



Rapport

Projet Théorie de Graphes

Membres

TENE FOGANG ZACHARIE IGOR
OUDARD VERON

**Département Sciences du Numérique - Deuxième année, parcours
Logiciel**

Table des matières

Introduction.....	2
1. Représentation des données de l'essaim sous forme de graphe.....	2
2. Etude des graphes non valués.....	4
2.1. Degré moyen et coefficient de clustering.....	4
2.1.1 Degré moyen et degré de clustering moyen.....	4
2.1.2 Distribution de degré moyen.....	4
2.1.3 Distribution du degré de clustering.....	5
2.2. Nombre de cliques et composantes connexes.....	6
2.3 Longueurs des chemins les plus courts,distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins.....	8
3. Etude des graphes valués.....	9
Conclusion.....	10

Introduction

Le déploiement d'un essaim de nanosatellites en orbite lunaire pour une application d'interférométrie constitue une avancée clé dans l'exploration spatiale. Ces satellites, communiquant par routage opportuniste lorsqu'ils se trouvent à portée, posent des défis liés à l'optimisation des échanges et à la minimisation de la latence. Le projet vise à modéliser cet essaim sous forme de graphes et à analyser ses propriétés pour trois densités (faible, moyenne, forte) et trois portées (20 km, 40 km, 60 km). L'étude inclut les caractéristiques des graphes non valués et valués, offrant des perspectives pour améliorer les communications dans les missions futures.

1. Représentation des données de l'essaim sous forme de graphe

Pour modéliser et visualiser l'essaim de nanosatellites, nous avons utilisé des bibliothèques comme **NetworkX**, **Matplotlib** et **NumPy** dans un environnement **Notebook**. Les données issues des fichiers CSV fournis ont été traitées pour créer des graphes 3D représentant les satellites et leurs connexions pour trois portées de communication : 20 km, 40 km et 60 km.

Nous notons :

Nb1 : Nombre de plus courts chemins en considérant un seul chemin court entre deux sommets.

Nb2: Nombre total de plus courts chemins en considérant tous les chemins courts possibles entre deux sommets.

1. Densité faible :

- Portée de 20 km : Nombre d'arêtes=90 Nb1=587 Nb2= 1045
- Portée de 40 km : Nombre d'arêtes =571 Nb1= 4098 Nb2= 55731
- Portée de 60 km : Nombre d'arêtes=1471 Nb1= 4561 Nb2= 90539

2. Densité moyenne :

- Portée de 20 km : Nombre d'arêtes=173 Nb1= 2008 Nb2= 50210
- Portée de 40 km : Nombre d'arêtes= 842 Nb1= 4656 Nb2=143892
- Portée de 60 km : Nombre d'arêtes=1782 Nb1= 4851 Nb2= 240783

3. Densité élevée :

- Portée de 20 km : Nombre d'arêtes=186 Nb1= 1875 Nb2= 9739
- Portée de 40 km : Nombre d'arêtes=934 Nb1= 4561 Nb2= 301224
- Portée de 60 km : Nombre d'arêtes=1870 Nb1= 4754 Nb2= 355757

Le fait que Nb1 et Nb2 soient différents signifie qu'il existe plusieurs chemins optimaux(de même longueur) entre certaines paires de nœuds.

