

به نام خدا

تمرین دوم کامپیوتری سیگنال

امیرحسین زاهدی ۹۹۱۰۱۷۰۵

پرسش ۱ تبدیل فوریه با استفاده از دستور fft

(آ) تبدیل فوریه گسسته

۱. تبدیل فوریه را به صورت دستی محاسبه می کنیم. اندزه و فاز را در متلب رسم می کنیم.

3:50 PM

$$r[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 10 \\ 0 & \text{o.w.} \end{cases} \quad R(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} r[n] e^{-j\omega n}$$

$$\Rightarrow R(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{10} e^{-j\omega n} = 1 + e^{-j\omega} + e^{-j2\omega} + e^{-j3\omega} + \dots$$

$$\Rightarrow R(e^{j\omega}) = \frac{1 - e^{-j11\omega}}{1 - e^{-j\omega}} = \frac{1 - \cos(11\omega) + j \sin(11\omega)}{1 - \cos(\omega) + j \sin(\omega)}$$

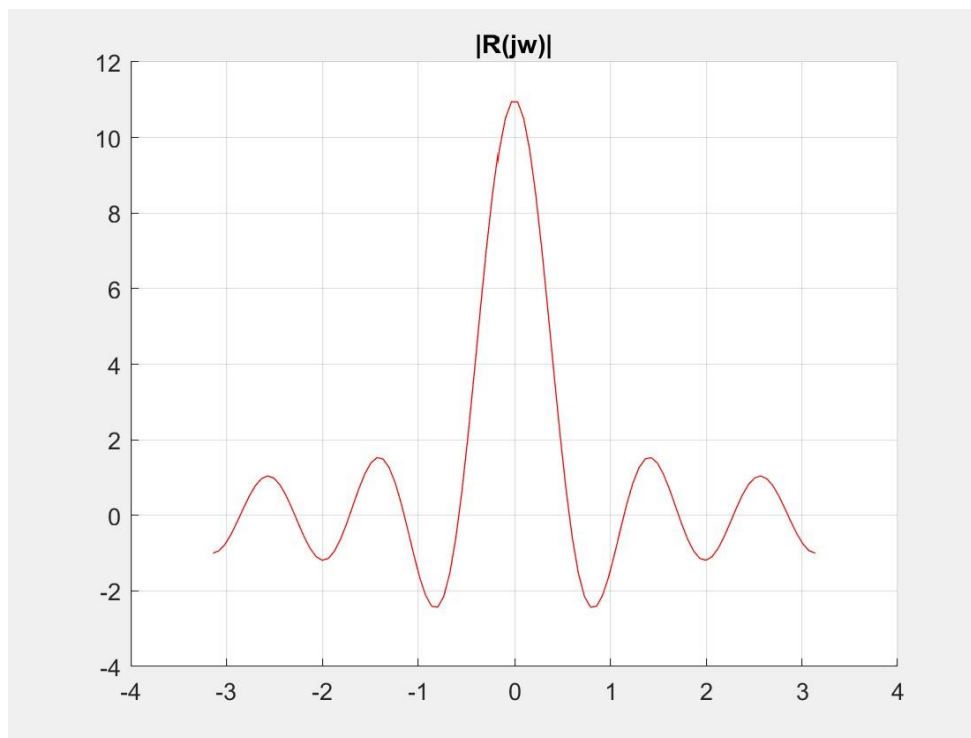
$$|R(e^{j\omega})| = \frac{\sqrt{(1 - \cos(11\omega))^2 + \sin^2(11\omega)}}{\sqrt{(1 - \cos(\omega))^2 + \sin^2(\omega)}} = \sqrt{\frac{1 - \cos(11\omega)}{1 - \cos(\omega)}}$$

$$\Rightarrow |R(e^{j\omega})| = \frac{\sin(\frac{11}{2}\omega)}{\sin(\frac{\omega}{2})}$$

