

بسم تعالی



پردازش سیگنال های الکتروانسفالوگرام

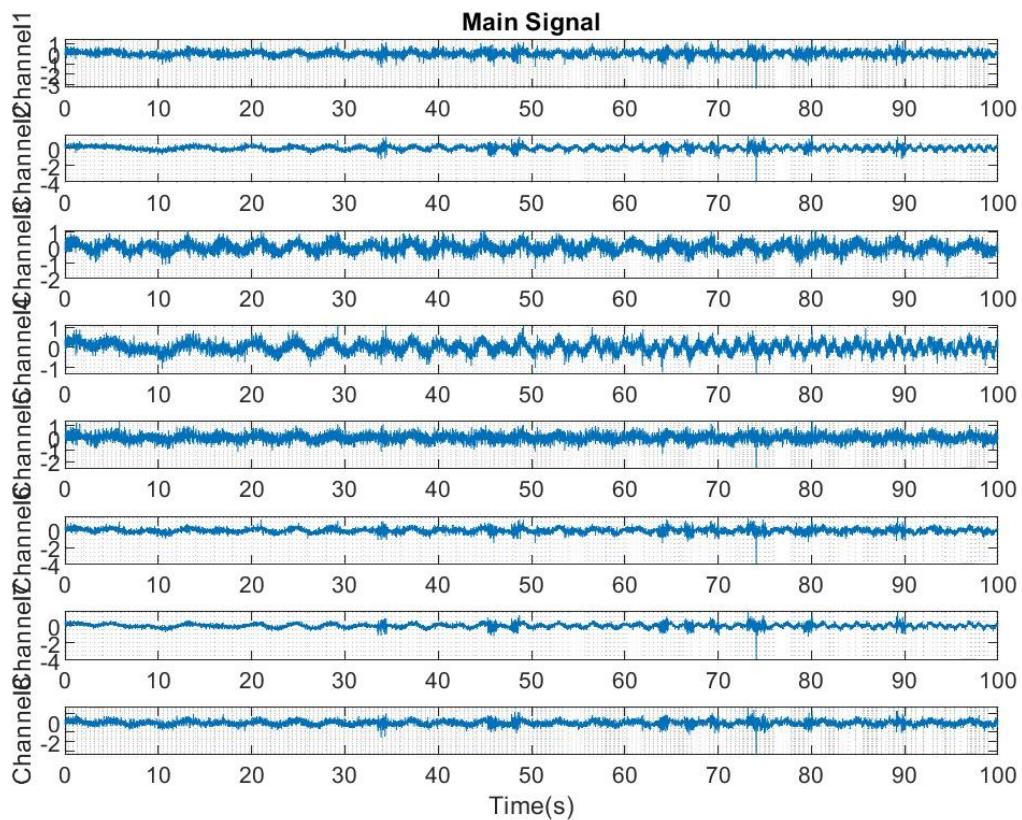
تمرين کامپیوتري ۳

امیرحسین زاهدی ۹۹۱۰۱۷۰۵

پاییز ۱۴۰۲

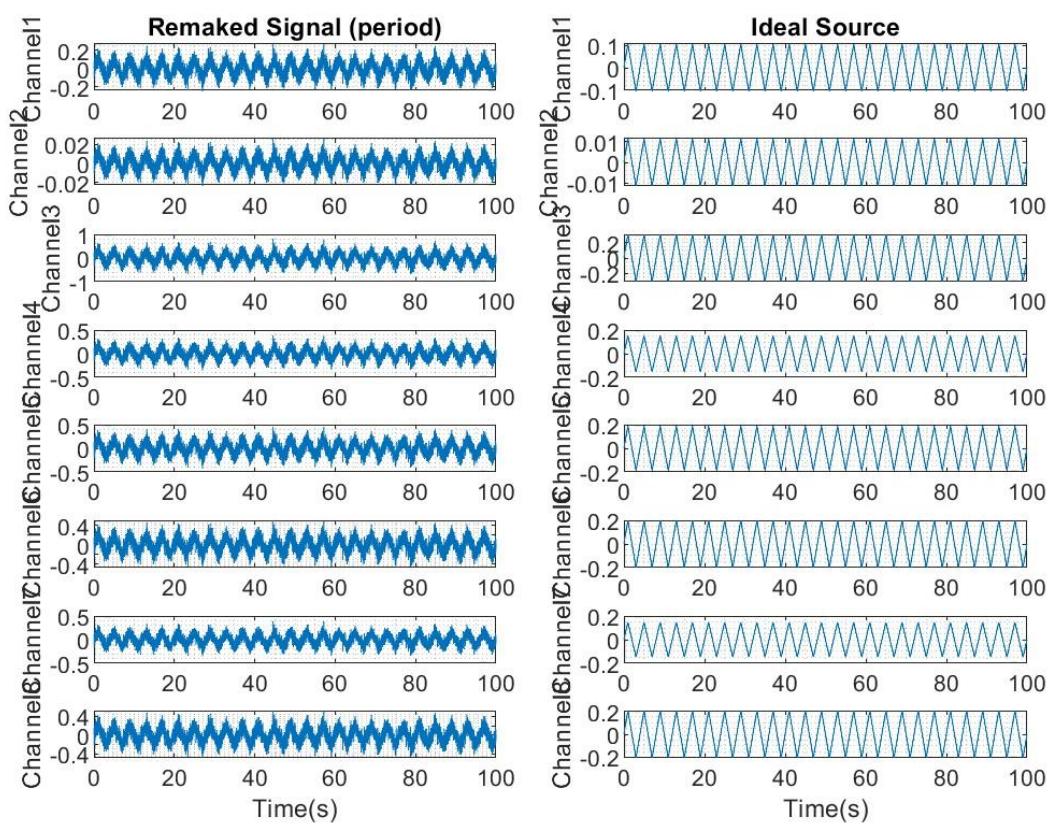
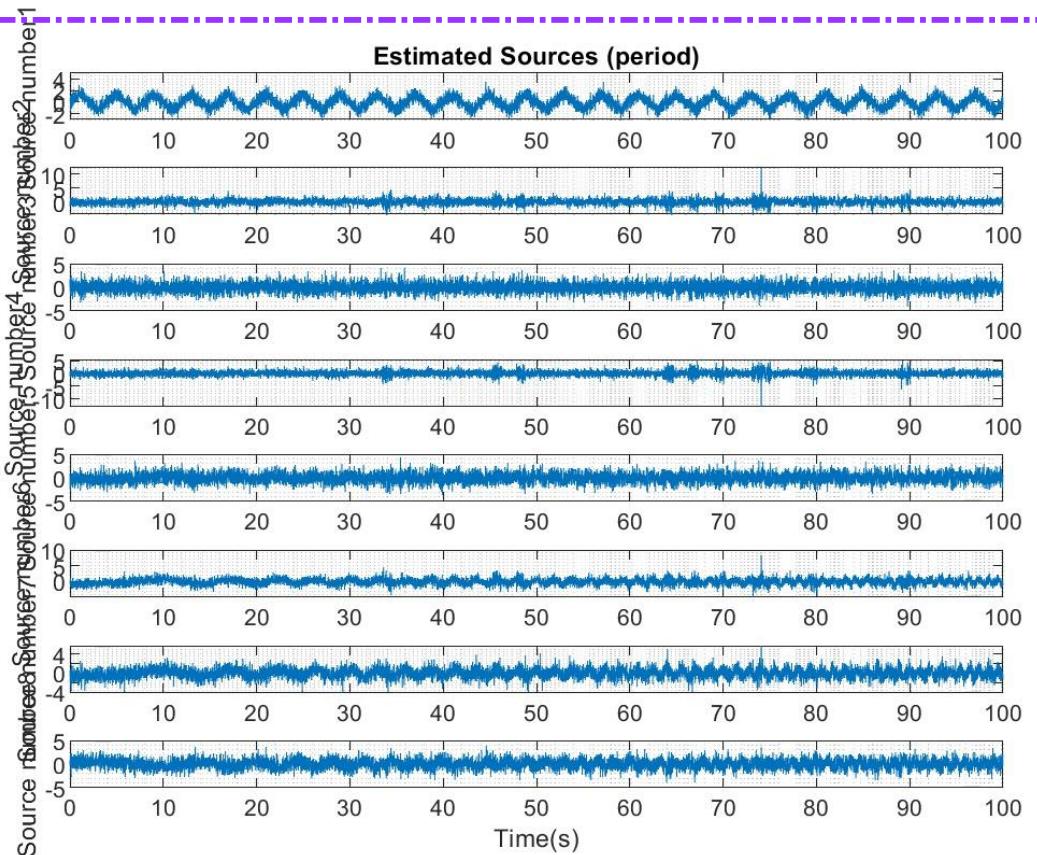
سوال ۱:

ابتدا خود سیگنال مشاهدات را در ۸ کanal رسم می کنیم.



الف GEVD) دوره تناوب موج مثلثی ۴ ثانیه است. برای بدست آوردن نسبت رایلی و ماکسیمم کردن آن لازم است تا کوواریانس خود سیگنال و کوواریانس سیگنال دیگری را بگیریم تا با استفاده از GEVD بردارهای ترکیب W را بدست آوریم. سیگنال مطرح شده سیگنالی حاوی اطلاعات داده شده درباره تناوب ۴۰۰ نمونه ای است به صورتی که میتوان کوواریانس متقابل خود سیگنال و شیفت یافته دایره ای ۴۰۰ نقطه ای همان سیگنال را حساب کرد. با استفاده از این بردارها می توان سورس ها را تخمین زد که سورس مثلثی متناوب به دلیل تاثیر بیشتر در ماکسیمم کردن رایلی، به عنوان سورس اول بدست می آید. سپس می توانیم با استفاده از سورس بدست آمده سیگنال مشاهدات را بازسازی کنیم تا تاثیر آن سورس در کanal ها را ببینیم. بعد از بدست آوردن مشاهدات جدید، آن را با تاثیر ایده آل سورس مثلثی مقایسه می کنیم و با استفاده از RRMSE میزان خطأ را بدست می آوریم.

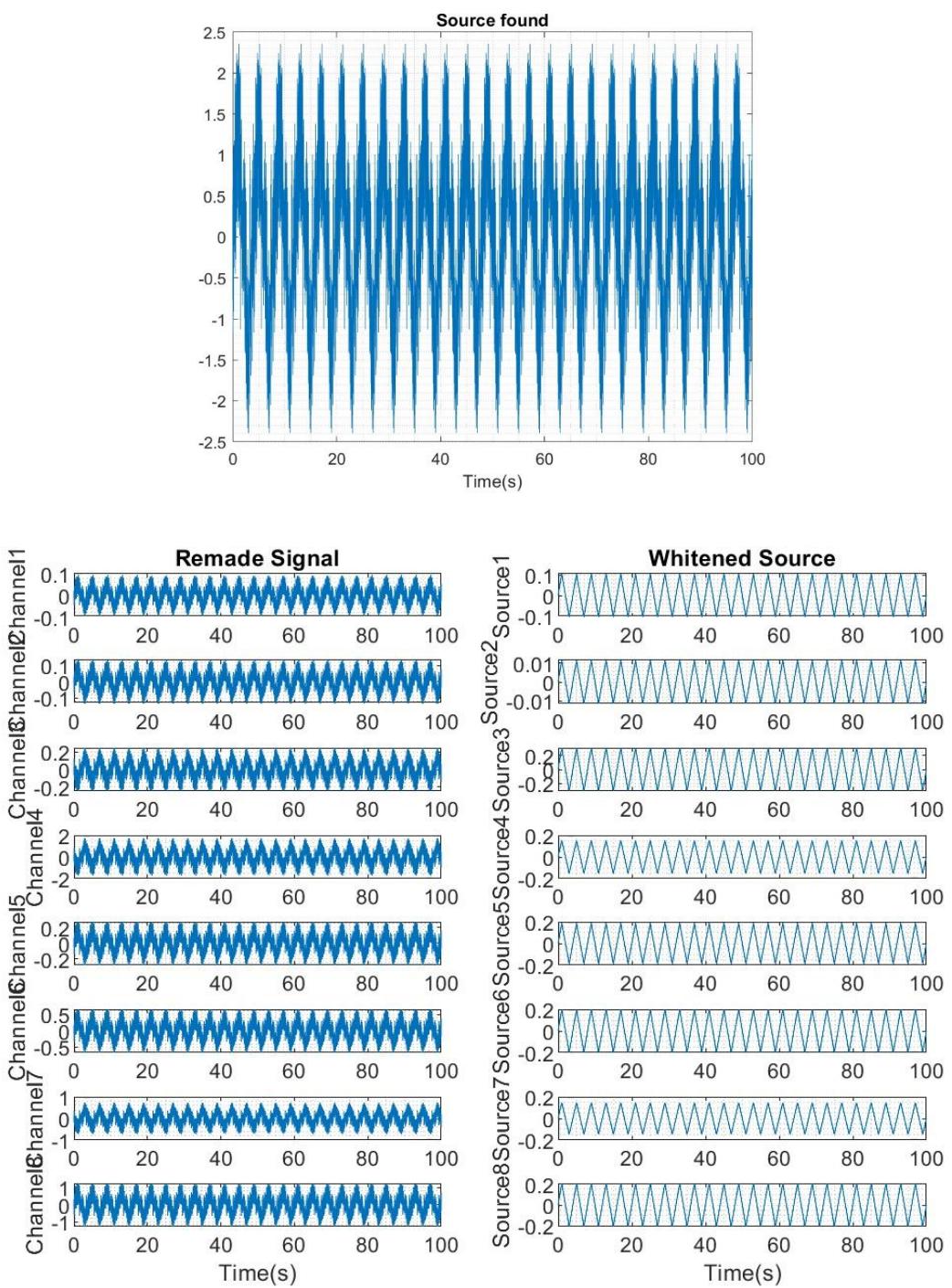
در ابتدا سیگنال تخمین سورس ها را مشاهده می کنیم و سپس مشاهدات باز سازی شده را در کنار تاثیر ایده آل سورس مشاهده می کنیم.



"RRMSE of new Signal is : 0.79192"

مشاهده می کنیم که منبع اول سورس مثلثی است و سیگنال باز سازی شده نزدیکی زیادی به تاثیر ایده آل سورس مثلثی دارد. همچنین خطای کم و خوبی است.

الف DSS همه سورس ها را بدست نمی آوریم و با استفاده از روش تکرار و همگرایی، سورس ها را تک به تک به دست نمی آوریم. ابتدا با استفاده از PCA سیگنال مشاهدات را سفید سازی می کنیم به صورتی که ماتریس کوواریانس همانی شود. سپس یک بردار رندوم W تعیین می کنیم. با استفاده از این بردار تخمینی از سورس اول میزیم و سپس بر روی سورس تخمین زده شده شرط را اعمال می کنیم. در این بخش شرط اعمال شده آن است که تکه ای ۴۰۰ گونه ای را از سیگنال جدا کرده و تناوب می دهیم. پس از بدست آوردن سورس تغییر یافته مجدد W را آپدیت می کنیم و این سیکل را تکرار می کنیم تا زمانی که خطای RRMSE بدست آمده در هر مرحله نسبت به مرحله بعد تغییر بسیار کوچکی در حدود ۰.۰۰۱ بکند. پس سورس اول را بدست می آوریم و سیگنال مشاهدات را با استفاده از این تک سورس باز سازی می کنیم. در مرحله بعد با سیگنال ایده آل مقایسه کرده و خطای را بدست می آوریم.



"RRMSE of new Signal is : ۳.۳۵۴۴"

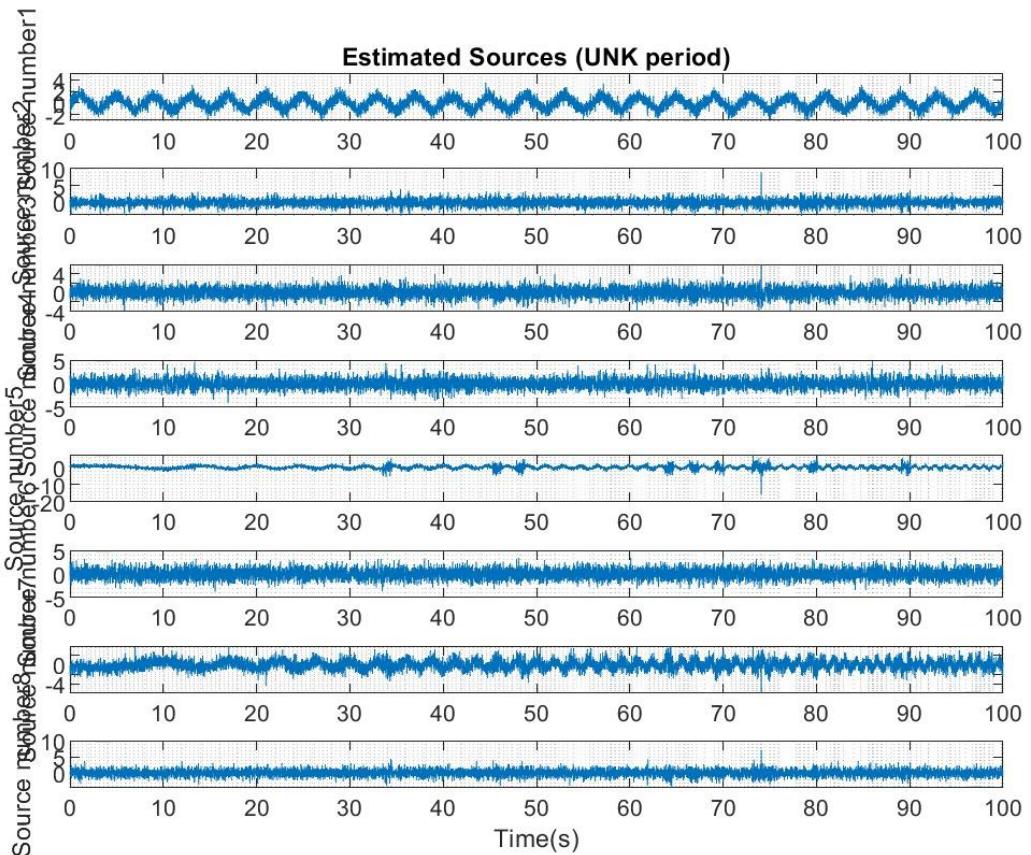
سورس بدست آمده و سیگنال باز سازی شده را مشاهده کردیم. با تقریب خوبی همان سیگنال ها ساخته شده اند. البته خطای حدود ۳.۳۵ است که نسبت به قبلی خوب نیست اما در کل بد هم نیست و تخمین خوبی است. همچنین تعداد سیکل تکرار شده برابر ۵ تکرار بوده است.