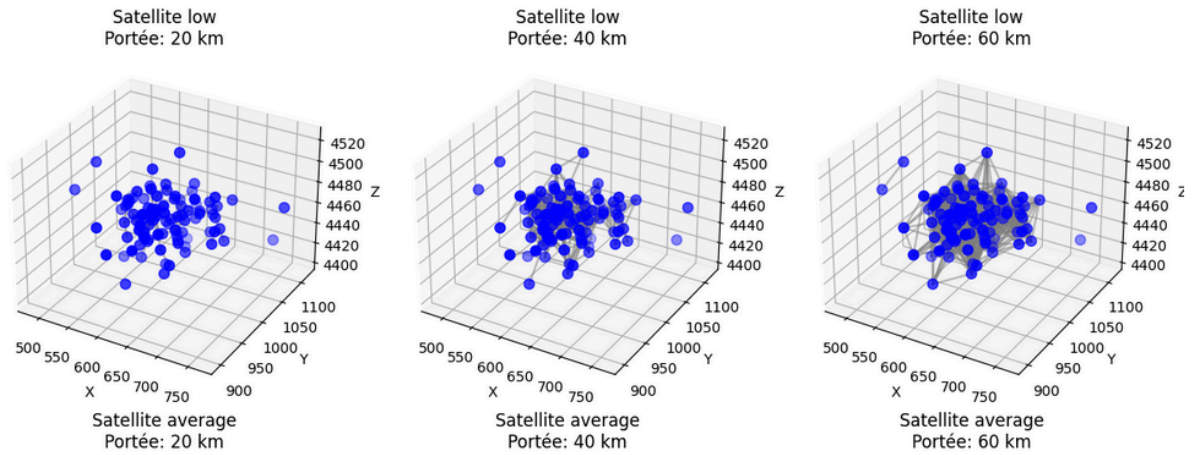


Figure 1 : Graphes associés à l'essaim de densité faible

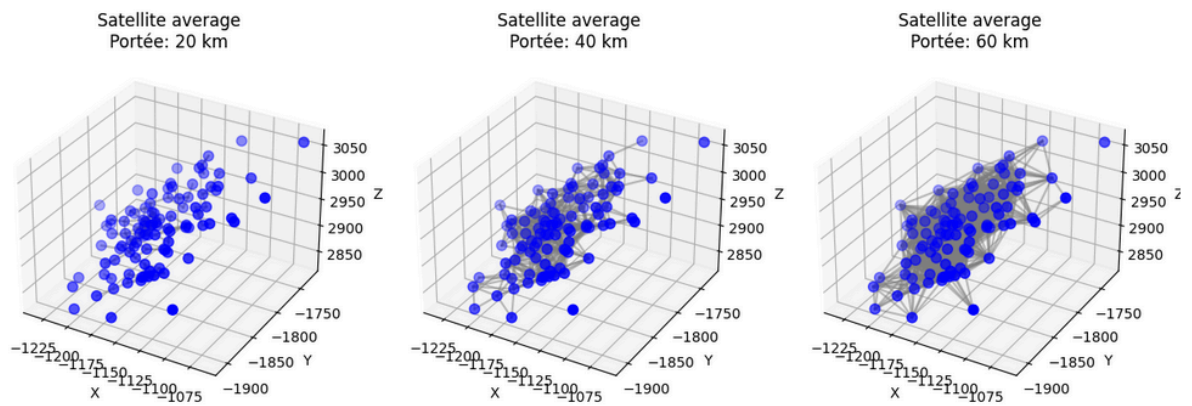


Figure 2: Graphes associés à l'essaim de densité moyenne

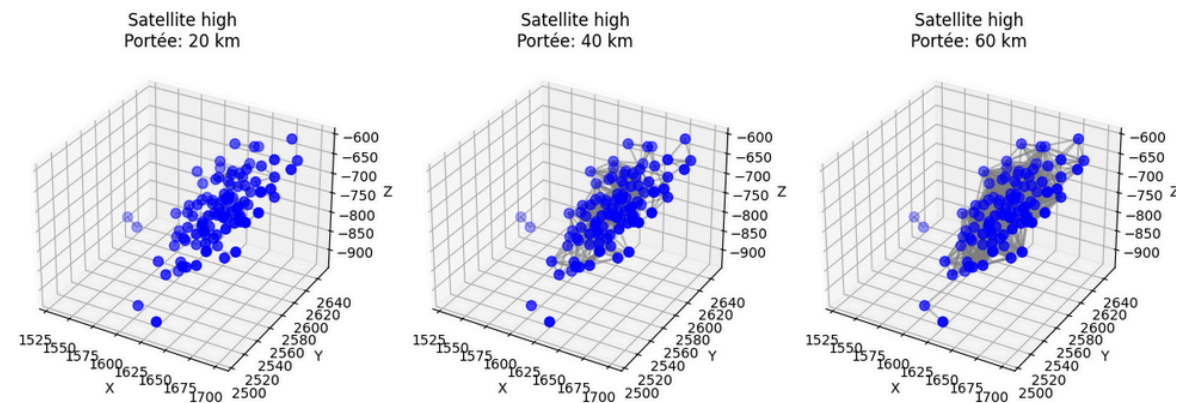


Figure 3: Graphes associés à l'essaim de densité forte

Observations

Nous constatons qu'à chaque fois qu'on augmente la portée, il y a augmentation du nombre d'arête dans le graphe. Nous pouvons également remarquer l'augmentation croissante du nombre d'arêtes en fonction de la densité.

remarque: Les arêtes ne sont pas très visibles, cependant elles existent et sont visibles dans le code source(notebook) remis.

PARTIE II

Tout au long de cette partie, nous présenterons d'abord les résultats obtenus puis nous fournirons un commentaire de ces résultats. Nous désignerons par degré moyen simple, le degré moyen du graphe (obtenu en faisant la somme des degrés de chaque sommet, puis en divisant par le nombre total de sommets).

2. Etude des graphes non valués

Dans cette partie, nous étudions les graphes non valués de l'essaim en analysant des métriques clés comme le degré moyen, le clustering, les cliques, les composantes connexes et les plus courts chemins.

