

Experimentell Metodik

Zacharias Brohn^{*}

Elis Bergdahl[†]

Mikael Baer[‡]

Luleå tekniska universitet

971 87 Luleå, Sverige

11 december 2024

Sammanfattning

Denna rapport presenterar en undersökning av volymflödet genom smala horisontella rör. Genom dimensionsanalys och experimentella metoder studeras sambandet mellan volymflöde och olika fysikaliska parametrar.

1 Inledning

Vi kommer undersöka volymflödet av materia genom smala, horisontella rör. Experimenten utförs med vatten (H_2O), men de framtagna matematiska modellerna är generellt tillämpbara för andra fluider.

2 Teori

2.1 Dimensionsanalys

Dimensionsanalys är en metod för att verifiera matematiska samband genom att kontrollera dimensionell konsekvens hos ingående variabler. Metoden är särskilt användbar för att validera fysikaliska ekvationer.

^{*}email: `zacbro-8@student.ltu.se`

[†]email: `elieba-4@student.ltu.se`

[‡]email: `mikbae-4@student.ltu.se`

2.2 Linjärisering

För en potensfunktion av formen:

$$Y = C \cdot x^a \quad (1)$$

kan exponenten a bestämmas genom logaritmering:

$$\ln Y = \ln C + a \cdot \ln x \equiv Y' = m + k \cdot X \quad (2)$$

där:

$$Y' = \ln y, \quad k = a, \quad X = \ln x, \quad m = \ln C \quad (3)$$

3 Metod

3.1 Genomförande

Vid genomförandet användes en experimentuppställning bestående av slangar, en vattenbehållare, ett glaströr och en vattenkran enligt figur 2. Uppställningen monterades på ett lämpligt stativ. Från vattenbehållaren, som utgjorde huvudkomponenten, drogs fyra slangar:

- En direktkoppling mellan vattenkran och behållare
- En överflödesslang kopplad till vasken
- En slang kopplad till glaströret
- En slang med gängad ände för montering av teströr

På glaströret monterades en linjal för att mäta och kontrollera vattentrycket. Tio teströr med varierande längd och diameter användes och kategoriserades efter färg. Vattenflödet



Figur 1: Experimentuppställning för flödesmätning.

mättes genom att samla upp vatten under en bestämd tid i en vägd bägare. För varje mätning monterades ett specifikt rör beroende på vilken parameter som skulle undersökas. Efter att bägaren vägts, justerades vattenflödet till önskad nivå. Vattentrycket kontrollerades via glasrörets höjd när detta inte var den undersökta variabeln. Mätningen påbörjades genom att placera bägaren under utloppet samtidigt som tidtagningen startades. Samtliga mätvärden dokumenterades i ett Excel-ark för senare analys. Experimentet undersökte fyra variabler:

- Rördiameter
- Rörlängd
- Vattentryck
- Flödestid

Storhet	Beteckning	Dimension
Volymflöde	Q	L^3T^{-1}
Rörlängd	l	L
Rördiameter	d	L
Tid	t	T
Volym	V	L^3
Densitet*	ρ	ML^{-3}
Tyngdacceleration*	g	LT^{-2}
Viskositet*	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Höjd i glasrör (vattentryck)	h	L

Tabell 1: Experimentets variabler med tillhörande beteckningar och dimensioner. Variabler markerade med * förblev konstanta under experimentet.

3.2 Material och mätprecision

För vattenuppsamling användes två plastbägare för att minimera vattenspill. Slangarna bestod av mjukt gummi och plast med tillräcklig flexibilitet utan att påverka vattenflödet. Mätprecisionen för vattenmängden var 1 mm.

4 Metod

4.1 Genomförande

Vid genomförandet nyttjades en anordning av slangar, en vattenbehållare, ett glasrör och en vattenkran som vattenkälla enligt figur 1. Anordningen var monterad på en passande ställning. Totalt var fyra slangar dragna från vattenbehållaren som fungerade som

huvudobjektet i anordningen. En slang fästes som en direktkoppling mellan vattenkranen och vattenbehållaren, en annan användes som överflödesskydd kopplad direkt till vasken, en som var kopplad till glaströret och den sista som med hjälp av en gänga i ena änden fungerade som fäste för teströren. På glaströret var en linjal monterad, en mätanordning som användes för att bestämma och kontrollera vattentrycket. Mest väsentligt var teströren, som var tio stycken. Rörens längd och diameter varierade och delades upp med hjälp av färger.



Figur 2: Laborationsanordningen.