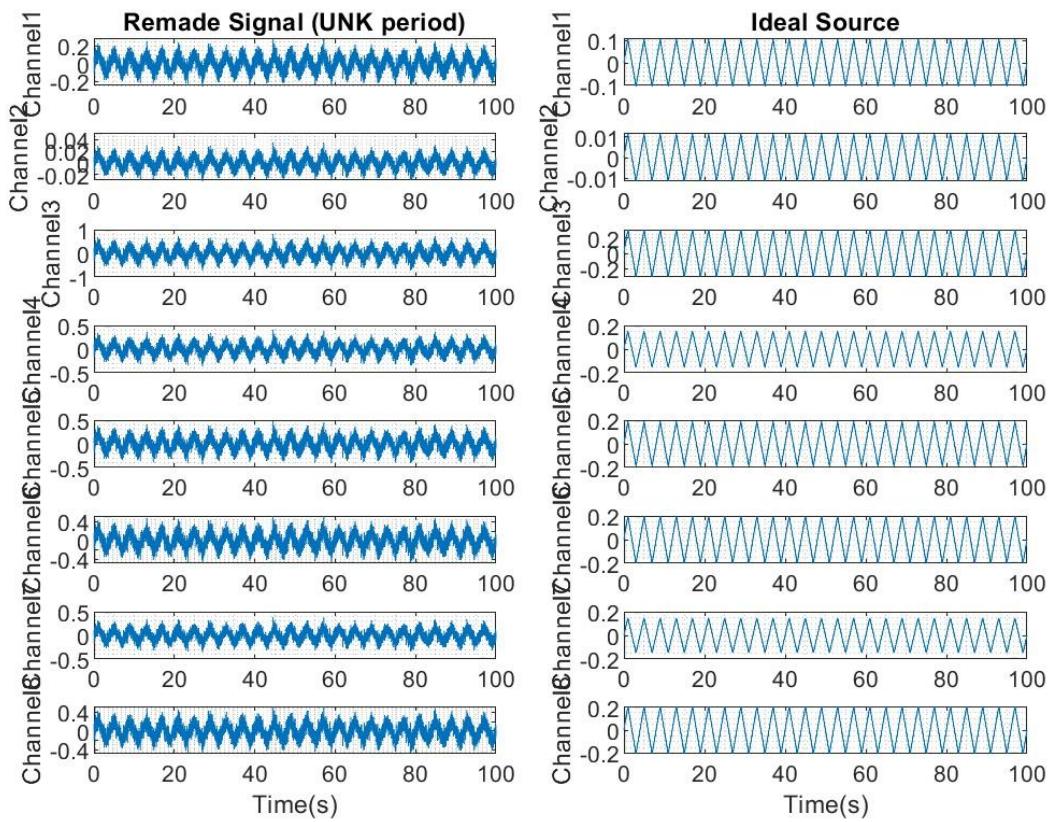
ب (GEVD) در این بخش دوره تناوب را نمیدانیم و فقط می دانیم که دوره تناوب در حدود ۳۰۰ الی ۷۰۰ است. در ابتدا سعی می کنیم که بهترین دوره تناوب را بدست آوریم و سپس همان مراحل بالا را با دوره تناوب جدید تکرار کنیم.

برای بدست آوردن بهترین دوره تناوب، دوره تناوب ها را از ۳۰۰ تا ۷۰۰ تغییر می دهیم و کوواریانس متقابل سیگنال اصلی و سیگنال شیفت یافته با دوره تناوب را بدست می آوریم. در نظر میگیریم که هر ماتریس کوواریانسی که trace بزرگتری داشته باشد، یعنی سیگنال کورولیشن بیشتری با شبکت یافته اش داشته است. اینگونه بهترین تناوب را می یابیم.

"Best thau is ۴۱۸ نمونه بدست می آید." : ۴۱۸.

حال همان مراحل قبل را طی می کنیم و سورس ها و سپس مشاهدات بازسازی شده را بدست می آوریم.

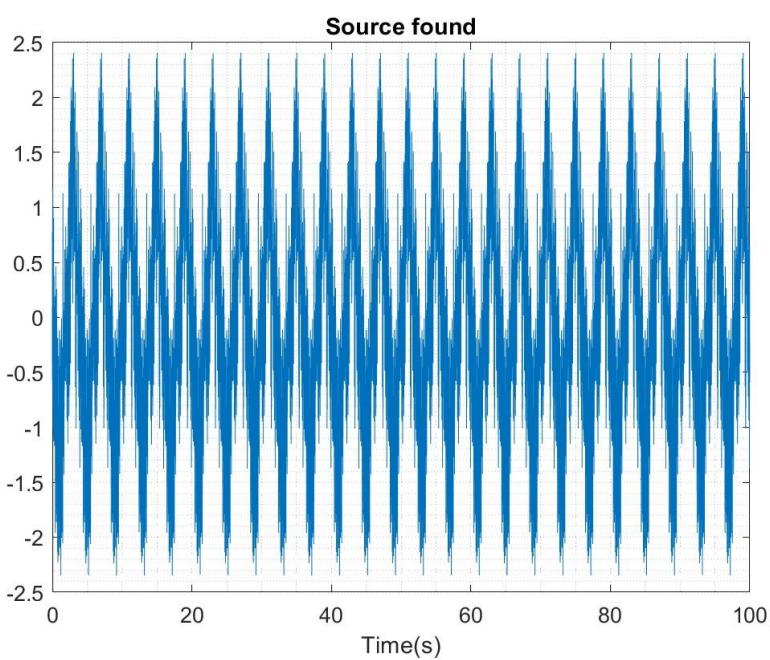




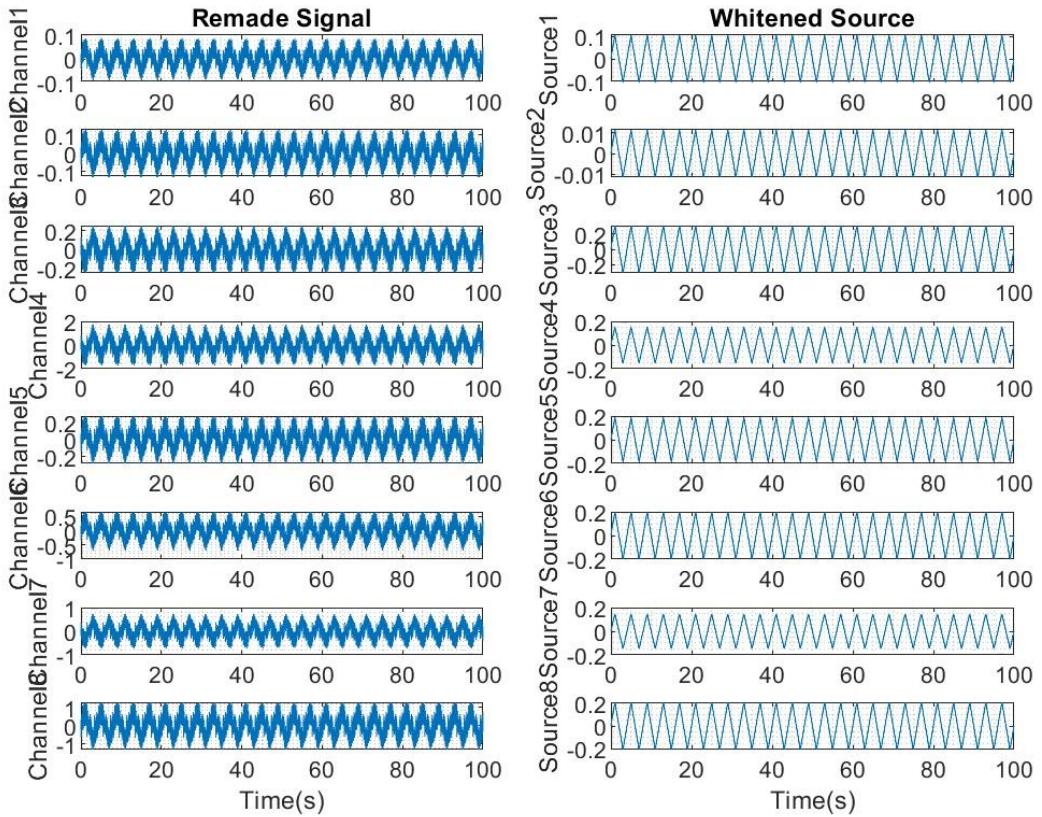
"RRMSE of new Signal is : .۰.۸۰۳۰۵"

سیگنال بازسازی شده شبیه ایده آل است و مقدار خطای 0.803 هم خطا بسیار خوبی است. تقریباً برابر همان حالت تناوب 400 است.

ب) تناوب را با همان روش قبل 418 درمی آوریم. سورس اول را محاسبه کرده و مشاهدات را بدست می آوریم.



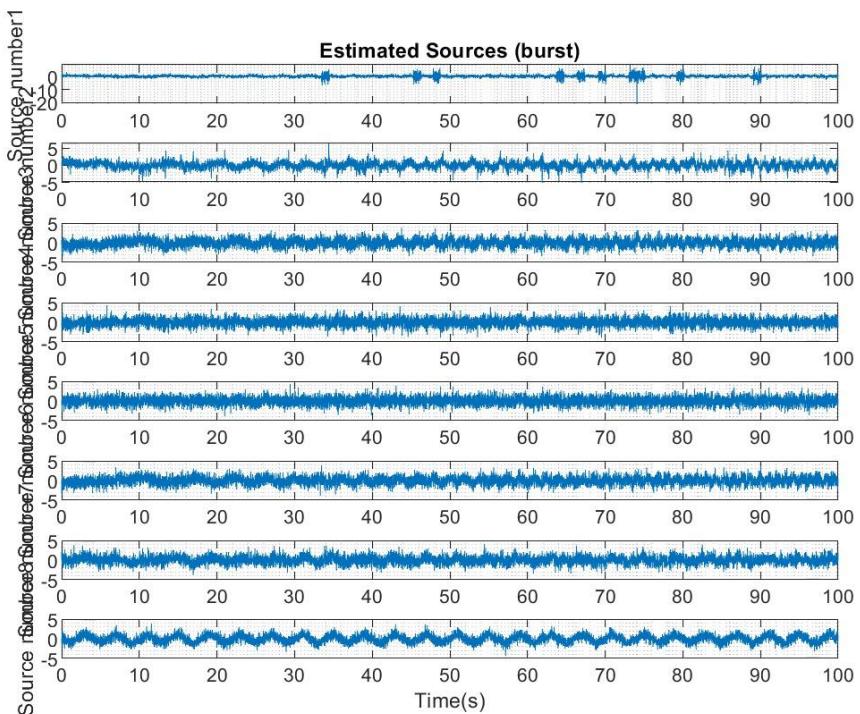
"number of steps is : ۳"

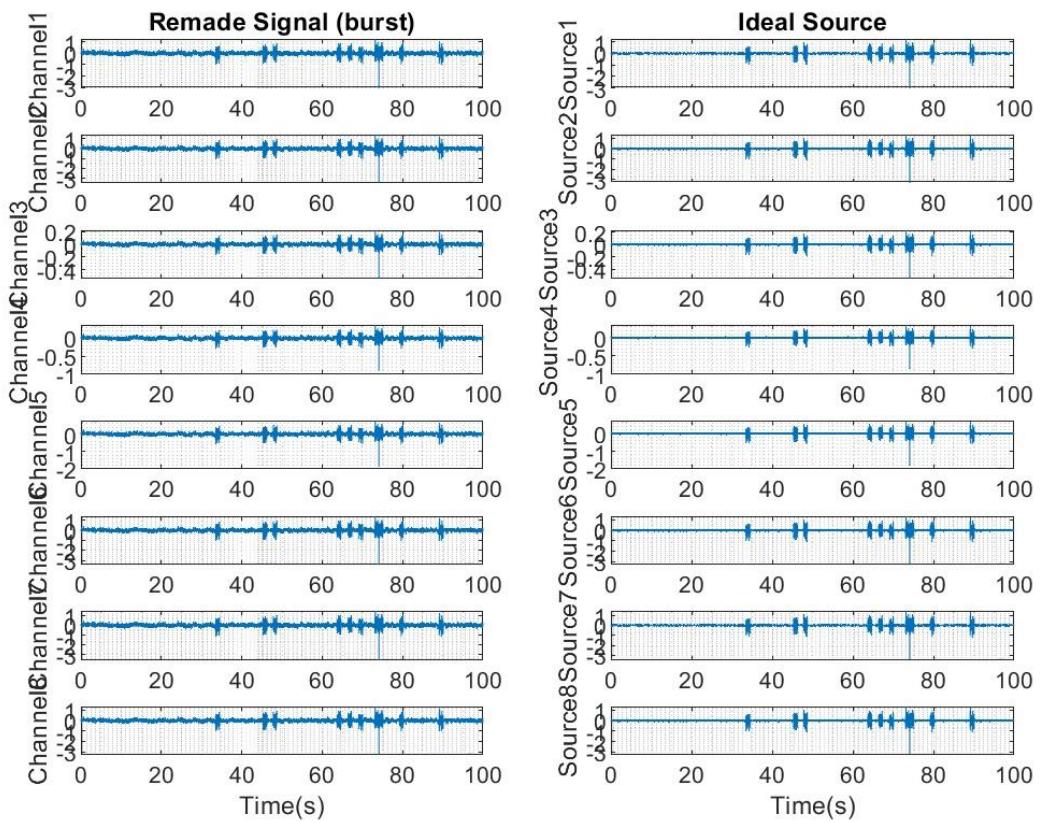


"RRMSE of new Signal is : ۳.۳۵۵۹"

خطا همانند بخش الف در حدود ۳.۳ است و تعداد سیکل نیز ۳ است. البته تخمین سورس و مشاهدات خوب هستند.

ج (GEVD) به صورت کلی روش استفاده شده همان قبلی است و تنها فرق آن نوع اعمال اطلاعات است. اینجا بردار on يا off بودن سورس را داریم. پس اگر صرفا در همان زمان ها سیگنال را در نظر بگیریم و کوواریانس حساب کنیم، می توانیم با GEVD سورس ها را تخمین زده و مشاهدات را بر پایه سورس دوم بسازیم.



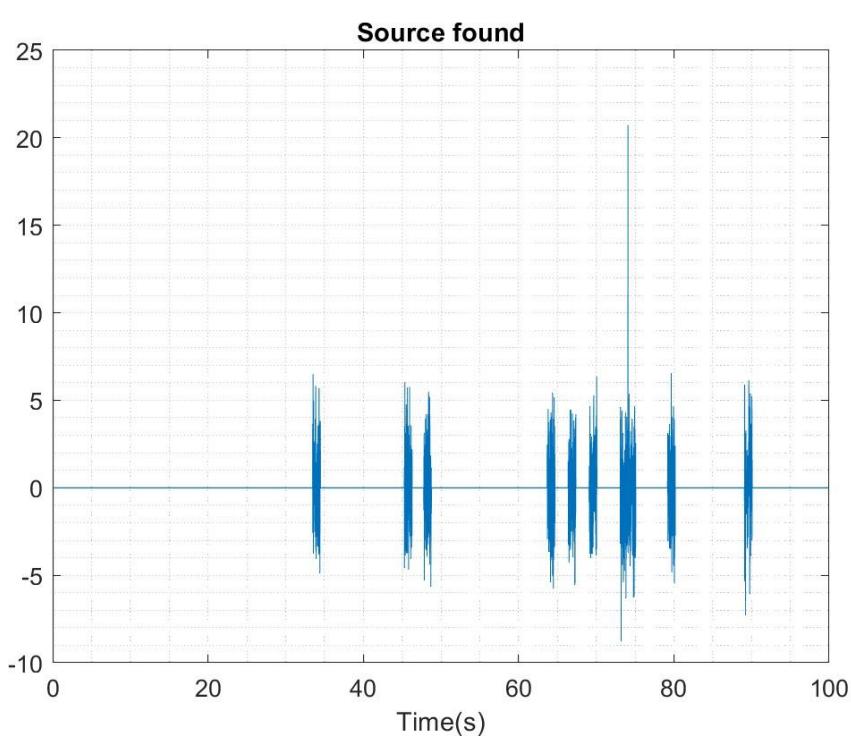


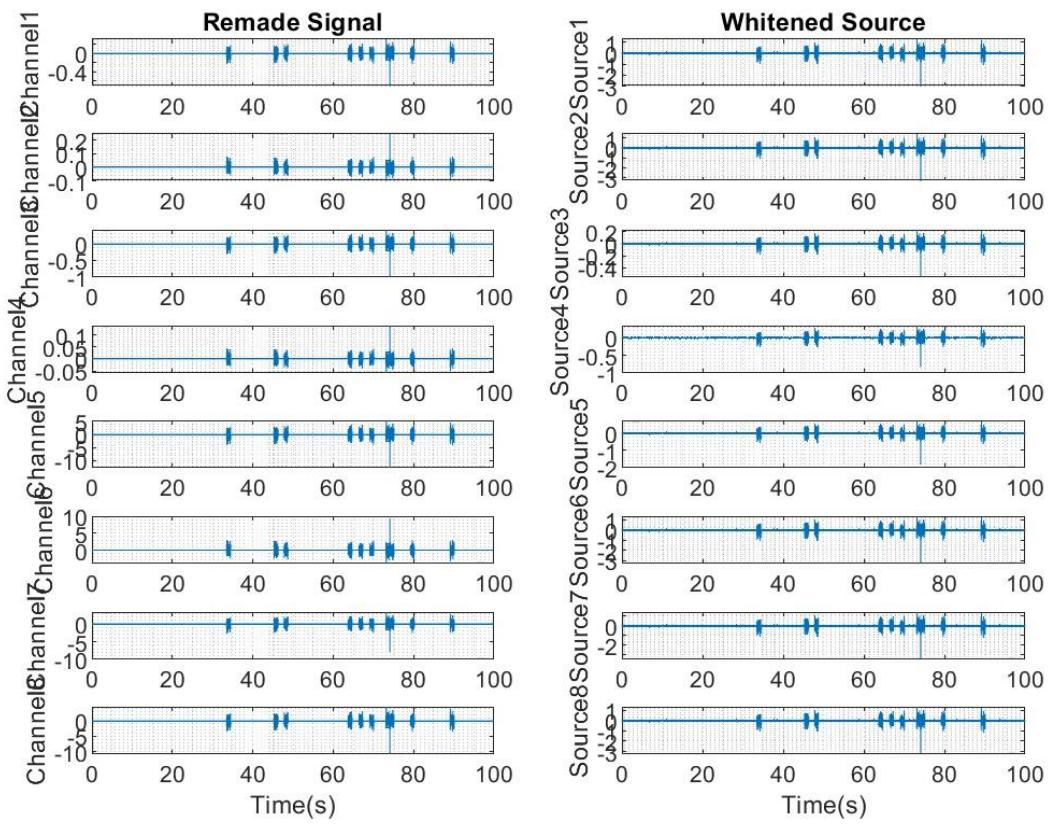
"RRMSE of new Signal is : ۰.۶۸۴۵۵"

سورس بدست آمده و مشاهدات بسیار شبیه به سورس ایده آل و مشاهدات ناشی از سورس ایده آل هستند. مقدار خطای بدست آمده نیز مهر تاییدی براین صحبت است.

ج) روش همانند بخش قبل است اما شرطی که بر روی اصلاح سورس صورت می‌گیرد آن است که سورس تخمین زده شده در بردار روشن یا خاموش بودن ضرب می‌شود تا تخمین بهتری از سورس شماره ۲ داشته باشیم.

سورس اول یا همان مهم ترین سورس را بدست می‌آوریم و سپس مشاهدات را با آن تولید می‌کیم.