2.1. Degré moyen et coefficient de clustering

2.1.1 Degré moyen et degré de clustering moyen

1. Densité faible :

- Portée de 20 km : Degré moyen = 1.8, Degré de clustering moyen = 0.226079
- Portée de 40 km : Degré moyen = 11.42, Degré de clustering moyen = 0.520465
- Portée de 60 km : Degré moyen = 29.42, Degré de clustering moyen = 0.672379

2. Densité moyenne :

- Portée de 20 km : Degré moyen = 3.46, Degré de clustering moyen = 0.363714
- Portée de 40 km : Degré moyen = 16.84, Degré de clustering moyen = 0.636951
- Portée de 60 km : Degré moyen = 35.64, Degré de clustering moyen = 0.728028

3. Densité élevée :

- Portée de 20 km : Degré moyen = 3.72, Degré de clustering moyen = 0.398120
- Portée de 40 km : Degré moyen = 18.68, Degré de clustering moyen = 0.665058
- Portée de 60 km : Degré moyen = 37.40, Degré de clustering moyen = 0.7280564

2.1.2 Distribution de degré moyen

Nous présentons ici, la distribution du degré des sommets.

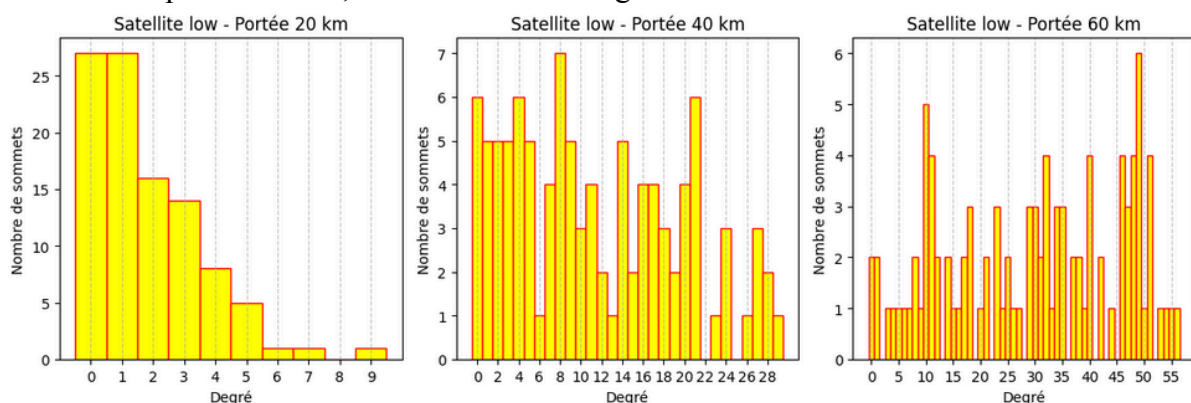


Figure 4 : Distribution du degré pour la densité faible

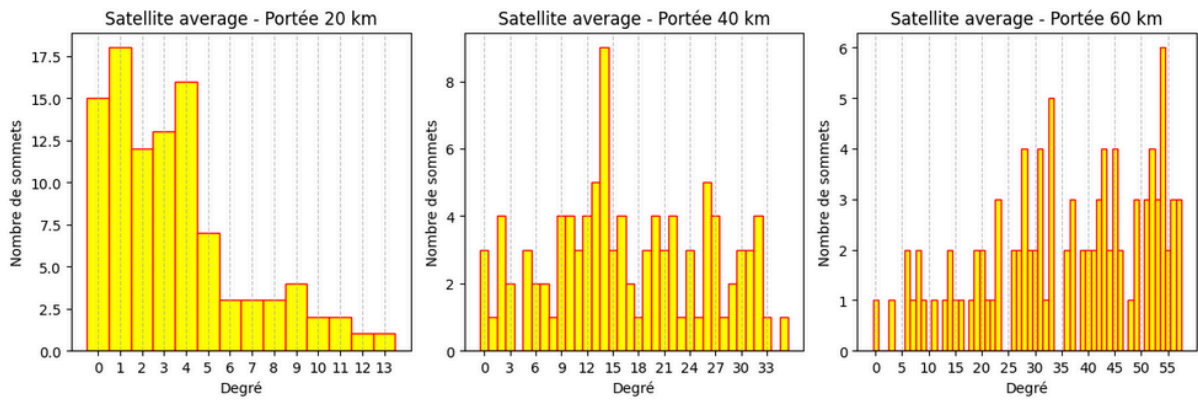


Figure 5 : Distribution du degré pour la densité moyenne

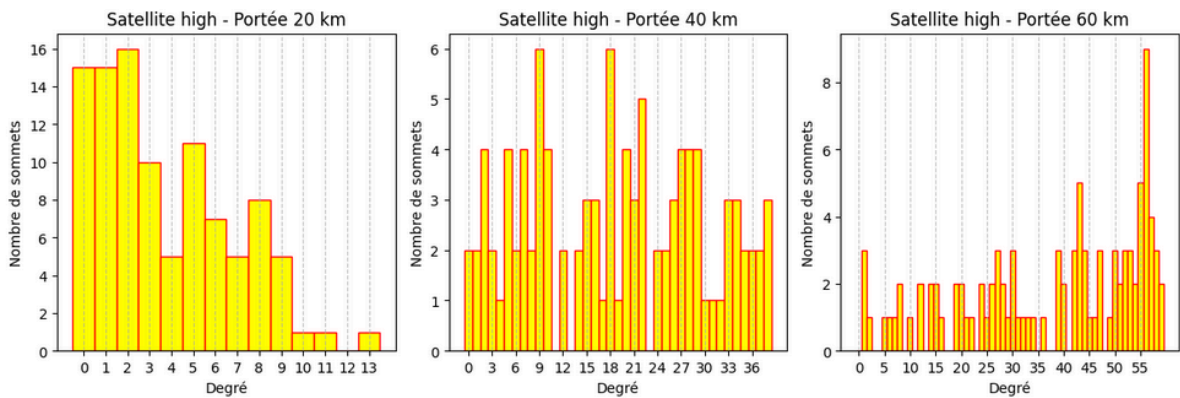


Figure 6 : Distribution du degré pour la densité élevée

2.1.3 Distribution du degré de clustering

Nous présentons ici, la distribution du degré de clustering.

