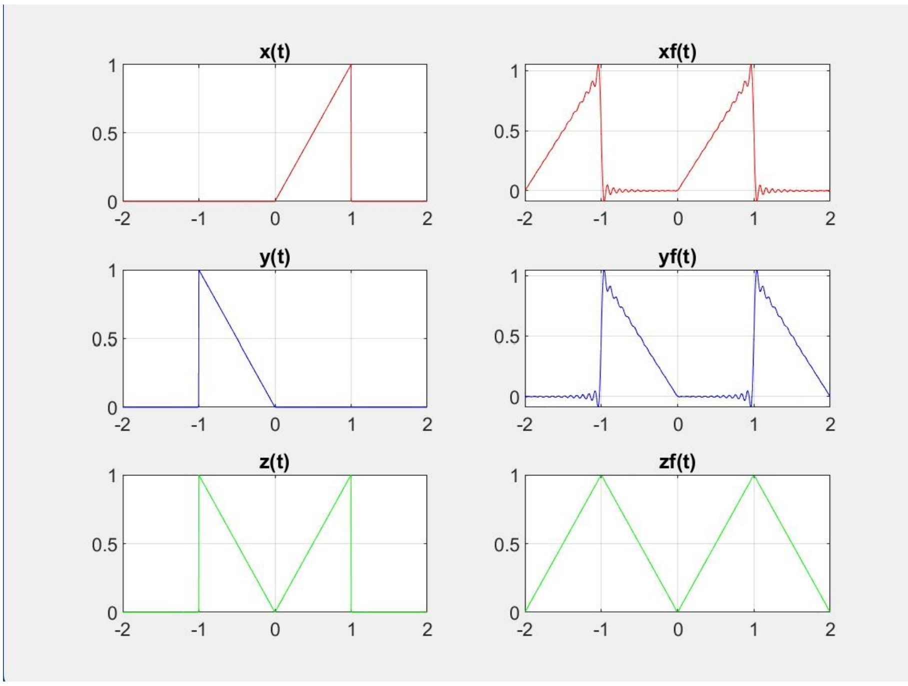
به نام خدا

تمرین اول کامپیوتری سیگنال

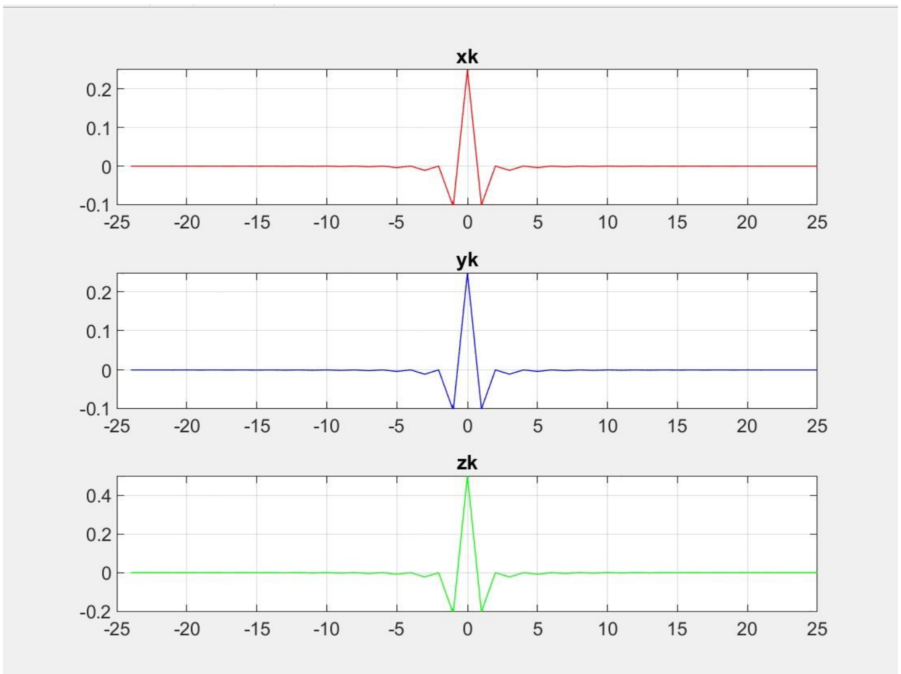
امیرحسین زهدی 99101705

سری فوریه جمع دو سیگنال

ابتدا هر سه نمودار را رسم می کنیم ، سپس با بدست آوردن ضرایب سری فوریه هر یک ، سری فوریه هر تابع را با جمع کردن 50 جمله بدست می آوریم.



