Convex Optimization Project
Adam Optimizer

Nathan PROVOST, Zachary AKAKPO

March 2023

1 Introduction

L'optimisation de la descente de gradient stochastique (SGD) est un élément clé de nombreux algorithmes d'apprentissage automatique. En effet, elle permet d'ajuster les paramètres d'un modèle pour minimiser la fonction de coût. Cependant, la convergence de la SGD peut être lente et difficile à obtenir pour des modèles complexes ou des ensembles de données de grande taille.

C'est dans ce contexte que l'optimisation Adam (Adaptive Moment Estimation) a été développé en 2014 par Kingma et Ba pour résoudre ces problèmes. Cette méthode d'optimisation combine les avantages de la méthode RMSProp et du moment de la SGD pour offrir une convergence rapide et stable, en adaptant le taux d'apprentissage pour chaque paramètre en fonction de l'historique des gradients.

Depuis sa création, Adam est devenu l'un des optimiseurs les plus populaires dans l'apprentissage profond et a été utilisé pour une grande variété de tâches, allant de la reconnaissance d'images à la traduction de langage naturel. Dans cette étude, nous allons approfondir les caractéristiques et les performances de l'optimiseur Adam. Nous allons examiner en détail son fonctionnement et sa mise en œuvre, ainsi que les avantages et les limites de son utilisation. Nous allons également comparer les performances d'Adam à celles d'autres optimiseurs, tels que SGD, RMSProp et Adagrad, sur différents types de tâches et de modèles.

En somme, cette étude vise à fournir une analyse approfondie de l'optimiseur Adam, en mettant en évidence ses avantages et ses limites, ainsi que son efficacité relative par rapport à d'autres optimiseurs de la SGD.

Pour cela nous utiliserons les notations suivantes pour formuler la mise à jour des paramètres du modèle:

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \nabla f(\theta^k)$$

Avec

- θ^k la matrice des paramètres à l'itération k
- α le taux d'apprentissage
- ∇f le gradient de la fonction de coût

2 Stochastic Gradient Descent

2.1 Introduction

La descente de gradient stochastique est appelée ainsi car elle utilise un seul échantillon (exemple d'entraînement) choisi aléatoirement à chaque itération pour mettre à jour les paramètres du modèle. Cela contraste avec la descente de gradient par lots (Batch Gradient Descent), qui utilise l'ensemble des exemples d'entraînement pour calculer le gradient et mettre à jour les paramètres en une seule étape. En reprenant les notations précedentes la version stochastique pourrait s'écrire :

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \nabla f_i(\theta^k)$$

Où ∇f_i est le gradient de la fonction de coût pour le i-ème exemple du jeu de données.
Cependant, il existe une variante de SGD appelée Mini-Batch Gradient Descent, qui utilise un petit sous-ensemble d'exemples d'entraînement à chaque itération pour mettre à jour les paramètres du modèle. La taille de ce sous-ensemble est appelée "taille du mini-lot" (mini-batch size) et est généralement comprise entre 10 et quelques centaines. Mini-Batch Gradient Descent combine les avantages de la descente de gradient par lots et de la descente de gradient stochastique en étant plus rapide et moins bruyant que la descente de gradient stochastique pure, tout en étant plus efficace en termes de mémoire et de temps de calcul que la descente de gradient par lots. Elle s'écrit :

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \nabla f_i(\theta^k)$$

Avec n le nombre d'échantillons choisi aléatoirements dans le jeu de données.
En utilisant des lots de données plus petits, la descente de gradient peut être mise à jour plus fréquemment, ce qui permet de converger plus rapidement vers un minimum local de la fonction de coût. De plus, cela peut également aider à éviter que l'algorithme de descente de gradient stochastique ne converge vers un minimum local ou un plateau de la fonction de coût.

Un autre avantage de l'utilisation de lots de données plus petits est que cela peut aider à régulariser le modèle en introduisant un peu de bruit dans la descente de gradient. En effet, chaque lot de données est choisi de manière aléatoire à chaque étape, ce qui peut aider à éviter la sur-adaptation aux données d'entraînement et à généraliser le modèle pour de nouvelles données.

En résumé, le calcul de la direction de la descente pour un petit échantillon aléatoire de données à la fois présente plusieurs avantages en termes d'efficacité, de convergence et de régularisation de la descente de gradient stochastique. L'algorithme de descente de gradient stochastique est très efficace pour optimiser les modèles de réseau de neurones avec un grand nombre de paramètres. Cependant, il peut être sensible aux paramètres de taux d'apprentissage et de taille de lot, qui doivent être réglés avec soin pour assurer une convergence rapide et une bonne généralisation du modèle.

2.2 SGD moyennée

La SGD moyennée (Stochastic Gradient Descent with Averaging) est une variante de la descente de gradient stochastique qui utilise une moyenne mobile exponentielle (MME) des paramètres pendant l'entraînement. Cette technique permet de réduire la variance des mises à jour de poids par lissage avec les poids précédents, ce qui peut améliorer la convergence et la généralisation du modèle.

L'idée principale du SGD moyenné est de prendre une moyenne mobile des paramètres à chaque étape de l'entraînement en attribuant un poids plus important aux paramètres les plus récents. Cela est réalisé en maintenant une moyenne mobile exponentielle des paramètres au fil du temps, qui est mise à jour à chaque étape de la descente de gradient. La moyenne mobile des paramètres est ensuite utilisée pour effectuer des prédictions de test et d'autres tâches après l'entraînement.
La formule générale reste inchangée :

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \alpha \nabla f_i(\theta^k)$$

Mais les paramètres sont mis à jour avec la MME:

$$\overline{\theta}^{k+1} = \beta \theta^{k+1} + (1-\beta)\overline{\theta}^k$$

Avec β le facteur de lissage qui contrôle le poids accordé aux paramètres actuels.

L'utilisation du SGD moyenné peut améliorer la convergence de l'algorithme d'optimisation, car elle permet de réduire la variance des mises à jour de poids en prenant en compte une moyenne de plusieurs paramètres au fil du temps. Cela peut aider à lisser les trajectoires de descente de gradient et à éviter les oscillations. De plus, le SGD moyenné peut également aider à améliorer la généralisation du modèle en réduisant l'impact des valeurs aberrantes (ou "outliers") dans les mini-lots d'entraînement.

En résumé, le SGD moyenné est une variante du SGD qui utilise une moyenne mobile des paramètres pendant l'entraînement pour réduire la variance des mises à jour de poids. Cette technique peut aider à améliorer la convergence de l'algorithme d'optimisation et la généralisation du modèle.

2.3 SGD avec moment

La descente de gradient stochastique avec moment est une évolution de la SGD moyennée inspirée du moment physique. Le moment est un paramètre qui ajoute une inertie aux gradients en accumulant une MME des gradients précédents.

Plus précisément, la SGD avec moment utilise une forme pondérée de la somme des gradients précédents pour mettre à jour les poids du modèle. A la manière de la SGD moyennée pour les paramètres, le gradient moyen pondéré des mini-lots précédents est utilisé pour calculer la direction de la mise à jour des poids. Cela permet de lisser les gradients et d'éviter les oscillations dans la descente de gradient, en ajoutant une tendance aux mouvements de mise à jour des poids. La formule devient alors

$$v^{k+1} = \gamma v^k + \alpha \nabla f_i(\theta^k)$$

$$\theta^{k+1} = \theta^k - v^{k+1}$$

Avec

- v^k le vecteur du moment à l'itération k
- γ le coefficient du moment, facteur de lissage

Le coefficient du moment est un paramètre compris entre 0 et 1 qui contrôle la contribution relative des gradients précédents et du gradient courant dans le calcul de la mise à jour des poids. Un coefficient élevé signifie que les mises à jour de poids précédentes ont une plus grande influence sur les mises à jour actuelles, tandis qu'un moment faible signifie que les mises à jour actuelles sont principalement basées sur le gradient courant.

En résumé, la SGD avec moment est une technique d'optimisation qui utilise une moyenne mobile exponentielle des gradients précédents pour ajouter de l'inertie aux mises à jour de poids du modèle. Cette technique peut aider à accélérer la convergence de l'algorithme d'optimisation et à éviter les oscillations dans la descente de gradient.

3 AdaGrad

Adagrad (pour Adaptive Gradient) est également une méthode d'optimisation de la descente de gradient stochastique qui adapte le taux d'apprentissage de chaque paramètre en fonction de l'historique des gradients pour ce paramètre. Cela la différencie des SGD moyennée et avec moment qui font évoluer tout les paramètres au même rythme.

Plus précisément, Adagrad maintient une variable de cumul pour chaque paramètre qui est mise à jour à chaque étape de la descente de gradient. Cette variable de cumul est ensuite utilisée pour diviser le taux d'apprentissage pour chaque paramètre lors de la prochaine étape de la descente de gradient. Cela signifie que les paramètres qui ont des gradients plus fréquents ou plus importants ont un taux d'apprentissage plus faible, tandis que les paramètres avec des gradients plus rares ou plus petits ont un taux d'apprentissage plus élevé.

$$G^{k+1} = G^k + (\nabla f(\theta^k))^2$$

$$\theta^{k+1} = \theta^k - \frac{\alpha}{\sqrt{G^{k+1} + \epsilon}} \nabla f(\theta^k)$$

Avec

- G^k la somme cumulée des gradients au carré jusqu'à l'itération k
- ϵ un petit nombre positif ajouté pour assurer la stabilité numérique (généralement de l'ordre de 10^{-8})

Adagrad peut être particulièrement utile lorsque différentes dimensions de caractéristiques ont des écarts de valeurs très importants, car elle permet une adaptation du taux d'apprentissage pour chaque dimension de caractéristique. De plus, Adagrad est très simple à implémenter et ne nécessite pas de réglage manuels.

4 RMSProp

RMSProp et Adagrad sont deux méthodes d'optimisation de la descente de gradient stochastique qui adaptent le taux d'apprentissage pour chaque paramètre en fonction de l'historique des gradients pour ce paramètre. Cependant, RMSProp utilise une variante de la mise à jour de la variable de cumul d'Adagrad pour atténuer l'accumulation de cette variable qui peut entraîner un taux d'apprentissage très petit et une convergence lente.

La principale différence entre RMSProp et Adagrad réside dans la mise à jour de la variable de cumul. Dans Adagrad, la variable de cumul est simplement la somme des carrés des gradients passés pour chaque paramètre. Dans RMSProp, la variable de cumul est une moyenne mobile exponentielle des carrés des gradients passés pour chaque paramètre.

$$G^{(k+1)} = \beta G^{(k)} + (1-\beta)(\nabla f(\theta^{(k)}))^2$$

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \frac{\alpha}{\sqrt{G^{(k+1)} + \epsilon}} \nabla f(\theta^{(k)})$$

Avec β le facteur d'amortissement pour l'estimation pondérée exponentielle (typiquement entre 0,9 et 0,99)

La moyenne mobile exponentielle permet à RMSProp d'atténuer l'accumulation de la variable de cumul, car elle donne plus de poids aux gradients les plus récents et moins de poids aux gradients plus anciens. Cela permet à RMSProp d'avoir une adaptation plus rapide du taux d'apprentissage par rapport à Adagrad, et donc de converger plus rapidement vers le minimum global de la fonction de coût.

De plus, RMSProp utilise un hyperparamètre supplémentaire pour contrôler la moyenne mobile exponentielle, ce qui permet une adaptation fine du taux d'apprentissage. Cependant, cela peut rendre la méthode plus sensible à la valeur de l'hyperparamètre et nécessite des réglages manuels.

En résumé, RMSProp est généralement préféré à Adagrad car il permet une adaptation plus rapide et fine du taux d'apprentissage en atténuant l'accumulation de la variable de cumul. Cependant, il est important de noter que chaque méthode a ses avantages et ses inconvénients en fonction de la tâche d'apprentissage et de l'architecture du modèle, et qu'il est important d'expérimenter différentes méthodes pour trouver celle qui fonctionne le mieux pour une tâche donnée.