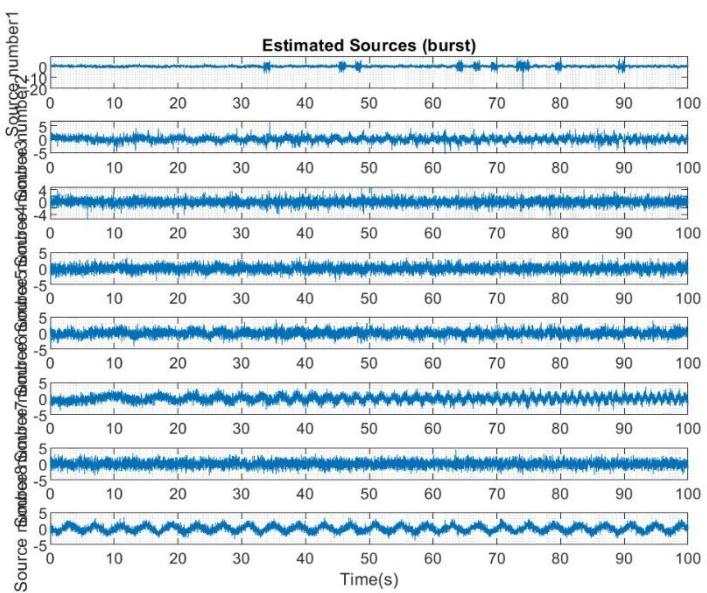




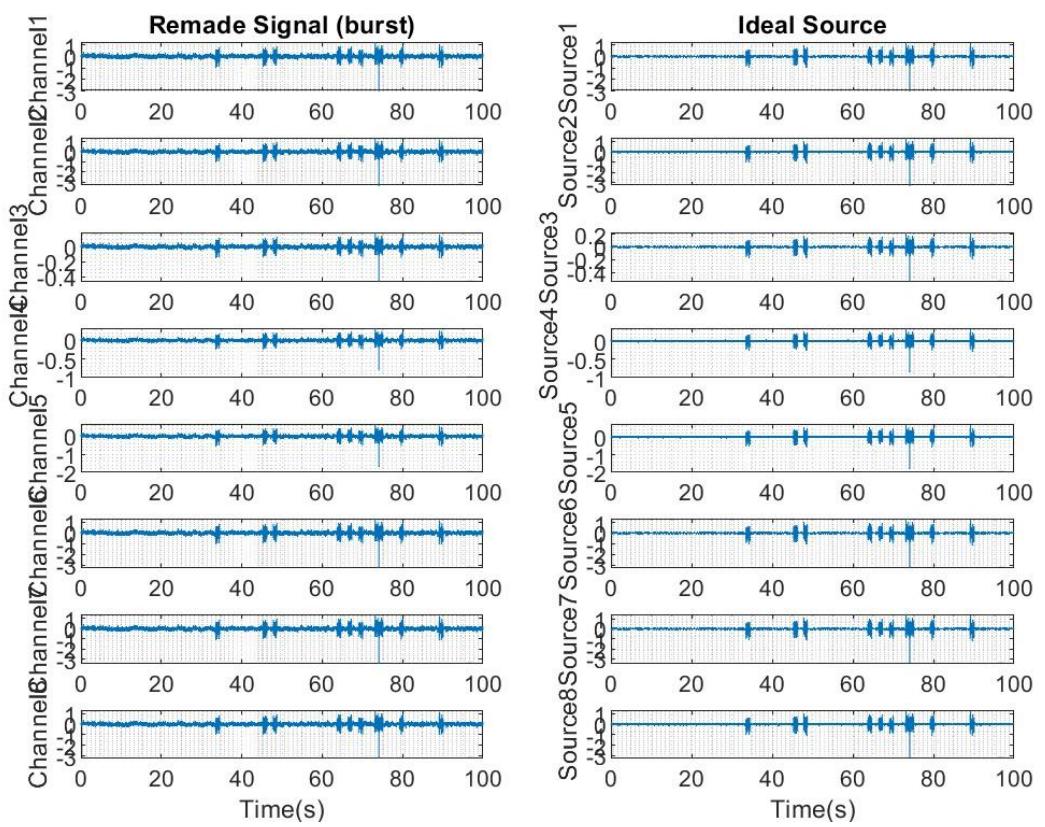
"RRMSE of new Signal is : ۲.۴۵۶۶"

تعداد تکرار محاسبه شده ۲ است. مشاهده می کنیم که سورس بدست آمده و سیگنال باز سازی شده با استفاده از آن شبیه به خود سورس و تاثیر ایده آل آن بر روی کanal ها هستند. خطای نیز که در حدود ۲.۴۵ است تا حد خوبی مناسب است.

د GEVD) در این بخش صرفا قسمتی از on ها داریم. کاری که بنده انجام دادم این بود که زمان های داده شده در T₂ را ۱ در نظر گرفتم و بقیه مقادیر را i/i گذاشتم که از ۱ تا ۱۰۰۰ تغییر می کرد. با بردار بدست امده جدید که باشد، بردار را در سیگنال همانند بخش قبل ضرب کردم. خط را برای هر کدام سنجیدم و سپس بهترین را در نظر گرفتم که بهترین همان $i=1000$ بود. اینگونه سورس ها را بدست آورده و مشاهدات بازسازی شده را رسم کردم. البته لازم به ذکر است که اگر خود T₂ را در سیگنال ضرب کنیم از حالت های محاسبه شده بهتر است و حتی از اعمال خود بردار T₁ نیز



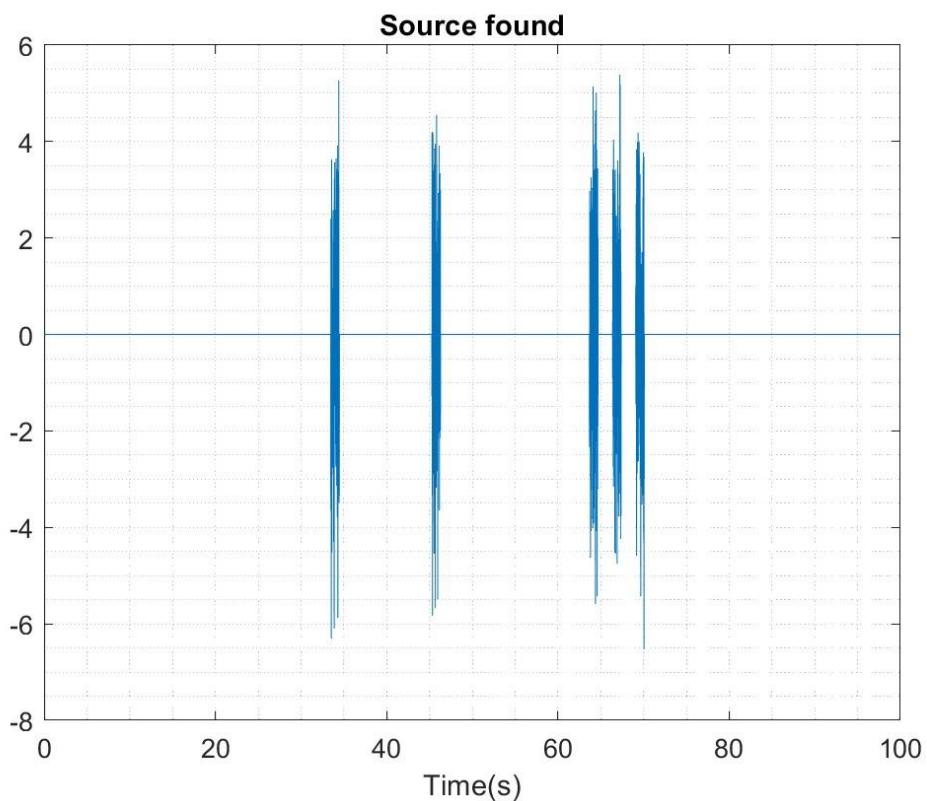
نتیجه بهتری می دهد.

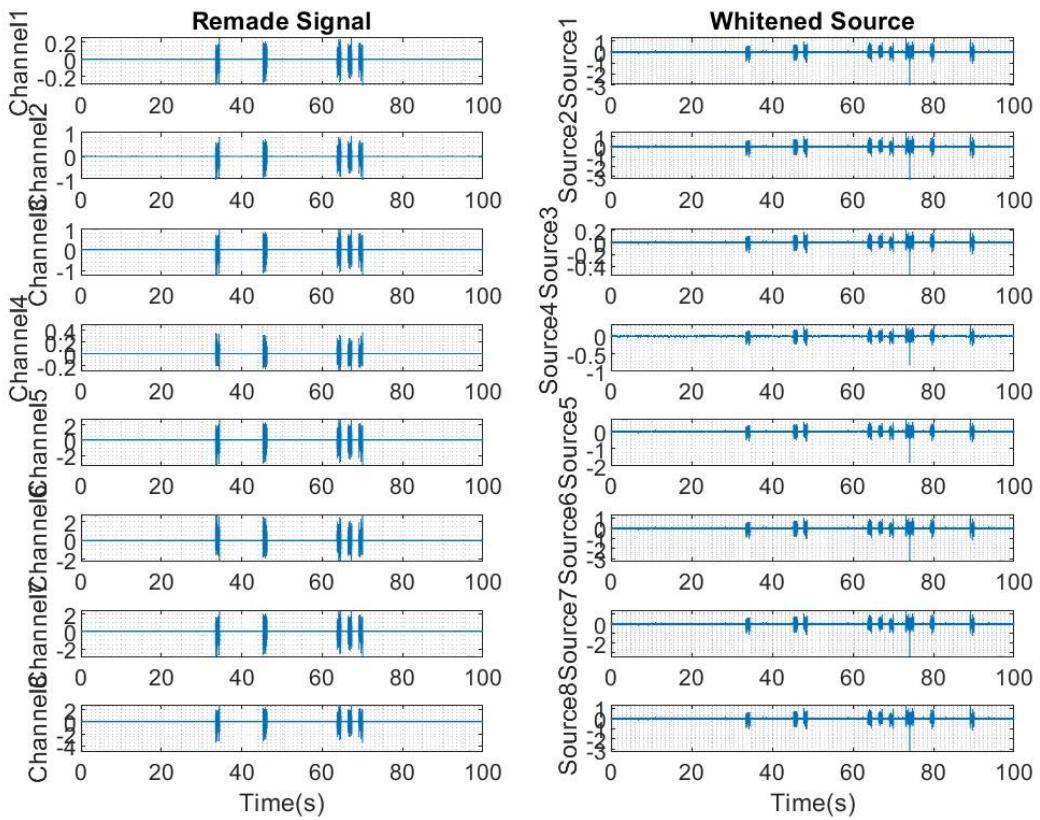


"RRMSE of new Signal is : .۰.۶۶۸۶۸"

سورس بدست آمده و مشاهدات بازسازی شده شبیه هستند و خطای بسیار خوبی را می دهند.

د) اینبار با استفاده از تجربه دفعه قبل، برای بدست آوردن سورس اصلاح شده، صرفا T2 را در آن به عنوان شرط اصلاح کننده ضرب می کنیم. سورس اول و مشاهدات بازسازی شده را بدست می آوریم.

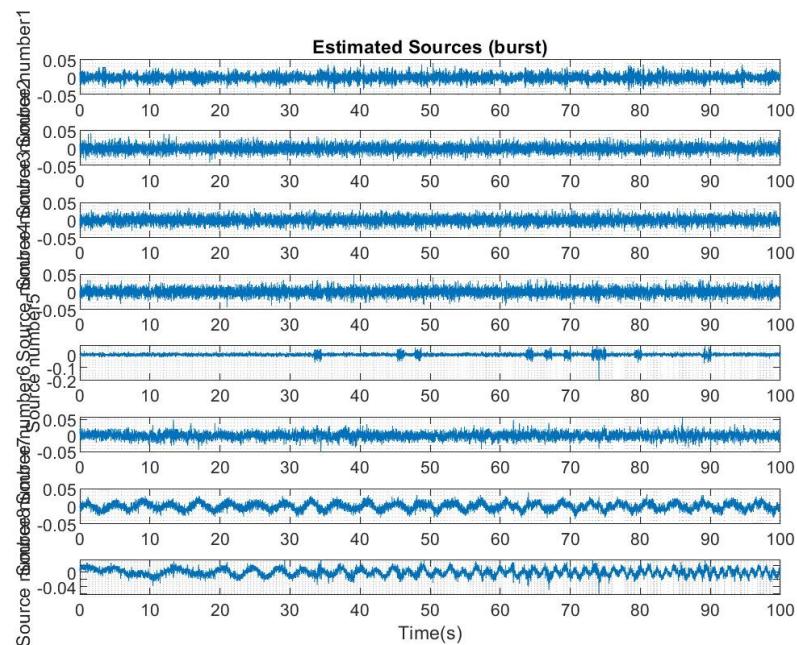




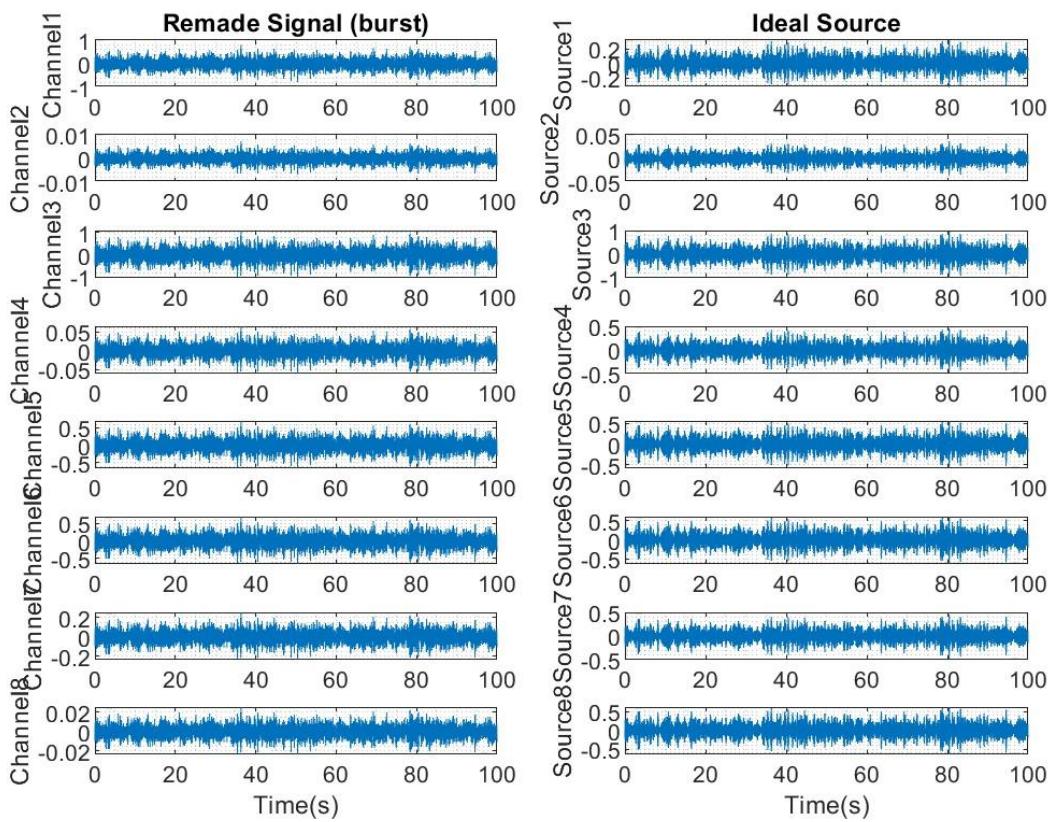
"RRMSE of new Signal is : ۱.۷۲۹"

تعداد تکرارها ۳ بوده است. خطاب مناسب است اما همانطور که مشاهده می‌کنیم، خود سورس و سیگنال‌های بازسازی شده چندان شبیه به حالت ایده‌آل نیستند و اختلاف دارند. این تفاوت احتمالاً به دلیل ضعیفیت تربودن شرط T۲ نسبت به T۱ است. البته این ضعف در GEVD اصلاً مشخص نبود و حتی بهتر هم عمل می‌کرد.

(GEVD ۵) در این بخش می‌دانیم که سورس شماره ۳ در باندهای ۱۰ تا ۱۵ هرتز فعال بوده است. پس می‌توانیم سیگنال را به حوزه فرکانس با استفاده از فوریه ببریم و صرفاً مونه‌های حاوی فرکانس‌های ۱۰ تا ۱۵ هرتز را در نظر بگیریم. سپس در همان حوزه ماتریس کوواریانس را بدست آوریم. برای حقیقی کردن این ماتریس، آن را با ترانهاده اش جمع کردیم.



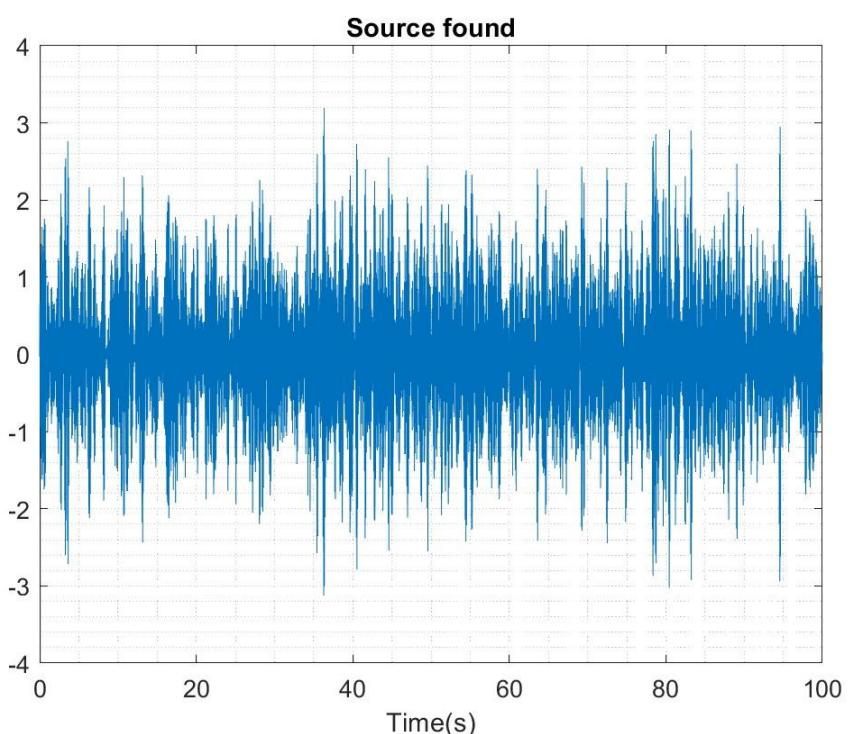
حال که کوواریانس سیگنال اصلی و سیگنال حاوی باند های ۱۰ تا ۱۵ هرتز را داریم، همان GEVD را انجام می‌دهیم، سورس‌ها را بدست آورده و مشاهدات را تولید می‌کنیم.

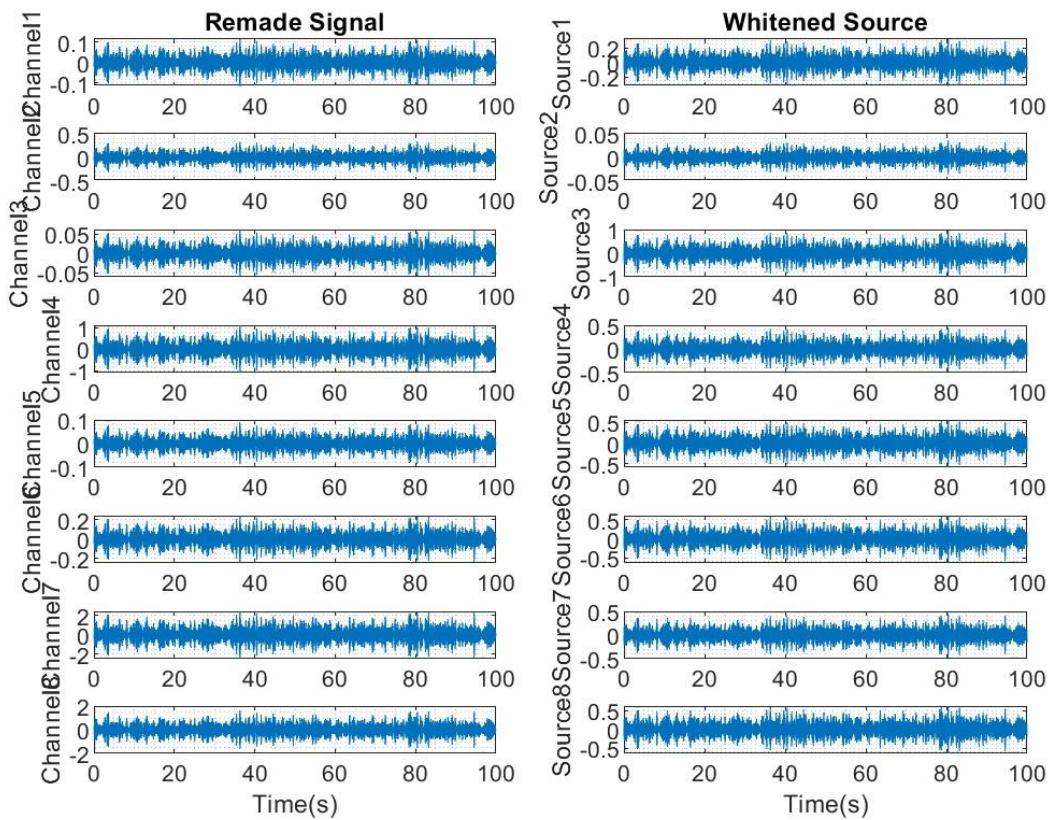


"RRMSE of new Signal is : ۱.۶۳۵۹"

مشاهده می کنیم که تا حد خوبی سورس ۱۰ تا ۱۵ هرتز و سورس اصلی و سپس مشاهدات حاصل از آن ها شبیه هستند.
میزان خطای نیز این مسئله را تایید می کند.