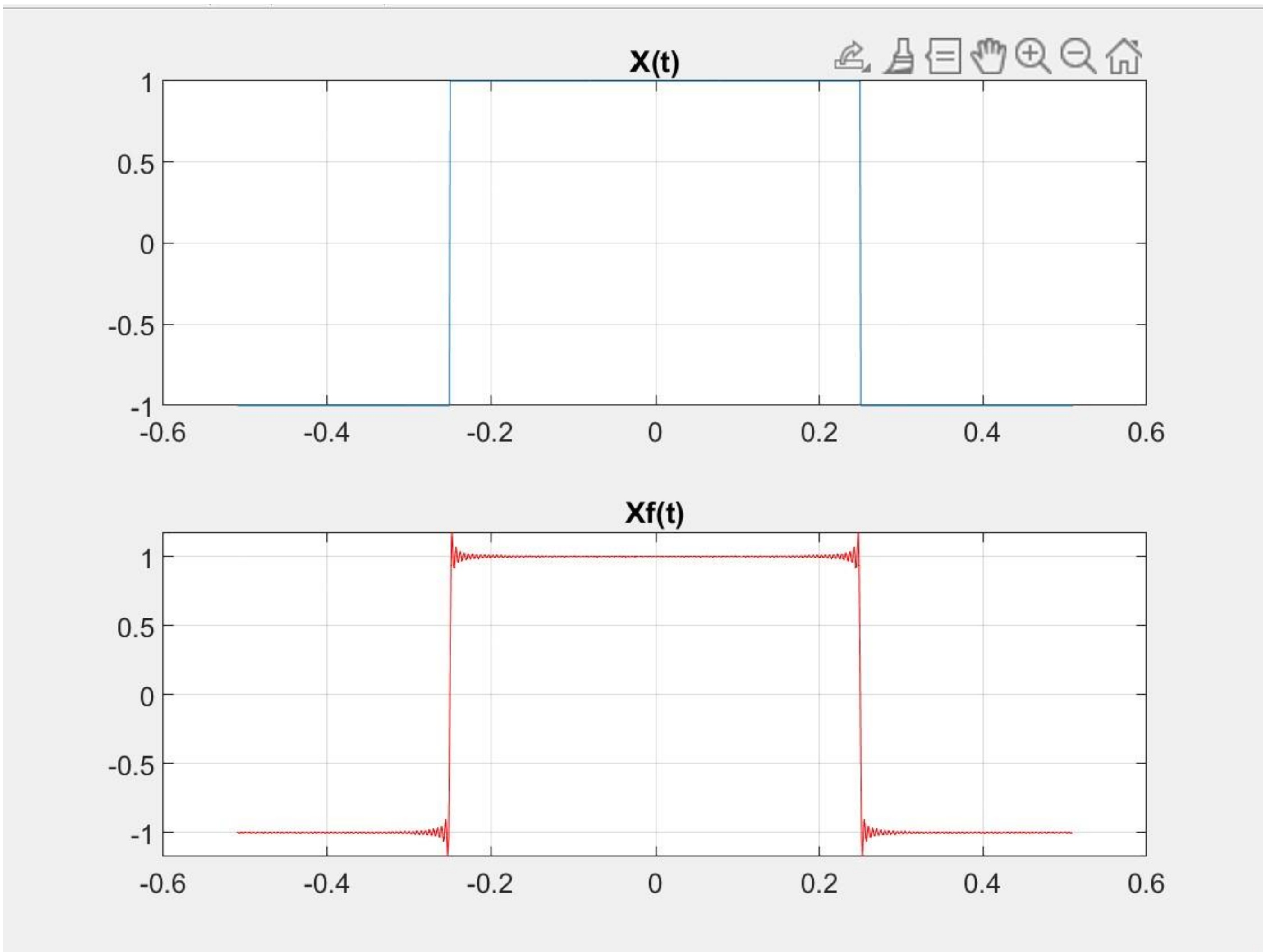
همچنین نمودار ضرایب فوریه هر سه تابع را نیز رسم می کنیم.