5 Adam

L'optimiseur Adam (Adaptive Moment Estimation) utilise une estimation adaptative des moments d'ordre un et deux du gradient pour mettre à jour les poids du modèle. Il suit une stratégie similaire à celle de RMSProp, qui met à jour les poids du modèle en utilisant une moyenne mobile exponentielle des carrés des gradients. Cependant, Adam utilise également une moyenne mobile exponentielle des gradients eux-mêmes.

Plus précisément, l'algorithme Adam calcule deux estimateurs exponentiels mobiles pour les moments du gradient : le premier moment (m) qui est la moyenne des gradients et le deuxième moment (v) qui est la moyenne mobile exponentielle des carrés des gradients. Ces estimateurs sont calculés sur la base des gradients calculés pour chaque lot d'entraînement. Les estimations des moments sont ensuite utilisées pour mettre à jour les poids du modèle.

1. Mise à jour du moment d'ordre 1

$$m^{(k+1)} = \beta_1 m^{(k)} + (1 - \beta_1)\nabla f(\theta^{(k)})$$

2. Mise à jour du moment d'ordre 2

$$v^{(k+1)} = \beta_2 v^{(k)} + (1 - \beta_2)(\nabla f(\theta^{(k)}))^2$$

3. Correction des biais

$$\hat{m}^{(k+1)} = \frac{m^{(k+1)}}{1 - (\beta_1)^{k+1}}$$

$$\hat{v}^{(k+1)} = \frac{v^{(k+1)}}{1 - (\beta_2)^{k+1}}$$

4. Mise à jour des paramètres

$$\theta^{(k+1)} = \theta^{(k)} - \frac{\alpha}{\sqrt{\hat{v}^{(k+1)}} + \epsilon}\hat{m}^{(k+1)}$$

L'algorithme Adam utilise également un biais correctif pour compenser l'effet des premières itérations où les estimateurs des moments sont initialisés à zéro. Le biais correctif sert à ajuster les moments m et v par rapport à leur vraie valeur. Cela permet à l'algorithme de mieux se comporter pour les premières itérations de l'apprentissage.

Enfin, Adam utilise un taux d'apprentissage adaptatif pour ajuster le taux d'apprentissage de manière dynamique en fonction des estimations des moments du gradient. Le taux d'apprentissage est réduit pour les paramètres avec une variance importante des gradients et augmenté pour ceux avec une faible variance des gradients.

En combinant ces techniques, l'algorithme Adam parvient à être efficace pour optimiser les modèles de réseau de neurones en minimisant la fonction de perte et en trouvant les paramètres optimaux du modèle.

6 Étude comparative

Notre étude reprend les principaux algorithmes évoqués ci dessus et les met en oeuvre sur différents réseaux de neurones à trois couches avec différentes épaisseurs (4,8 et 16 neurones par couche). Voici un tableau récapitulatif des performances pour le réseau (16,16,16) au bout de 3000 itérations :

Loss des différents algorithmes pour chaque learning rate sur notre réseau (16,16,16)

Learning rate	Gradient descent	SGD moment	RMSProp	Adam
0.1	0.57	0.58	0.001	13
0.01	16	16	0.005	0.01
0.001	17	17	0.008	2.6

Les performances des différents algorithmes sont assez disparates et nous observons que la gradient descent classique ainsi que la SGD moment converge beaucoup plus rapidement avec des learning rates plus élevés. Ce qui corrobore avec le comportement attendu.

La RMSProp est très performantes quelque soit le learning rate dans cette configuration tandis que Adam ne converge que pour un learning rate de 0.O1. Une architecture de réseau plus restreinte favorisera quant à elle l'utilisation d'Adam.

Le code qui a permit cette étude est disponible en annexe mais également en ligne sur github, le dépôt contient également un dashboard permettant une comparaison plus approfondie des différents algorithmes.

Dépot github : Optimisation-Convexe-Dashboard

7 Références

- An overview of gradient descent optimization algorithms, Article de Sebastian Ruder
- Algorithme du gradient stochastique, Wikipédia
- Difference between Batch Gradient Descent and Stochastic Gradient Descent, Article geeksforgeeks de nishkarsh146
- Stochastic Gradient Descent with momentum, Article medium de Vitaly Bushaev
- An Introduction to AdaGrad, Article medium de Roan Gylberth
- RMSProp, Article de Jason Huang, Cornell University
- Intuition of Adam Optimizer, Article geeksforgeeks de prakharr0y

8 Annexe

Import

In [2]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from sklearn.datasets import make_blobs, make_circles
from sklearn.metrics import accuracy_score, log_loss
from tqdm import tqdm
```

Sommaire:

1 Neurone

In [3]:
```
def initialisation(X):
    W = np.random.randn(X.shape[1], 1)
    b = np.random.randn(1)
    return (W, b)


def model(X, W, b):
    Z = X.dot(W) + b
    A = 1 / (1 + np.exp(-Z))
    return A

def log_loss(A, y):
    return 1 / len(y) * np.sum(-y * np.log(A) - (1 - y) * np.log(1 - A))


def gradients(A, X, y):
    dW = 1 / len(y) * np.dot(X.T, A - y)
    db = 1 / len(y) * np.sum(A - y)
    return (dW, db)

def update(dW, db, W, b, learning_rate):
    W = W - learning_rate * dW
    b = b - learning_rate * db
    return (W, b)

def predict(X, W, b):
    A = model(X, W, b)
    # print(A)
    return A >= 0.5

def artificial_neuron(X, y, learning_rate = 0.1, n_iter = 100):
    # initialisation W, b
    W, b = initialisation(X)
```

```
    Loss = []

    for i in range(n_iter):
        A = model(X, W, b)
        Loss.append(log_loss(A, y))
        dW, db = gradients(A, X, y)
        W, b = update(dW, db, W, b, learning_rate)

    y_pred = predict(X, W, b)
    print("accuracy_score",accuracy_score(y, y_pred))

    plt.plot(Loss)
    plt.show()

    return (W, b)
```

Ce code implémente une fonction pour entraîner un neurone artificiel sur un ensemble de données d'entraînement.

La fonction prend en entrée deux tableaux numpy X et y contenant les données d'entraînement et leurs labels respectifs, ainsi que deux paramètres optionnels learning_rate et n_iter qui contrôlent la vitesse d'apprentissage et le nombre d'itérations pour entraîner le neurone.

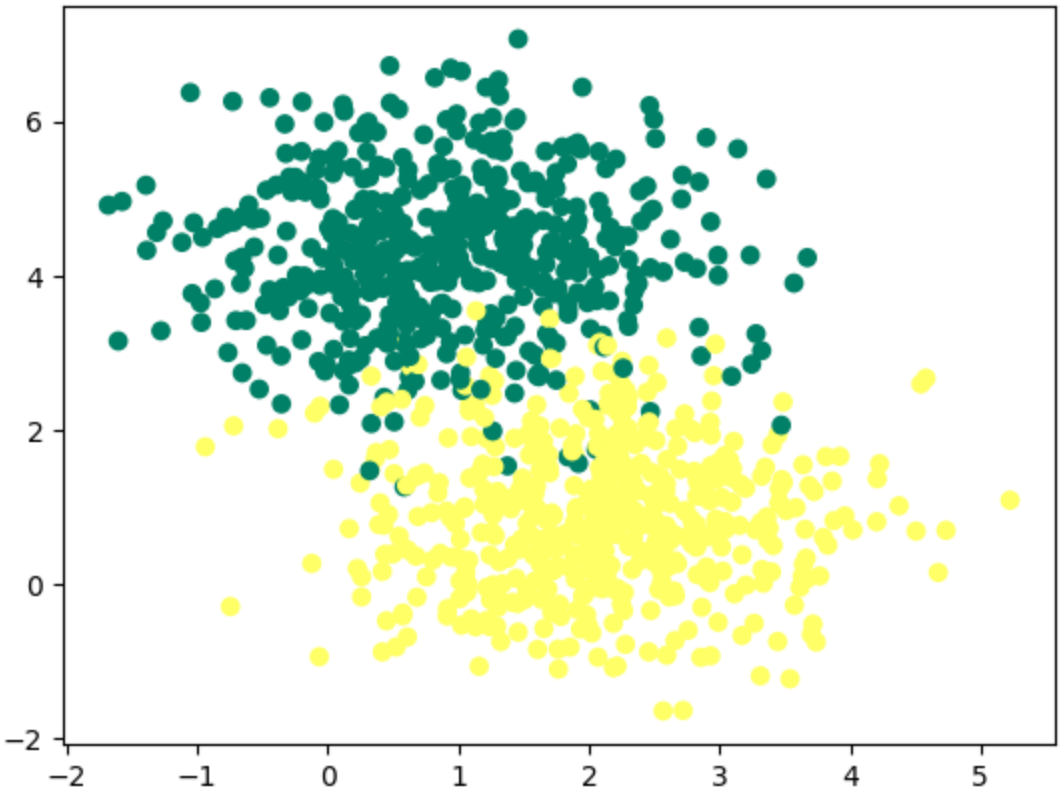
La fonction initialise les poids W et le biais b à l'aide de la fonction initialisation, puis elle itère sur n_iter itérations pour entraîner le neurone. À chaque itération, elle calcule la prédiction A pour les entrées X en utilisant les poids W et le biais b actuels. Elle calcule ensuite le log loss entre la prédiction A et les labels y. Elle calcule également les gradients de la fonction de perte par rapport aux poids et au biais à l'aide de la fonction gradients. Enfin, elle met à jour les poids et le biais en utilisant les gradients et le taux d'apprentissage learning_rate.

La fonction stocke également la valeur de la fonction de perte pour chaque itération dans la liste Loss, qui est utilisée pour tracer la courbe d'apprentissage à la fin de l'entraînement.

La fonction renvoie les poids W et le biais b appris, ainsi que la courbe d'apprentissage (liste Loss). Elle affiche également le score d'exactitude (accuracy_score) de la prédiction finale sur les données d'entraînement.

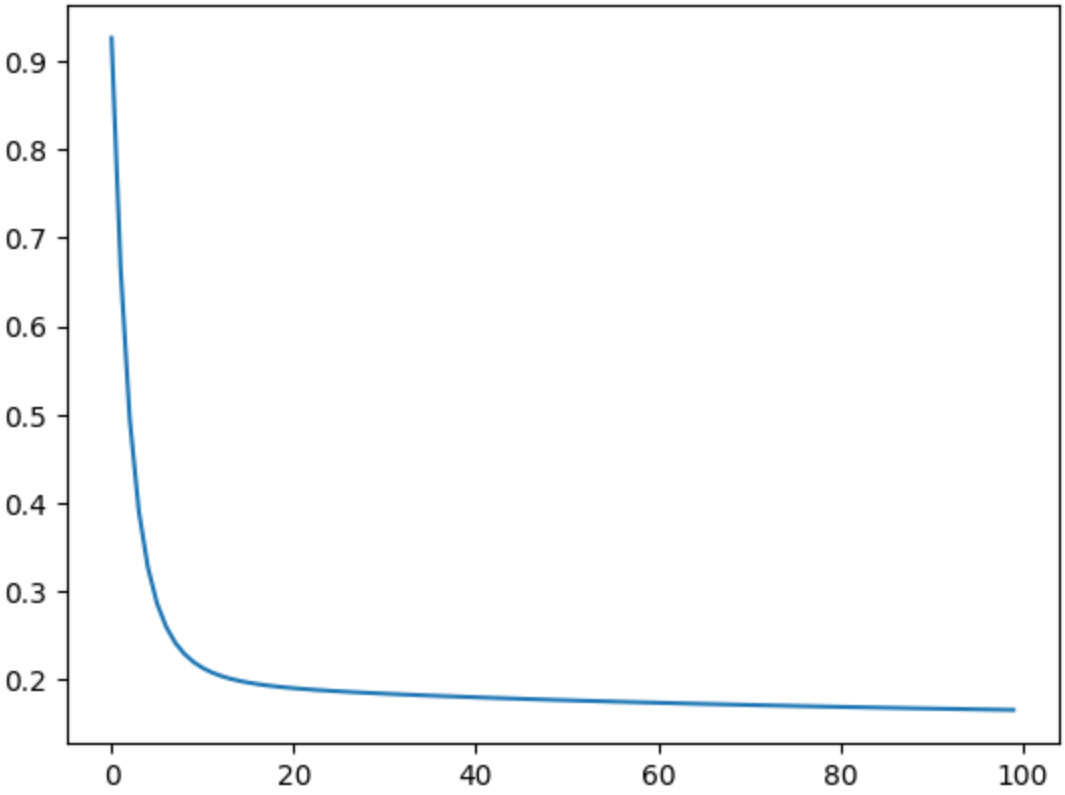
In [4]:
```
X, y = make_blobs(n_samples=1000, n_features=2, centers=2, random_state=0)
y = y.reshape((y.shape[0], 1))

print('dimensions de X:', X.shape)
print('dimensions de y:', y.shape)

plt.scatter(X[:,0], X[:, 1], c=y, cmap='summer')
plt.show()
```

```
dimensions de X: (1000, 2)
dimensions de y: (1000, 1)
```



In [5]:
```
W, b = artificial_neuron(X, y)
```