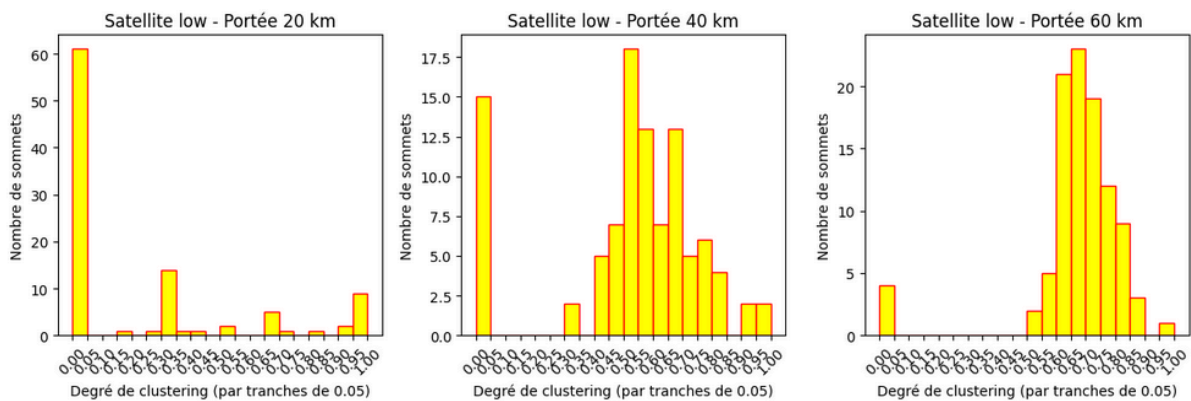


Figure 7 : Distribution du clustering pour la densité faible

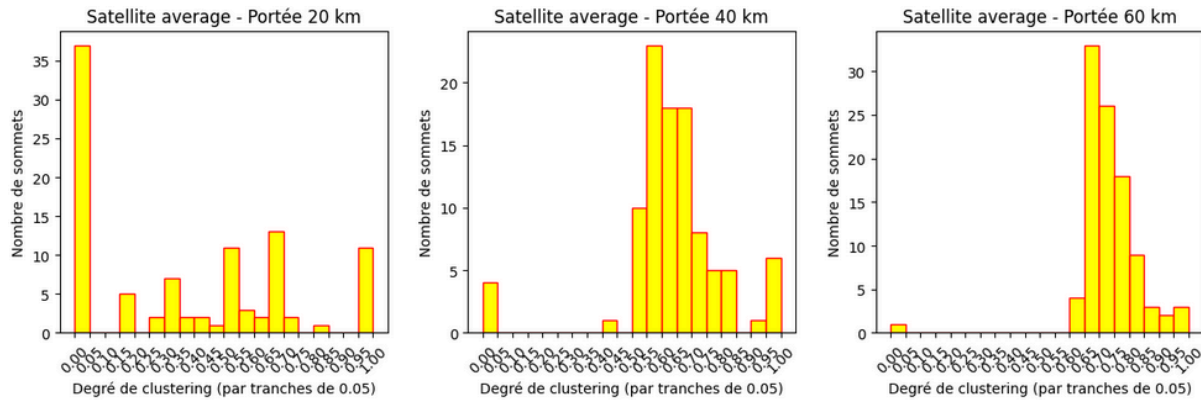


Figure 8 : Distribution du clustering pour la densité moyenne

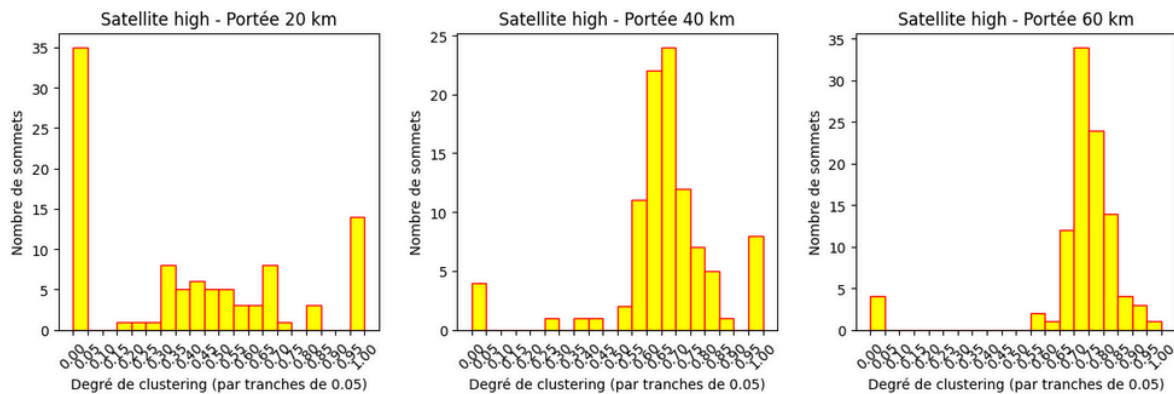


Figure 9 : Distribution du clustering pour la densité élevée

Observations

Les résultats suggèrent que l'augmentation de la densité du réseau et de la portée de communication favorise une plus grande interconnectivité au sein du réseau de nanosatellites. Plus précisément, un degré moyen plus élevé, qu'il soit simple ou de clustering, indique une tendance à la formation de clusters denses de nœuds. Cela montre que, à mesure que la densité du réseau augmente, les nœuds ont tendance à établir plus de connexions, renforçant ainsi la structure du réseau. De même, une portée de communication plus étendue permet aux nœuds de se connecter sur des distances plus longues, ce qui conduit également à une augmentation du nombre de connexions entre eux. Cela reflète l'impact direct de ces deux paramètres dans la structure et la configuration des réseaux de nanosatellites.

2.2. Nombre de cliques et composantes connexes

1. Densité faible :

- Portée de 20 km : Nombre de cliques = 239, Nombre de composantes connexes = 39
- Portée de 40 km : Nombre de cliques = 22854 , Nombre de composantes connexes = 8
- Portée de 60 km : Nombre de composantes connexes = 4

2. Densité moyenne :

- Portée de 20 km : Nombre de cliques = 634, Nombre de composantes connexes = 22

- Portée de 40 km : Nombre de cliques = 252390 ,Nombre de composantes connexes = 4
- Portée de 60 km : Nombre de composantes connexes = 2

3. Densité élevée :

- Portée de 20 km : Nombre de cliques = 519 , Nombre de composantes connexes = 23
- Portée de 40 km : Nombre de cliques = 3175925 , Nombre de composantes connexes = 4
- Portée de 60 km : Nombre de composantes connexes = 2