مشاهده می کنیم که با تقریب خوبی سیگنال ها مدل شده اند. با توجه به نمودار های بدست آمده می توانیم نتیجه بگیریم که $Z_k = X_k + Y_k$

محاسبه عدد Pi

الف) خود تابع و تابع مدل آن به وسیله سری فوریه را رسم می کنیم. برای مدل کردن سری فوریه آن از جمع 400 جمله استفاده شده است.



ب) حال با استفاده از رابطه های سنتز ، آنالیز و سری گرگوری ، عدد پی را به صورت سیگما بدست می آوریم:

$$a_k = \frac{1}{T}\int_T x(t)\, e^{-jk\omega t} \Rightarrow a_k = \int_{-\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{4}} -e^{-jk\omega t}\,dt$$

$$+ \int_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} e^{-jk\omega t}\,dt + \int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} -e^{-jk\omega t}\,dt \Rightarrow$$

$$a_k = \frac{1}{jk\omega} e^{-jk\omega t}\Big|_{-\frac{1}{2}}^{-\frac{1}{4}} - \frac{1}{jk\omega} e^{-jk\omega t}\Big|_{-\frac{1}{4}}^{\frac{1}{4}} + \frac{1}{jk\omega} e^{-jk\omega t}\Big|_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \frac{1}{jk\omega}\left[\cancel{e^{\frac{jk\omega}{4}}} - e^{\frac{jk\omega}{2}} - \cancel{e^{-\frac{jk\omega}{4}}} + \cancel{e^{\frac{jk\omega}{4}}} + e^{-\frac{jk\omega}{2}} - \cancel{e^{-\frac{jk\omega}{4}}}\right]$$

$$\Rightarrow \omega = 2\pi \Rightarrow a_k = \frac{1}{j\pi k}\left(e^{\frac{jk\pi}{2}} - e^{-\frac{jk\pi}{2}}\right) - \frac{1}{j\pi k}\underbrace{\left(e^{jk\pi} - e^{-jk\pi}\right)}_{2j\sin(k\pi)=0}$$

$$\Rightarrow a_k = \frac{2}{\pi k}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right) \Rightarrow$$

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k e^{jk\omega t} \Rightarrow x(0) = \frac{2}{\pi}\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)}{k} \Rightarrow$$

به دلیل k های منفی

$$\frac{\pi}{2} = 2\left[1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \cdots\right]$$

سری گرگوری

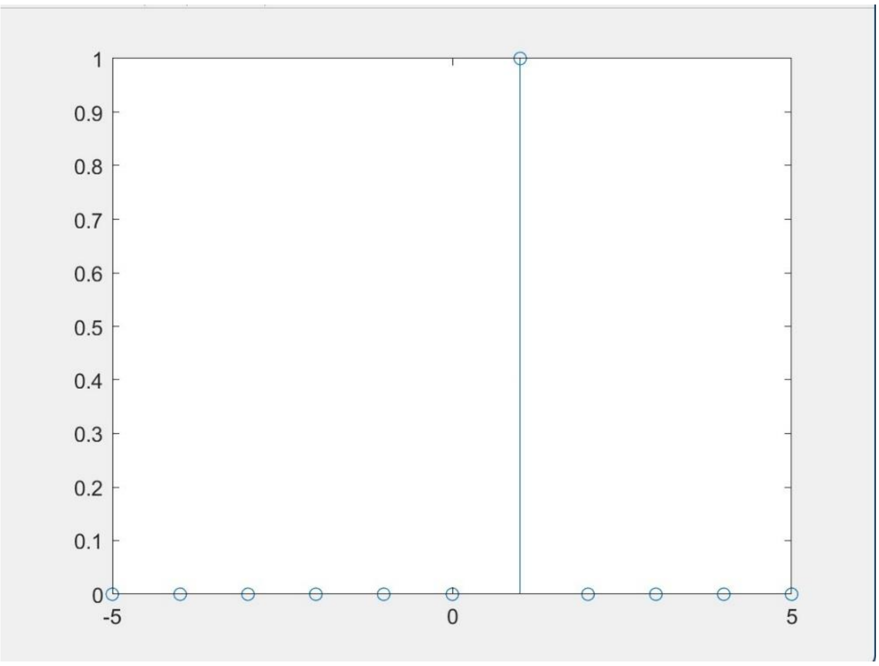
$$\Rightarrow \pi = 4\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^{k+1}}{2k-1}$$

پ) این سیگما را در متلب پیاده سازی میکنیم و بدست می آوریم که با جمع 7 جمله اول این سیگما ، عدد پی ای را می توانیم مدل کنیم که کمتر از 5 درصد خطا با مقدار اصلی آن داشته باشد.