```
accuracy_score 0.945
```

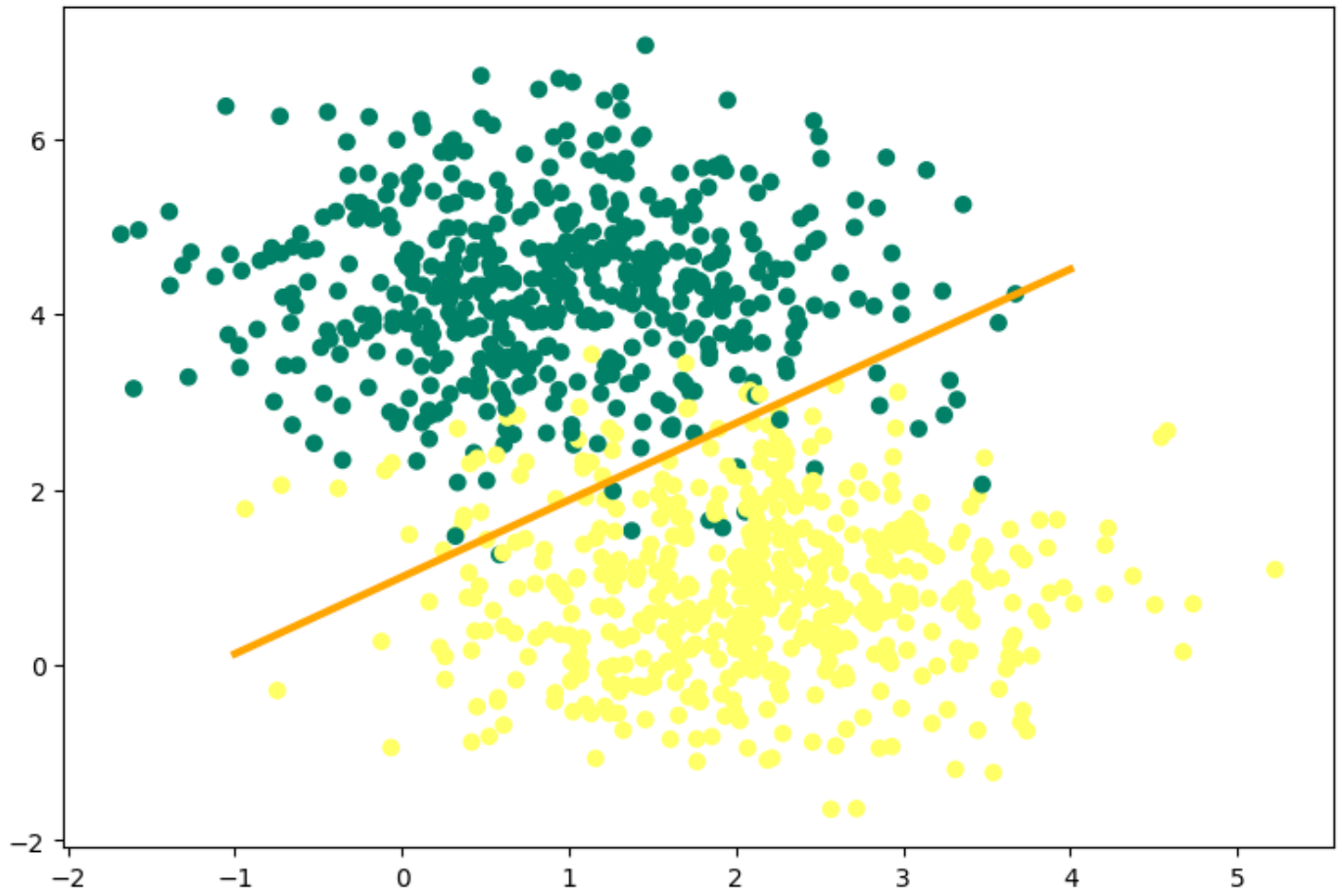


Frontière de descion

In [6]:
```
fig, ax = plt.subplots(figsize=(9, 6))
ax.scatter(X[:,0], X[:, 1], c=y, cmap='summer')

x1 = np.linspace(-1, 4, 100)
x2 = ( - W[0] * x1 - b) / W[1]
```

```
ax.plot(x1, x2, c='orange', lw=3)
```

Out[6]: `[<matplotlib.lines.Line2D at 0x1c30f4ab370>]`



Le passage d'un neurone à un réseau de neurones représente une généralisation importante en apprentissage machine. En effet, si le neurone artificiel est capable de prendre en entrée un vecteur X et produire une sortie y, il ne peut pas capturer des structures complexes dans les données.

Le réseau de neurones est donc une extension naturelle du neurone artificiel, permettant d'implémenter un modèle plus complexe capable de capturer des structures non linéaires dans les données. Le réseau de neurones est composé de plusieurs couches de neurones qui se connectent entre eux. Chaque couche est composée d'un ensemble de neurones qui prennent en entrée les sorties des neurones de la couche précédente.

L'architecture du réseau de neurones est déterminée par le nombre de couches et le nombre de neurones dans chaque couche, spécifiés par l'argument "hidden_layers". Le modèle prend en entrée une matrice X et produit une sortie y, tout comme le modèle à un seul neurone.

Le processus d'apprentissage sera également plus complexe que dans le cas du neurone artificiel. Le modèle est entraîné à l'aide de la descente de gradient, mais cette fois-ci, le gradient est calculé pour tous les paramètres du modèle (poids et biais de chaque neurone) en utilisant la rétropropagation. L'ensemble du processus d'entraînement est effectué sur plusieurs itérations, déterminées par l'argument "n_iter".

En résumé, le passage d'un neurone à un réseau de neurones permet de capturer des structures non linéaires dans les données et de construire des modèles plus complexes. Cela ouvre la voie à de nombreuses applications en apprentissage machine, telles que la reconnaissance d'images, la classification de textes, la prédiction de séries temporelles, etc.

Reseau de neuronne

In [7]:
```
def initialisation(dimensions):

    parametres = {}
    C = len(dimensions)

    np.random.seed(1)

    for c in range(1, C):
        parametres['W' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], dimensions[c - 1])
        parametres['b' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], 1)

    return parametres


def forward_propagation(X, parametres):

  activations = {'A0': X}

  C = len(parametres) // 2

  for c in range(1, C + 1):

    Z = parametres['W' + str(c)].dot(activations['A' + str(c - 1)]) + parametres['b' + s
    activations['A' + str(c)] = 1 / (1 + np.exp(-Z))

  return activations

def back_propagation(y, parametres, activations):

  m = y.shape[1]
  C = len(parametres) // 2

  dZ = activations['A' + str(C)] - y
  gradients = {}

  for c in reversed(range(1, C + 1)):
    gradients['dW' + str(c)] = 1/m * np.dot(dZ, activations['A' + str(c - 1)].T)
    gradients['db' + str(c)] = 1/m * np.sum(dZ, axis=1, keepdims=True)
    if c > 1:
      dZ = np.dot(parametres['W' + str(c)].T, dZ) * activations['A' + str(c - 1)] * (1 -

  return gradients

def update(gradients, parametres, learning_rate):

    C = len(parametres) // 2

    for c in range(1, C + 1):
        parametres['W' + str(c)] = parametres['W' + str(c)] - learning_rate * gradients[
        parametres['b' + str(c)] = parametres['b' + str(c)] - learning_rate * gradients[

    return parametres

def predict(X, parametres):
  activations = forward_propagation(X, parametres)
  C = len(parametres) // 2
  Af = activations['A' + str(C)]
  return Af >= 0.5

def log_lossbis(A, y):
    epsilon = 1e-15
    return 1 / len(y) * np.sum(-y * np.log(A + epsilon) - (1 - y) * np.log(1 - A + epsil
```

In [8]:
```
def deep_neural_network(X, y, hidden_layers = (16, 16, 16), learning_rate = 0.001, n_ite
    # initialisation parametres
    dimensions = list(hidden_layers)
    dimensions.insert(0, X.shape[0])
    dimensions.append(y.shape[0])
    np.random.seed(1)
    parametres = initialisation(dimensions)

    # tableau numpy contenant les futures accuracy et log_loss
    training_history = np.zeros((int(n_iter), 2))

    C = len(parametres) // 2

    # gradient descent
    for i in tqdm(range(n_iter)):

        activations = forward_propagation(X, parametres)
        gradients = back_propagation(y, parametres, activations)
        parametres = update(gradients, parametres, learning_rate)
        Af = activations['A' + str(C)]