۵) در این بخش از روش متفاوتی برای سورس ۱۰ تا ۱۵ هرتزی استفاده می کنیم. این بار برای شرط DSS بدست آمده را از فیلتر بندپس ۱۰ تا ۱۵ هرتز از نوع با تروروثر با درجه ۶ می گذرانیم. سورس موثر و باز سازی را می یابیم.





"RRMSE of new Signal is : ۲.۹۰۱۳"

تعداد سیکل ها ۳ بود. همانطور که میبینیم سورس بدست آمده و مشاهدات بشدت شبیه به مشاهدات ایده آل حاصل از سورس ایده آل شماره ۳ هستند. به صورت چشمی نیز تفاوتی دیده نمی شود. البته خطای این را نشان نمی دهد که می تواند ناشی از تفاوت مقیاس های دامنه باشد.

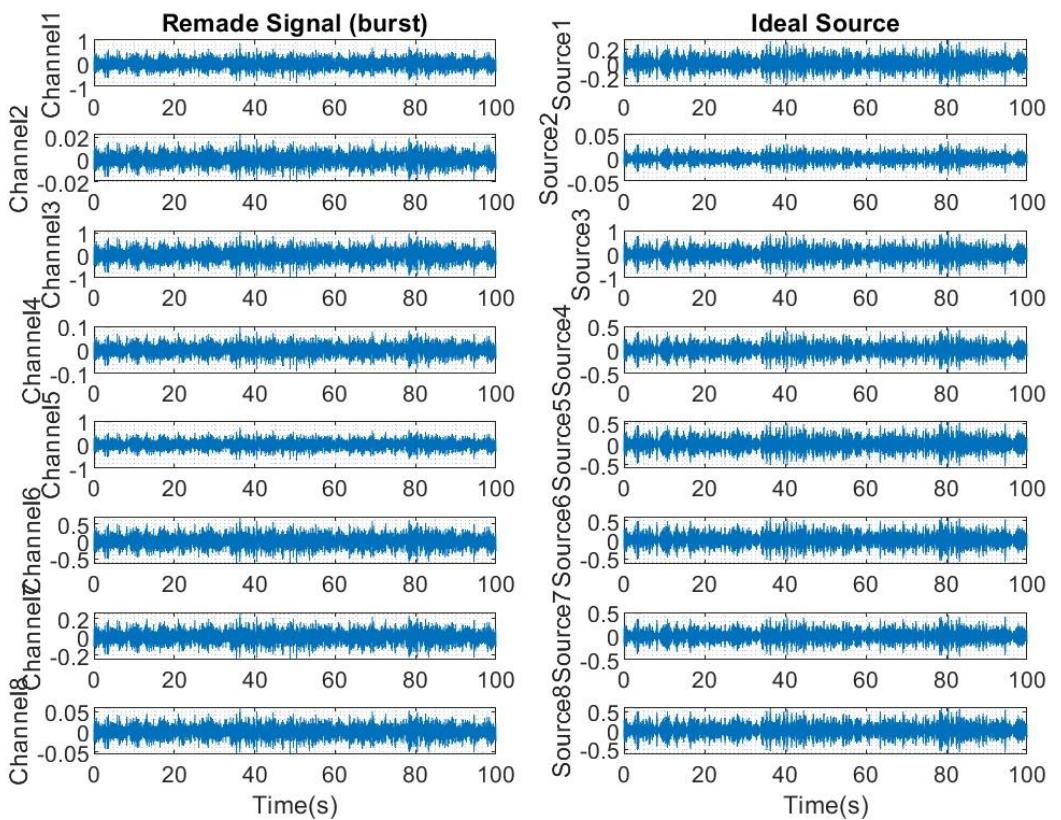
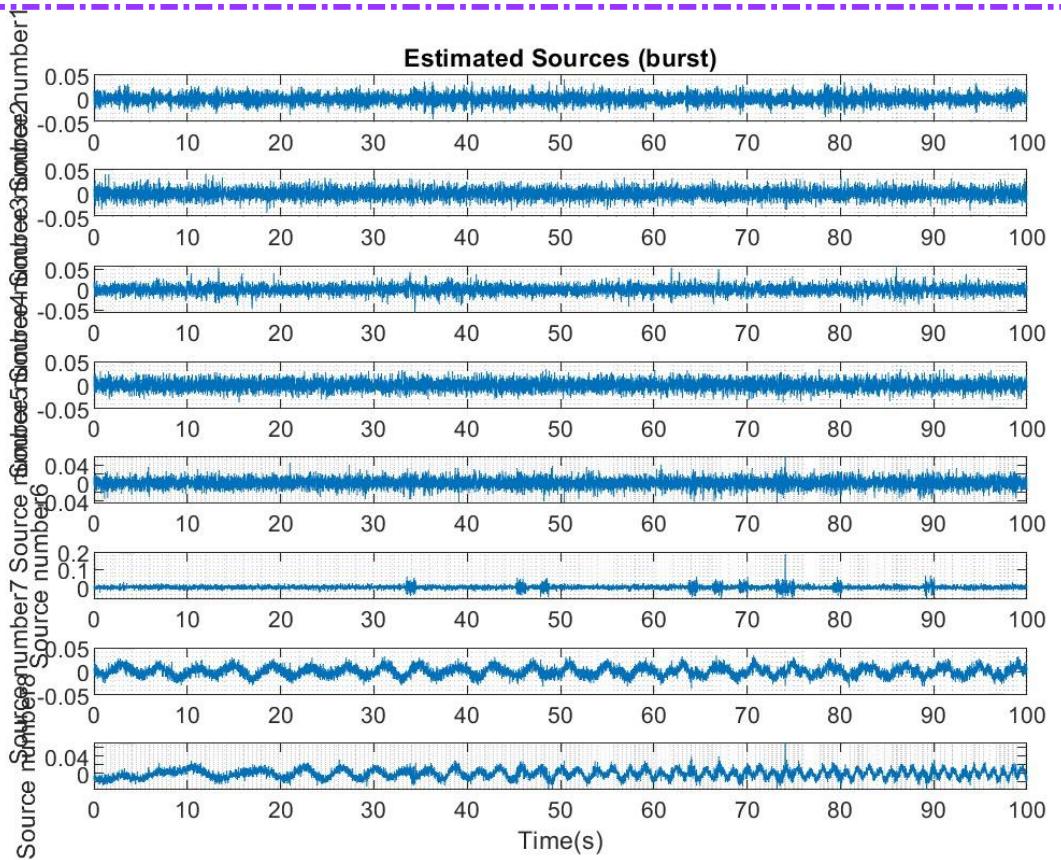
و GEVD) به صورت کلی در بخش فرکانسی، از هر دو روش تعیین نمونه های فرکانس ها و یا عبور از فیلتر بند پس استفاده کرده ایم. در GEVD از روش تعیین نقطه ای استفاده کرده ایم که نتیجه ضعیف تری نسبت به فیلتر باند میانه دارد.

در این مسئله، باند فرکانسی مشخص نیست و صرفا می دانیم که از ۵ تا ۲۵ هرتز می تواند باشد. همانند بخش های با شرط نا مشخص، اینجا نیز به دنبال بهترین باند میانی هستیم. برای اینکار پنجره های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ هرتزی تعیین می کیم و آن ها را از ۵ تا ۲۵ هرتز با دقت ۱.۰ هرتزی می لغزانیم. سپس با محاسبه کوواریانس و استفاده از GEVD و بدست آوردن مشاهدات و سپس خطای اینکار را محاسبه کرده و سورس ها را بدست می آوریم. با استفاده از اولین سورس، مشاهدات جدید را بازسازی می کیم.

بدست می آید که :

"Best band is : ۷.۴ to ۱۲.۴ Hz"

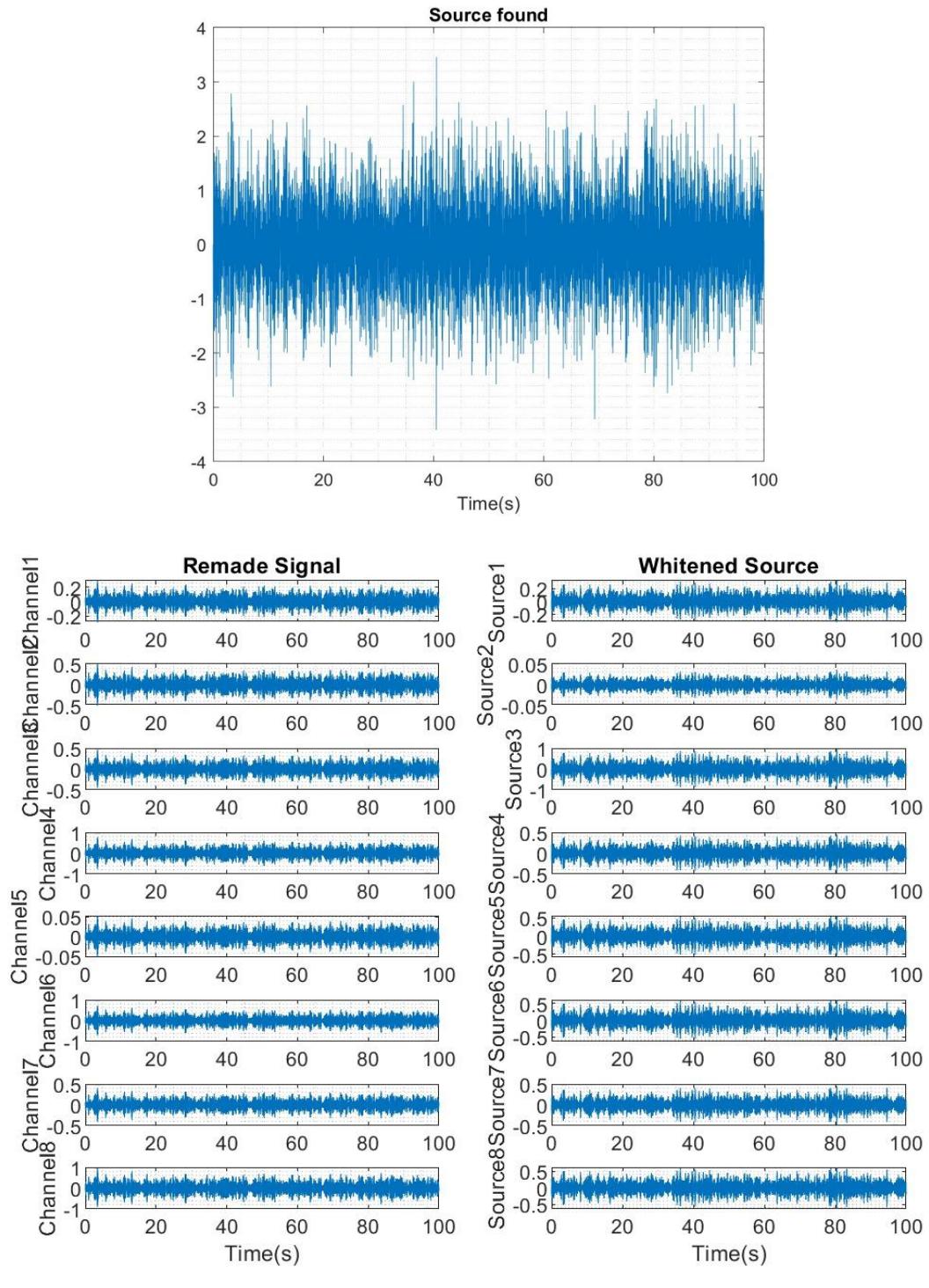
بهترین باند فرکانسی با پنجره ۵ هرتزی از ۷.۴ تا ۱۲.۴ هرتز است. البته با کوچکتر کردن پنجره یا دقت می شد که خطای این باند را کمتر کرد.



"RRMSE of new Signal is : ۰.۷۰۸۸۶"

خطا بسیار خوب است و مشاهدات نیز نزدیک هستند اما نمی توان گفت که از DSS بخش قبل بهتر هستند.

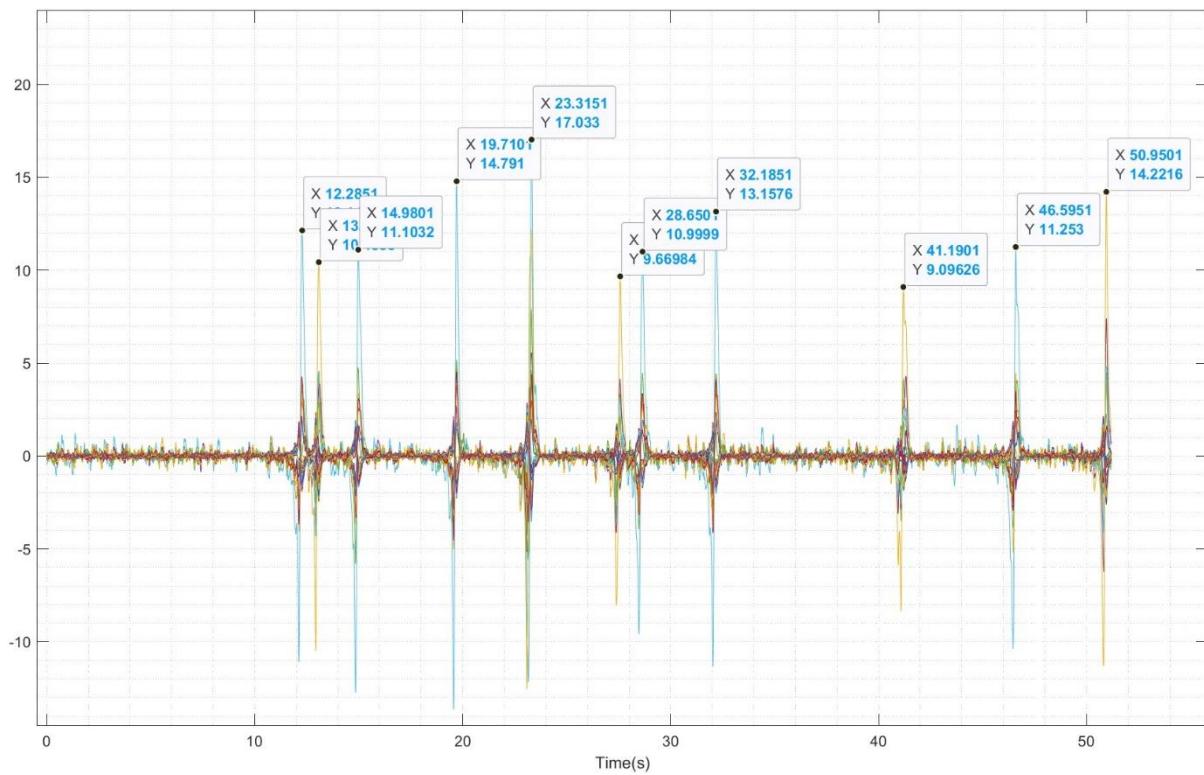
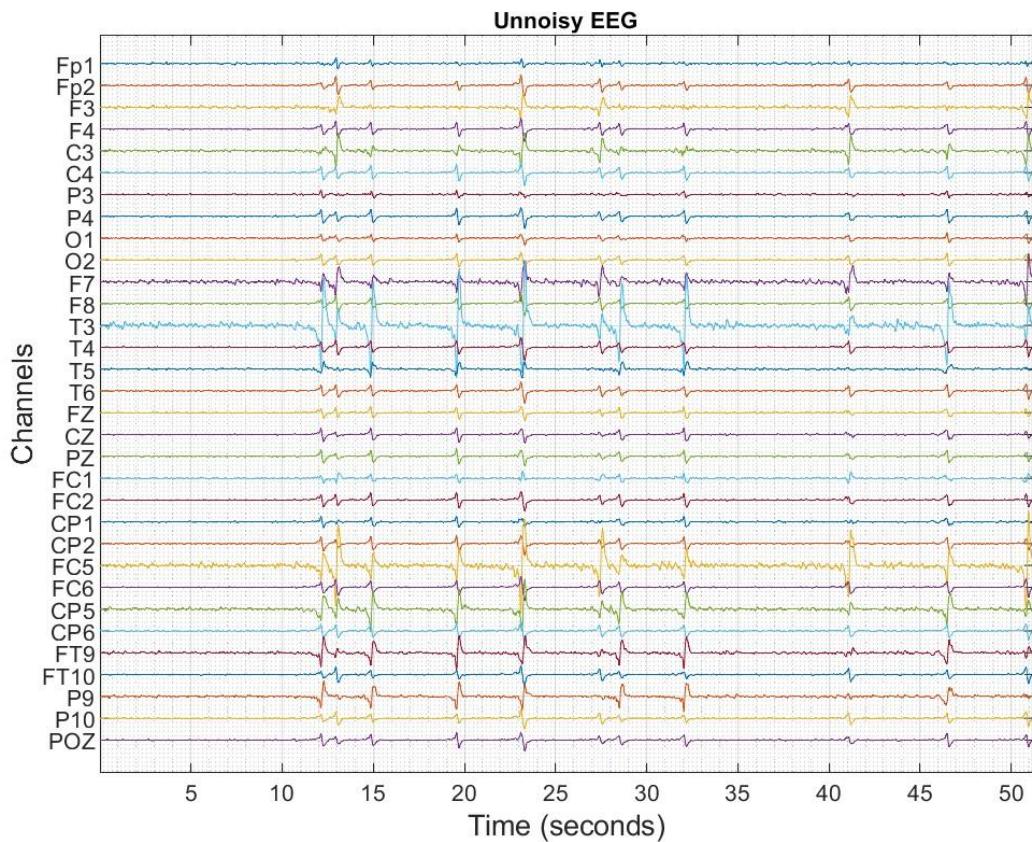
و DSS) در این بخش از فیلتر با ترکیب باند میانی درجه ۶ استفاده می‌شود. همانطور که در بخش قبلی نیز بیان شد، این بار نیز پنجره‌های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ هرتزی با دقت ۱ در نظر گرفته می‌شود. بهترین باند فیلتر را پیدا می‌کنیم. سپس به عنوان شرط اصلاح سورس، فیلتر باند میانی را در هر بار تکرار اعمال می‌کنیم.



بهترین باند ۱۳ تا ۱۸ هرتز بوده و خطای نیز کم بوده است. مشاهدات نیز به اینه آل‌ها شبیه هستند.

سوال ۲:

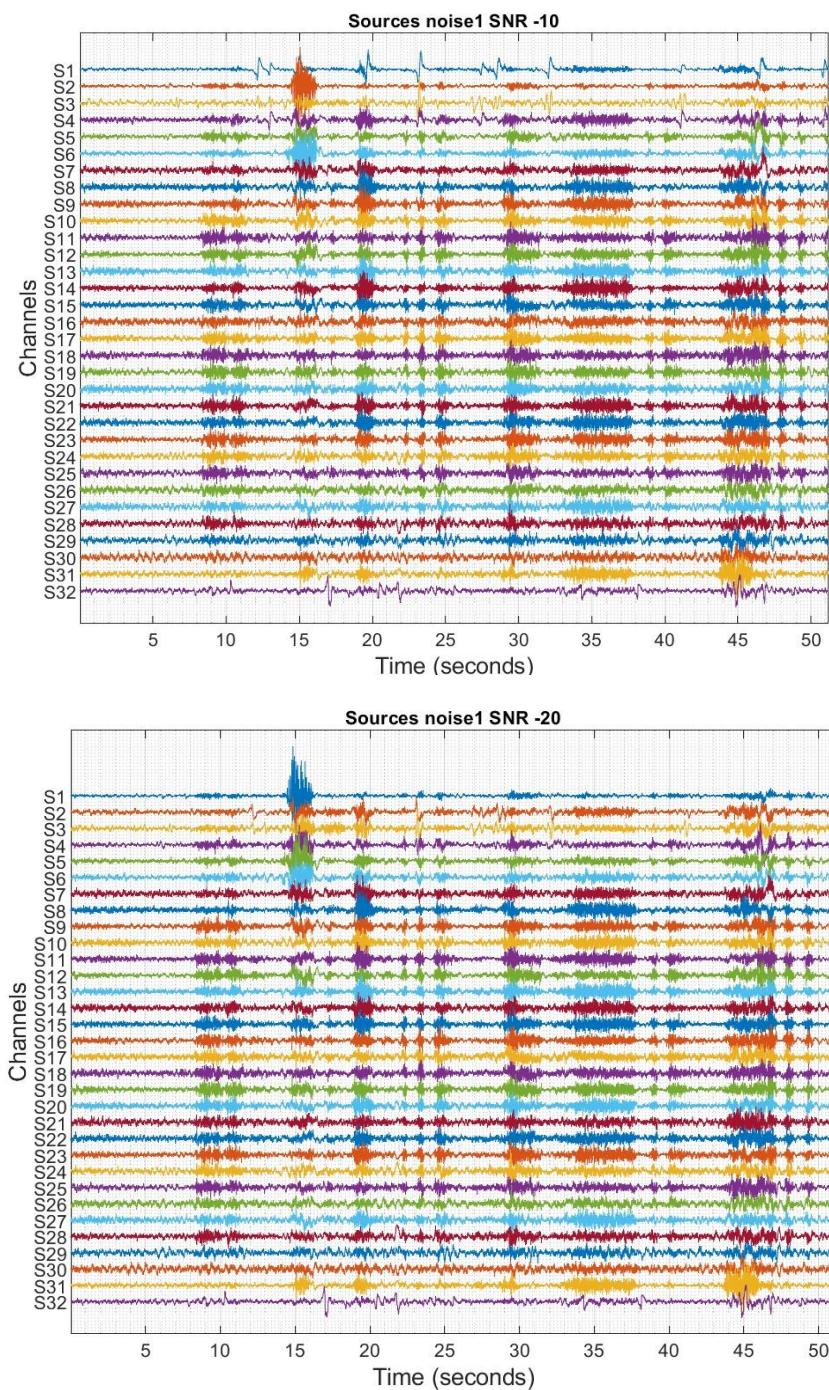
الف) ابتدا سیگنال ایده آل را رسم می کنیم و سپس زمان اسپایک ها را مشخص می کنیم.