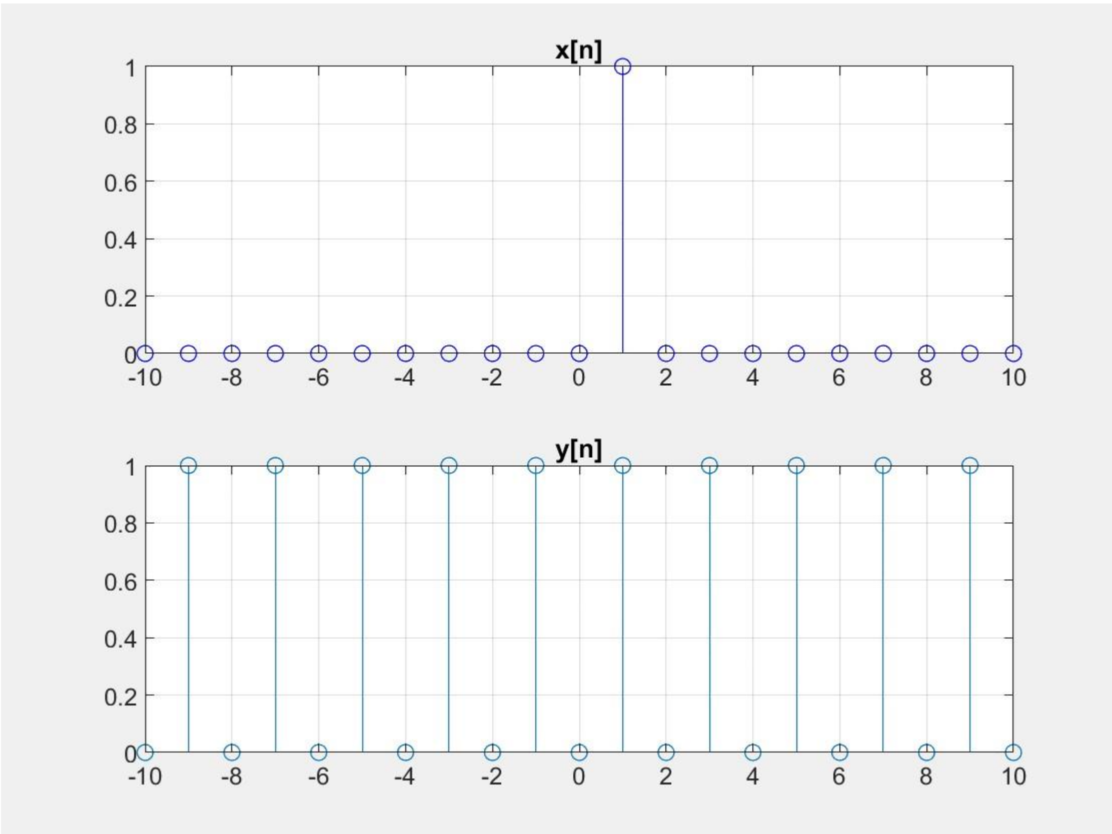
```
n =

     7


p =

    3.2837
```

تولید سیگنال گسسته متناوب

الف) نمودار x[n] را رسم می کنیم:

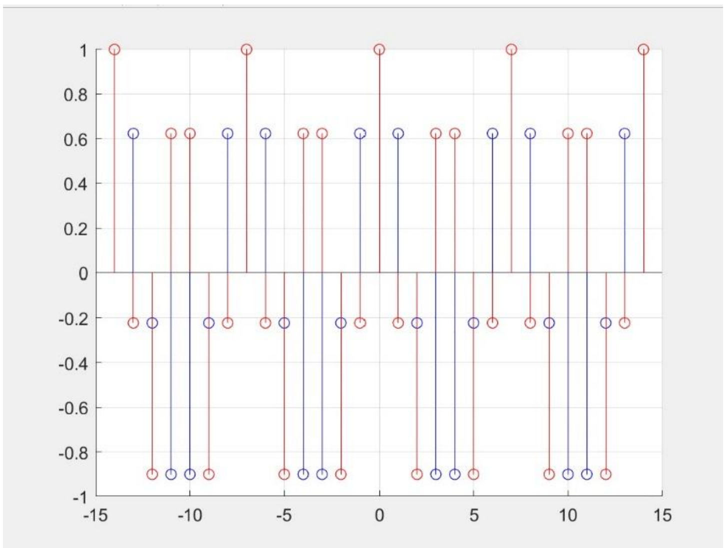


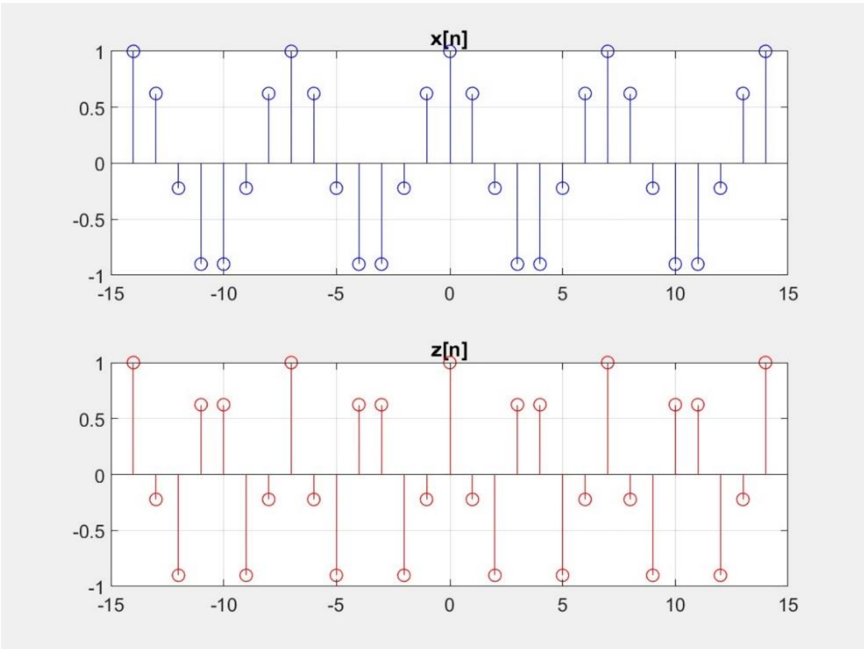
ب) x[n] یک ضربه است که در n=1 اتفاق می افتد. y[n] مجموع همان تابع ضربه ها با شیفت 2k است که k میتواند هر مقدار صحیحی را داشته باشد. پس y[n] سیگنال قطار ضربه با دوره تناوب 2 است.



سیگنال های کسینوسی گسسته زمان

الف) یکبار سیگنال های x[n] و z[n] را روی هم و سپس جدا از هم رسم می کنیم تا تغییرات را مشاهده کنیم.