        # calcul du log_loss et de l'accuracy
        training_history[i, 0] = (log_lossbis(y.flatten(), Af.flatten()))
        y_pred = predict(X, parametres)
        training_history[i, 1] = (accuracy_score(y.flatten(), y_pred.flatten()))
    return training_history , parametres ,activations,gradients
```

Voila une implémentation d'un réseau de neurones profond (deep neural network) pour la classification binaire en utilisant la descente de gradient comme algorithme d'optimisation. Voici les détails de chaque étape du code :

La fonction deep_neural_network prend en entrée X et y qui sont les données d'entrée et de sortie respectivement. hidden_layers est un tuple qui spécifie le nombre de neurones dans chaque couche cachée. learning_rate est le taux d'apprentissage et n_iter est le nombre d'itérations de l'algorithme d'optimisation.

Les dimensions du réseau sont calculées en ajoutant le nombre de neurones dans chaque couche à la liste dimensions. Les paramètres du réseau (poids et biais) sont initialisés aléatoirement en utilisant la fonction initialisation.

Un tableau numpy training_history est initialisé pour stocker les valeurs d'accuracy et de log_loss à chaque itération de l'algorithme d'optimisation. La variable C est initialisée avec le nombre de couches cachées dans le réseau.

La boucle for itère n_iter fois. À chaque itération, les activations sont calculées en utilisant la fonction forward_propagation. Les gradients sont calculés en utilisant la fonction back_propagation. Les paramètres du réseau sont mis à jour en utilisant la fonction update. Les valeurs de l'accuracy et de la log_loss sont calculées à chaque itération à partir des sorties du réseau en utilisant les fonctions predict et log_lossbis.

La courbe d'apprentissage est affichée en utilisant la bibliothèque matplotlib. Les sorties de la fonction sont:

training_history qui contient les valeurs d'accuracy et de log_loss

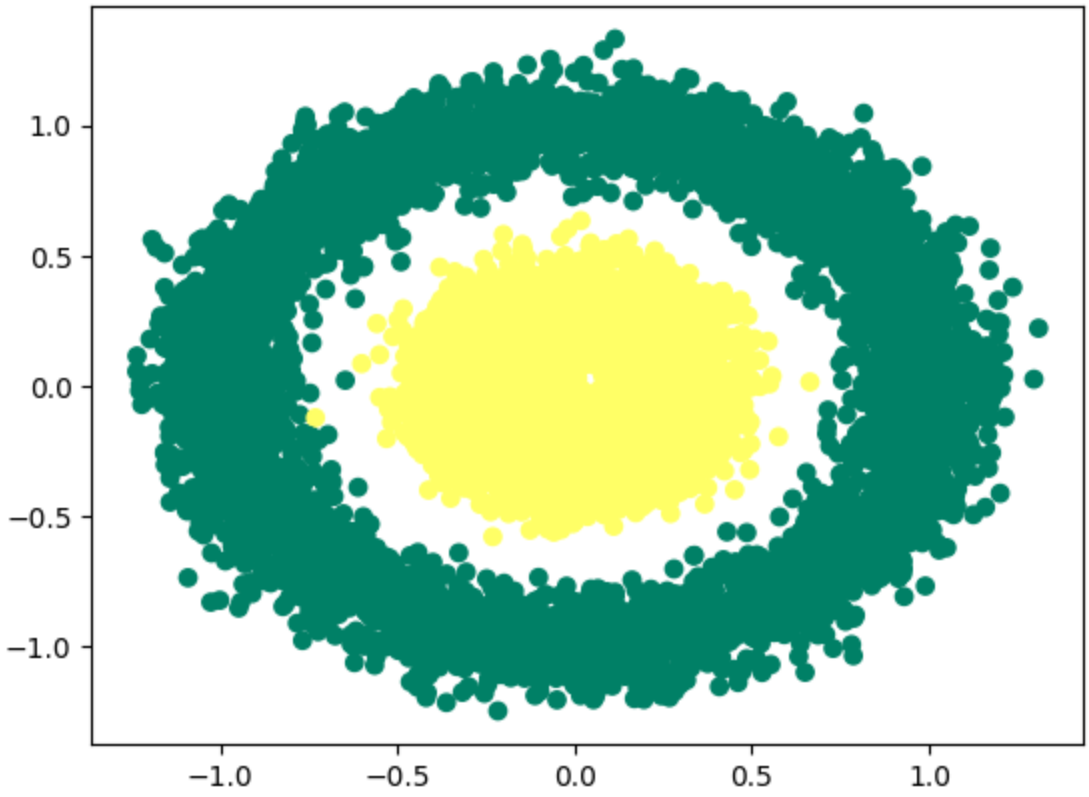
parametres qui contient les poids et les biais du réseau

activations qui contient les valeurs d'activation pour chaque couche et

gradients qui contient les gradients pour chaque couche.

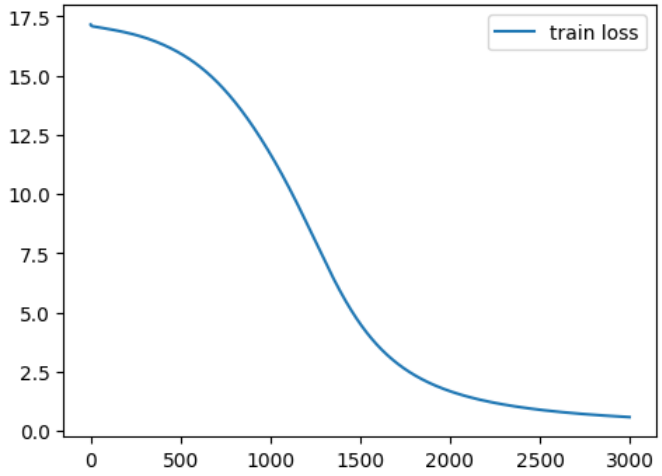
In [9]:
```
X, y = make_circles(n_samples=10000, noise=0.1, factor=0.3, random_state=0)
X = X.T
y = y.reshape((1, y.shape[0]))

print('dimensions de X:', X.shape)
print('dimensions de y:', y.shape)

plt.scatter(X[0, :], X[1, :], c=y, cmap='summer')
plt.show()
```

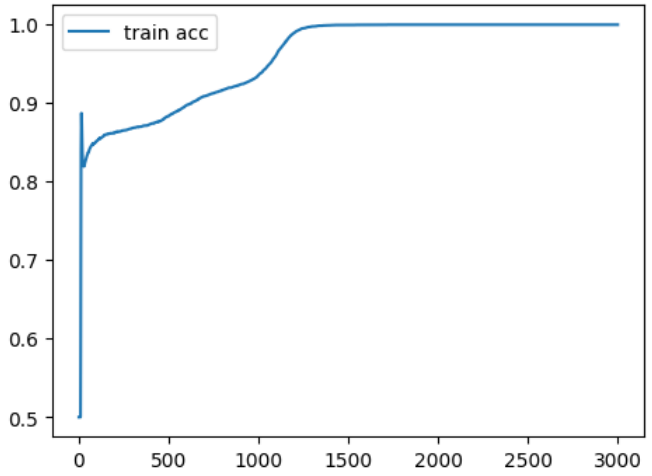
```
dimensions de X: (2, 10000)
dimensions de y: (1, 10000)
```



In [10]:
```
training_history , parametres ,activations,gradients=deep_neural_network(X, y, hidden_la
# Plot courbe d'apprentissage
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(training_history[:, 0], label='train loss')
plt.legend()
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(training_history[:, 1], label='train acc')
plt.legend()
plt.show()
```

```
100%|██████████| 3000/3000 [01:12<00:00, 41.62it/s]
```

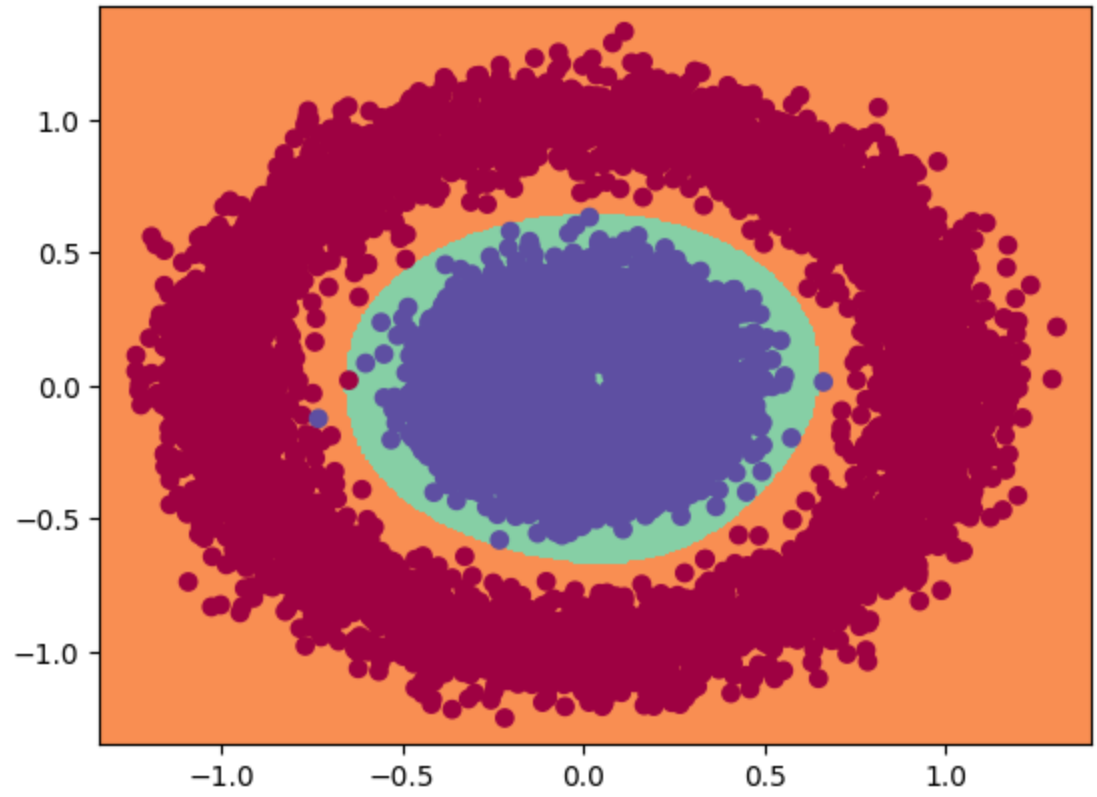




Frontière de descion

In [11]:
```python
def plot_decision_boundary(X, y, parameters,fpredict=predict):
    # définir les limites du graphique
    x_min, x_max = X[0, :].min() - 0.1, X[0, :].max() + 0.1
    y_min, y_max = X[1, :].min() - 0.1, X[1, :].max() + 0.1
    xx, yy = np.meshgrid(np.arange(x_min, x_max, 0.01),
                         np.arange(y_min, y_max, 0.01))

    # prédire les classes pour chaque point du graphique
    Z = fpredict(np.c_[xx.ravel(), yy.ravel()].T, parameters)
    Z = Z.reshape(xx.shape)

    # tracer la frontière de décision
    plt.contourf(xx, yy, Z, cmap=plt.cm.Spectral)
    plt.scatter(X[0, :], X[1, :], c=y.ravel(), cmap=plt.cm.Spectral)
    plt.show()
```

In [12]:
```python
plot_decision_boundary(X, y, parametres)
```



Avec Adam

In [13]:
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from tqdm import tqdm

def initialisation_adam(dimensions):
    parameters = {}
    L = len(dimensions)

    for l in range(1, L):
        parameters['W' + str(l)] = np.random.randn(dimensions[l], dimensions[l-1]) * 0.0
        parameters['b' + str(l)] = np.zeros((dimensions[l], 1))

    return parameters


def initialize_adam(parameters):
    L = len(parameters) // 2
    v = {}
    s = {}

    for l in range(L):
        v["dW" + str(l + 1)] = np.zeros(parameters["W" + str(l + 1)].shape)
        v["db" + str(l + 1)] = np.zeros(parameters["b" + str(l + 1)].shape)
        s["dW" + str(l + 1)] = np.zeros(parameters["W" + str(l + 1)].shape)
        s["db" + str(l + 1)] = np.zeros(parameters["b" + str(l + 1)].shape)

    return v, s

def update_parameters_adam(parameters, grads, v, s, t, learning_rate=0.001, beta1=0.9, b
    L = len(parameters) // 2
    v_corrected = {}
    s_corrected = {}

    for l in range(L):
        v["dW" + str(l + 1)] = beta1 * v["dW" + str(l + 1)] + (1 - beta1) * grads["dW" +
        v["db" + str(l + 1)] = beta1 * v["db" + str(l + 1)] + (1 - beta1) * grads["db" +

        v_corrected["dW" + str(l + 1)] = v["dW" + str(l + 1)] / (1 - np.power(beta1, t))
        v_corrected["db" + str(l + 1)] = v["db" + str(l + 1)] / (1 - np.power(beta1, t))

        s["dW" + str(l + 1)] = beta2 * s["dW" + str(l + 1)] + (1 - beta2) * np.square(gr
        s["db" + str(l + 1)] = beta2 * s["db" + str(l + 1)] + (1 - beta2) * np.square(gr

        s_corrected["dW" + str(l + 1)] = s["dW" + str(l + 1)] / (1 - np.power(beta2, t))
        s_corrected["db" + str(l + 1)] = s["db" + str(l + 1)] / (1 - np.power(beta2, t))

        parameters["W" + str(l + 1)] -= learning_rate * v_corrected["dW" + str(l + 1)] /
        parameters["b" + str(l + 1)] -= learning_rate * v_corrected["db" + str(l + 1)] /

    return parameters, v, s
```

In [14]:
```
def deep_neural_network_adam(X, y, hidden_layers=(16, 16, 16), learning_rate=0.001, n_it
    dimensions = list(hidden_layers)
    dimensions.insert(0, X.shape[0])
    dimensions.append(y.shape[0])
    np.random.seed(1)
    parameters = initialisation_adam(dimensions)

    training_history = np.zeros((int(n_iter), 2))

    v, s = initialize_adam(parameters)
    t = 0
```

```
    for i in tqdm(range(n_iter)):
        activations = forward_propagation(X, parameters)
        gradients = back_propagation(y, parameters, activations)

        t += 1
        parameters, v, s = update_parameters_adam(parameters, gradients, v, s, t, learni

        Af = activations['A' + str(len(parameters) // 2)]

        training_history[i, 0] = log_lossbis(y.flatten(), Af.flatten())
        y_pred = predict(X, parameters)
        training_history[i, 1] = accuracy_score(y.flatten(), y_pred.flatten())
    return training_history, parameters, activations, gradients
```

Explication :

Nous définisons une fonction deep_neural_network_adam qui prend en entrée une matrice de données X et un vecteur cible y. Cette fonction implémente un réseau de neurones à plusieurs couches utilisant l'algorithme d'optimisation Adam pour l'apprentissage des poids du modèle.

