

---

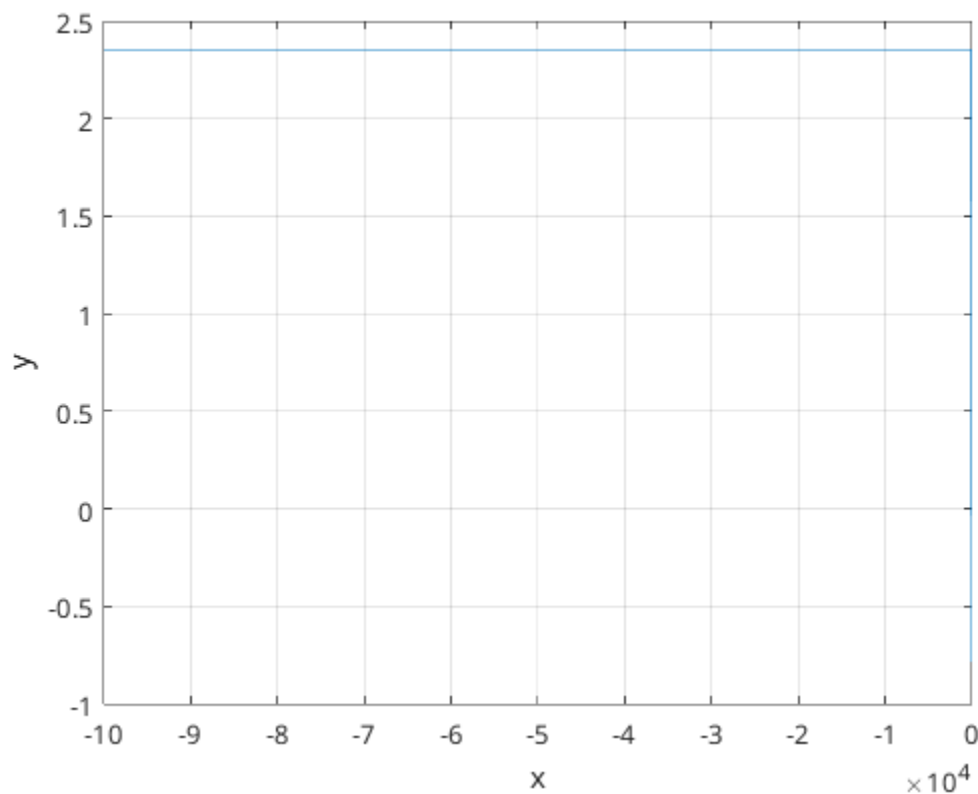
# Uppgift 11

Plotta funktionen och hitta konstanta värdet i intervallet  $[-a, -1]$  där  $a > 0$  är tillräckligt stort

$$f(x) = \tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \tan^{-1}(x)$$

```
x = linspace(-100000, -1, 100000);  
f = @(x) atan((x - 1) ./ (x + 1)) - atan(x);
```

```
figure;  
plot(x, f(x));  
xlabel('x');  
ylabel('y');  
grid on;
```



Funktionen verkar ge sådant konstant värde

$$f(x) \approx 2,356 \approx \frac{3\pi}{4}$$

Det kan bekräftas genom att räkna ut gränsvärdet

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) - \tan^{-1}(x) \right)$$

---

vi räknar var för sig

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1}\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1}\left(1 - \frac{2}{x+1}\right) = \tan^{-1}(1)$$

och

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \tan^{-1}(x) = -\frac{\pi}{2}$$

slutligen

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \tan^{-1}(1) - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

Alltså är det konstanta värdet  $\frac{3\pi}{4}$ .

*Published with MATLAB® R2024b*