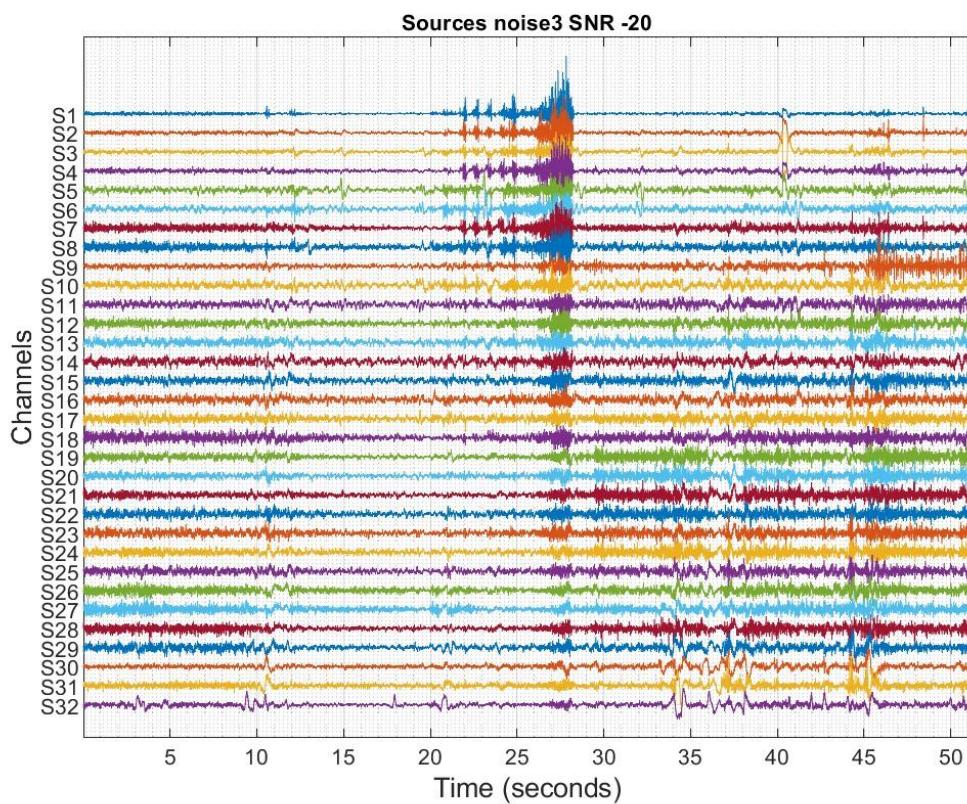
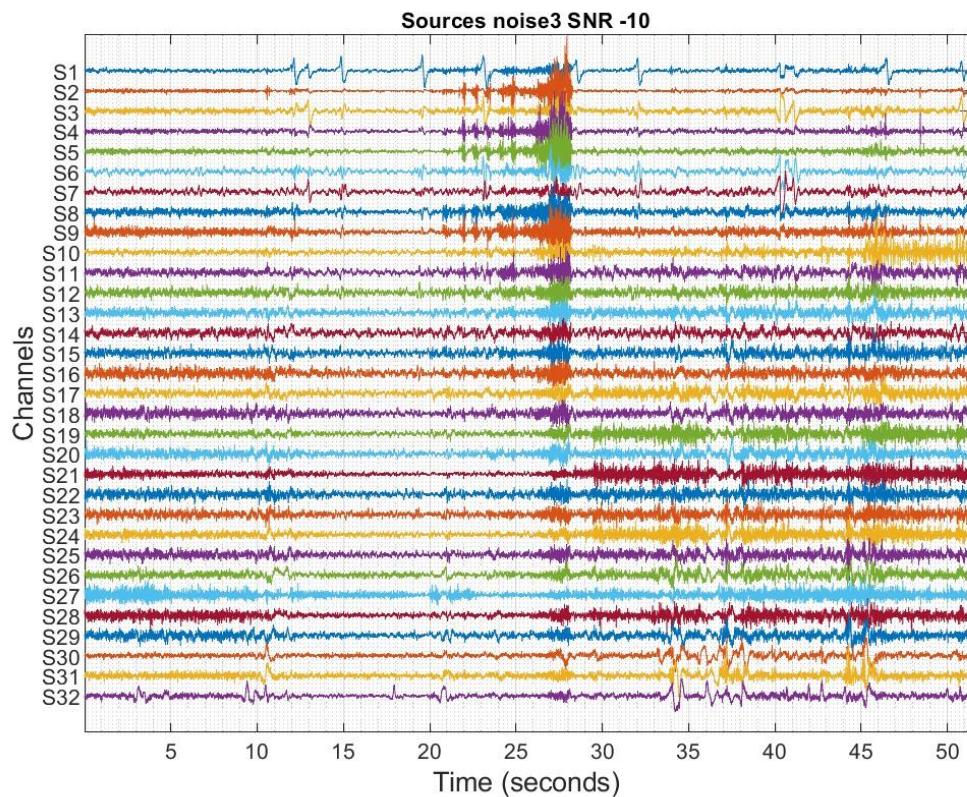


نقاط اسپایکی را بدست می آوریم که برابر است با :

`spiky_max_points = [2457 2617 2996 3942 4663 5515 5730 6437 8238 9319 10190];`
حد بالای ۱۲۰ و حد پایین ۱۸۰ را در نظر می گیریم. بردار T_1 را می سازیم به صورت که در نقاط اسپایکی و ۱۸۰ نمونه
قبل و ۱۲۰ نمونه بعد از آن نقاط را ۱ در نظر می گیریم. بقیه ۰. اینگونه T_1 را ساخته ایم.

ب) ابتدا سیگنال های با نویز ۱ و نویز ۳ را با SNR های ۱۰- و ۲۰- تولید می کنیم. در این بخش GEVD را مانند بخش burst-like اجرا می کنیم به صورتی که سیگنال شرطی حاصل ضرب بردار T_1 در سیگنال مشاهدات است. سورس ها را بدست می آوریم و سورس های اسپایکی را نگه می داریم. با استفاده از سورس های نگه داشته شده، سیگنال های مشاهدات بازسازی شده را مشاهده می کنیم.

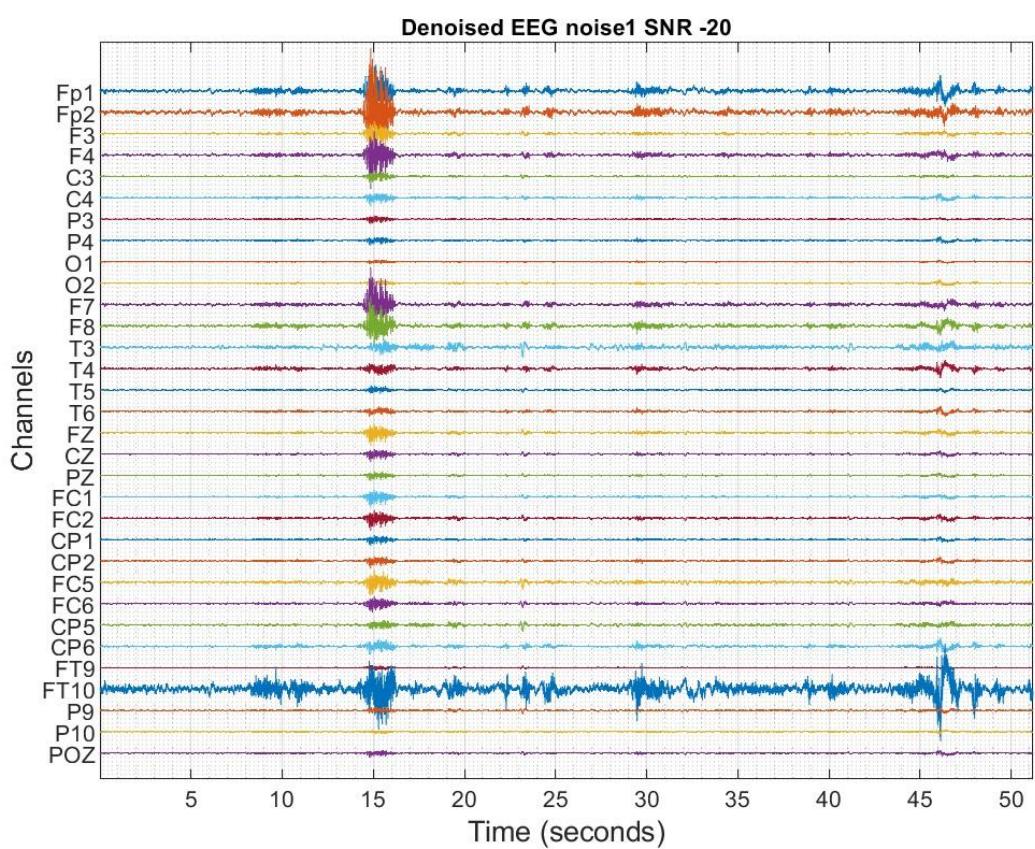
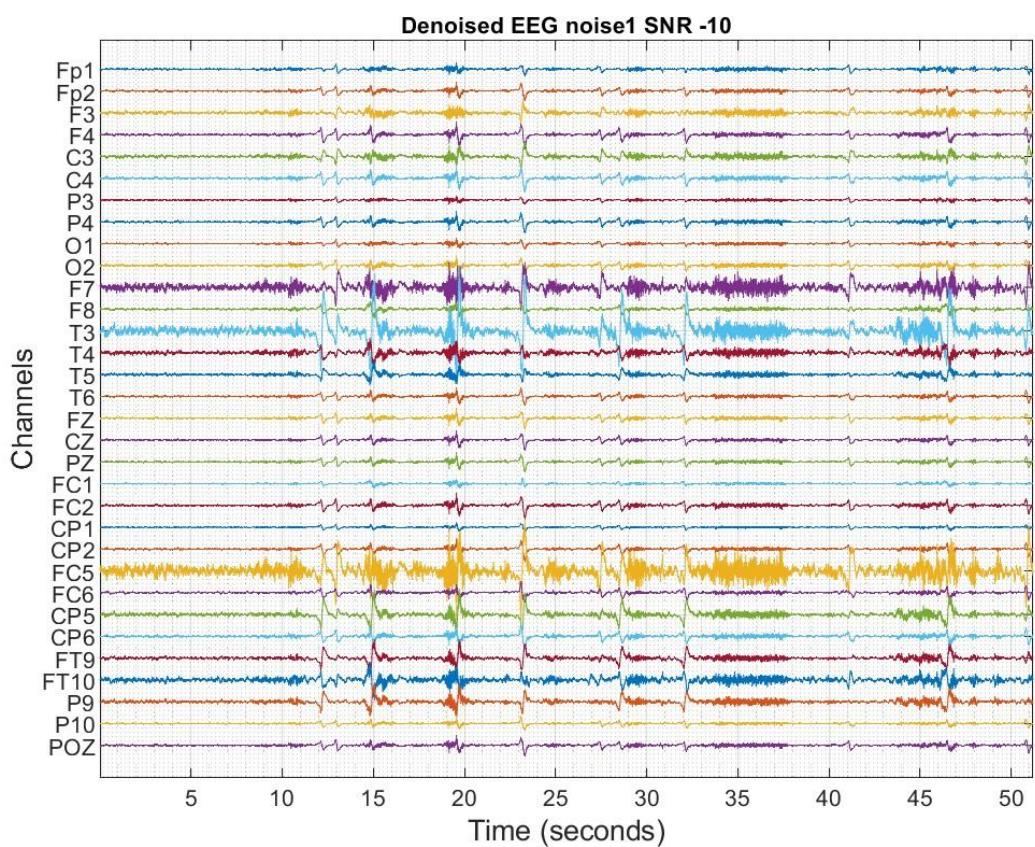


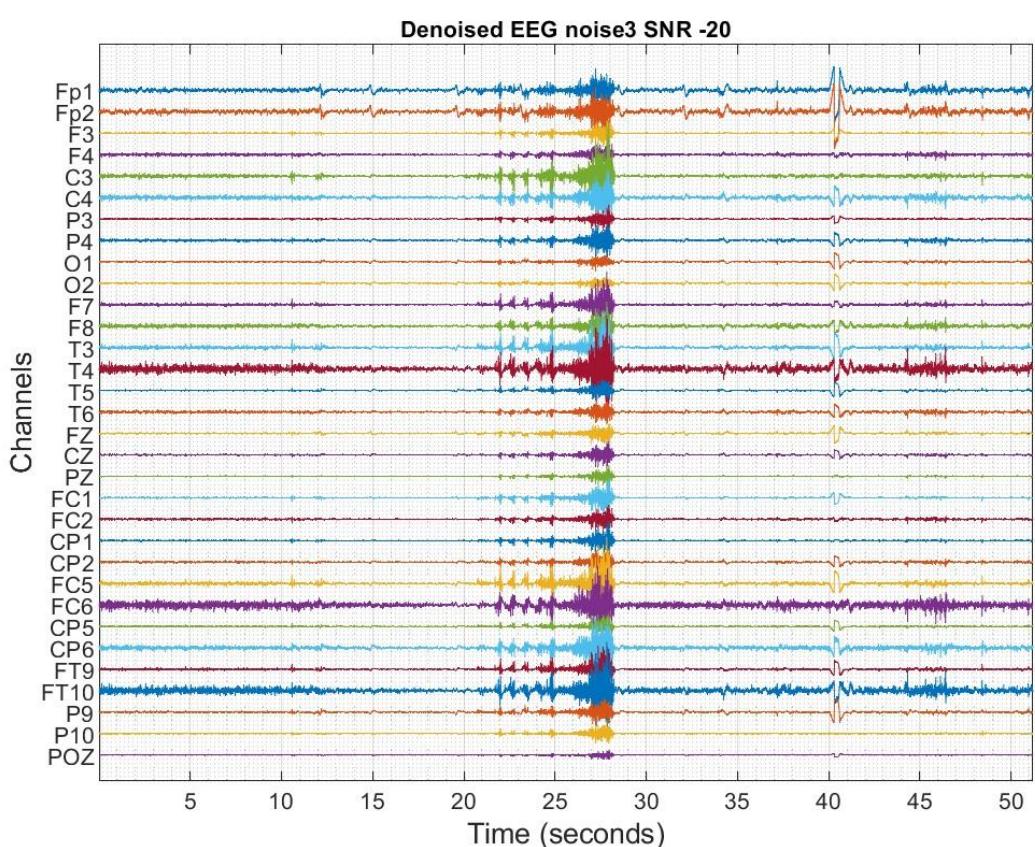
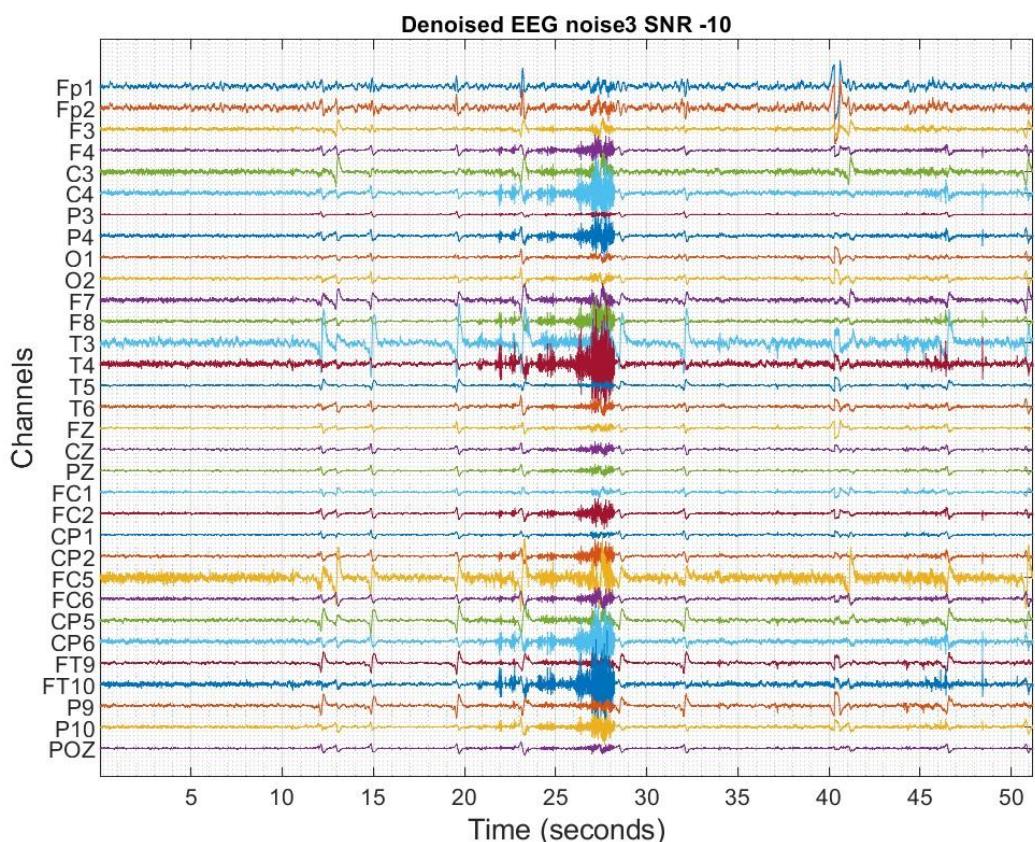


با استفاده از سورس های بدست آمده اسپایکی ها را جدا می کنیم.

```
SelSources_1 = [1 3 4];
SelSources_2 = [1 3 4 7];
```