La fonction prend également en entrée des paramètres optionnels pour spécifier le nombre de neurones dans chaque couche cachée (hidden_layers), le taux d'apprentissage (learning_rate) et le nombre d'itérations (n_iter) pour l'apprentissage.

Le code commence par construire la liste des dimensions de chaque couche en utilisant la forme de la matrice d'entrée X et la forme du vecteur cible y. Ensuite, la graine aléatoire est fixée pour assurer la reproductibilité de l'apprentissage.

La fonction initialise ensuite les paramètres du réseau de neurones en appelant une autre fonction initialisation_adam qui retourne un dictionnaire contenant les poids et les biais de chaque couche.

Ensuite, la fonction initialise les variables nécessaires pour l'algorithme d'optimisation Adam, à savoir les vecteurs v et s et le compteur t.

La boucle principale de la fonction effectue un certain nombre d'itérations spécifiées par l'utilisateur. À chaque itération, la fonction effectue une propagation avant (forward_propagation) pour calculer les activations de chaque couche du réseau, puis une propagation arrière (back_propagation) pour calculer les gradients des poids et des biais.

La fonction met ensuite à jour les paramètres du réseau de neurones en utilisant l'algorithme d'optimisation Adam (update_parameters_adam) avec les gradients calculés, les vecteurs v et s, le compteur t et le taux d'apprentissage spécifié.

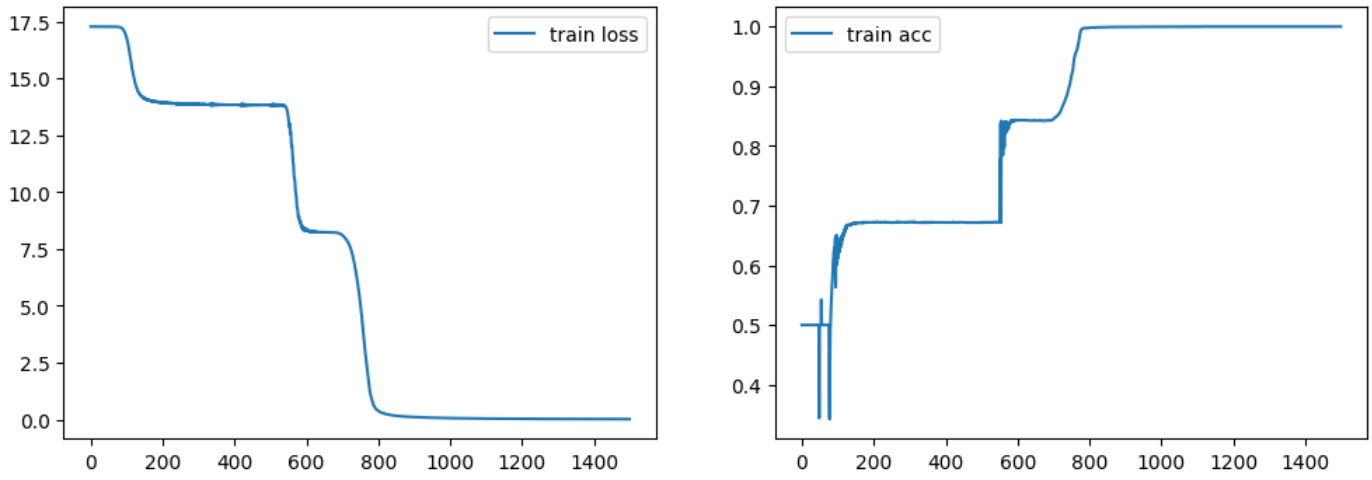
Enfin, la fonction calcule la perte (log_lossbis) et la précision (accuracy_score) sur l'ensemble de données d'entraînement à chaque itération et stocke les résultats dans un tableau training_history.

La fonction trace ensuite les courbes de perte et de précision en fonction du nombre d'itérations et retourne les résultats de l'apprentissage sous forme de tuple.

In [15]:
```
training_history_adam, parameters_adam, activations_adam, gradients_adam=deep_neural_net
# Plot courbe d'apprentissage
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(training_history_adam[:, 0], label='train loss')
plt.legend()
```

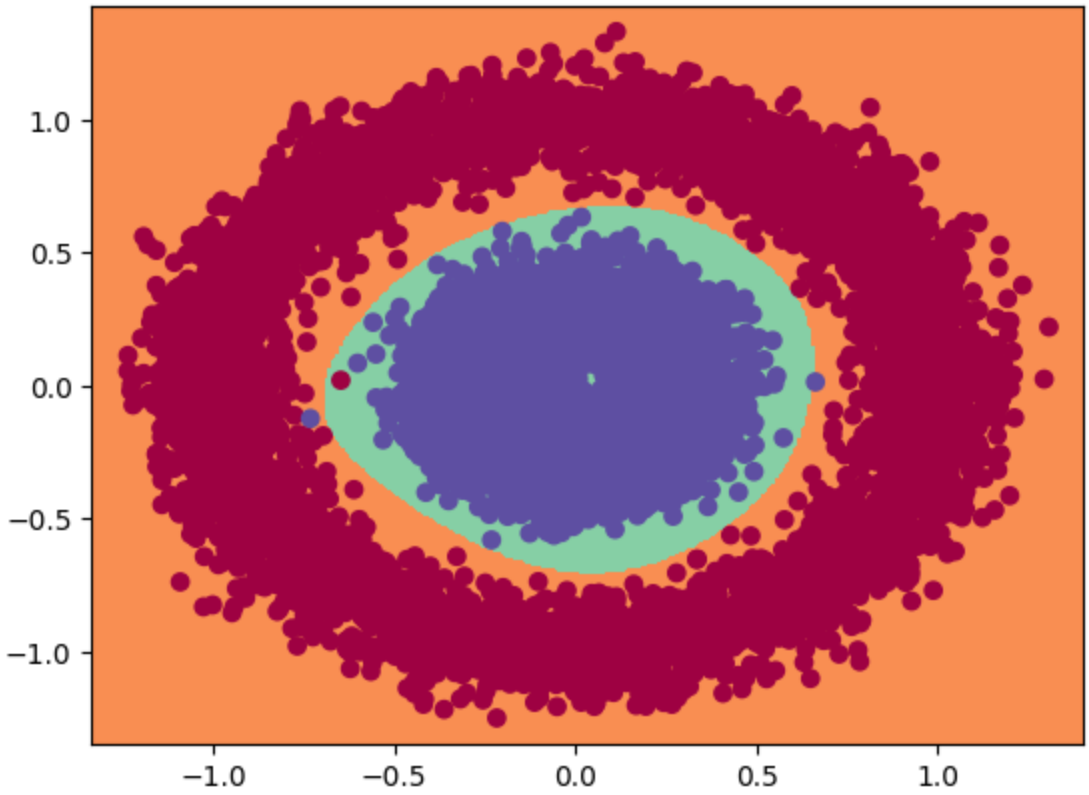
```
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(training_history_adam[:, 1], label='train acc')
plt.legend()
plt.show()
```

```
100%|██████████| 1500/1500 [00:34<00:00, 43.61it/s]
```



Frontière de descion

In [16]:
```
plot_decision_boundary(X, y, parameters_adam)
```



SGD Moment

In [17]:
```
def initialisation_SGD_Moment(dimensions):
    parametres = {}
    C = len(dimensions)
    np.random.seed(1)

    for c in range(1, C):
        parametres['W' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], dimensions[c - 1])
        parametres['b' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], 1)
        parametres['VdW' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], dimensions[c - 1]))   # Ajo
```

```
        parametres['Vdb' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], 1))  # Ajout des termes de

    return parametres

def update_SGD_Moment(gradients, parametres, learning_rate, beta):
    C = len(parametres) // 4  # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes

    for c in range(1, C + 1):
        parametres['VdW' + str(c)] = beta * parametres['VdW' + str(c)] + (1 - beta) * gr
        parametres['Vdb' + str(c)] = beta * parametres['Vdb' + str(c)] + (1 - beta) * gr
        parametres['W' + str(c)] = parametres['W' + str(c)] - learning_rate * parametres
        parametres['b' + str(c)] = parametres['b' + str(c)] - learning_rate * parametres

    return parametres

def forward_propagation_SGD_Moment(X, parametres):
  activations = {'A0': X}
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  for c in range(1, C + 1):
    Z = parametres['W' + str(c)].dot(activations['A' + str(c - 1)]) + parametres['b' + s
    activations['A' + str(c)] = 1 / (1 + np.exp(-Z))
  return activations

def back_propagation_SGD_Moment(y, parametres, activations):
  m = y.shape[1]
  C = len(parametres) // 4  # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes d
  dZ = activations['A' + str(C)] - y
  gradients = {}
  for c in reversed(range(1, C + 1)):
    gradients['dW' + str(c)] = 1/m * np.dot(dZ, activations['A' + str(c - 1)].T)
    gradients['db' + str(c)] = 1/m * np.sum(dZ, axis=1, keepdims=True)
    if c > 1:
      dZ = np.dot(parametres['W' + str(c)].T, dZ) * activations['A' + str(c - 1)] * (1 -
  return gradients

def predict_SGD_Moment(X, parametres):
  activations = forward_propagation_SGD_Moment(X, parametres)
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  Af = activations['A' + str(C)]
  return Af >= 0.5

def deep_neural_network_SGD_Moment(X, y, hidden_layers=(16, 16, 16), learning_rate=0.001
    dimensions = list(hidden_layers)
    dimensions.insert(0, X.shape[0])
    dimensions.append(y.shape[0])
    np.random.seed(1)
    parametres = initialisation_SGD_Moment(dimensions)
    training_history = np.zeros((int(n_iter), 2))
    C = len(parametres) // 4  # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes

    for i in tqdm(range(n_iter)):
        activations = forward_propagation_SGD_Moment(X, parametres)
        gradients = back_propagation_SGD_Moment(y, parametres, activations)
        parametres = update_SGD_Moment(gradients, parametres, learning_rate, beta)  # Aj
        Af = activations['A' + str(C)]
        training_history[i, 0] = (log_lossbis(y.flatten(), Af.flatten()))
        y_pred = predict_SGD_Moment(X, parametres)
        training_history[i, 1] = (accuracy_score(y.flatten(), y_pred.flatten()))
    return training_history, parametres, activations, gradients
```

Cette implémentation est un reseau de neurones multicouche (deep neural network) avec la technique de descente de gradient stochastique (SGD) avec momentum. Le réseau est entrainé pour effectuer une classification binaire.