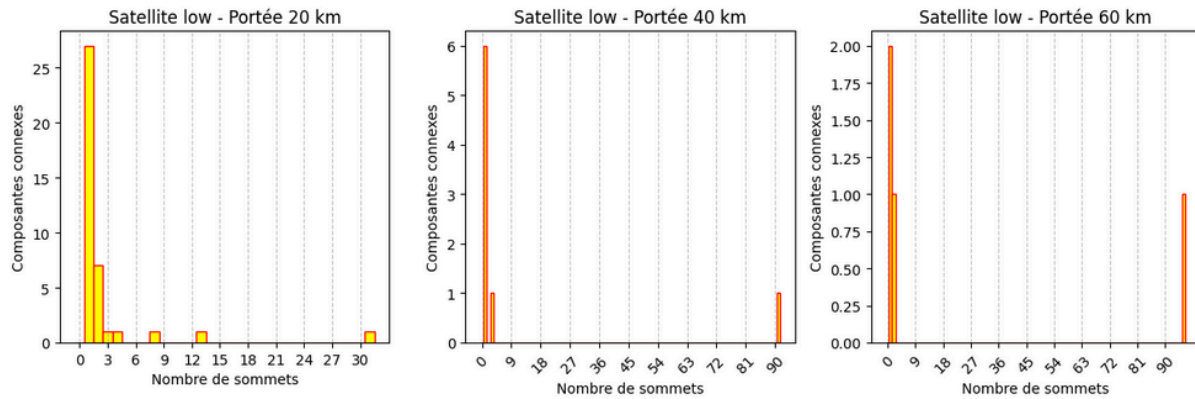


Figure 10 : Distribution des composantes connexes pour la densité faible

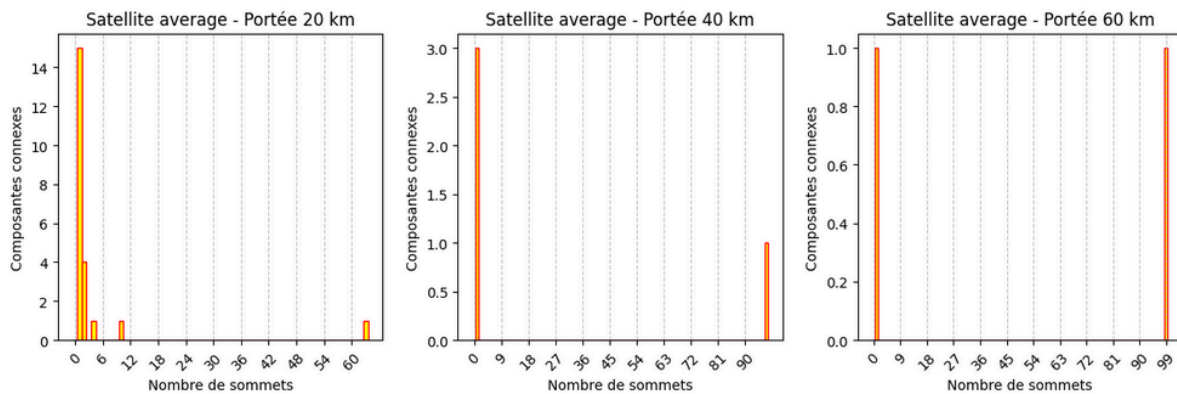


Figure 11: Distribution des composantes connexes pour la densité moyenne

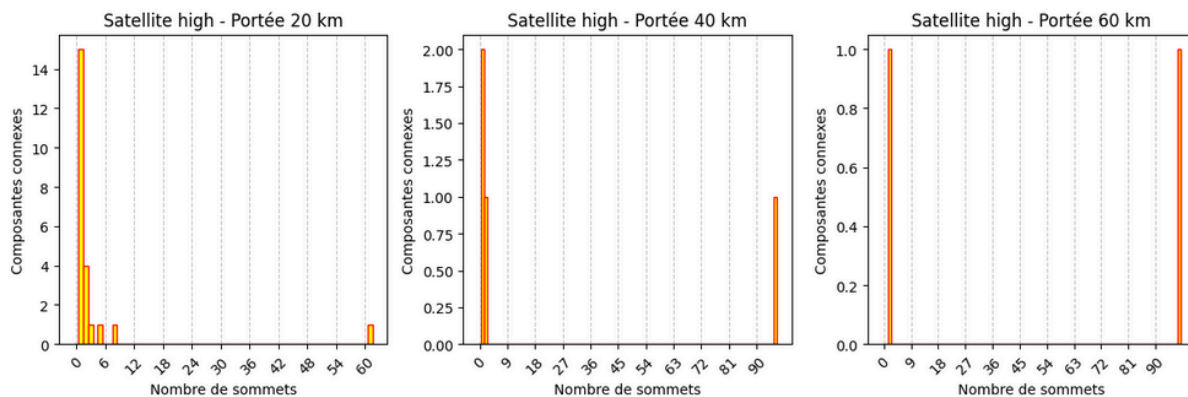


Figure 12 : Distribution des composantes connexes pour la densité élevée

Observations

Les résultats indiquent une diminution du nombre de composantes connexes avec l'augmentation de la densité et de la portée du réseau. À faible densité, la fragmentation est plus prononcée, avec un nombre élevé de composantes pour des portées réduites. En revanche, à mesure que la densité augmente, la fragmentation diminue, ce qui suggère une meilleure connectivité et une plus grande étendue du réseau.

Concernant les cliques, leur nombre augmente également avec la densité du réseau et la portée. À faible densité, une forte augmentation du nombre de cliques est observée lorsque la portée s'élargit, ce qui laisse supposer une plus grande diversité des sous-structures. À densité moyenne, cette hausse se poursuit, mais de manière plus modérée. Enfin, à densité élevée, le nombre de cliques se stabilise, ce qui traduit une cohésion structurelle persistante même sur de plus grandes distances entre les sommets.

Pour chaque clique et composante connexe, l'ordre a été précisé et est présenté dans un graphique créé avec Matplotlib dans le notebook du projet. Ce graphique illustre l'ordre de chaque composante connexe en fonction du nombre de sommets qu'elle contient. Il permet de visualiser clairement les composantes connexes en fonction des paramètres du réseau (de leur ordre), et met en évidence leur distribution et leur impact sur la structure globale du graphe.

Remarque : Pour une portée de 60 km ,le graphe généré est plus dense. Et par conséquent, un nombre exponentiellement plus grand de cliques, ce qui entraîne un temps de calcul trop long. Raison pour laquelle,nous n'avons pas communiqué de résultat pour cette portée.