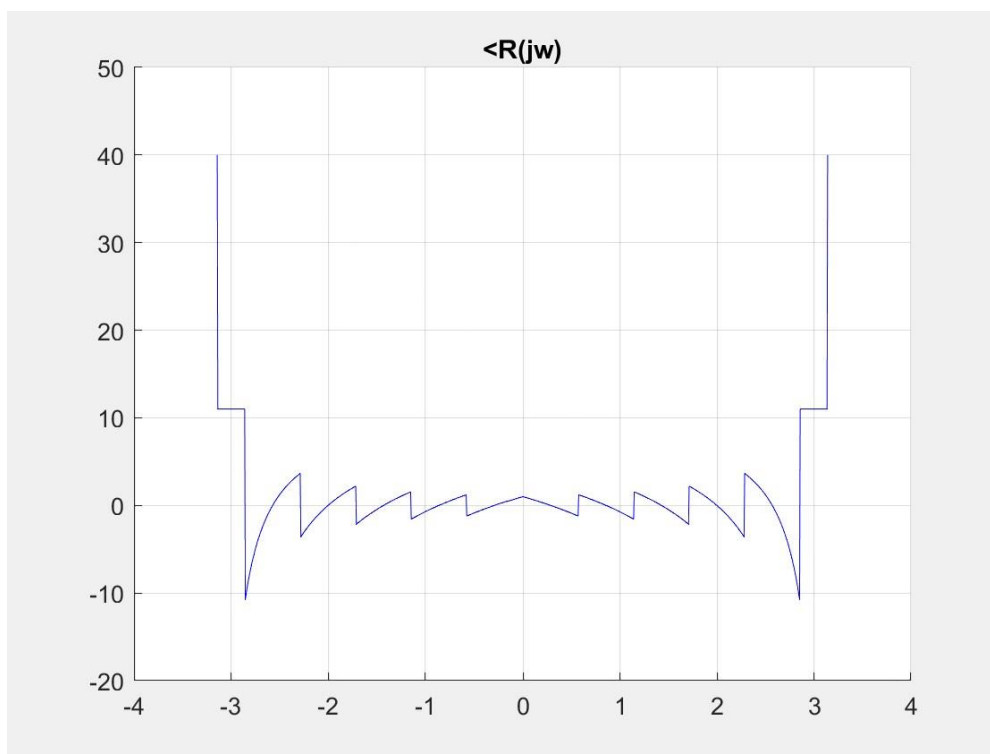
$$\angle R(e^{j\omega}) = \frac{\tan^{-1}\left(\frac{\sin(11\omega)}{1 - \cos(11\omega)}\right)}{\tan^{-1}\left(\frac{\sin(\omega)}{1 - \cos(\omega)}\right)} = \frac{\tan^{-1}(\cot(\frac{11}{2}\omega))}{\tan^{-1}(\cot(\frac{\omega}{2}))}$$

$$\Rightarrow \angle R(e^{j\omega}) = \frac{\tan^{-1}(\cot(\frac{11}{2}\omega))}{\tan^{-1}(\cot(\frac{\omega}{2}))}$$

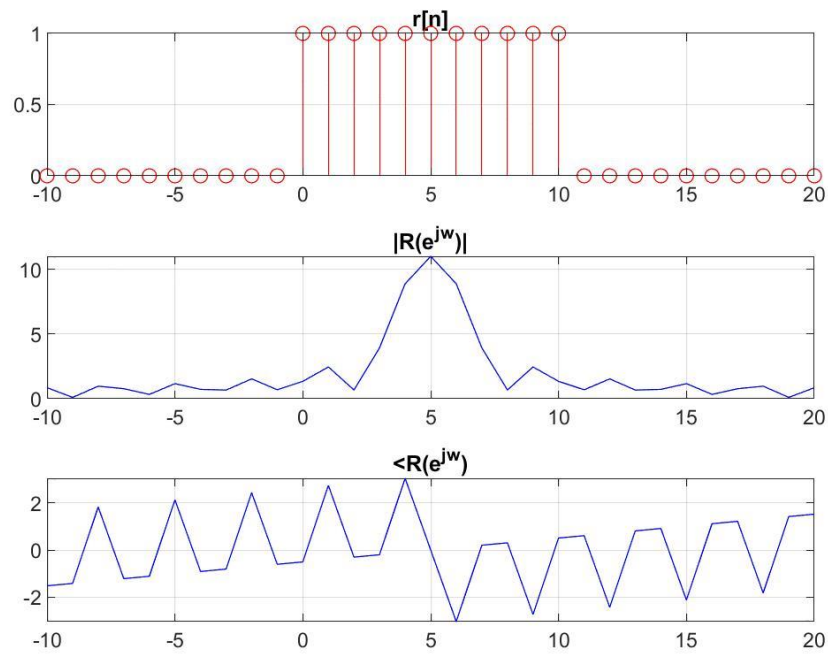
اندازه:



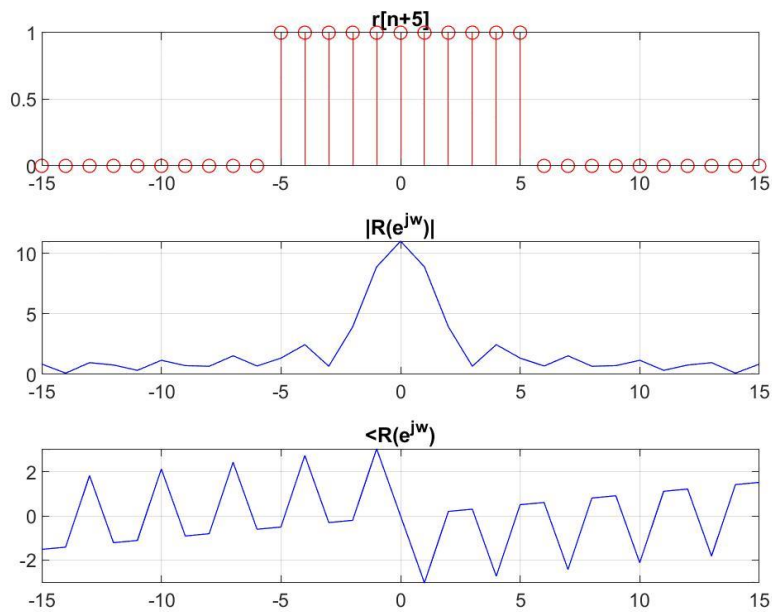
فاز:



(۲) حال از  $u[n]$  فوريه می گیریم با  $\text{fft}$  و آن ها را رسم می کنیم. می شود:

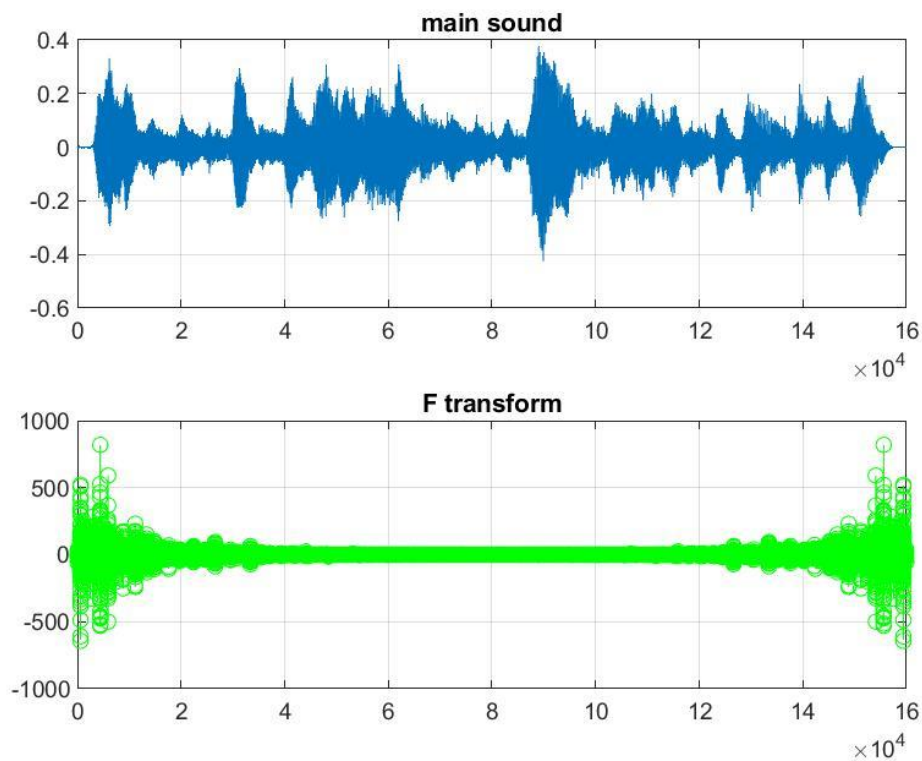


(۳) پس از شيفت به چپ و زوج کردن سيگنال داريم:

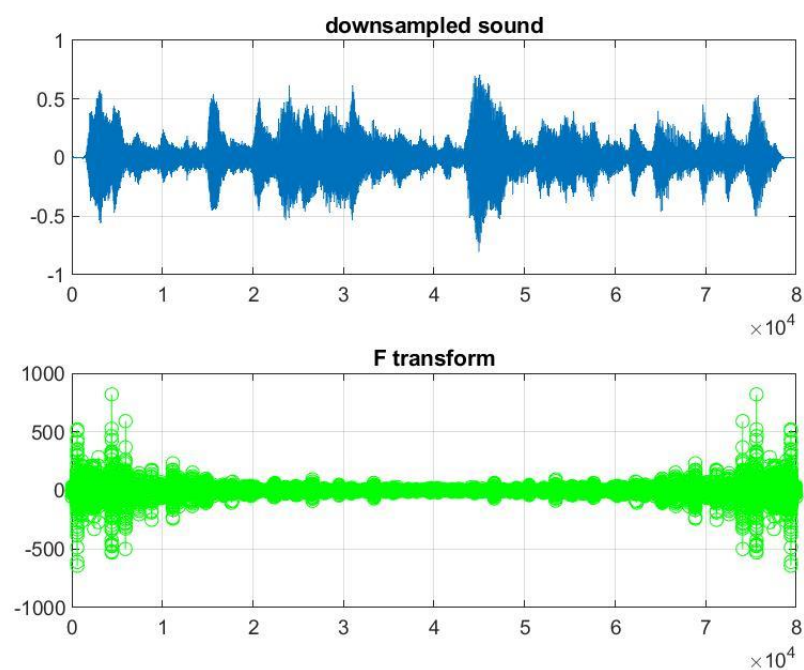


## پرسش ۲ کار با سیگنال صوت

سیگنال اصلی و تبدیل فوریه آن:

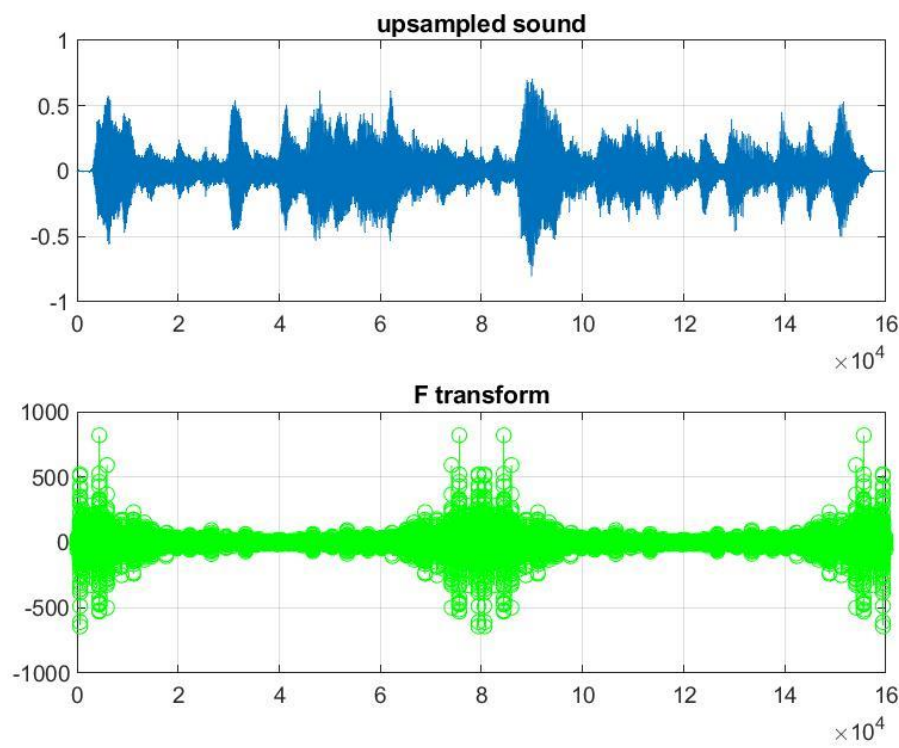


سیگنال داون سمپل شده و تبدیل فوریه آن:



با استفاده از داون سمپلینگ یا آپ سمپلینگ، یک سیگنال صوتی دیجیتال را کوتاه تر و یا طولانی تر می کنیم با استفاده از تغییر میزان نمونه برداری. در تبدیل فوریه سیگنال حاصل شده ، شاهد تاثیر بیشتر سیگنال های میانی در صوت نسبت به صوت مادر هستیم. و طیف سیگنال صوتی حال از انسجام فرکانس های پایین و بالا در آمده است.