La fonction "initialisation_SGD_Moment" initialise les poids et les biais des couches cachées du réseau. Les poids sont initialisés avec des valeurs aléatoires distribuées selon une distribution normale centrée réduite, alors que les biais sont initialisés avec des valeurs aléatoires de la même distribution, mais avec une dimension correspondante à celle de la couche associée.

La fonction "update_SGD_Moment" met à jour les poids et les biais du réseau en utilisant la méthode de descente de gradient stochastique avec momentum. Le momentum est une technique qui permet d'accélérer la convergence en ajoutant une composante proportionnelle à l'historique des mises à jour précédentes. La mise à jour des poids et des biais est calculée en fonction de la combinaison du gradient et du momentum.

La fonction "forward_propagation_SGD_Moment" effectue la propagation avant du réseau en calculant les sorties des couches cachées et la sortie finale à partir des entrées du réseau.

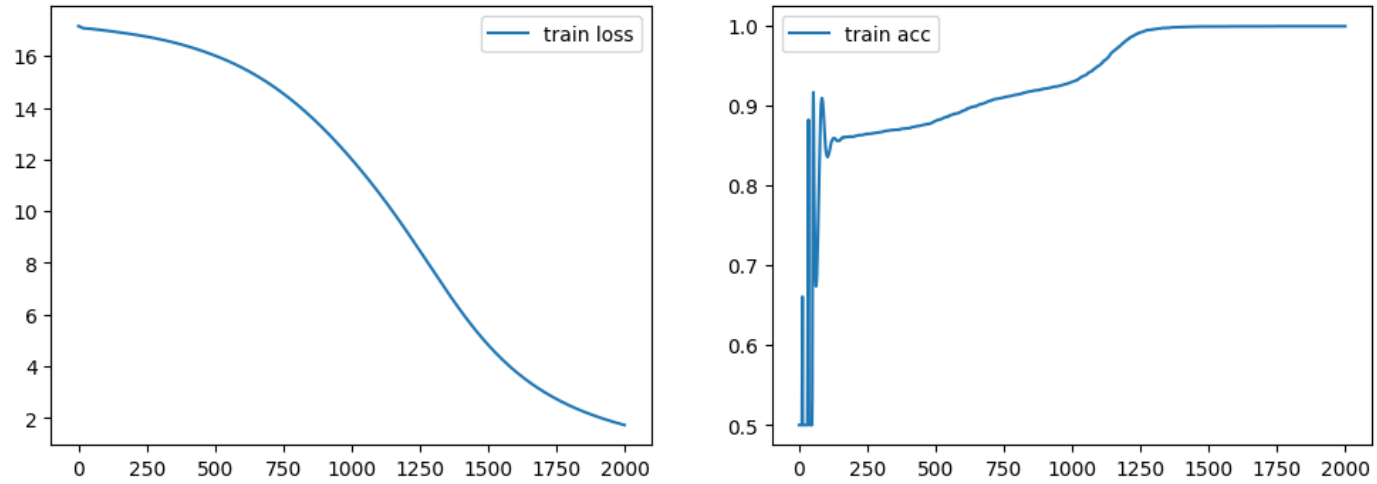
La fonction "back_propagation_SGD_Moment" calcule les gradients des poids et des biais en utilisant la technique de rétropropagation de l'erreur, qui consiste à calculer l'erreur de sortie et à propager cette erreur en arrière dans le réseau en utilisant les poids des couches précédentes.

La fonction "predict_SGD_Moment" prédit les sorties du réseau en utilisant la fonction sigmoïde pour la couche de sortie et en appliquant une règle de décision pour les valeurs prédites.

La fonction "deep_neural_network_SGD_Moment" effectue l'apprentissage du réseau en utilisant les fonctions précédentes pour un nombre donné d'itérations. Elle retourne l'historique d'apprentissage, les paramètres finaux du réseau, les sorties de la dernière couche, et les gradients calculés pendant l'apprentissage.

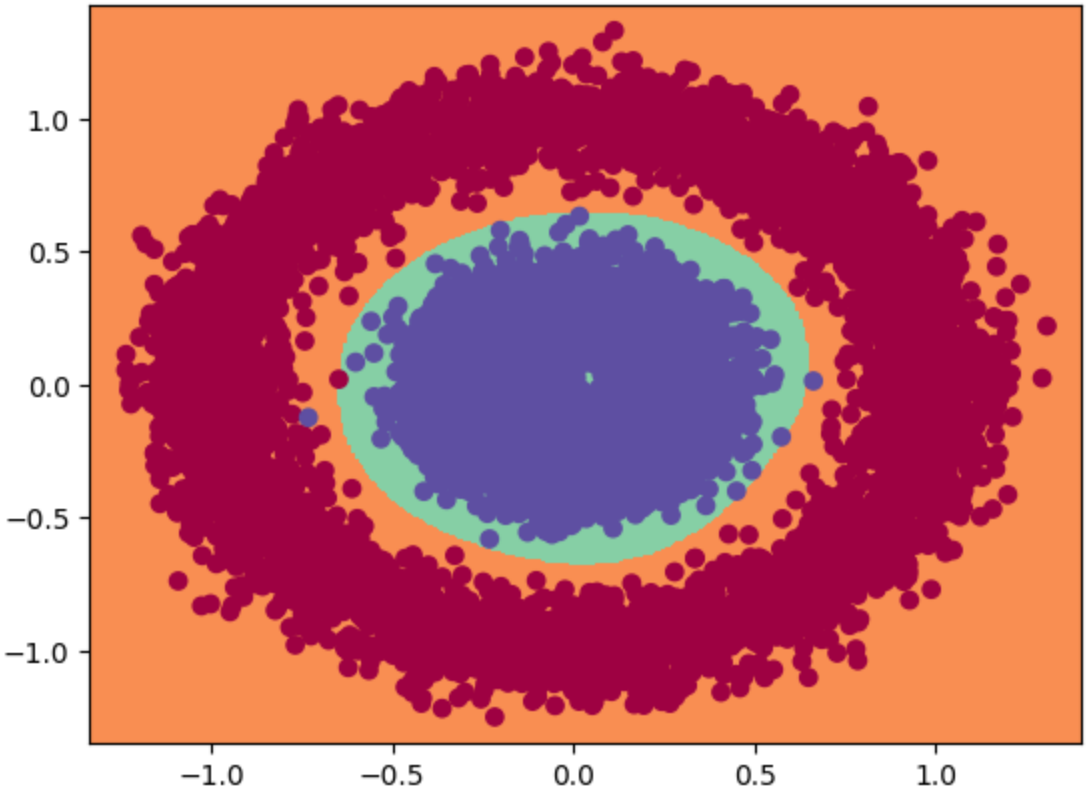
In [18]:
```
training_history_SGD_Moment, parameters_SGD_Moment, activations_SGD_Moment, gradients_SG
# Plot courbe d'apprentissage
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(training_history_SGD_Moment[:, 0], label='train loss')
plt.legend()
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(training_history_SGD_Moment[:, 1], label='train acc')
plt.legend()
plt.show()
```

```
100%|██████████| 2000/2000 [00:42<00:00, 47.11it/s]
```



Frontière de descion

In [19]:
```
plot_decision_boundary(X, y, parameters_SGD_Moment,predict_SGD_Moment)
```



RMSProp

In [20]:
```
def initialisation_RMSProp(dimensions):
    parametres = {}
    C = len(dimensions)
    np.random.seed(1)
    for c in range(1, C):
        parametres['W' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], dimensions[c - 1])
        parametres['b' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], 1)
        parametres['SdW' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], dimensions[c - 1]))  # Ajo
        parametres['Sdb' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], 1))  # Ajout des termes RM
    return parametres

def update_RMSProp(gradients, parametres, learning_rate, beta, epsilon):
    C = len(parametres) // 4

    for c in range(1, C + 1):
        parametres['SdW' + str(c)] = beta * parametres['SdW' + str(c)] + (1 - beta) * (g
        parametres['Sdb' + str(c)] = beta * parametres['Sdb' + str(c)] + (1 - beta) * (g
        parametres['W' + str(c)] = parametres['W' + str(c)] - learning_rate * gradients[
        parametres['b' + str(c)] = parametres['b' + str(c)] - learning_rate * gradients[

    return parametres

def forward_propagation_RMSProp(X, parametres):
  activations = {'A0': X}
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  for c in range(1, C + 1):
    Z = parametres['W' + str(c)].dot(activations['A' + str(c - 1)]) + parametres['b' + s
    activations['A' + str(c)] = 1 / (1 + np.exp(-Z))
  return activations

def back_propagation_RMSProp(y, parametres, activations):
  m = y.shape[1]
  C = len(parametres) // 4  # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes d
  dZ = activations['A' + str(C)] - y
  gradients = {}
```

```
  for c in reversed(range(1, C + 1)):
    gradients['dW' + str(c)] = 1/m * np.dot(dZ, activations['A' + str(c - 1)].T)
    gradients['db' + str(c)] = 1/m * np.sum(dZ, axis=1, keepdims=True)
    if c > 1:
      dZ = np.dot(parametres['W' + str(c)].T, dZ) * activations['A' + str(c - 1)] * (1 -
  return gradients

def predict_RMSProp(X, parametres):
  activations = forward_propagation_SGD_Moment(X, parametres)
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  Af = activations['A' + str(C)]
  return Af >= 0.5

def deep_neural_network_RMSProp(X, y, hidden_layers=(16, 16, 16), learning_rate=0.001, b
    dimensions = list(hidden_layers)
    dimensions.insert(0, X.shape[0])
    dimensions.append(y.shape[0])
    np.random.seed(1)
    parametres = initialisation_RMSProp(dimensions)
    training_history = np.zeros((int(n_iter), 2))
    C = len(parametres) // 4

    for i in tqdm(range(n_iter)):
        activations = forward_propagation_RMSProp(X, parametres)
        gradients = back_propagation_RMSProp(y, parametres, activations)
        parametres = update_RMSProp(gradients, parametres, learning_rate, beta, epsilon)
        Af = activations['A' + str(C)]
        training_history[i, 0] = (log_lossbis(y.flatten(), Af.flatten()))
        y_pred = predict_RMSProp(X, parametres)
        training_history[i, 1] = (accuracy_score(y.flatten(), y_pred.flatten()))
    return training_history, parametres, activations, gradients
```

Explication :

Cette implémentation est un réseau de neurones multicouche (deep neural network) avec la technique de descente de gradient RMSProp. Le réseau est entrainé pour effectuer une classification binaire.

La fonction "initialisation_RMSProp" initialise les poids et les biais des couches cachées du réseau. Les poids sont initialisés avec des valeurs aléatoires distribuées selon une distribution normale centrée réduite, alors que les biais sont initialisés avec des valeurs aléatoires de la même distribution, mais avec une dimension correspondante à celle de la couche associée. En outre, elle initialise également les termes de RMSProp à zéro pour les poids et les biais.