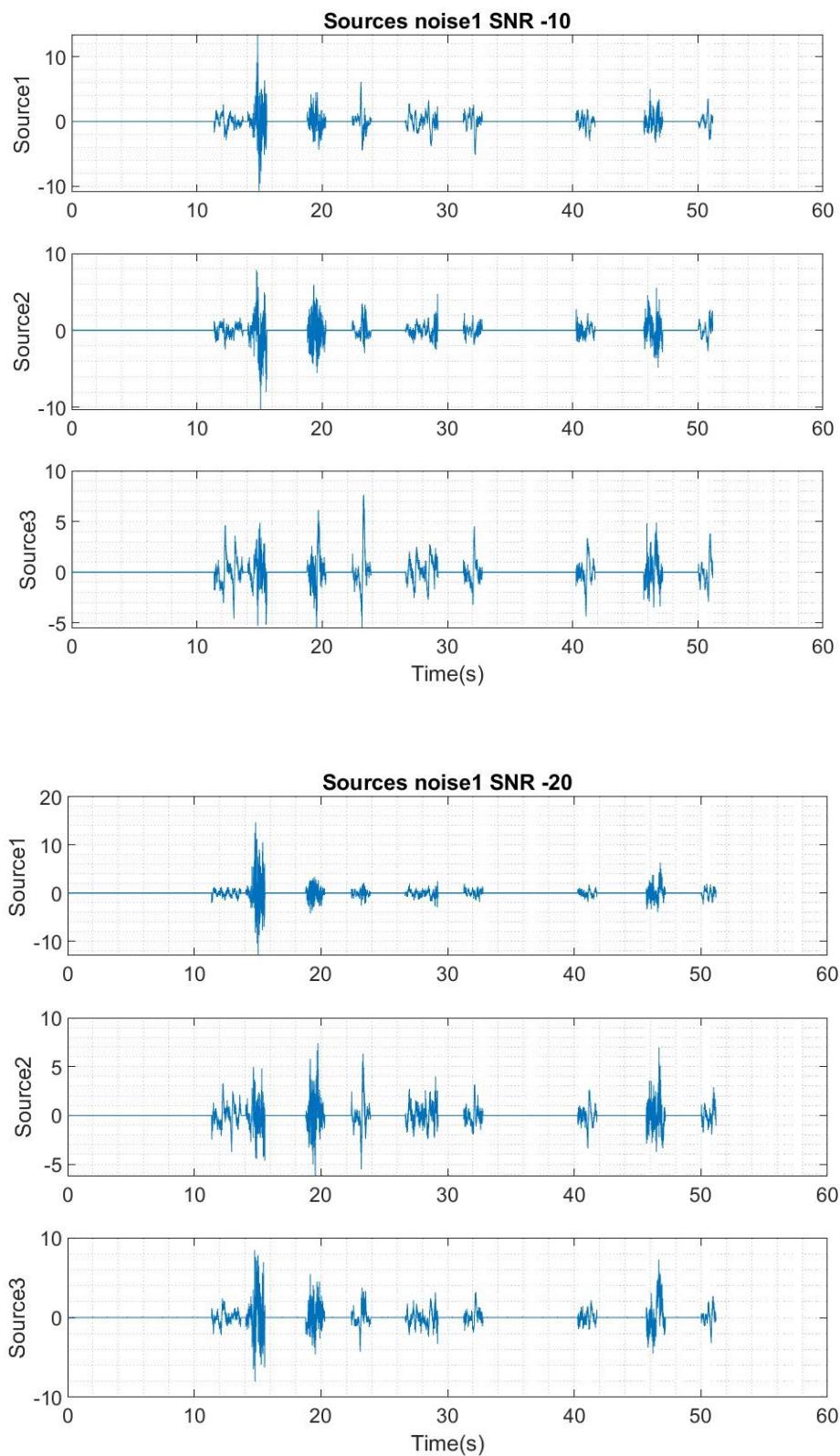
حال مشاهدات را بدست می آوریم:

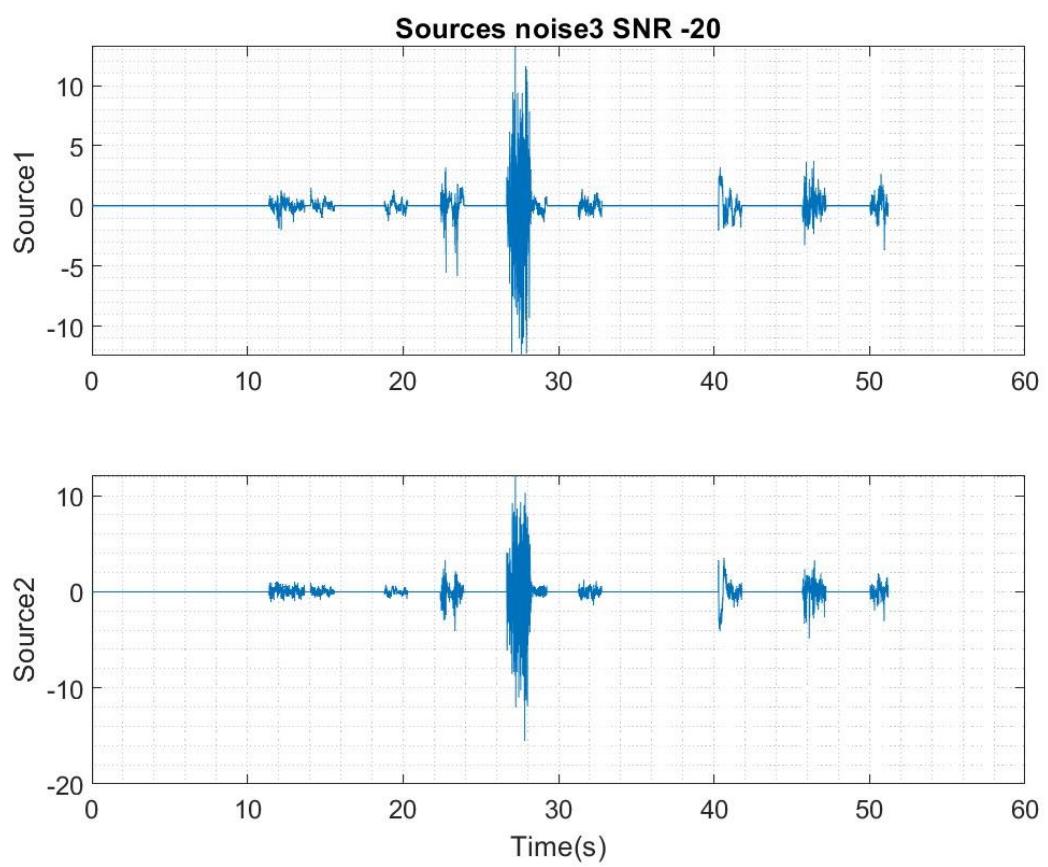
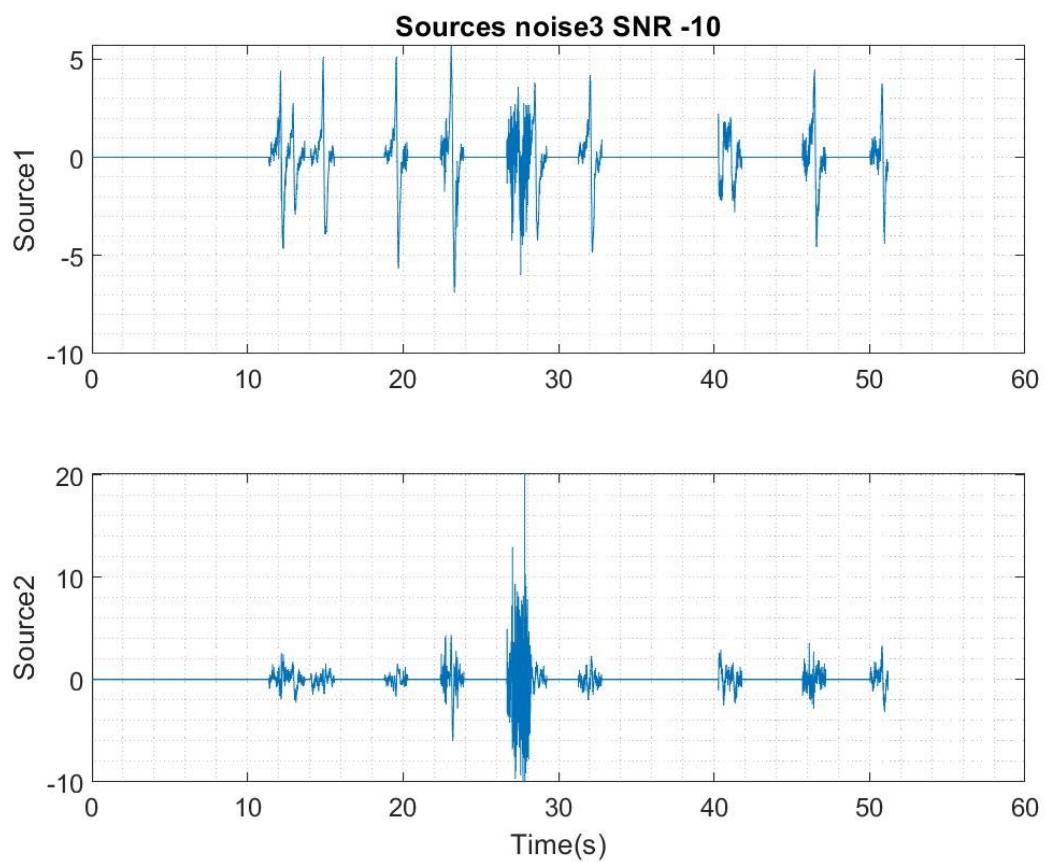


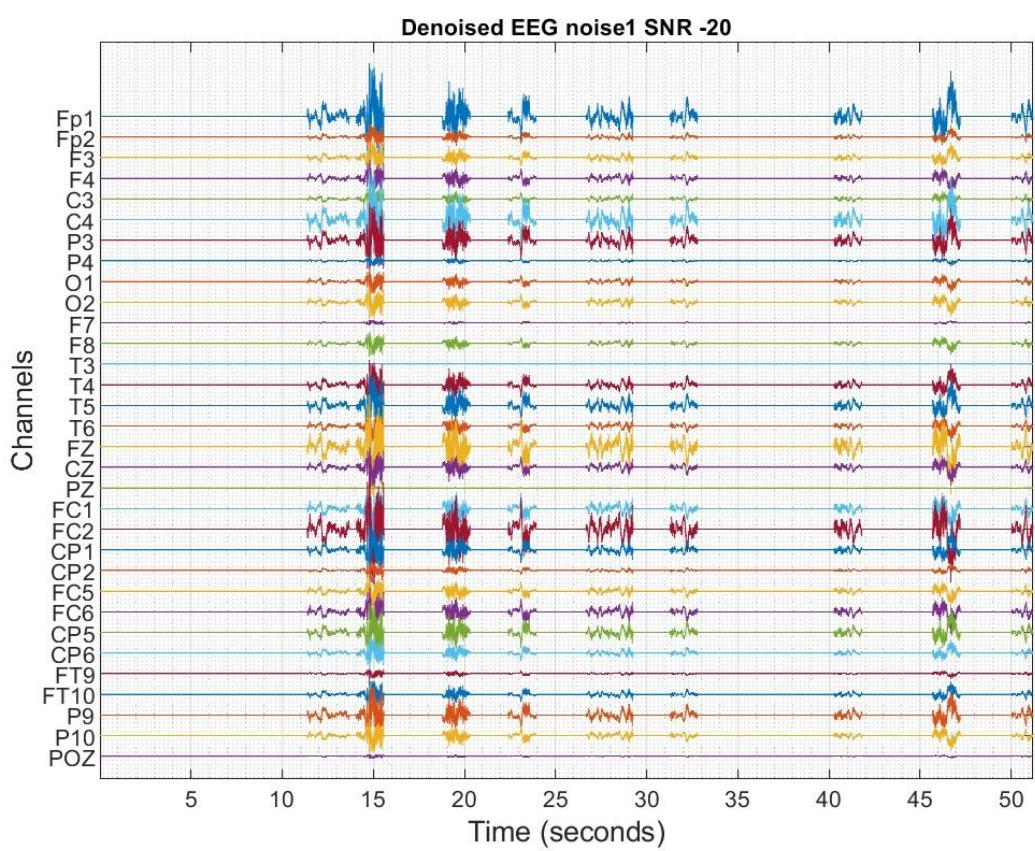
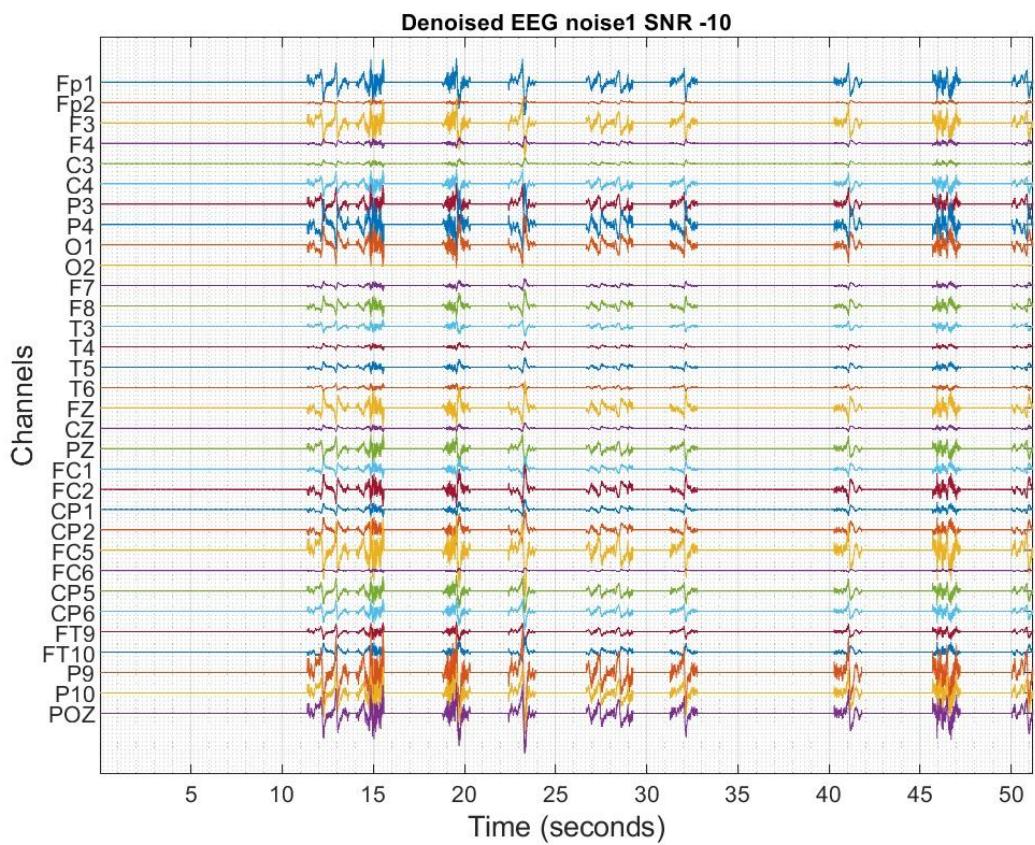


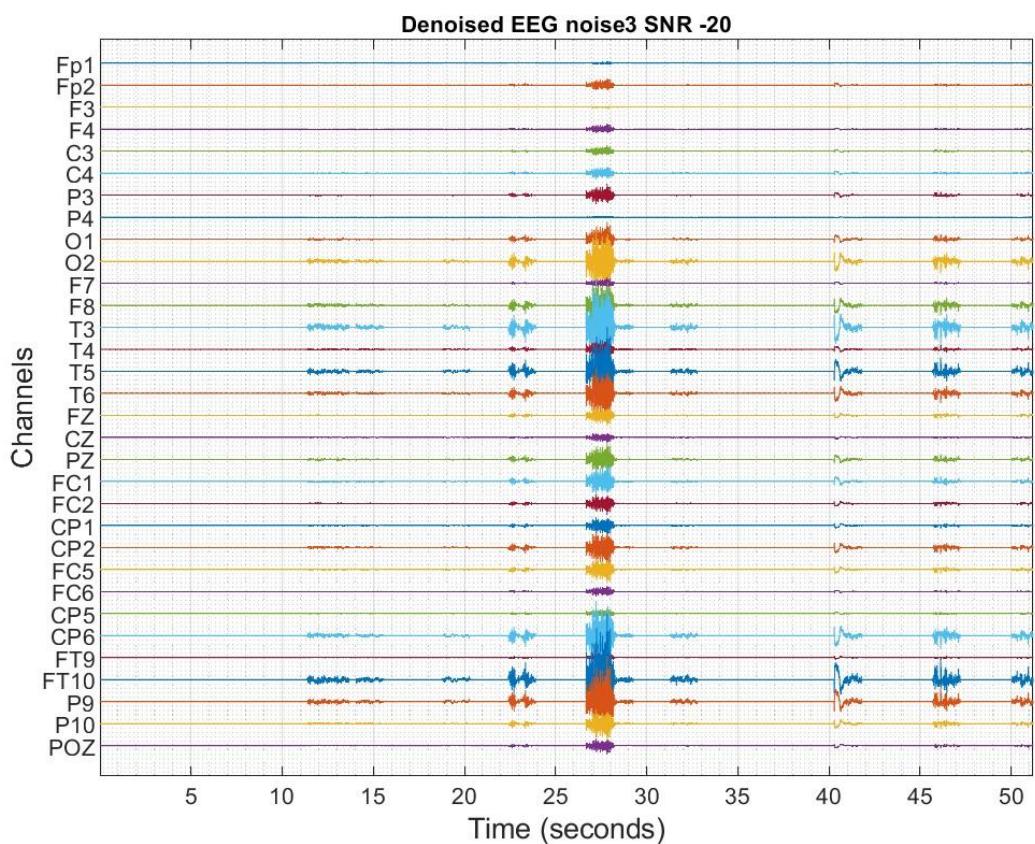
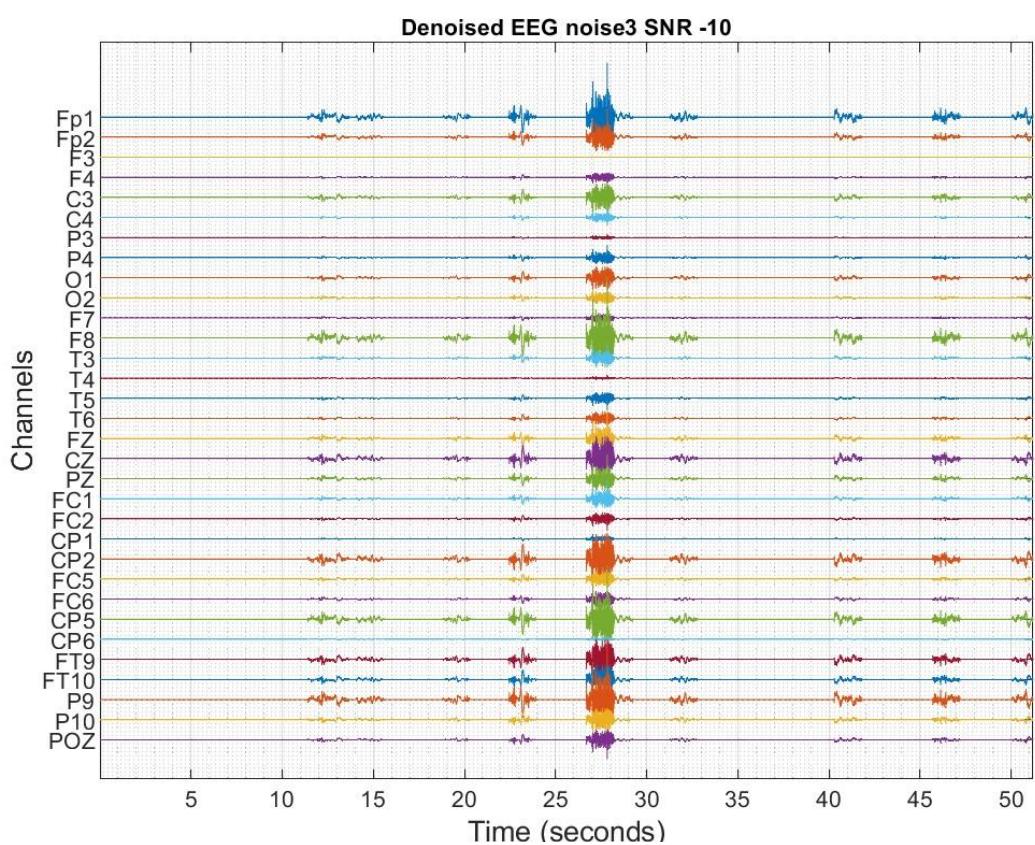
مشاهده می کنیم که مشاهدات تا حدی به سیگنال ایده آل نزدیک شده اند. البته این در $\text{SNR} = -10$ بسیار مشهود تر است.