Med denna anordning kunde vi mäta vattenflödet genom att låta vattnet flöda genom röret en bestämd tid och sedan samla upp vattnet i en bägare som vägdes. Experimentet genomfördes genom att ett specifikt rör monterades beroende på vilken variabel som skulle mätas. Därefter vägdes bägaren, och kranen öppnades tills ett konstant vattenflöde uppnåddes. Vid behov kontrollerades vattentrycket genom att kolla på glaströret (förutom då trycket var den undersökta variabeln). När mätningen påbörjades placerades bägaren under utloppet, och tidtagningen startades samtidigt som vattenstrålen började rinna i bägaren. Alla mätvärden dokumenterades och samlades i ett Excel-ark för vidare analys. Totalt ändrades fyra variabler under mätningarna: rördiametern, rörlängden, vattentrycket och tiden då vattnet flödade.

4.2 Material och noggrannhet

Två bägare användes för att undvika onödigt spill av vatten, båda gjorda av plast. Slangarna var gjorda av mjukt gummi och plast och var flexibla men inte så att de hindrade vattenflödet i något läge. Noggrannheten för vattenmängden var 1 mm.

Storhet	Betäckning	Dimension
Volymflöde	Q	L^3T^{-1}
Rörlängd	l	L
Rördiameter	d	L
Tid	t	T
Volym	V	L^3
Densitet*	ρ	ML^{-3}
Tyngdacceleration*	g	LT^{-2}
Viskositet*	μ	$ML^{-1}T^{-1}$
Höjd i glaströr (vattentryck)	h	L

Tabell 2: Lista över variabler som användes i experimentet med storhet, betäckning och dimension. Variabler med * har varit oförändrade genom hela experimentet.

5 Grafer och Resultat

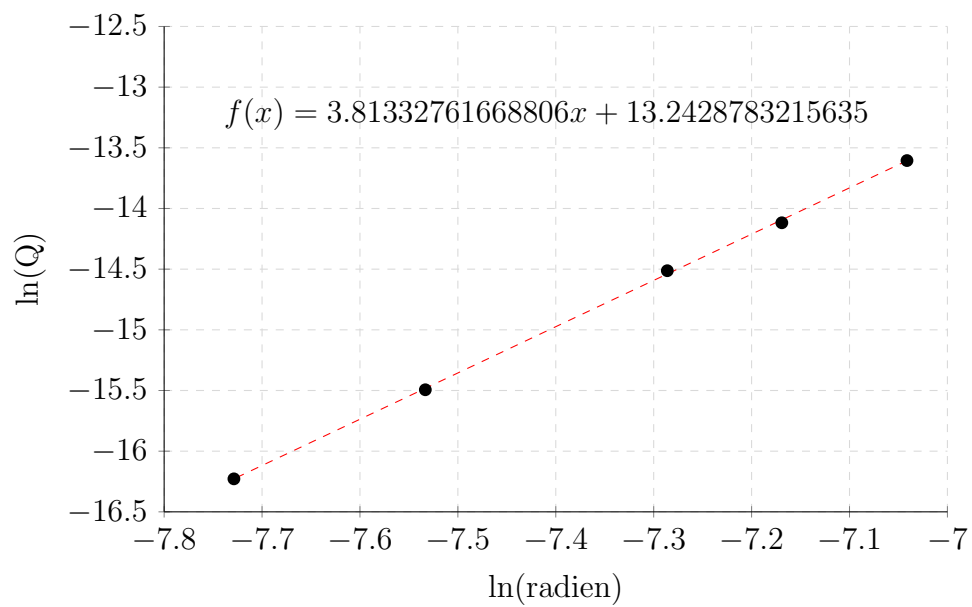
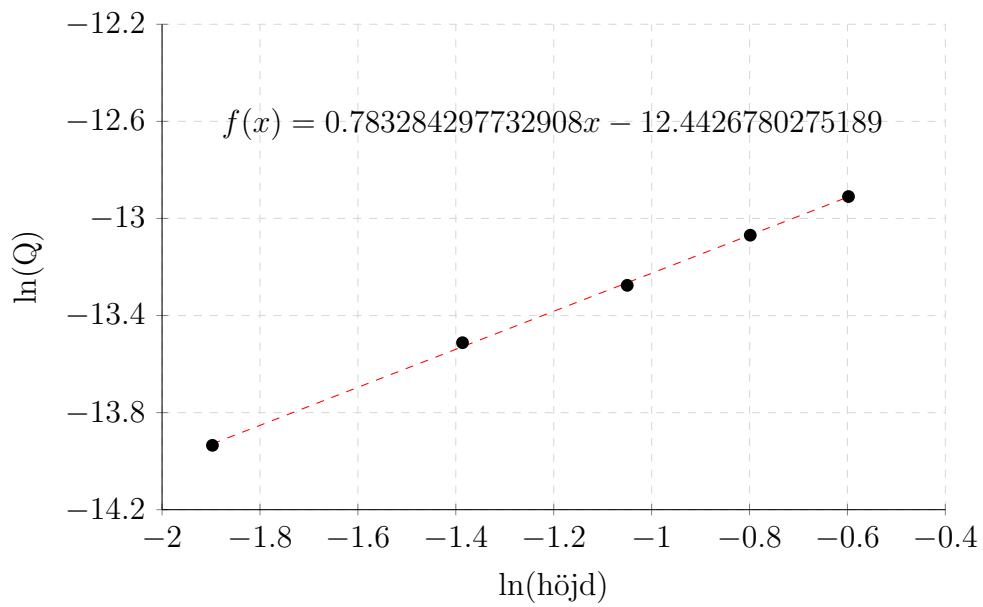
Vi kan få fram 3 exponenter genom att linjärisera data från experimenten, så vi börjar med hur volymflödet beror på höjden:

Höjd(m)	Flöde(m^3/s)	$\ln(\text{höjd})$	$\ln(Q)$
0.15	$8.8750e-7$	-1.897120	-13.93486
0.25	$1.3546e-6$	-1.386294	-13.51205
0.35	$1.7158e-6$	-1.049822	-13.27561
0.45	$2.1096e-6$	-0.798508	-13.06903
0.55	$2.4738e-6$	-0.597837	-12.90978

Och om vi linjäriserar detta hittar vi exponenten

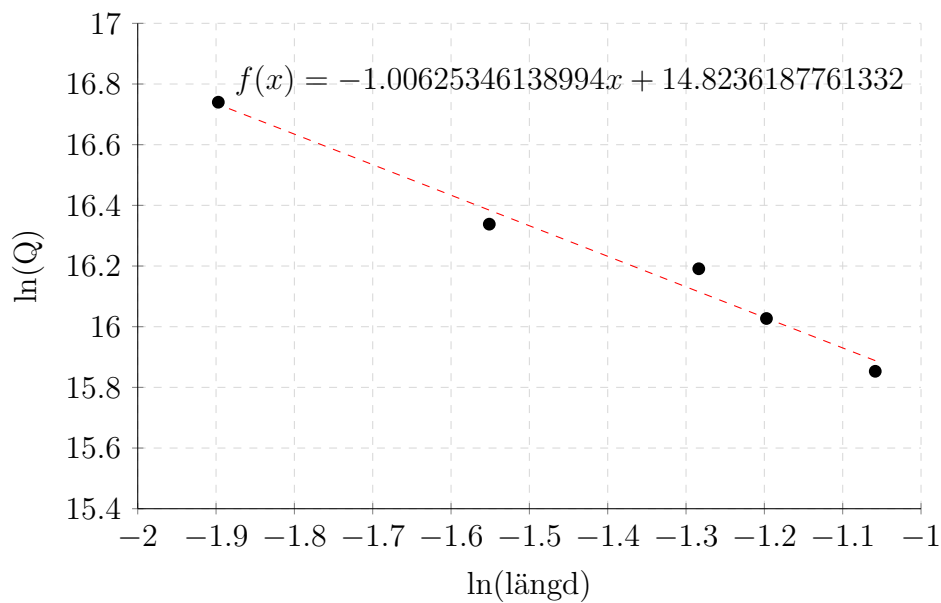
Sedan undersöker vi hur radien påverkar volymflödet, samt linjärisera

Radie(m)	Flöde(m^3/s)	$\ln(r)$	$\ln(Q)$
0.000875	$1.2342e-6$	-7.041287	-13.60511
0.000770	$7.3917e-7$	-7.169120	-14.11774
0.000685	$4.9792e-7$	-7.286092	-14.51283
0.000535	$1.8667e-7$	-7.533244	-15.49394
0.000440	$8.9583e-8$	-7.728736	-16.22810



Slutligen undersöker vi hur längden påverkar volymflödet, samt linjärisera

Längd(m)	Flöde(m^3/s)	$\ln(r)$	$\ln(Q)$
0.347	$2.4738e-6$	-1.058430	$1.5853e+1$
0.302	$1.7658e-6$	-1.197328	$1.6027e+1$
0.277	$1.3025e-6$	-1.283738	$1.6191e+1$
0.212	$5.6167e-7$	-1.551169	$1.6338e+1$
0.150	$3.8375e-7$	-1.897120	$1.6740e+1$



6 Dimensionsanalys av Volymflöde

Det generella sambandet för volymflödet ges av:

$$Q = C \cdot r^\alpha \cdot h^\beta \cdot l^\gamma \cdot \rho^\delta \cdot g^\epsilon \cdot \mu^\varepsilon \quad (4)$$

