Задание к уроку 3-2

1) 1) $\vec{a} = \{10, 10, 10\}$
$\vec{b} = \{0, 0, -10\}$
$\vec{a} + \vec{b}$?

$\vec{a} + \vec{b} = \{10+0;\ 10+0;\ 10-10\} = \{10; 10, 0\}$.

2. Потому что оси Ox и Oy изображены в разных масштабах. (надо исп-ть команду plt.ylim(y1, y2) для исправления ситуации).

4. 1) Дана плоскость: $Ax + By + Cz + D = 0$
Ур-ние пл-ти ∥ данной, т $(0;0;0)$?
Пл-ти ∥, если $\frac{A_1}{A_2} = \frac{B_1}{B_2} = \frac{C_1}{C_2}$,
например $A_1 = A_2 = A$
$B_1 = B_2 = B$
$C_1 = C_2 = C$, тогда

$Ax + By + Cz + D_2 = 0$, $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow$
$A \cdot 0 + B \cdot 0 + C \cdot 0 + D_2 = 0$
$D_2 = 0$, тогда

плоскость $Ax + By + Cz = 0$ - параллельна $Ax + By + Cz + D = 0$ и проходит т/з начало координат.

4. 2) Дано: $A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0$ - пл-ть
$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$ - прямая

Прямая ∈ пл-ти?

Задано ур-ние прямой, проходящей через две точки:

$M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2, y_2; z_2)$

$\Rightarrow$ прямая ∈ пл-ти, если $\begin{cases} M_1 \in \text{пл-ти} \\ M_2 \in \text{пл-ти} \end{cases}$

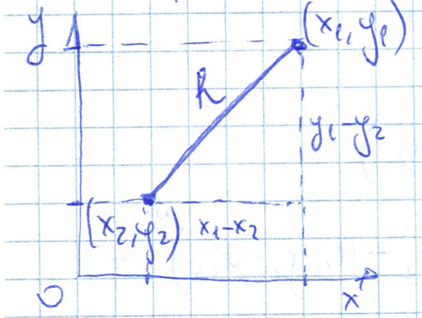
$\Rightarrow$ $\begin{cases} A_1x_1 + B_1y_1 + C_1z_1 + D_1 = 0 \\ A_1x_2 + B_1y_2 + C_1z_2 + D_1 = 0 \end{cases}$

$A_1(x_2 - x_1) + B_1(y_2 - y_1) + C_1(z_2 - z_1) = 0$

Ответ: прямая ∈ пл-ти, если $A_1(x_2 - x_1) + B_1(y_2 - y_1) + C_1(z_2 - z_1) = 0$.

Задание к уроку 3-3.

(2). Доказать что при ортогональном преобр. сохр-ся расст. м/у точками.



Пусть даны две ~~точки~~ точки (x_1,y_1) и (x_2,y_2), для расстояния R:

$$R^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)$$

Преобразуем (x,y) в (m,n):

$$m = a_{11}x + a_{12}y + a_{13}$$
$$n = a_{21}x + a_{22}y + a_{23}$$

, тогда для расст. k между т. (m_1,n_1) и (m_2,n_2):

$$k^2 = (m_1-m_2)^2+(n_1-n_2)^2 =$$
$$= (a_{11}\cdot x_1 + a_{12}\cdot y_1 + \cancel{a_{13}} - a_{11}\cdot x_2 - a_{12}\cdot y_2 - \cancel{a_{13}})^2 +$$
$$+ (a_{21}\cdot x_1 + a_{22}y_1 + \cancel{a_{23}} - a_{21}\cdot x_2 - a_{22}\cdot y_2 - \cancel{a_{23}})^2 =$$
$$= (a_{11}(x_1-x_2)+a_{12}(y_1-y_2))^2 + (a_{21}(x_1-x_2)+(y_1-y_2)a_{22})^2 =$$
$$= a_{11}^2(x_1-x_2)^2 + 2\cdot a_{11}\cdot a_{12}(x_1-x_2)(y_1-y_2)+a_{12}^2(y_1-y_2)^2 +$$
$$+ a_{21}^2(x_1-x_2)^2 + 2a_{21}a_{22}(x_1-x_2)(y_1-y_2)+a_{22}^2(y_1-y_2)^2 =$$
$$= \underbrace{(a_{11}^2+a_{21}^2)}_{=1}(x_1-x_2)^2 + 2\underbrace{(a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22})}_{=0}(x_1-x_2)(y_1-y_2) +$$
$$+ \underbrace{(a_{12}^2+a_{22}^2)}_{=1}(y_1-y_2)^2$$

По усл. ортогон. преобр.:

$$a_{11}^2+a_{21}^2=1$$
$$a_{11}a_{12}+a_{21}a_{22}=0$$
$$a_{12}^2+a_{22}^2=1$$

, тогда

$$k^2 = (x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2 = R^2,$$

т.о. расстояние k м/у точками (m_1,n_1) и (m_2,n_2) равно расст. R между точками (x_1,y_1) и (x_2,y_2), что и т.д.