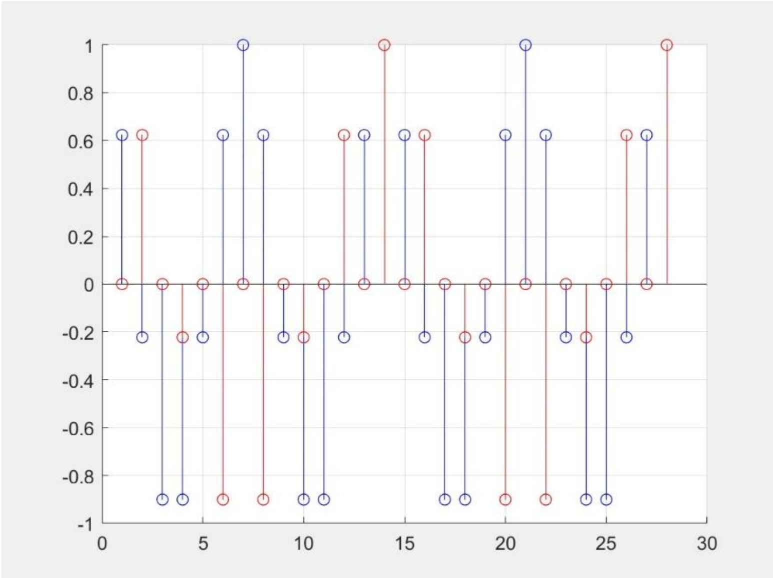


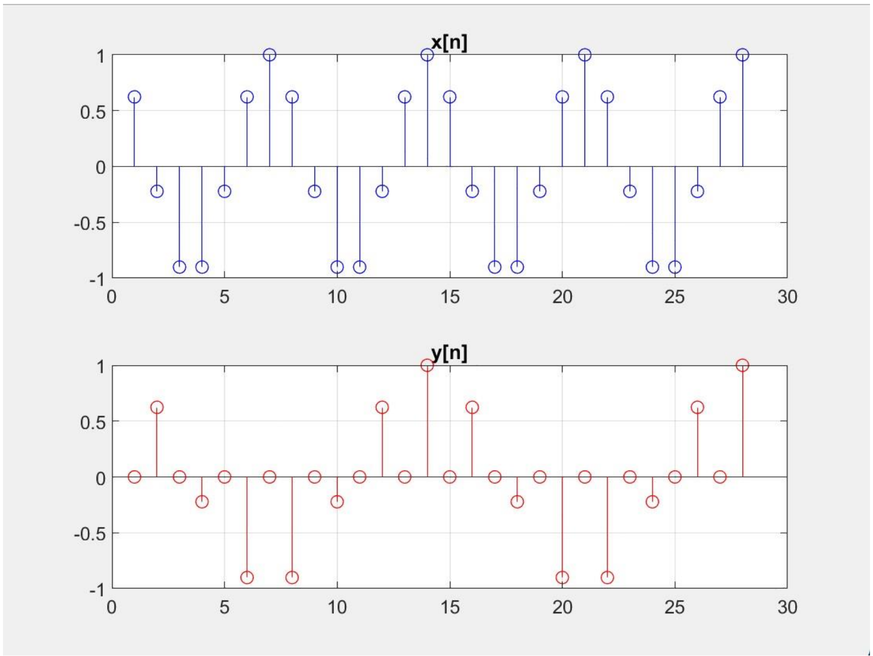


سیگنال از cos(2pi*n/7) تبدیل می شود به cos(4pi*n/7) دوره تناوب در سیگنال اولیه برابر 7 بود ، با دوبرابر شدن ورودی سیگنال اگر در پیوسته بود توقع داشتیم که دوره تناوب برابر 3.5 بشود. اما چون سیگنال ما گسسته است این اتفاق نمی افتد و دوره تناوب همان برابر 7 باقی می ماند. اگر ورودی سیگنال ضربدر هر عدد غیر مضرب 7 ای بشود ، باز هم به دلیل اعشاری شدن دوره تناوب ، پریود همان 7 باقی می ماند. اما در مقادیر نشان داشده شده روی نمودار می توانند تفاوت کنند که البته به طور کل 7 حالت متفاوت نمودار می توانیم داشته باشیم.

ب) y[n] را طبق دستور بدست می آوریم و در کنار x[n] رسم می کنیم.

یکبار سیگنال های x[n] و y[n] را روی هم و سپس جدا از هم رسم می کنیم تا تغییرات را مشاهده کنیم.