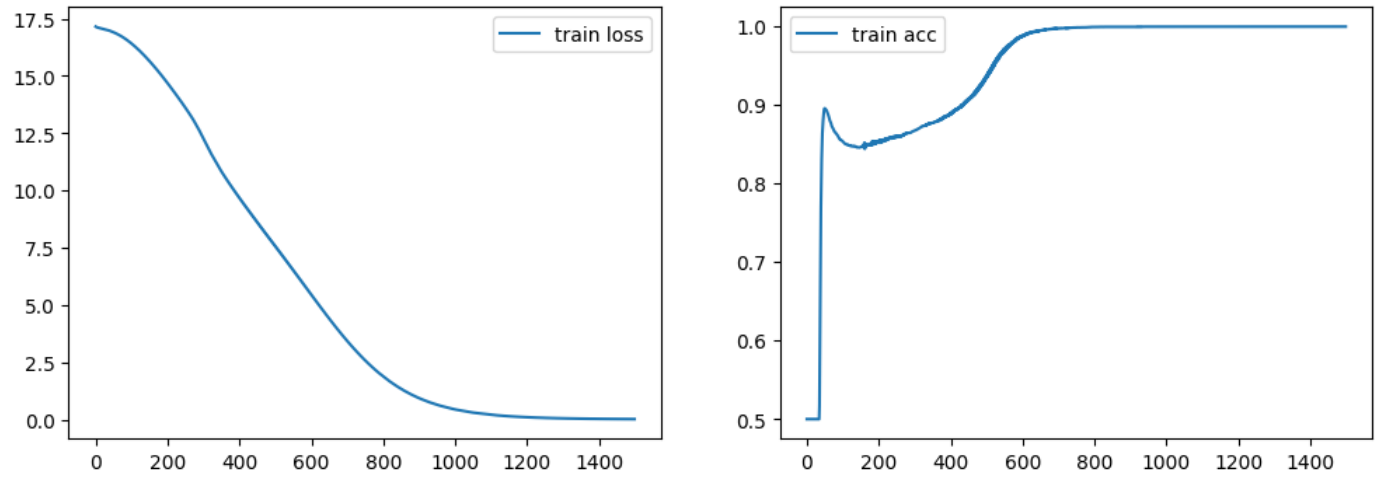
La fonction "update_RMSProp" met à jour les poids et les biais du réseau en utilisant la méthode de descente de gradient RMSProp. RMSProp est une technique de descente de gradient qui adapte le taux d'apprentissage de chaque paramètre en fonction des gradients précédents en utilisant des moyennes mobiles pondérées des carrés des gradients. La mise à jour des poids et des biais est calculée en utilisant les termes de RMSProp mis à jour et en ajoutant un petit terme de régularisation (epsilon) pour éviter la division par zéro.

Les fonctions "forward_propagation_RMSProp", "back_propagation_RMSProp" et "predict_RMSProp" ont le même fonctionnement que les fonctions homologues utilisées dans l'implémentation précédente.

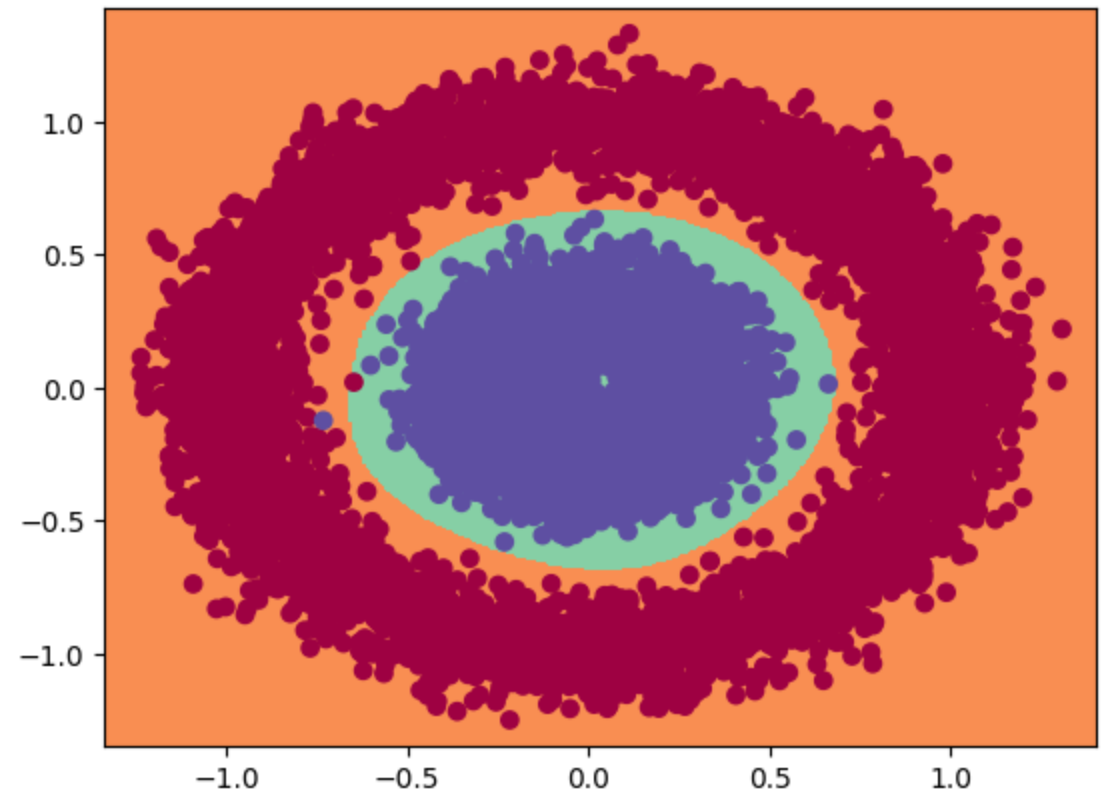
La fonction "deep_neural_network_RMSProp" effectue l'apprentissage du réseau en utilisant les fonctions précédentes pour un nombre donné d'itérations. Elle retourne l'historique d'apprentissage, les paramètres finaux du réseau, les sorties de la dernière couche, et les gradients calculés pendant l'apprentissage. Les paramètres supplémentaires "beta" et "epsilon" sont utilisés pour la méthode RMSProp pour régler les coefficients d'adaptation et éviter la division par zéro respectivement.

In [21]:
```
training_history_RMSProp, parametres_RMSProp, activations_RMSProp, gradients_RMSProp=dee
# Plot courbe d'apprentissage
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(training_history_RMSProp[:, 0], label='train loss')
plt.legend()
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(training_history_RMSProp[:, 1], label='train acc')
plt.legend()
plt.show()
```

```
100%|██████████| 1500/1500 [00:30<00:00, 48.42it/s]
```



In [22]:
```
plot_decision_boundary(X, y, parametres_RMSProp,predict_RMSProp)
```



AdaGrad

In [23]:
```
def initialisation_AdaGrad(dimensions):

    parametres = {}
    C = len(dimensions)
```

```
    np.random.seed(1)

    for c in range(1, C):
        parametres['W' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], dimensions[c - 1])
        parametres['b' + str(c)] = np.random.randn(dimensions[c], 1)
        parametres['GdW' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], dimensions[c - 1]))  # Ajo
        parametres['Gdb' + str(c)] = np.zeros((dimensions[c], 1))  # Ajout des termes Ad

    return parametres

def update_AdaGrad(gradients, parametres, learning_rate, epsilon):
    C = len(parametres) // 4

    for c in range(1, C + 1):
        parametres['GdW' + str(c)] += gradients['dW' + str(c)] ** 2  # Mise à jour des t
        parametres['Gdb' + str(c)] += gradients['db' + str(c)] ** 2  # Mise à jour des t
        parametres['W' + str(c)] -= learning_rate * gradients['dW' + str(c)] / (np.sqrt(
        parametres['b' + str(c)] -= learning_rate * gradients['db' + str(c)] / (np.sqrt(

    return parametres

def forward_propagation_AdaGrad(X, parametres):
  activations = {'A0': X}
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  for c in range(1, C + 1):
    Z = parametres['W' + str(c)].dot(activations['A' + str(c - 1)]) + parametres['b' + s
    activations['A' + str(c)] = 1 / (1 + np.exp(-Z))
  return activations

def back_propagation_AdaGrad(y, parametres, activations):
  m = y.shape[1]
  C = len(parametres) // 4  # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes d
  dZ = activations['A' + str(C)] - y
  gradients = {}
  for c in reversed(range(1, C + 1)):
    gradients['dW' + str(c)] = 1/m * np.dot(dZ, activations['A' + str(c - 1)].T)
    gradients['db' + str(c)] = 1/m * np.sum(dZ, axis=1, keepdims=True)
    if c > 1:
      dZ = np.dot(parametres['W' + str(c)].T, dZ) * activations['A' + str(c - 1)] * (1 -
  return gradients

def predict_AdaGrad(X, parametres):
  activations = forward_propagation_SGD_Moment(X, parametres)
  C = len(parametres) // 4 # Modification de cette ligne pour tenir compte des termes de
  Af = activations['A' + str(C)]
  return Af >= 0.5

def deep_neural_network_AdaGrad(X, y, hidden_layers=(16, 16, 16), learning_rate=0.001, e
    dimensions = list(hidden_layers)
    dimensions.insert(0, X.shape[0])
    dimensions.append(y.shape[0])
    np.random.seed(1)
    parametres = initialisation_AdaGrad(dimensions)
    training_history = np.zeros((int(n_iter), 2))
    C = len(parametres) // 4

    for i in tqdm(range(n_iter)):
        activations = forward_propagation_AdaGrad(X, parametres)
        gradients = back_propagation_AdaGrad(y, parametres, activations)
        parametres = update_AdaGrad(gradients, parametres, learning_rate, epsilon)  # Aj
        Af = activations['A' + str(C)]
        training_history[i, 0] = (log_lossbis(y.flatten(), Af.flatten()))
        y_pred = predict_AdaGrad(X, parametres)
        training_history[i,1] = (accuracy_score(y.flatten(), y_pred.flatten()))
```

```
    return training_history, parametres, activations, gradients
```

Explication :

Ce code implémente un algorithme de descente de gradient stochastique avec la méthode AdaGrad pour entraîner un réseau de neurones profond.

La fonction initialisation_AdaGrad initialise les paramètres du réseau (poids, biais et termes AdaGrad) à l'aide d'une distribution aléatoire.

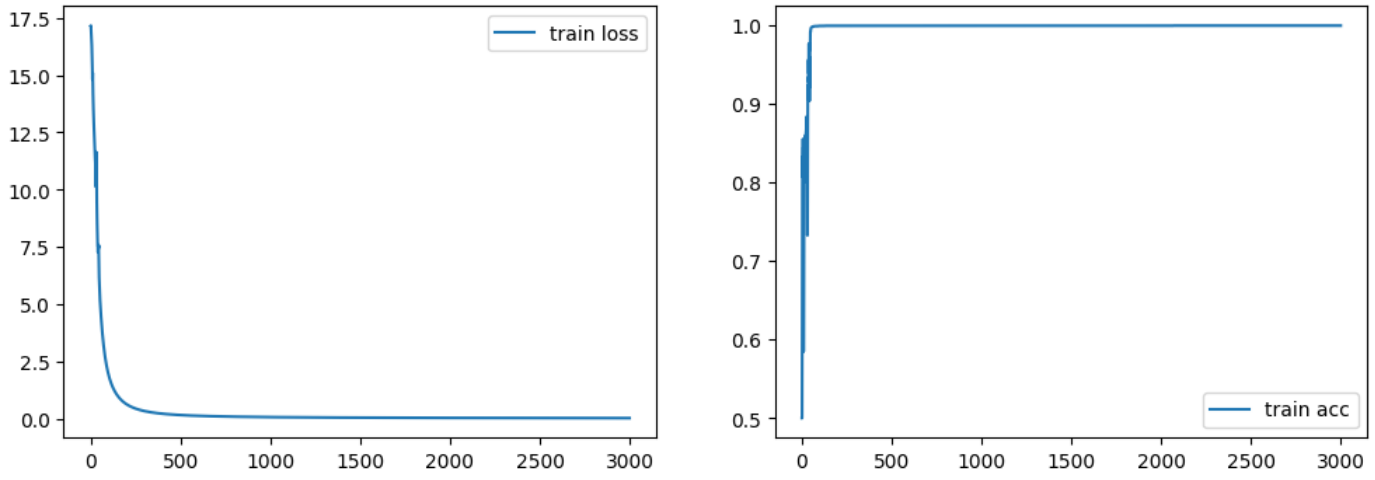
La fonction update_AdaGrad met à jour les paramètres du réseau en utilisant la méthode AdaGrad, qui consiste à diviser le gradient de chaque paramètre par la racine carrée de la somme des carrés des gradients passés pour ce paramètre. Cette technique permet d'adapter le taux d'apprentissage pour chaque paramètre en fonction de sa "popularité" dans les données, et donc de mieux gérer les gradients de grande amplitude.