سیگنال آپ سمپل شده از سیگنال حاصل قبلی و تبدیل فوریه آن:

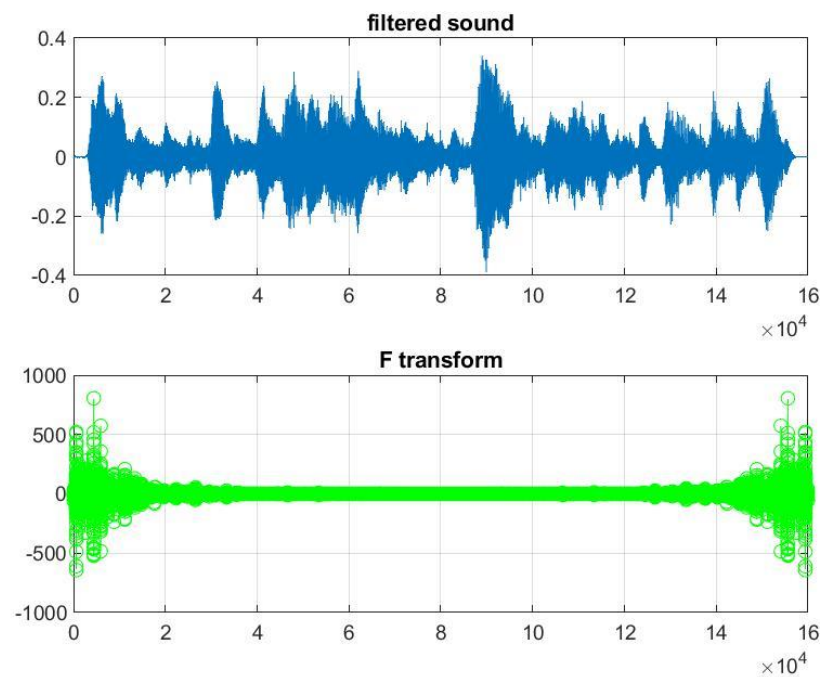


در این نتیجه به وضوح فرکانس های میانی با دامنه بسیار بزرگ در طیف سیگنال صوتی ظاهر شده اند و حال علاوه بر با فرکانس پایین و بالا ، فرکانس های میانی نیز شنیده می شوند و گویا که نویز داشته باشد. دیگر لطافت سابق را ندارد.

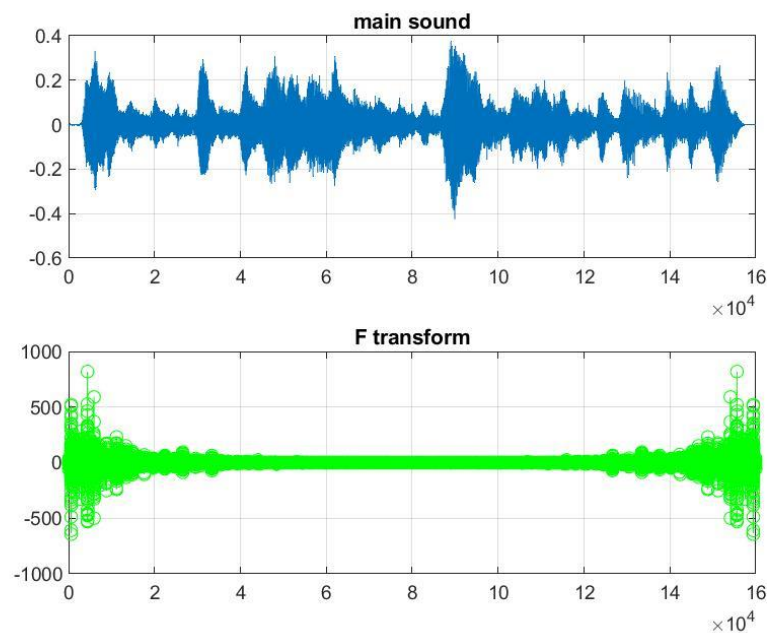
انرژی اختلاف این سیگنال و سیگنال اصلی برابر شد با ۶۶۴.۴۷۷۸