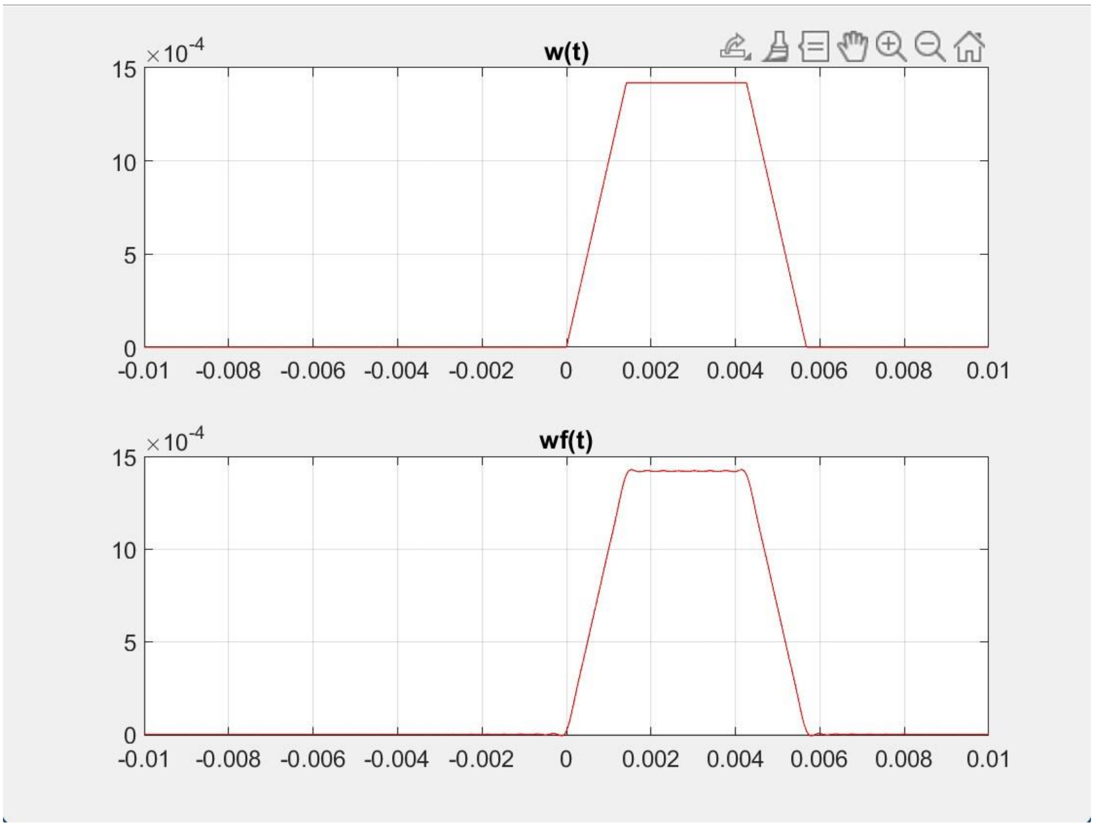


سیگنال از cos(2pi*n/7) تبدیل می شود به cos(pi*n/7) دوره تناوب در سیگنال اولیه برابر 7 بود ، با نصف شدن ورودی سیگنال، مشاهده می کنیم که دوره تناوب دو برابر و برابر 14 می شود. اینبار قضیه فرق دارد زیرا که دوره تناوب جدید اعشاری نیست و صحیح است. به همین دلیل سیگنالی که مشاهده می کنیم ، دوره تناوب متفاوتی نسبت به x[n] دارد.

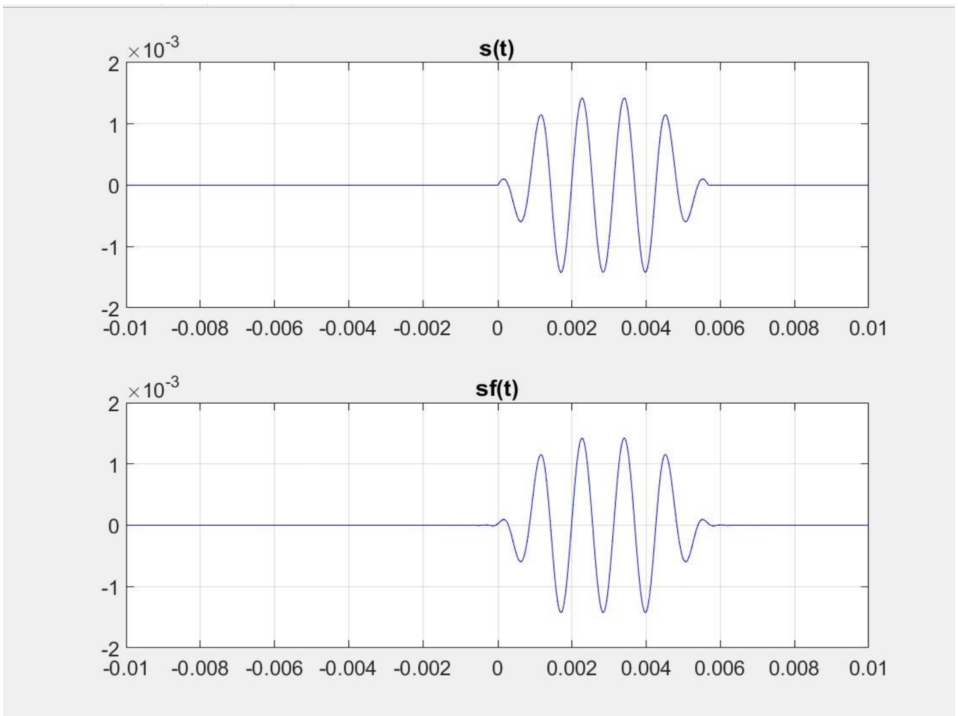
طبیعتا با توجه به گسسته بودن نمودار ، مقدار آن ها به ازای هر n نیز تغییر کرده است و اتفاقا انگار همان سیگنال x[n] است که بین هر مقدار n آن یک 0 گذاشته شده و سیگنال عریض شده است.

