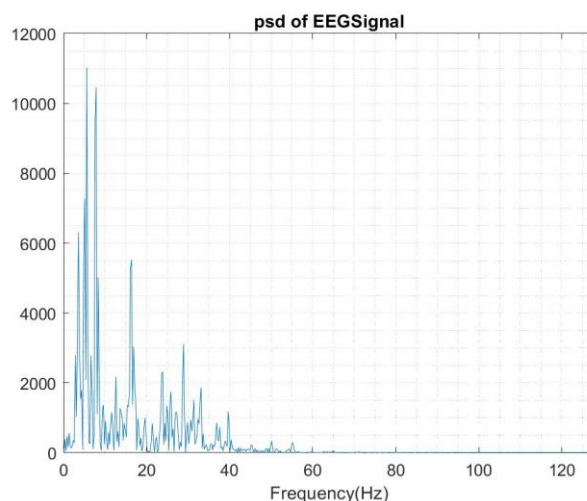
پنجره گذاری و زیرو پدینگ باعث می شود که به جای تداخل و جمع بازه های سیگنال با هم، بازه ای از سیگنال را جدا کنیم و سپس با اضافه کردن ۰ مانع از تداخل شویم. حال دی اف تی گرفته شده صرفاً از بخشی از سیگنال گرفته می شود. و بقیه بخش ها حذف می شوند. در بخش قبل نیز توضیحات لازم داده شد.

سوال سوم:

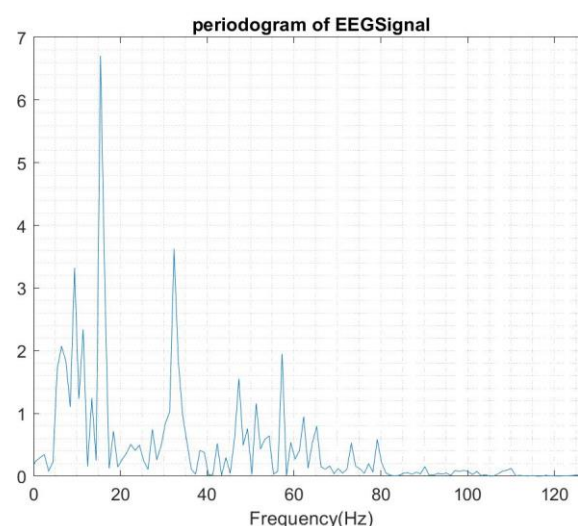
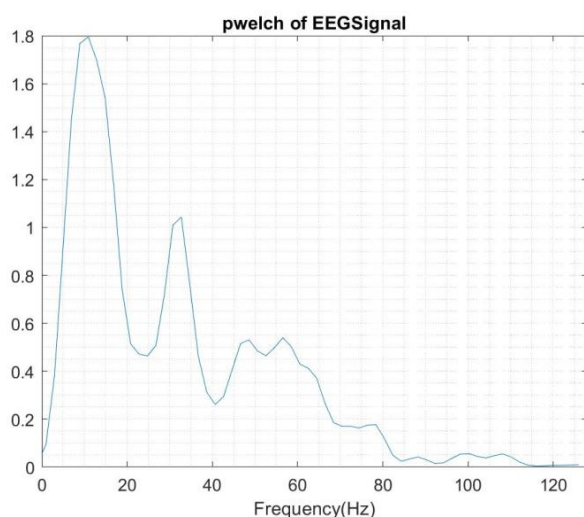
با استفاده از تابع کانولوشن، کانولوشن سیگنال را در کانبوگیت خودش بدست می آوریم تا اوتوکورولیشن سیگنال را بدست آوریم. سپس با تبدیل فوریه گرفتن از آن چگالی طیف توان را بدست می آوریم.

```
N = 2*length(NewEEGSignal)-1; % length of autocorr  
ar = conv(NewEEGSignal, flipud(conj(NewEEGSignal))); % autocorr  
S = fftshift(fft(ar));
```

حال چگالی طیف توان را رسم می کنیم.



حال از دو تابع گفته شده استفاده می کنیم و در حوزه فرکانس رسم می کنیم.



می توان گفت که پریودوگرام و چگالی طیف بدست آمده شبیه ترند که البته به دلیل کانولوشن، تعداد نقاط بدست آمده طیف توان دو برابر است. تابع pwelch متفاوت است زیرا که تابع را به پنجره های کوچک تقسیم میکند و روی هر پنجره periodogram را پیاده می کند و سپس میانگین می گیرد. پریودوگرام اما با روش مستقیم از زمان به فرکانس می برد. به همین دلیل pwelch می تواند با حذف نویز در چگالی طیف توان قابل اطمینان تر باشد. خروجی تابع پریودوگرام می تواند واریانس دامنه زیاد داشته باشد که این اتفاق به دلیل نوع کارکرد پنجره ای و میانگین گیری در pwelch اتفاق نمی افتد.