فرکانس قطع را با توجه به نمودار تبدیل فوریه سیگنال اصلی برابر ۳۰۰۰ قرار دادیم تا فرکانس های میانی فیلتر شوند. اینگونه فرکانس های میانی ای که در سیگنال دوم به وجود آمده بودند فیلتر شدند و دیگر آن عدم لطافت صوت احساس نمی شود. همچنین از فیلتر درجه ۱ استفاده شد تا فرکانس های نزدیک ۳۰۰۰ نیز نقش اندکی ایفا کنند و به طور کامل فیلتر نشوند.

سیگنال فیلتر شده:



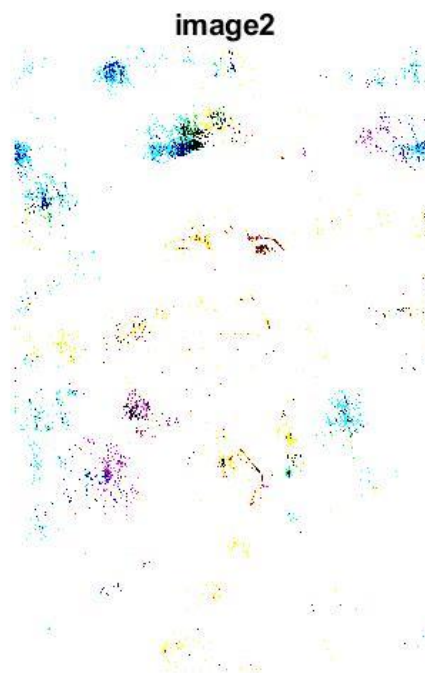
سیگنال اصلی:



### پرسش ۳ کار با سیگنال تصویر

(آ) اهمیت اندازه و فاز تبدیل فوریه در سیگنال تصویری

مراحل کار را اجرا کردیم و حاصل شد:



به نظر می آید که فاز مهم تر از اندازه باشد زیرا که تصویر اول اندازه تصویر اول را دارد اما فاز تصویر دوم را دارد. به وضوح تصویر دوم در آن مشخص تر است که نشان می دهد فاز مهم تر بوده و تاثیر بیشتری گذاشته است. در تصویر دوم نیز این قضیه مشهود است.

به نظر می رسد برای اینکه بدانیم چرا فاز مهم تر است از دامنه باید به معادلات موج شرو دینگر برای نور و تداخل امواج رجوع کنیم. اما در هر صورت آنچه که باعث می شود نور دیده شود و تداخل ایجاد شود ، فاز است و نه دامنه. البته که به هر حال برای باز سازی تصویر به هر دو نیاز است.



ب) برای ایجاد فیلتر در تصویر از `imgaussfilt` استفاده می کنیم که این تابع تصویر را با تابع گوسی کانوالو می کند که اینگونه یک فیلتر پایین گذر ساخته می شود. بستگی به میزان سیگما می توانیم این فیلتر را تیز تر یا با دامنه بیشتر بکنیم. برای عکس اول سیگما را برابر ۱۰ قرار می دهیم و آن را از فیلتر پایین گذر می گذرانیم. به همین دلیل عکس تار می شود. برای ساخت فیلتر بالا گذر، عکس دوم را از همان فیلتر پایین گذر اما با سیگما ۲۰ می گذرانیم و آن را از عکس اصلی کم می کنیم. فیلتر بالا گذری که ساختیم به نوعی نقیض پایین گذر است و بالا گذر مستقل نیست اما می تواند کارایی مناسبی داشته باشد. عکس دوم فیلتر شده به دلیل اینکه از فیلتر بالا گذر رد شده، ریزه کاری هایش معلوم تر است.

اینکه سیگما های ۱۰ و ۲۰ را انتخاب کردیم حاصل آزمایش و حدس بوده است که بالاخره نتیجه خوبی گرفته شده.