تولید نوت موسیقی با Windowing

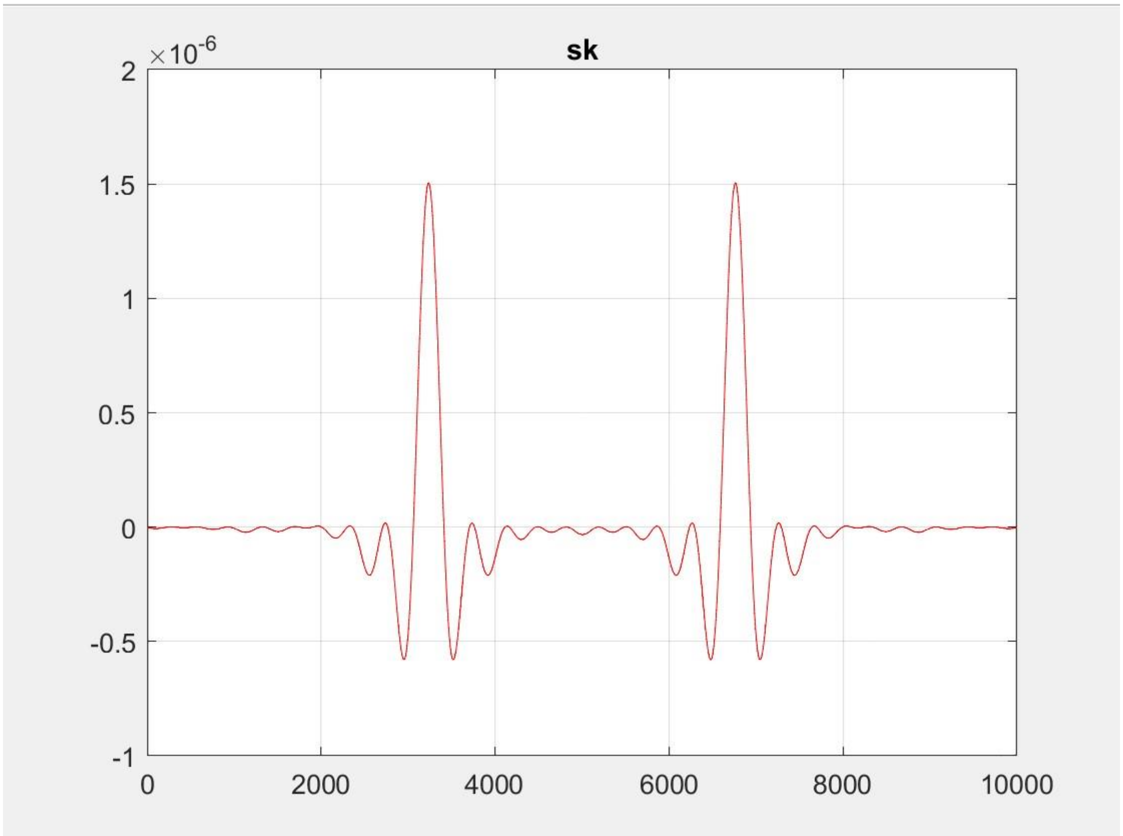
الف) سیگنال w(t) و سری فوریه آن را بدست می آوریم و رسم می کنیم. تعداد 10000 هارمونیک ، تقریب خوبی از سیگنال به ما داد.



ب) سیگنال s(t) و سری فوریه آن را بدست می آوریم و رسم می کنیم. تعداد 10000 هارمونیک ، تقریب خوبی از سیگنال به ما داد.



نمودار ضرایب سری فوریه s(t)



نمودار های کشیده شده برای یک دوره تناوب هستند. اگر بازه t که در ابتدا تعیین کردیم را بزرگ کنیم ، سیگنال ها را به صورت متناوب مشاهده می کنیم.

(ران کردن برنامه طول می کشد!!)