① $\frac{\sin x}{x} = 0$ ООЗ $x \neq 0$

$\sin x = 0$

$x = (-1)^k \cdot \arcsin(0) + \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$

$x = \pi k,\ k \in \mathbb{Z}$,

т.к. $x \neq 0$, $\Rightarrow$

$x = \pi k;\ k \in \mathbb{Z},\ k \neq 0$

Ответ: $\{\pi k\},\ k \in \mathbb{Z},\ k \neq 0$.

② Дано:

$y = k_1 \cdot x + b_1$

$y = k_2 \cdot x + b_2$

$y = k_3 \cdot x + b_3$, пересекаются в одной точке?

Пусть т. $M(x_0, y_0)$ – точка пересечения, тогда

$$\begin{cases} y_0 = k_1 \cdot x_0 + b_1 & (1) \\ y_0 = k_2 \cdot x_0 + b_2 & (2) \\ y_0 = k_3 \cdot x_0 + b_3 & (3) \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} (1) = (2) \\ (2) = (3) \\ (1) = (3) \end{array} \begin{cases} k_1 x_0 + b_1 = k_2 x_0 + b_2 \\ k_2 x_0 + b_2 = k_3 x_0 + b_3 \\ k_1 x_0 + b_1 = k_3 x_0 + b_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_0 = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} \\ x_0 = \frac{b_3 - b_2}{k_3 - k_2} \\ x_0 = \frac{b_3 - b_1}{k_1 - k_3} \end{cases}$$, т.е.

$$\frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2} = \frac{b_3 - b_2}{k_2 - k_3} = \frac{b_3 - b_1}{k_1 - k_3},$$

если $b_1 = b_2 = b_3$ – верно

3.

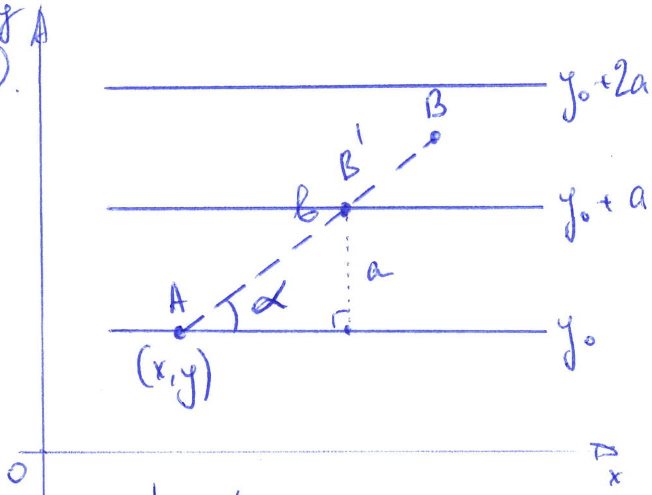


рис. 1

AB = b — игла

Игла пересекает линию, ~~если~~ в т. (B'), если проекция $AB'_{\text{на } y} \geq a$, т.е.

$b\cdot\sin\alpha \geq a$

Если т. A не лежит на прямой, тогда

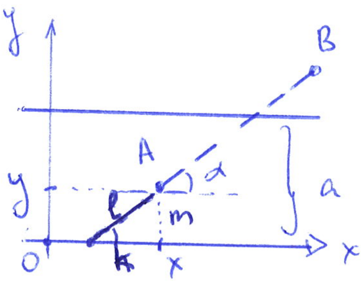


рис. 2

$m = y - na$, где $n = 0, 1, 2, \ldots$ — кол-во линий от оси Ox

$l = \frac{m}{\sin\alpha} = \frac{y - n\cdot a}{\sin\alpha}$, тогда

$(b + l)\sin\alpha \geq a$

$\left(b + \frac{y - n\cdot a}{\sin\alpha}\right)\sin\alpha \geq a$, $\sin\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \pi k, k = 0, 1, \ldots$

$b\sin\alpha + y - n\cdot a \geq a$

$\boxed{b\cdot\sin\alpha \geq a(n+1) - y}$

Для рис. 2: $n = 0$, $b\cdot\sin\alpha \geq a - y$ — верно

Для рис. 1: $n = 1$, $y = a$, тогда $b\cdot\sin\alpha \geq a(1+1) - a$

$b\cdot\sin\alpha \geq a$ — верно.