Les fonctions forward_propagation_AdaGrad, back_propagation_AdaGrad et predict_AdaGrad implémentent la propagation avant, la rétropropagation et la prédiction du réseau de neurones, respectivement.

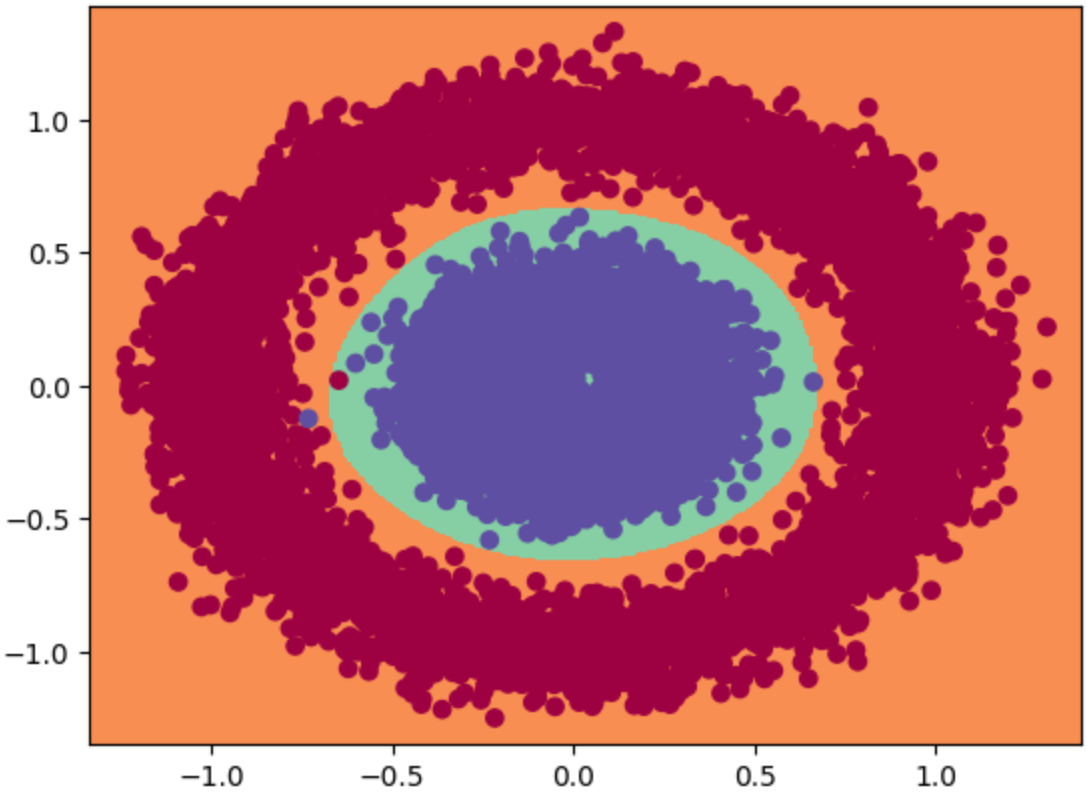
Enfin, la fonction deep_neural_network_AdaGrad combine les fonctions précédentes pour entraîner le réseau de neurones en utilisant la méthode AdaGrad. Elle effectue un certain nombre d'itérations de la descente de gradient stochastique, stocke les résultats dans un historique d'entraînement, et retourne les paramètres finaux, les activations, les gradients et l'historique d'entraînement.

In [24]:
```
training_history_AdaGrad, parametres_AdaGrad, activations_AdaGrad, gradients_AdaGrad=dee
# Plot courbe d'apprentissage
plt.figure(figsize=(12, 4))
plt.subplot(1, 2, 1)
plt.plot(training_history_AdaGrad[:, 0], label='train loss')
plt.legend()
plt.subplot(1, 2, 2)
plt.plot(training_history_AdaGrad[:, 1], label='train acc')
plt.legend()
plt.show()
```

```
100%|██████████| 3000/3000 [01:02<00:00, 47.78it/s]
```



In [25]:
```
plot_decision_boundary(X, y, parametres_AdaGrad,predict_AdaGrad)
```



Etude Comparative

In [58]:
```
import time

def make_key(alpha,n_sample,layer):
    key=str(alpha)+"|"+str(n_sample)+"|"+str(layer)
    return key
def unmake_key(key):
    unkey=key.split("|")
    return unkey


def secondes_en_hms(secondes):
    heures = int(secondes / 3600)
    minutes = int((secondes % 3600) / 60)
    secondes_restantes = int(secondes % 60)
    return "{:02d}:{:02d}:{:02d}".format(heures, minutes, secondes_restantes)


def get_time(func, *args, **kwargs):
    start_time = time.time()
    training_history, parametres, activations, gradients= func(*args, **kwargs)
    end_time = time.time()
    return secondes_en_hms(end_time - start_time) , [training_history, parametres, activ

def get_n_iter_until_Conv(liste,conv):
    for i in range(len(liste)):
        if liste[i] < conv:
            return i
    return -1


def etude_comparative(learning_rate_List,n_samples_List,hidden_layers_list,seuil_conv=0.
    start_time = time.time()
    result={}
    for learning_rate in learning_rate_List :
        for n_samples in n_samples_List :
            for hidden_layers in hidden_layers_list:
```

```
                X, y = make_circles(n_samples=n_samples, noise=0.1, factor=0.3, random_s
                X = X.T
                y = y.reshape((1, y.shape[0]))
                Models={
                "RN":{"fn":deep_neural_network,
                    "kwargs":{"X":X, "y":y, "hidden_layers" : hidden_layers, "learning_r
                "adam":{"fn":deep_neural_network_adam,
                    "kwargs":{"X":X, "y":y, "hidden_layers" : hidden_layers, "learning_r
                "SGD_Moment":{"fn":deep_neural_network_SGD_Moment,
                    "kwargs":{"X":X, "y":y, "hidden_layers" : hidden_layers, "learning_r
                "RMSProp":{"fn":deep_neural_network_RMSProp,
                    "kwargs":{"X":X, "y":y, "hidden_layers" : hidden_layers, "learning_r
                }
                for Model in Models:
                    Models[Model]["Time"],result_fn = get_time(Models[Model]["fn"],**Mod
                    Models[Model]["training_history_loss"]=list(result_fn[0][:, 0])
                    Models[Model]["training_history_acc"]=list(result_fn[0][:, 1])
                    Models[Model]["n_iter_until_Conv"] = get_n_iter_until_Conv(Models[Mo
                    Models[Model]["parametres"]={}
                    for param in result_fn[1]:
                        Models[Model]["parametres"][param]=result_fn[1][param]


                result[make_key(learning_rate,n_samples,hidden_layers)]=Models
    end_time = time.time()
    log_time=secondes_en_hms(end_time - start_time)
    return result,log_time
```

La fonction etude_comparative effectue une étude comparative de plusieurs modèles de réseaux de neurones de différents types (RN, adam, SGD_Moment, RMSProp) en utilisant différents hyperparamètres (learning_rate_List, n_samples_List, hidden_layers_list).

Pour chaque combinaison d'hyperparamètres, la fonction crée un jeu de données et entraîne chaque modèle avec les mêmes données d'entrée et les mêmes hyperparamètres. Elle enregistre les performances de chaque modèle (temps d'entraînement, historique de perte, historique de précision, nombre d'itérations avant convergence, paramètres, activations, gradients) dans un dictionnaire result en utilisant une clé unique générée à partir des hyperparamètres.

In [27]:
```
learning_rate_List=[0.1,0.01,0.001]
n_samples_List=[100,1000,10000]
layer1=(4,4,4)
layer2=(8,8,8)
layer3=(16,16,16)
hidden_layers_list=[layer1,layer2,layer3]
```

In [59]:
```
Résultat,log_time = etude_comparative(learning_rate_List,n_samples_List,hidden_layers_li
```

```
100%|██████████| 3000/3000 [00:01<00:00, 1500.67it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1248.68it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1420.61it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1364.50it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1272.19it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1030.31it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1307.66it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1125.73it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1178.74it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1018.82it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1171.71it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1111.26it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1004.15it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 847.15it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 861.97it/s]
```

```
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 832.46it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 696.62it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 700.41it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 745.69it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 797.02it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:06<00:00, 456.24it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:06<00:00, 453.86it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:06<00:00, 472.26it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:06<00:00, 464.24it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:11<00:00, 256.10it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:12<00:00, 247.60it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:11<00:00, 250.54it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:12<00:00, 241.38it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:18<00:00, 162.49it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:18<00:00, 159.78it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:19<00:00, 157.50it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:18<00:00, 160.37it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:41<00:00, 71.71it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:44<00:00, 67.25it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:44<00:00, 67.61it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:45<00:00, 66.60it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1455.05it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1231.53it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1413.44it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1303.65it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1260.46it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 962.00it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 996.19it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 747.56it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 756.20it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:05<00:00, 592.97it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 833.78it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 826.59it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 683.44it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 618.31it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 673.80it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 635.72it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:05<00:00, 560.44it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:05<00:00, 513.61it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:05<00:00, 579.07it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:05<00:00, 558.87it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 358.95it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 345.77it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 355.11it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 374.64it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:17<00:00, 175.63it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:17<00:00, 176.19it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:16<00:00, 180.75it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:13<00:00, 216.95it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:20<00:00, 148.99it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:20<00:00, 144.38it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:24<00:00, 122.98it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:27<00:00, 109.62it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [01:03<00:00, 47.42it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [01:01<00:00, 49.10it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:53<00:00, 56.27it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:48<00:00, 61.96it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1306.24it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1117.49it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1212.78it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1205.39it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1270.23it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1051.71it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1202.82it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1154.77it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1187.07it/s]
```

```
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 996.92it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1136.56it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:02<00:00, 1076.00it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 936.83it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 796.27it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 904.82it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 888.44it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 783.99it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 693.05it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:03<00:00, 766.36it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:04<00:00, 744.15it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:06<00:00, 441.49it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:07<00:00, 400.39it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 344.44it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:08<00:00, 362.12it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:14<00:00, 207.46it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:16<00:00, 181.24it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:15<00:00, 190.18it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:16<00:00, 181.97it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:25<00:00, 119.12it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:26<00:00, 113.38it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:26<00:00, 112.53it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:25<00:00, 116.79it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:57<00:00, 52.04it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:58<00:00, 51.20it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [01:00<00:00, 49.88it/s]
100%|██████████| 3000/3000 [00:59<00:00, 50.35it/s]
```

In [60]:
```
print("Durée d'exécution :",log_time)
```

```
Durée d'exécution : 00:22:55
```

In [61]:
```
layer1=(4,4,4)
layer2=(8,8,8)
layer3=(16,16,16)

def data_cleaning(new_etude):
    etude = dict(new_etude)
    for alpha in learning_rate_List:
        for n_sample in n_samples_List:
            for layer in hidden_layers_list:
                curr_key=make_key(alpha,n_sample,layer)
                for model in etude[curr_key]:
                    etude[curr_key][model]["fn"]=model
                    etude[curr_key][model]["kwargs"]["X"]=None
                    etude[curr_key][model]["kwargs"]["y"]=None
    return etude
```

Obligatoire :

In [62]:
```
import pickle
my_variable=data_cleaning(Résultat)
with open('../my_variable.pkl', 'wb') as f:
    pickle.dump(my_variable, f)
```

Falcultatif si vous voulez explorer le json

In [ ]:
```
import json
# Conversion en JSON
json_data = json.dumps(my_variable)

# Ecriture dans un fichier
```

```
with open("Resultat-Etude-OptimisationConvexV2.json", "w") as f:
    f.write(json_data)
```