2.3 Longueurs des chemins les plus courts,distribution des plus courts chemins et nombre des plus courts chemins

Nous utilisons la fonction `nx.shortest_path_length()` de la bibliothèque NetworkX pour obtenir les longueurs des plus courts chemins entre chaque paire de nœuds du graphe. Ces distances sont ensuite collectées dans un dictionnaire, qui est transformé en un DataFrame pour une meilleure visualisation. Les coefficients de cette structure a_{ij} = (ligne i , colonne j) représente le nombre de saut le plus court entre le sommet i et le sommet j . Nous avons implémenté le mécanisme permettant d'obtenir le nombre de plus courts chemins en considérant un seul chemin court entre 02 sommets et le nombre total de plus courts chemins en considérant tous les chemins courts possibles entre 02 sommets.

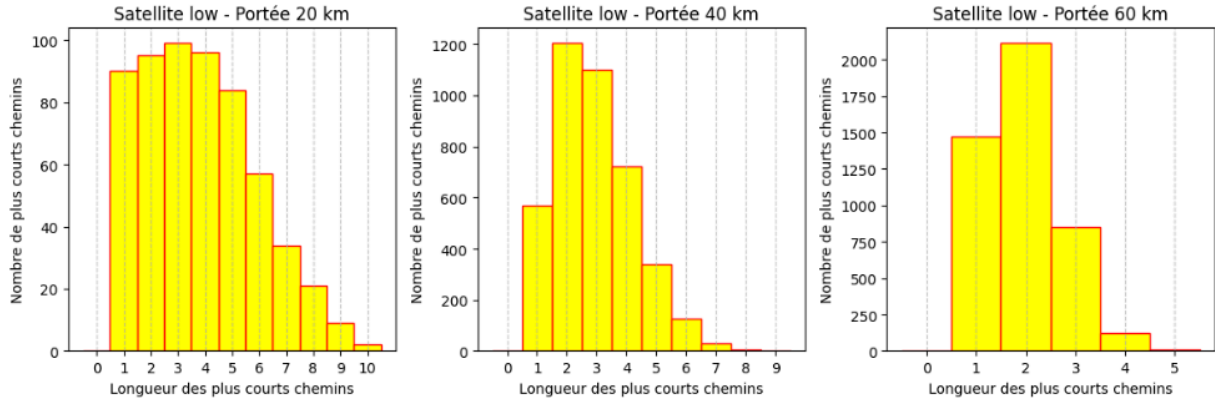


Figure 13 : Distribution des plus courts chemins pour la densité faible

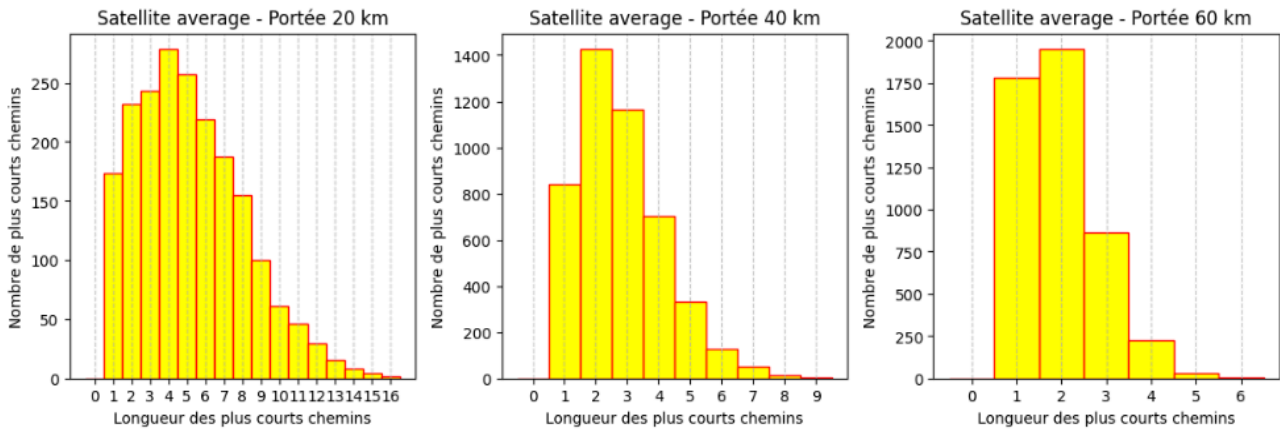


Figure 14 : Distribution des plus courts chemins pour la densité moyenne

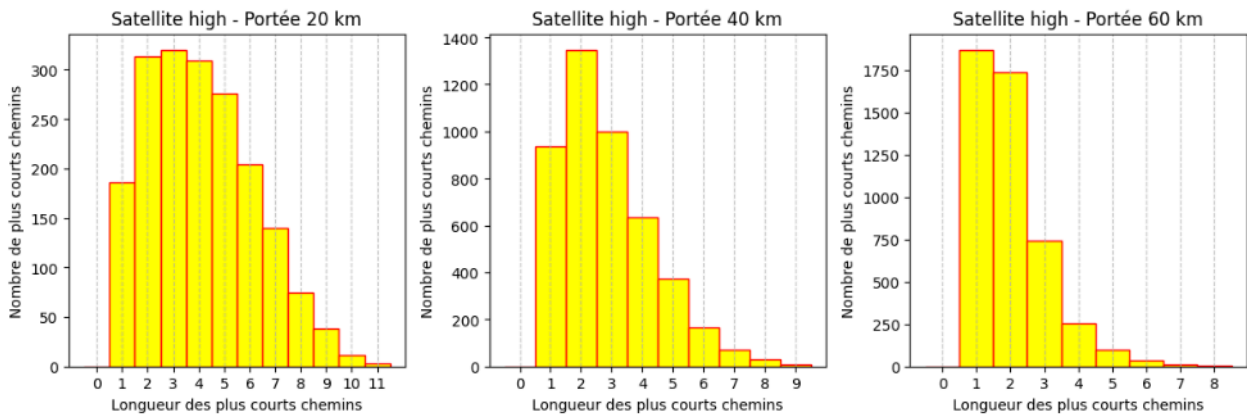


Figure 15 : Distribution des plus courts chemins pour la densité élevée

3. Etude des graphes valués

Cette partie se concentre sur l'analyse des graphes pour une portée de 60 Km en intégrant des poids spécifiques aux arêtes, définis comme le carré de la distance entre les nanosatellites connectés. Nous précisons que, bien que les poids soient pris en compte, des caractéristiques telles que le nombre de cliques, les degrés des sommets et les composantes connexes restent inchangées, car elles ne dépendent pas directement des valeurs

pondérées. Les courts chemins et leurs longueurs sont influencés. Nous éditons donc une nouvelle matrice qui représente la matrice des plus courts chemins en tenant en compte de ces poids. Le coefficient (i,j) de cette matrice représente la distance la plus courte entre les sommets i et j . Les distances sont en kilomètre.

