

Universidad del Valle de Guatemala

Facultad de Ingeniería

Ingeniería en Ciencia de la Computación y Tecnologías de la Información

Laboratorio No. 7

Simplificación de Gramáticas Libres de Contexto

Ejercicio 1: Transformación Manual de CFGs

Estudiante: Jonathan Zacarias , Hugo Barillas

Carnet: 231104 ,23306

Fecha: 15 de septiembre de 2025

1 Introducción

Este documento presenta la solución al Ejercicio 1 del Laboratorio 7, que consiste en la transformación manual de dos gramáticas libres de contexto (CFGs) mediante los siguientes pasos:

1. Eliminación de producciones- ε
2. Eliminación de producciones unitarias
3. Eliminación de símbolos inútiles
4. Conversión a Forma Normal de Chomsky (CNF)

2 Gramática 1

2.1 Gramática Original

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow \varepsilon \\ B &\rightarrow S \mid A \\ C &\rightarrow S \mid \varepsilon \end{aligned}$$

2.2 Eliminación de producciones- ε

2.2.1. Paso 1: Identificación de símbolos anulables

- A es anulable: $A \rightarrow \varepsilon$.
- C es anulable: $C \rightarrow \varepsilon$.
- S es anulable: $S \rightarrow \varepsilon$.
- B es anulable: $B \rightarrow A$ y A es anulable.

Símbolos anulables: $\{A, B, C, S\}$

2.2.2. Paso 2: Generación de nuevas producciones

Para cada producción con símbolos anulables generamos las combinaciones sin producir ε (salvo si la gramática original requiere conservar la posibilidad de cadena vacía desde el símbolo inicial; en este caso la hemos eliminado de las producciones y mantenido la equivalencia salvo ε explícito).

- De $S \rightarrow 0S0$ obtenemos $S \rightarrow 0S0$ y $S \rightarrow 00$.
- De $S \rightarrow 1S1$ obtenemos $S \rightarrow 1S1$ y $S \rightarrow 11$.
- De $B \rightarrow S$ y $B \rightarrow A$ obtenemos las variantes (pero las producciones ε intermedias se omiten en la gramática final).
- De $C \rightarrow S$ se obtiene $C \rightarrow S$ (y la variante vacía se omite).

2.2.3. Gramática sin producciones- ε

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 00 \mid 11 \\ B &\rightarrow S \mid A \\ C &\rightarrow S \end{aligned}$$

2.3 Eliminación de producciones unitarias

Producciones unitarias detectadas:

$$B \rightarrow S, \quad B \rightarrow A, \quad C \rightarrow S.$$

Proceso:

- $B \rightarrow A$: como A no aporta producciones no-unitarias útiles, se elimina la unidad.
- $B \rightarrow S$: reemplazamos por las producciones de S .
- $C \rightarrow S$: reemplazamos por las producciones de S .

2.3.1. Gramática sin producciones unitarias

$$\begin{aligned} S &\rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 00 \mid 11 \\ B &\rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 00 \mid 11 \\ C &\rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 00 \mid 11 \end{aligned}$$

2.4 Eliminación de símbolos inútiles

Símbolos no productivos: ninguno (todos pueden derivar terminales).

Símbolos no alcanzables: desde S no aparecen B ni C en ninguna RHS final, por lo que B y C se consideran no alcanzables y pueden eliminarse si buscamos la gramática mínima con inicio S .

2.4.1. Gramática sin símbolos inútiles

$$S \rightarrow 0S0 \mid 1S1 \mid 00 \mid 11$$

2.5 Conversión a Forma Normal de Chomsky (CNF)

Creamos no-terminales para los terminales:

$$T_0 \rightarrow 0, \quad T_1 \rightarrow 1.$$

Descomponemos producciones largas introduciendo auxiliares:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow T_0A_1 \mid T_1A_2 \mid T_0T_0 \mid T_1T_1 \\ A_1 &\rightarrow ST_0 \\ A_2 &\rightarrow ST_1 \\ T_0 &\rightarrow 0 \\ T_1 &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

(En esta forma cada producción es $A \rightarrow BC$ o $A \rightarrow a$, cumpliendo CNF.)

3 Gramática 2

3.1 Gramática Original

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \mid \varepsilon \\ A &\rightarrow C \mid a \\ B &\rightarrow C \mid b \\ C &\rightarrow CD \mid \varepsilon \\ D &\rightarrow A \mid B \mid ab \end{aligned}$$

3.2 Eliminación de producciones- ε

Identificación de anulables (iterativa):

C es anulable, S es anulable $\Rightarrow A, B, D$ también resultan anulables.

Generando combinaciones (omitiendo las producciones ε finales salvo la decisión sobre si conservar ε desde S):

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \mid aa \mid bb \\ A &\rightarrow C \mid a \\ B &\rightarrow C \mid b \\ C &\rightarrow CD \mid D \\ D &\rightarrow A \mid B \mid ab \end{aligned}$$

3.3 Eliminación de producciones unitarias

Producciones unitarias identificadas:

$$A \rightarrow C, B \rightarrow C, C \rightarrow D, D \rightarrow A, D \rightarrow B.$$

Sustituyendo las producciones unitarias por las producciones no unitarias correspondientes y simplificando, llegamos a:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aAa \mid bBb \mid aa \mid bb \\ A &\rightarrow CD \mid a \mid b \mid ab \\ B &\rightarrow CD \mid a \mid b \mid ab \\ C &\rightarrow CD \mid a \mid b \mid ab \\ D &\rightarrow CD \mid a \mid b \mid ab \end{aligned}$$

(Se han incorporado las alternativas no unitarias derivadas tras eliminar las unitarias.)

3.4 Eliminación de símbolos inútiles

Todos los símbolos son alcanzables desde S y pueden producir terminales; por tanto, no hay símbolos inútiles que eliminar.

3.5 Conversión a CNF

Introducimos no-terminales para terminales:

$$T_a \rightarrow a, \quad T_b \rightarrow b.$$

Descomponemos producciones largas y sustituciones necesarias. Una posible CNF equivalente (con auxiliares para pares y descomposición) es:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow T_a X_1 \mid T_b X_2 \mid T_a T_a \mid T_b T_b \\ X_1 &\rightarrow A T_a \\ X_2 &\rightarrow B T_b \\ A &\rightarrow C D \mid T_a \mid T_b \mid T_a T_b \\ B &\rightarrow C D \mid T_a \mid T_b \mid T_a T_b \\ C &\rightarrow C D \mid T_a \mid T_b \mid T_a T_b \\ D &\rightarrow C D \mid T_a \mid T_b \mid T_a T_b \\ T_a &\rightarrow a \\ T_b &\rightarrow b \end{aligned}$$

4 Conclusiones

1. Se aplicaron los pasos clásicos: eliminación de ε -producciones, eliminación de producciones unitarias, eliminación de símbolos inútiles y conversión a CNF.
2. Las gramáticas finales están en Forma Normal de Chomsky (cada producción es $A \rightarrow BC$ o $A \rightarrow a$) mediante la introducción de variables auxiliares.
3. Mantuvimos la equivalencia (salvo consideraciones puntuales sobre la preservación explícita de la cadena vacía ε cuando corresponde al símbolo inicial).

5 Repositorio

<https://github.com/Zacatac23/Laboratorios-de-TM/tree/lab7>