Ответ: Игла пересекает линию, если вып-ся нер-во:

$b\cdot\sin\alpha \geq a(n+1) - y$

17.6.2. $4y - 3x + 12 = 0$

$7y + x - 14 = 0$

Угол α м/у прямыми?

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{A_2B_1 - A_1B_2}{A_1A_2 + B_1B_2}$$

Запишем ур-ние в общем виде $(Ax + By + C = 0)$:

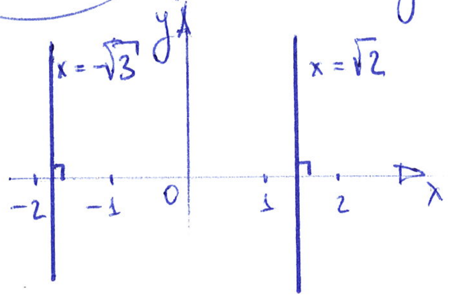
$$\begin{cases} -3x + 4y + 12 = 0 \\ x + 7y - 14 = 0 \end{cases}$$, тогда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{1\cdot 4 - (-3\cdot 7)}{-3\cdot 1 + 4\cdot 7} = \frac{4+21}{28-3} = \frac{25}{25} = 1.$$

$\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

Ответ: $\alpha = \frac{\pi}{4} + \pi k$, $k = 0, 1, 2, \ldots$

17.6.4 Найти угол м/у $x_1 = \sqrt{2}$ и $x_2 = -\sqrt{3}$



Прямые $\parallel$ оси Oy $\Rightarrow$ прямые $x_1 \parallel x_2$, след. α не сущ-т

Выяснить тип кривой второго порядка:

17.6.5: $y^2 - 2x - 2y - 5 = 0$

$(y^2 - 2y + 1) - 1 - 2x - 5 = 0$

$(y-1)^2 = 2(x+3)$ – парабола с вершиной $(-3; 1)$

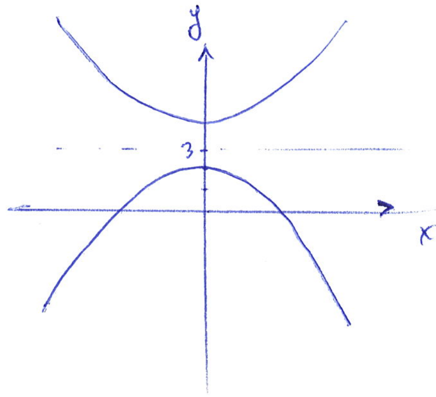
17.6.6: $3x^2 + 5y^2 + 12x - 30y + 42 = 0$

$3(x^2 + 4x + 4) + 5(y^2 - 6y + 9) + 42 - 12 - 45 = 0$

$3(x+2)^2 + 5(y-3)^2 = 0 + 15 \quad |:15$

$\frac{(x+2)^2}{5} + \frac{(y-3)^2}{3} = 1$ – эллипс с центром $(-2; 3)$.

17.6.7. $2x^2 - y^2 + 6y - 7 = 0$



$2x^2 - (y^2 - 6y + 9) - 7 + 9 = 0$

$2x^2 - (y-3)^2 = -2 \quad |:2$

$x^2 - \frac{(y-3)^2}{2} = -1$

$\frac{(y-3)^2}{2} - x^2 = 1$ - гипербола с центром $(0; 3)$

17.6.8. $2x^2 - 3y^2 - 28x - 42y - 55 = 0$

$2(x^2 - 14x + 49) - 3(y^2 + 14y + 49) - 55 - 2\cdot 49 + 3\cdot 49 = 0$

$2(x-7)^2 - 3(y+7)^2 - 6 = 0 \quad |:6$

$\frac{(x-7)^2}{3} - \frac{(y+7)^2}{2} = 1$ - гипербола (обычная) с центром в т. $(7; -7)$