عکس های فیلتر شده:

image1

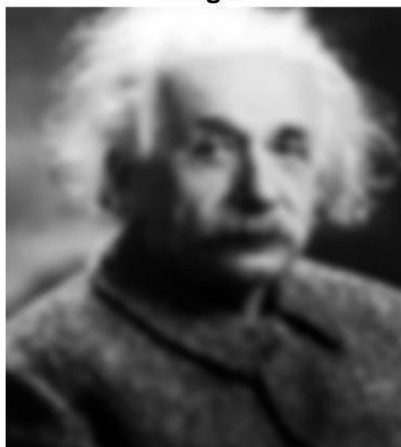
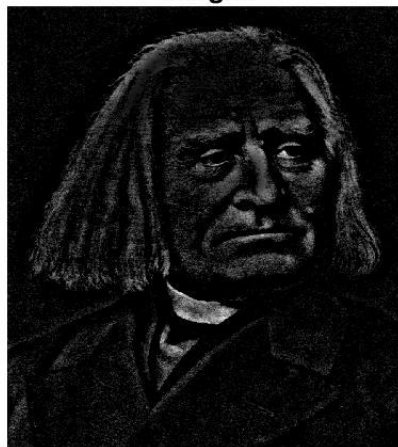


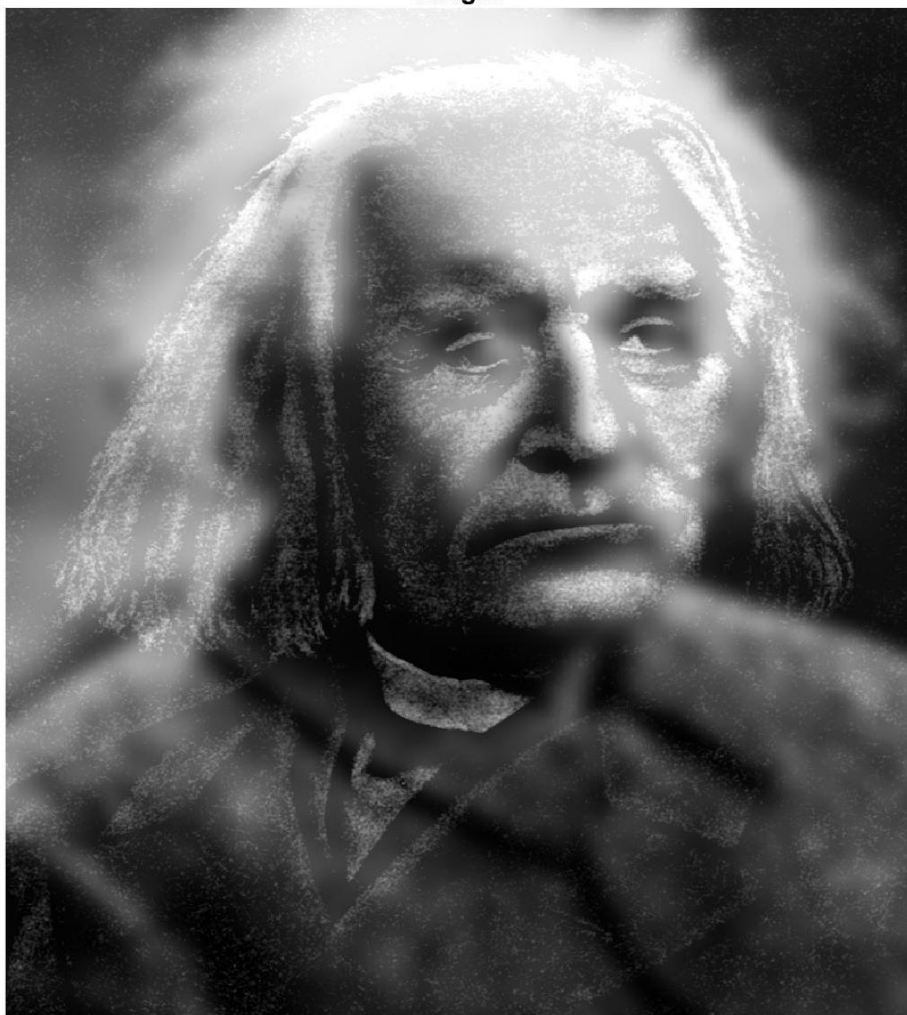
image2





ب) تصاویر hybrid

image3



همانطور که مشاهده می شود در عکس اول به سختی می توان انیشتین را دید اما در عکس کوچکتر فقط انیشتین دیده می شود.