ب (DSS) با بدست آوردن T_1 , به عنوان شرط اصلاح در این الگوریتم, T_1 را در سورس بدست آمده ضرب می کنیم. بقیه مراحل تکراری هستند. اما نکته ای که در اینجا وجود دارد این است که می تواند چند سورس وجود داشته باشد که اسپایک ها را تولید کرده باشند. در کد می توان با تعیین N تعداد سورس های مد نظر را تغییر داد. با توجه به خطاهای بدست آمده و مشاهدات بازیابی شده، تصمیم گرفتم که برای نویز ۱ سه سورس و برای نویز ۳ دو سورس کافی است. سورس ها را بدست آورده و سپس مشاهدات را بازیابی می کنیم.





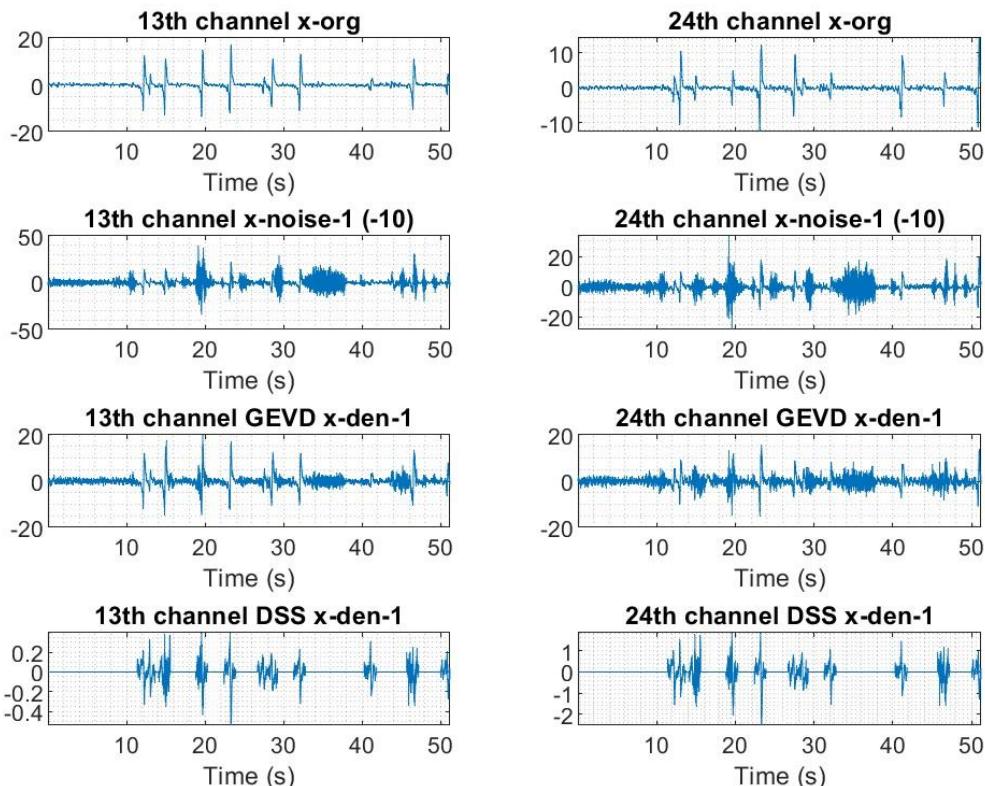




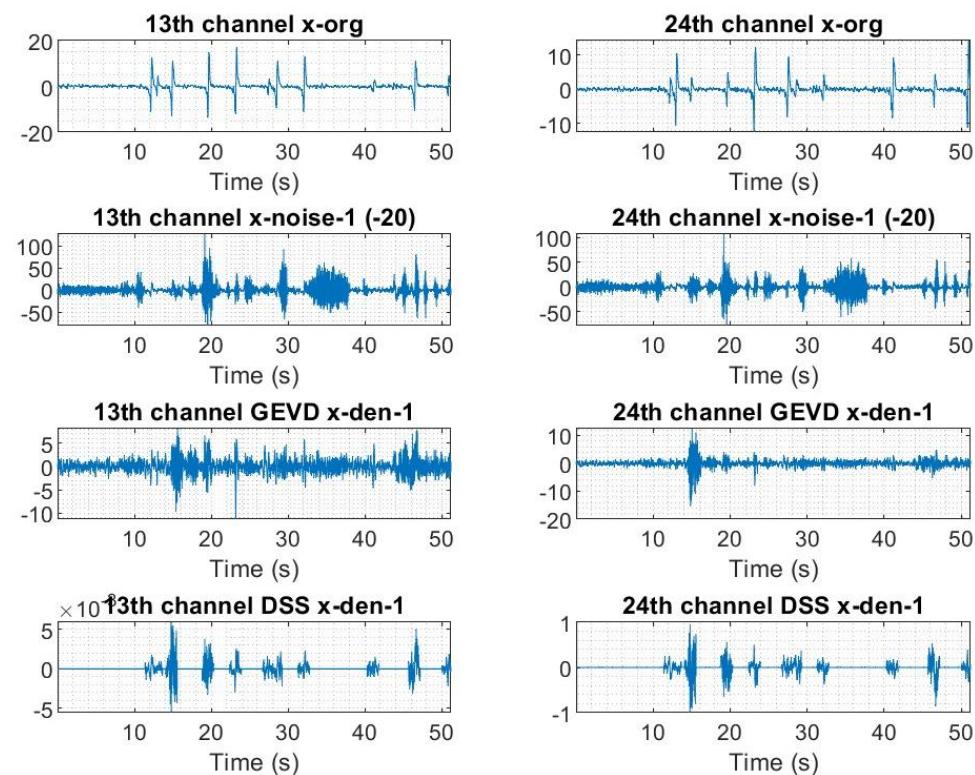
مشاهده می کنیم که مشاهدات تا حدی به سیگنال ایده آل نزدیک شده اند. البته این در $\text{SNR} = -10$ بسیار مشهود تر است. البته به صورت کلی از GEVD بسیار ضعیف تر هستند و نویز سوم نیز نسبت به نویز اول خروجی بدتری دارد.

ج) مشاهدات ایده آل، نویزی، بازسازی شده با GEVD و بازسازی کانال های ۱۳ و ۲۴ در هر دو نویز ۱ و ۳ و با هر دو -10 و -20 SNR رسم می کنیم.

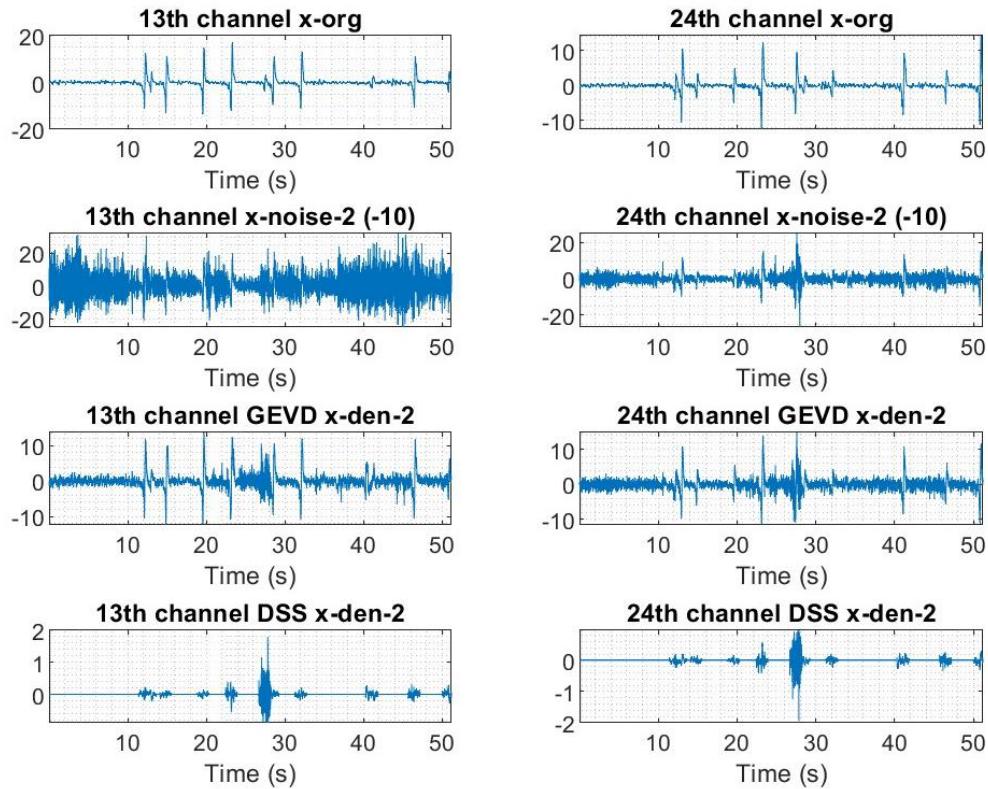
: Noise\ SNR(-10)



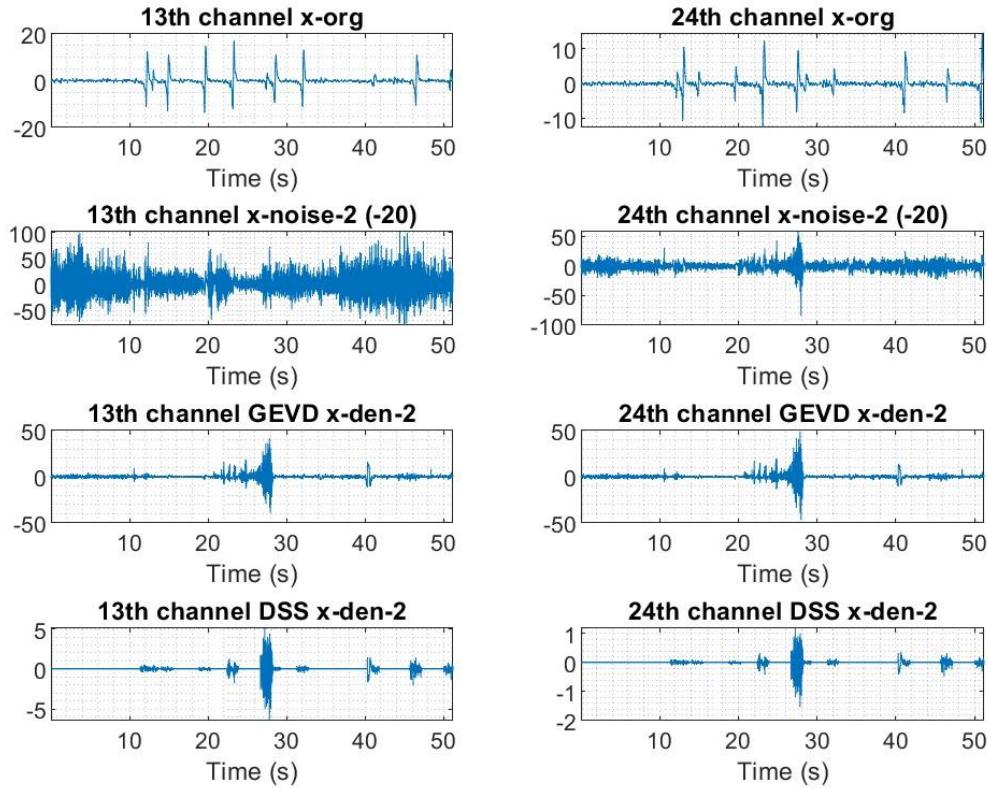
: Noise\ SNR(-20)



: Noise σ SNR(-10)



: Noise σ SNR(-20)



پس از اعلام خطاهای موارد بالا را بررسی می‌کنیم.

۵) با استفاده از RRMSE خطاهای را بدست می آوریم.

"RRMSE of new Signal (GEVD) (noise^۱ & SNR -۱۰) is : ۰.۷۵۸۰۲"

"RRMSE of new Signal (GEVD) (noise^۱ & SNR -۲۰) is : ۲.۵۰۲۵"

"RRMSE of new Signal (GEVD) (noise^۳ & SNR -۱۰) is : ۱.۰۰۵۵"

"RRMSE of new Signal (GEVD) (noise^۳ & SNR -۲۰) is : ۳.۲۳۳۵"

"RRMSE of new Signal (DSS) (noise^۱ & SNR -۱۰) is : ۱.۰۷۲۸"

"RRMSE of new Signal (DSS) (noise^۱ & SNR -۲۰) is : ۱.۰۱۱۵"

"RRMSE of new Signal (DSS) (noise^۳ & SNR -۱۰) is : ۱.۰۲۱۵"

"RRMSE of new Signal (DSS) (noise^۳ & SNR -۲۰) is : ۱.۰۲۸۵"

نویز اول:

در $\text{SNR} = 10$ هر دو روش تا حد خوبی توانسته اند که شبیه حالت ایده آل باشند اما بهوضوح GEVD بهتر جواب داده است و خطایش نیز کمتر است.

در $\text{SNR} = 20$ روش DSS تا حدی توانسته سیگنال را بازسازی کند و خطای خوبی هم داشته است اما روش GEVD اصلا نتوانسته شبیه باشد و خطای خوبی نیز ندارد.

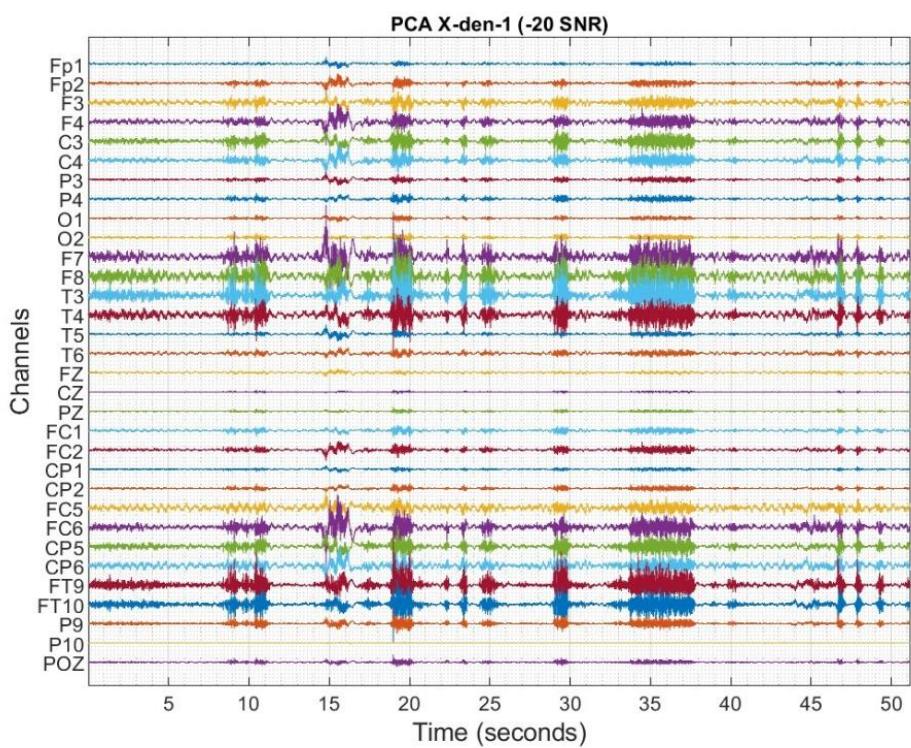
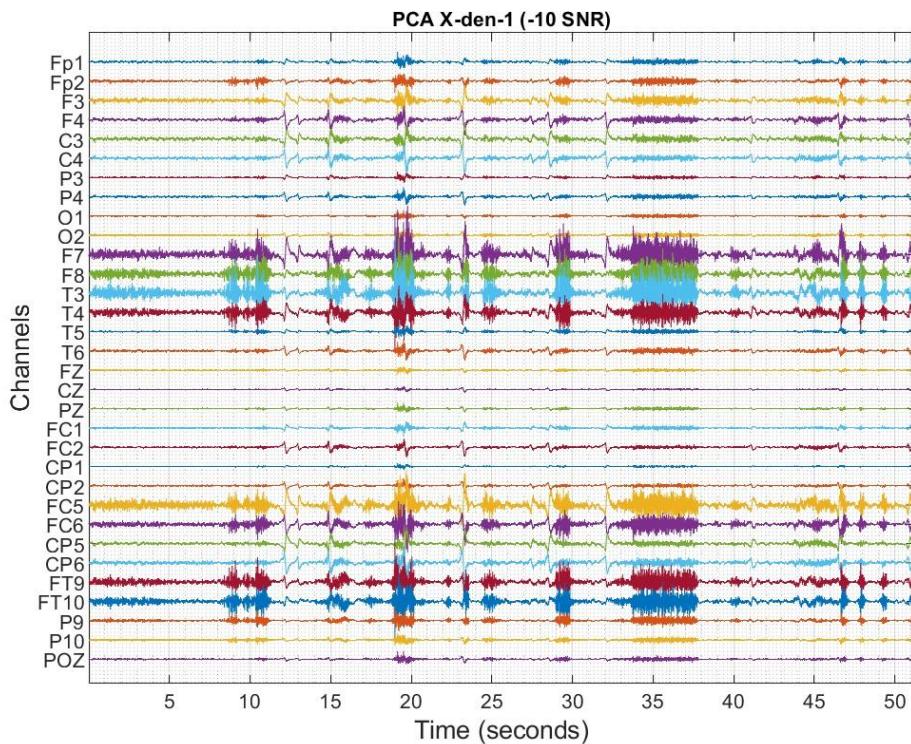
نویز دوم:

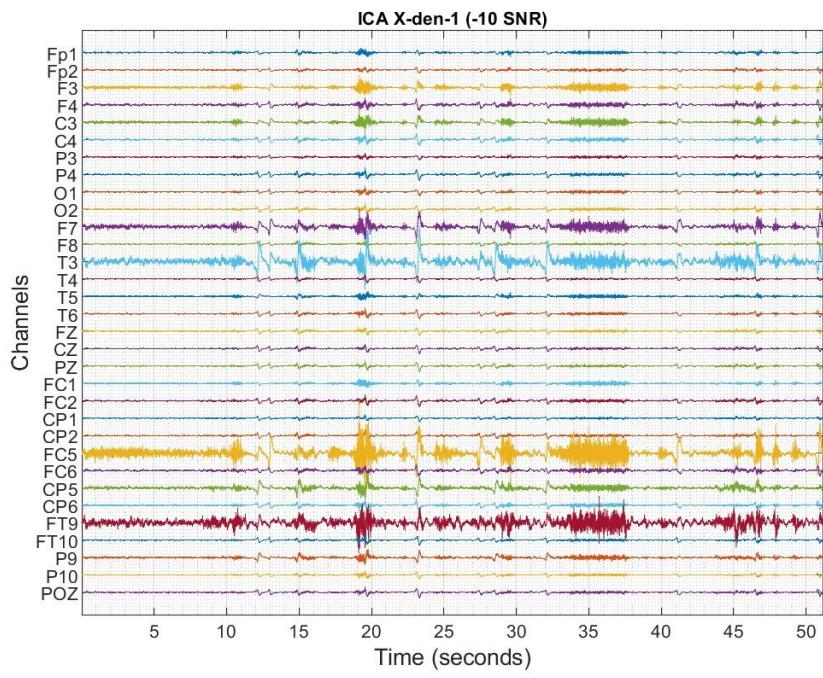
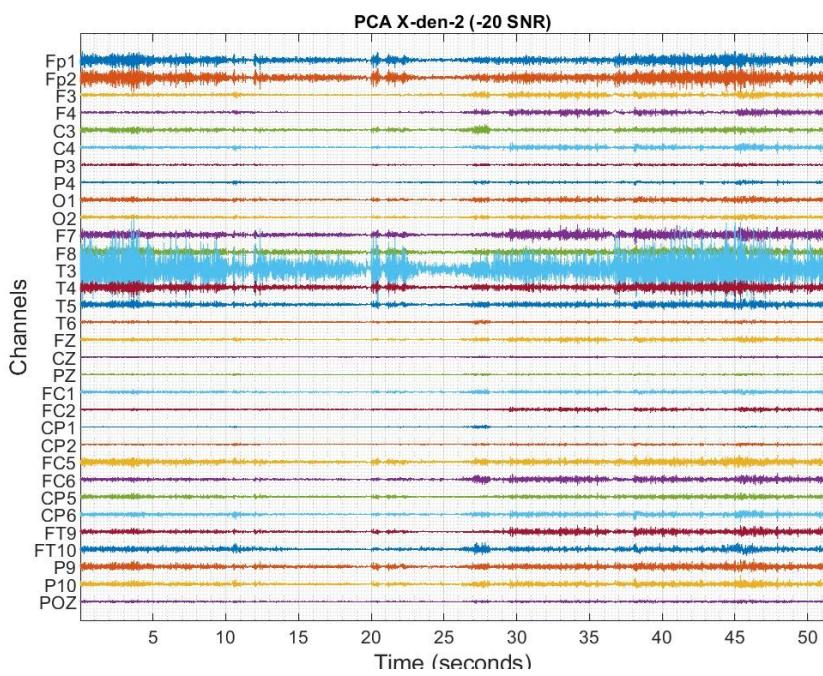
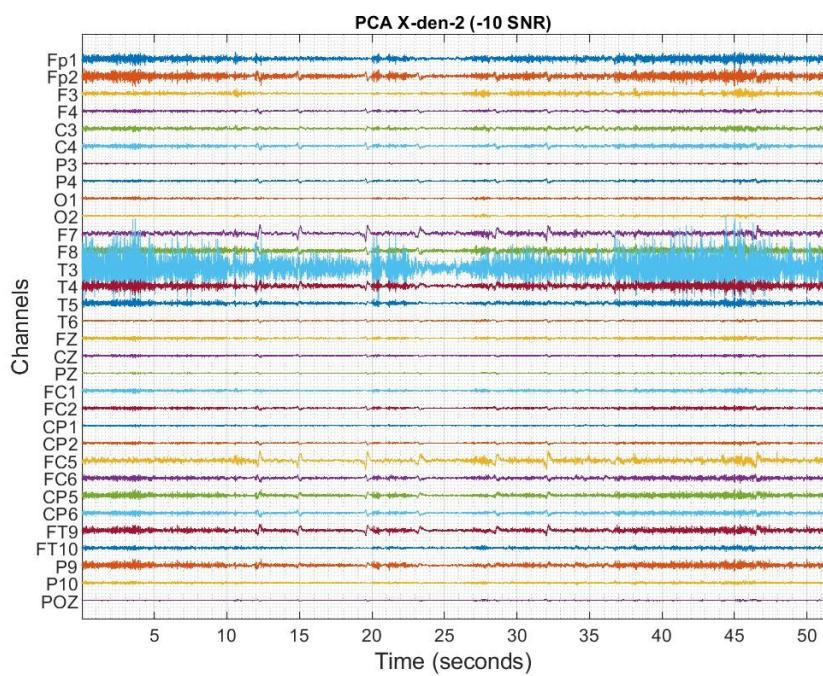
در $\text{SNR} = 10$ روش GEVD بسیار خوب جواب داده است ولی روش DSS شباهت بسیار کمی به ایده ال دارد، کما اینکه خطای مناسبی دارد. با اینکه هر دو روش خطای بهتری دارند، به صورت بصری GEVD بسیار بهتر است.

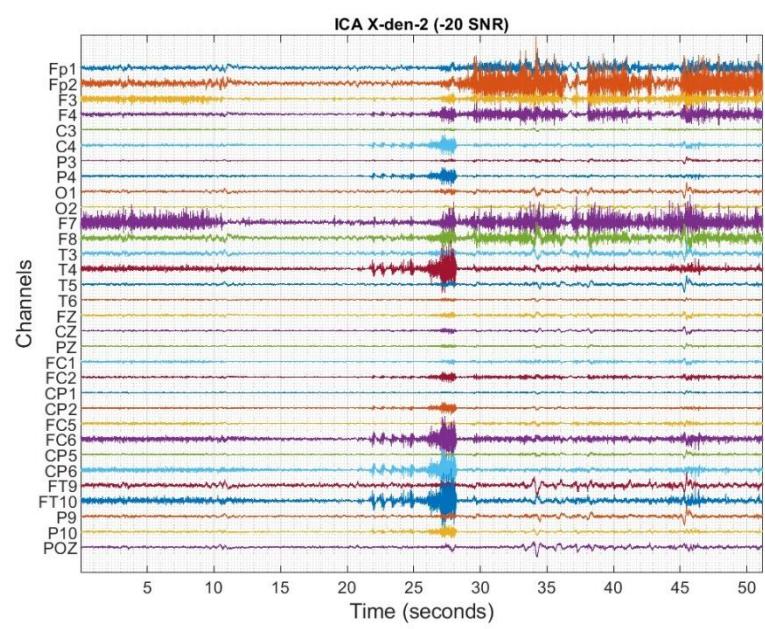
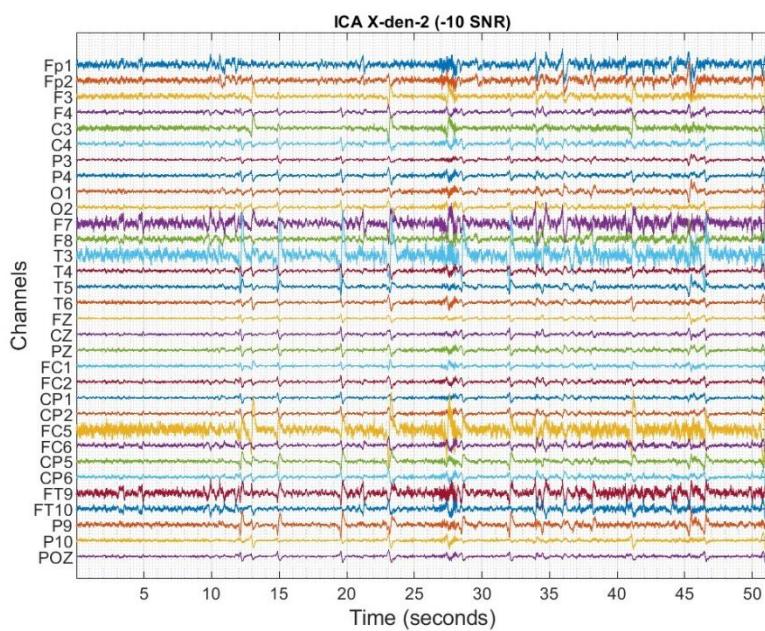
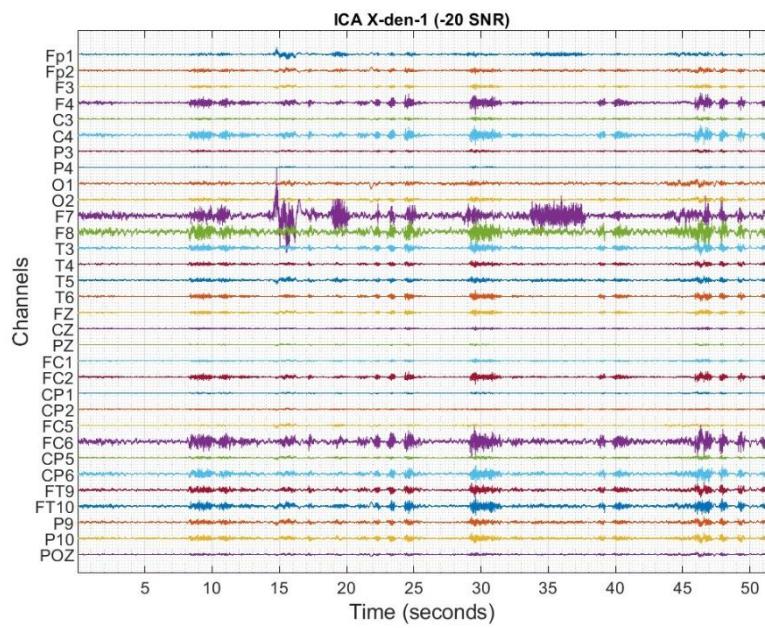
در $\text{SNR} = 20$ هیچکدام از دو روش نتوانسته اند که بازیابی خوبی از سیگنال داشته باشند که این مسئله علاوه بر بصری از خطای GEVD نیز مشخص است. البته خطای DSS به طرز عجیبی خوب است.

گویا روش DSS در نویزهای با توان بالاتر بهتر عمل کرده و روش GEVD در نویزهای با توان کمتر عملکرد بهتری داشته است.

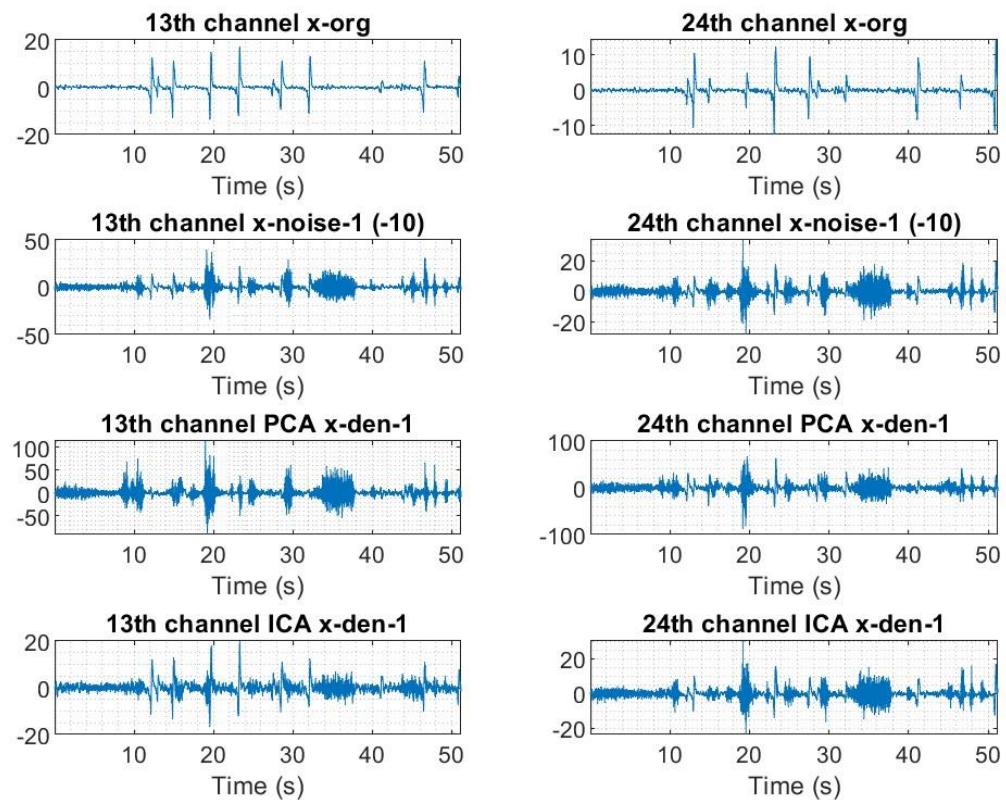
- ۵) برای بررسی این بخش، ابتدا نتایج تمرین ۲ را می آوریم و سپس با نتایج این تمرین مقایسه می کنیم.
- د) حال با استفاده از منابع نگه داشته شده، مجددا سیگنال ۳۲ کاناله مشاهدات را برای هر دو روش و هر دو اس ان ارو
- هر دو نویز بدست می آوریم:



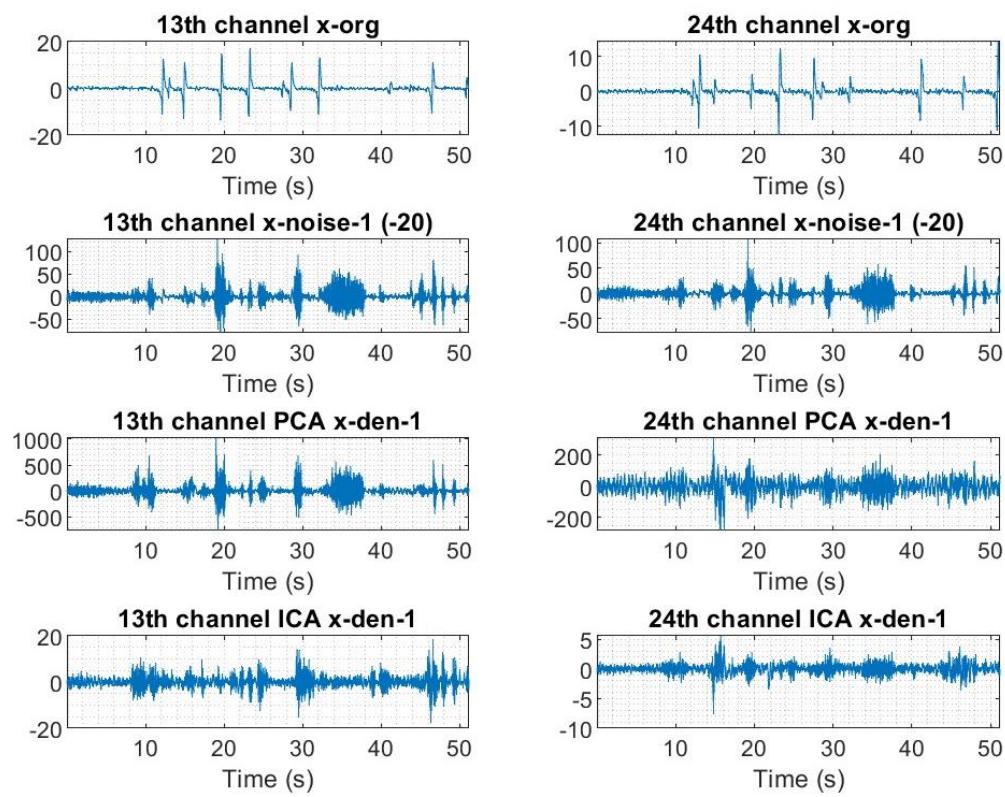




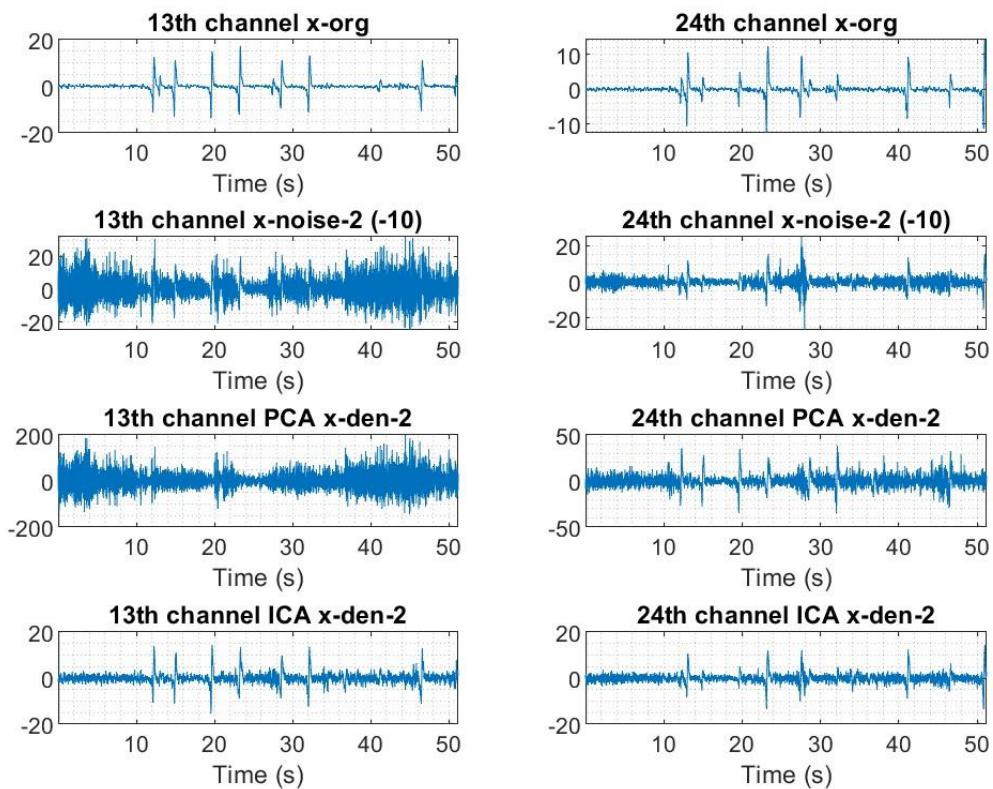
: SNR = -١٠ با نویز اول



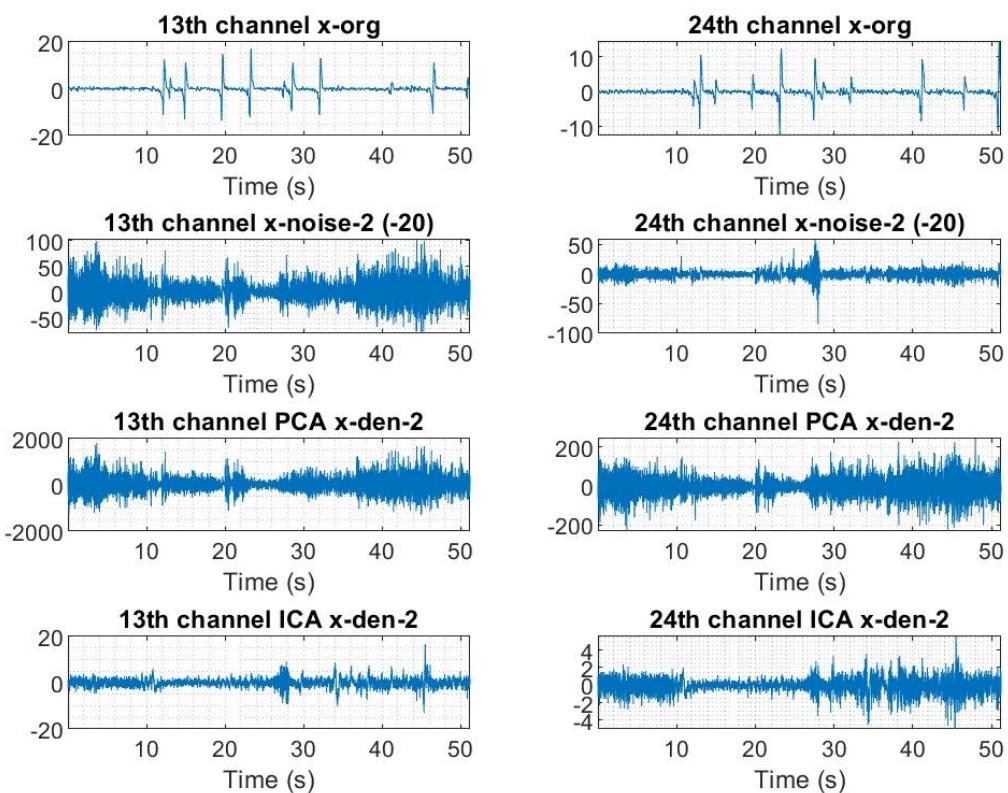
: SNR = -٢٠ با نویز اول



: SNR = -۱۰ با نویز سوم



: SNR = -۲۰ با نویز سوم



می توان گفت که در هر حالتی روش PCA نسبت به سه روش دیگر ضعیف تری بوده است و خوب دی نویز نکرده است. در توان های نوز پایین عملکرد GEVD و ICA بسیار خوب بوده است و این مسئله در نویز اول بسیار مشهود است. البته این قابلیت در نویز سوم اندکی کاهش می یابد. در توان های نویز بالاتر هیچ کدام روش مطلوبی محسوب نمی شوند، شاید بتوان گفت که DSS بهتر عمل کرده است اما باز هم عملکرد چندان مطلوبی ندارد.

در کل اگر بررسی دقیق تری بکنیم میبینیم که انگار منابع بدست آمده از روش های GEVD و DSS به واقعیت ایده آل نزدیک تر هستند که این مسئله احتمالاً به دلیل وجود اطلاعات اضافی در این دو روش به نسبت روش های PCA و ICA است. می توان با قاطعیت خوبی برتری این دو روش را بیان کرد و در نتایج مشاهده کرد. همچنین می توان گفت که RRMSE GEVD بهترین نتایج بصری و شاید حتی خطای داشته است.