

1 Dugga 3 - Fråga 3

Låt $a = 7571$ och $b = 2147$.

- a) Använd Euklides algoritm för att bestämma $\gcd(a, b)$.
- b) Bestäm $\text{lcm}(a, b)$.
- c) Bestäm m och n så att $ma + nb = \gcd(a, b)$.

Uträkning

- a) Euklides algoritm:

$$\gcd(a, b) \rightarrow \gcd(b, a \bmod b) = \gcd(b, c)$$

och det upprepas tills att resten blir 0, alltså

$$\gcd(7571, 2147)$$

\downarrow

$$\gcd(2147, 7571 \bmod 2147) = 7571 - (2147 \cdot (\frac{7571}{2147})) = 7571 - (2147 \cdot 3) = 1130 \quad (1)$$

$$\gcd(1130, 2147 \bmod 1130) = 2147 - (1130 \cdot (\frac{2147}{1130})) = 2147 - (1130 \cdot 1) = 1017 \quad (2)$$

$$\gcd(1017, 1130 \bmod 1017) = 1130 - (1017 \cdot (\frac{1130}{1017})) = 1130 - (1017 \cdot 1) = 113 \quad (3)$$

$$\gcd(113, 1017 \bmod 113) = 1017 - (113 \cdot (\frac{1017}{113})) = 1017 - (113 \cdot 9) = 0 \quad (4)$$

Svar: $\gcd(7571, 2147) = 113$.

- b) Formel för $\text{lcm}(a, b)$:

$$\text{lcm}(a, b) = \frac{a \cdot b}{\gcd(a, b)}$$

Jag använder mig därför av svaret från första frågan:

$$\begin{aligned} \text{lcm}(7571, 2147) &= \frac{7571 \cdot 2147}{\gcd(7571, 2147)} \\ &= \frac{16254937}{113} \\ &= 143849 \end{aligned}$$

Svar: $\text{lcm}(7571, 2147) = 143849$.

- c) Eftersom vi vet att $\gcd(a, b) = 113$ kan vi jobba baklänges i svaren vi fick i första frågan för att hitta m och n . Så, från 3:

$$113 = 1130 - 1017$$

och från 2 vet vi att:

$$\begin{aligned} 113 &= 1130 - (2174 - 1130) \\ &= 2 \cdot 1130 - 2147 \end{aligned}$$

och från 1 vet vi att:

$$\begin{aligned} 113 &= 2 \cdot (7571 - 2147 \cdot 3) - 2147 \\ &= 2 \cdot 7571 - 6 \cdot 2147 - 2147 \\ &= 2 \cdot 7571 - 7 \cdot 2147 \end{aligned}$$

alltså blir mitt svar:

$$m = 2$$

$$n = -7$$

Diskreta duggor

Namn	<input type="text" value="Zacharias Bohn"/>	Personnummer (tio siffror)	<input type="text" value="9907174297"/>	<input type="button" value="Beräkna min kod"/>
Dugga nr.	<input type="text" value="3"/>	Min uppgift är	<input type="text" value="3"/>	Min kod <input type="text" value="33338750"/>

Mina svar:

a)	<input type="text" value="113"/>	
b)	<input type="text" value="143849"/>	
c)	<input type="text" value="[2, -7]"/>	