- Portée de 60 km à densité faible : Nombre total de plus courts chemins = 4561
- Portée de 60 km à densité moyenne : Nombre total de plus courts chemins = 4851
- Portée de 60 km à densité élevée : Nombre total de plus courts chemins = 4754

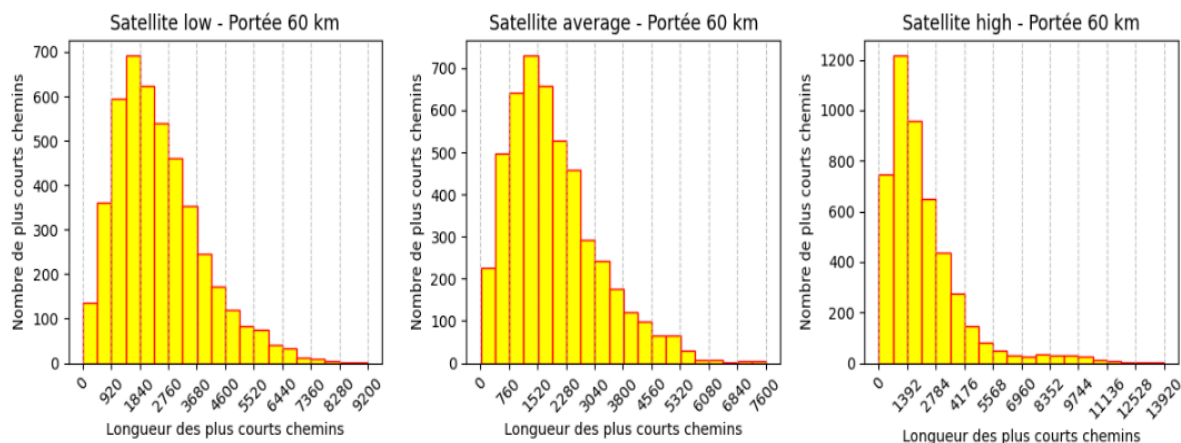


Figure 16 : Distribution des plus courts chemins pour graphe pondéré

Observations

Les remarques faites pour les graphes non valués concernant les composantes connexes, les degrés, et les cliques restent vraies dans le cas des graphes connexes.

Ainsi, ce sont les plus courts chemins qui sont fortement impactés par ce changement. En effet, les plus courts chemins sont désormais différents. Et on remarque que le nombre total de plus courts chemins en prenant en compte uniquement un chemin optimal entre deux nœuds, est identique au nombre obtenu en considérant tous les chemins optimaux possibles entre ces mêmes nœuds. Cela signifie qu'il n'existe qu'un seul chemin optimal pour chaque paire de nœuds connectés.

Conclusion

Ce projet a permis d'analyser les caractéristiques des réseaux formés par un essaim de nano satellites en orbite lunaire, en fonction de la densité et de la portée de communication. L'étude des graphes non valués et valués a révélé des variations significatives dans la connectivité, les cliques et les chemins optimaux. En effet, l'utilisation de graphes pondérés dans la dernière partie montre l'importance des distances dans la modélisation des réseaux spatiaux. Ces résultats apportent des bases solides pour optimiser les communications dans les futures missions spatiales basées sur des essaims de nanosatellites.