Genom att ta dimensionerna från volymflöde får vi

$$[Q] = L^3 T^{-1} M^0 \quad (5)$$

$$[Q] = [C] \cdot [d^\alpha] \cdot [h^\beta] \cdot [l^\gamma] \cdot [\rho^\delta] \cdot [g^\epsilon] \cdot [\mu^\varepsilon] \quad (6)$$

Från tidigare beräkningar har vi fått:

$$\alpha = 4 \quad (7)$$

$$\beta = 1 \quad (8)$$

$$\gamma = -1 \quad (9)$$

Det resulterande ekvationssystemet blir:

$$L^3T^{-1} = L^{\alpha+\beta+\gamma} \cdot (ML^{-3})^\delta \cdot (LT^{-2})^\epsilon \cdot (ML^{-1}T^{-1})^\varepsilon \quad (10)$$

$$L^3T^{-1} = M^{\delta+\varepsilon} \cdot L^{\alpha+\beta+\gamma-3\delta+\epsilon-\varepsilon} \cdot T^{-2\epsilon-\varepsilon} \quad (11)$$

Genom att jämföra exponenter får vi:

$$M : \delta + \varepsilon = 0 \quad (12)$$

$$L : \alpha + \beta + \gamma - 3\delta + \epsilon - \varepsilon = 3 \quad (13)$$

$$T : -2\epsilon - \varepsilon = -1 \quad (14)$$

Ur ekv. (12) får vi:

$$\epsilon = -\delta \quad (15)$$

Substitution i ekv. (13) ger:

$$4 + 1 - 1 - 3\delta - \delta + \varepsilon = 3 \quad (16)$$

$$4 - 4\delta + \varepsilon = 3 \quad (17)$$

$$\varepsilon = 2\delta - 1 \quad (18)$$

från ekv. (14):

$$-1 = -(-\delta) - 2(2\delta - 1) \quad (19)$$

$$-1 = \delta - 4\delta + 2 \quad (20)$$

$$-3 = -3\delta \quad (21)$$

$$\delta = 1 \quad (22)$$

från det kan vi lösa ekv. (15)

$$\epsilon = -\delta = -1 \quad (23)$$

alltså får vi att exponenterna är

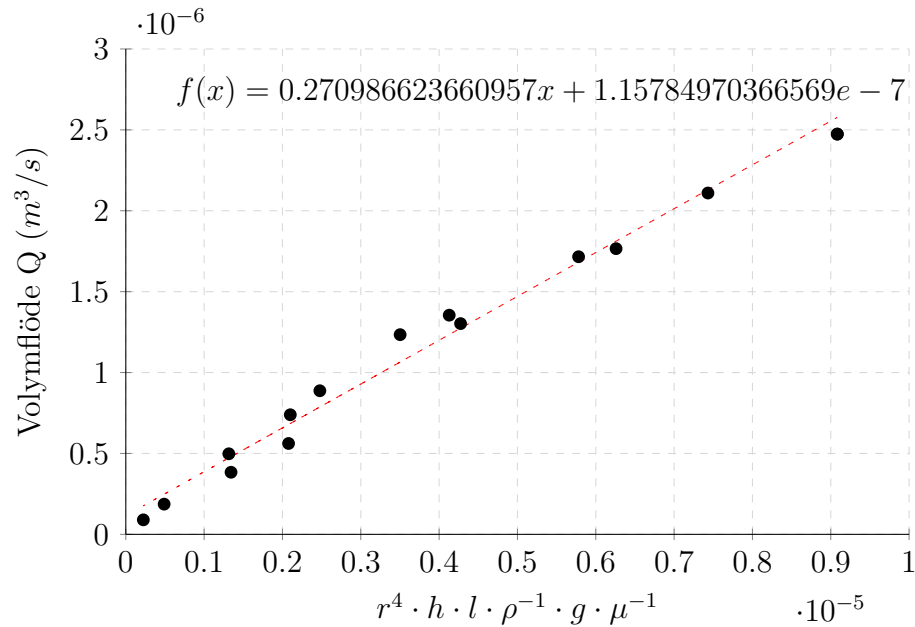
$$\delta = 1 \quad (24)$$

$$\epsilon = -1 \quad (25)$$

$$\varepsilon = 2(1) - 1 = 1 \quad (26)$$

Konstanten C

För att bestämma konstanten C använder vi oss av tidigare mätningar. Vi har mätt volymflödet för olika värden på r , h och l . Genom att linjärisera dessa mätningar kan vi bestämma C genom att använda linjens skärning med y -axeln.



funktionen ger oss konstanten, alltså är

$$C = 0.270986623660957 \approx 0.271 \quad (27)$$