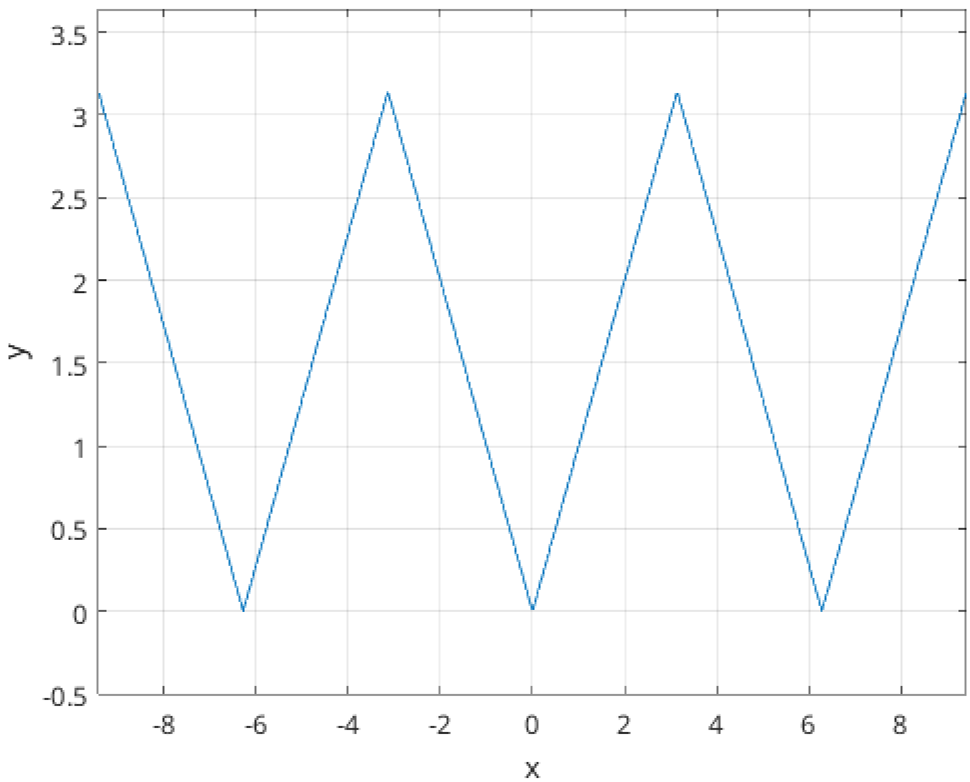
Uppgift 10

Plotta funktionen och se om det finns punkter som icke går att derivera

$f(x) = \cos^{-1}(\cos(x))$

```
x = linspace(-10, 10, 1000);
f = @(x) acos(cos(x));

figure;
plot(x, f(x));
xlabel('x');
ylabel('y');
grid on;
axis([(-3 * pi) (3 * pi), -0.5 (pi + 0.5)])
```



Man ser direkt att derivatan är konstant negativ eller positiv. Vi räknar derivatan

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-\cos^2(x)}}(-\sin(x)) = \frac{\sin(x)}{|\sin(x)|}$$

Om vi nu skulle sätta in $x = 1$

$$f'(1) = \frac{\sin(1)}{|\sin(1)|} = 1$$

eller $x = 4$

$$f'(4) = \frac{\sin(4)}{|\sin(4)|} = -1$$

```
f_prime = @(x) sin(x) / sqrt(1 - cos(x)^2);
f_p1 = f_prime(1);
f_p4 = f_prime(4);
fprintf('f''(1) = %f\n', f_p1);
fprintf('f''(4) = %f\n', f_p4);
```

```
f'(1) = 1.000000
f'(4) = -1.000000
```

Nu för icke-deriverbara punkter. Det skulle vara vid vändningspunkterna på grafen, vilket är vid $x = \pm n\pi$ där n är ett heltal.

Vi testar

```
f_ppi = f_prime(pi);
f_p2pi = f_prime(2 * pi);
f_pn2pi = f_prime(-2 * pi);
f_p10pi = f_prime(10 * pi);
f_pn10pi = f_prime(-10 * pi);
fprintf('f''(pi) = %f\n', f_ppi);
fprintf('f''(2*pi) = %f\n', f_p2pi);
fprintf('f''(-2*pi) = %f\n', f_pn2pi);
fprintf('f''(10*pi) = %f\n', f_p10pi);
fprintf('f''(-10*pi) = %f\n', f_pn10pi);
```

```
f'(pi) = Inf
f'(2*pi) = -Inf
f'(-2*pi) = Inf
f'(10*pi) = -Inf
f'(-10*pi) = Inf
```

Alltså är funktionen kontinuerlig vid alla punkter förutom vid $x = n\pi$ där n är ett heltal.

Published with MATLAB® R2024b