A.1 Laboratorio Semana 1

Catriel Pereira Torrez

miércoles, 8 de enero de 2025 05:02

Pregunta 1 **5 pts**

La derivada de una función vectorial se obtiene derivando cada función componente.

- (•) Verdadero
- ( ) Falso

Es cierto, ya que:

Para todo $\vec{r}(t) = x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)$ donde $x_i(t)$ sean funciones reales para todo $t \in \mathbb{R}$:

- $\vec{r}\,'(t) = x_1'(t), x_2'(t), \dots, x_n'(t)$

Pregunta 2 **5 pts**

La curva dada por $r(t) = (2t, 3 - t, 0)$ es una recta que pasa por el
origen.

- ( ) Verdadero
- (•) Falso

Para que pase por el origen $\to (0,0,0)$:

No pasa por el origen:

$$2t = 0 \qquad t = 0$$
$$3 - t = 0 \to \quad t = 3$$
$$0 = 0$$

Si (0, 0, 0), r(t) tendría que tomar dos valores de t al mismo tiempo, lo cuál por al reducción al absurdo no pasa por el origen.

Pregunta 3 5 pts

Determine el límite de la siguiente función vectorial

$$\lim_{t\to1}\left(\frac{t^2-t}{t-1}, \sqrt{t+8}, \frac{sen\pi t}{\ln t}\right)$$

- ○ $(1, 0, -\pi)$
- ○ $(0, 2, \pi)$
- ○ $(0, 0, 0)$
- ● $(1, 3, -\pi)$

Límite por componente:

$$\lim_{t\to1}\frac{t^2-t}{t-1} = \lim_{t\to1}\frac{t\cancel{(t-1)}}{\cancel{t-1}} = \lim_{t\to1} t = 1$$

$$\lim_{t\to1}\sqrt{t+8} = \sqrt{9} = 3$$

$$\lim_{t\to1}\frac{sen(\pi t)}{\ln t} = \lim_{t\to1}\frac{\pi\cdot\cos(\pi t)}{\frac{1}{t}}$$

$$= \lim_{t\to1} = t\cdot\pi\cdot\cos(\pi t)$$

$$= \pi\cdot1\cdot(-1)$$

$$= -\pi$$

$\boxed{\text{Respuesta: } (1, 3, -\pi)}$

Pregunta 4 5 pts

Calcule la derivada de la función vectorial
$r(t) = (\tan t, \sec t, 1/t^2)$

$$\frac{d(\tan(t))}{dt} = \sec^2 t$$

$$\frac{d[\sec(t)]}{dt} = \sec(t)\cdot\tan(t)$$

$$\frac{d\left(\frac{1}{t^2}\right)}{dt} = \frac{d(t^{-2})}{dt} = -2t^{-3} = \frac{-2}{t^3}$$

...

$$\boxed{r'(t) = \left(\sec^2 t,\ \sec(t)\cdot\tan(t),\ \frac{-2}{t^3}\right)}$$

Pregunta 5 5 pts

De la función $f(x,y) = ln(2+x^2+y^2)$, es cierto que:

- [x] Su imagen es $[ln2, \infty)$
- [ ] Su imagen es $-\infty, \infty$
- [x] Su dominio es R^2
- [ ] Su imagen es $[0, \infty]$

Su imagen es $[\ln 2, \infty^+)$, porque evaluando con $\mathbb{R}$ en la función $f(x,y)$ el valor mínimo que puede tener es $\ln 2$ (siendo $x,y=0$) y luego, con otros valores $x,y \neq 0$ la función solo crece.

Su imagen NO es $(-\infty, \infty^+)$ por lo demostrado

Su dominio es $\mathbb{R}^2$, ya que:

$$2+x^2+y^2 \geq 2 \quad \forall (x,y) \in \mathbb{R}^2$$

Su imagen NO es $[0, \infty^+]$ por lo demostrado

Pregunta 6 **5 pts**

Si \(r(t)=e^t,sent,lnt\), entonces $lim_{(t\to\pi/2)} r(t)$ es

- $xe^{\pi/2}, 1, ln(\pi/2)$
- $xe^{1}, 1, ln(\pi/2)$
- $xe^{\pi/2}, 0, ln(\pi/2)$
- $xe^{\pi/2}, -1, ln(\pi/2)$

Sea $r(t) = (e^t, \operatorname{sen} t, \ln t)$

$\lim_{t \to \frac{\pi}{2}} r(t)$:

- $\lim_{t \to \frac{\pi}{2}} e^t = e^{\pi/2}$
- $\lim_{t \to \frac{\pi}{2}} \operatorname{sen} t = \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$
- $\lim_{t \to \frac{\pi}{2}} \ln(t) = \ln\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$\boxed{\lim_{t \to \frac{\pi}{2}} r(t) = \left(e^{\pi/2}, 1, \ln(\pi/2)\right)}$$

En el formulario no existe la respuesta correcta pero asumo que la x se agregó por error delante de e en los incisos.