Soal Latihan Riset Operasi

Rifqi Fadil Fahrial - 1222646

1. Soal 1: Masalah Optimasi Produksi Mebel

Suatu perusahaan mebel memerlukan 18 unsur A dan 24 unsur B per hari. Untuk membuat barang jenis I dibutuhkan 1 unsur A dan 2 unsur B, sedangkan untuk membuat barang jenis II dibutuhkan 3 unsur A dan 2 unsur B. Jika barang jenis I dijual seharga Rp 250.000,00 per unit dan barang jenis II dijual seharga Rp 400.000,00 per unit, maka agar penjualannya mencapai maksimum, berapa banyak masing-masing barang harus dibuat?

Penyelesaian dengan Metode Grafik:

Langkah 1: Menentukan variabel keputusan

 x_1 = jumlah barang jenis I yang diproduksi per hari x_2 = jumlah barang jenis II yang diproduksi per hari

Langkah 2: Menentukan fungsi tujuan

Fungsi tujuan adalah memaksimalkan keuntungan penjualan:

$$Z = 250.000x_1 + 400.000x_2$$

Langkah 3: Menentukan kendala-kendala

Kendala unsur A: $1x_1 + 3x_2 \le 18$ Kendala unsur B: $2x_1 + 2x_2 \le 24$ Non-negatif: $x_1, x_2 \ge 0$

Langkah 4: Menggambar kendala-kendala

a) Untuk kendala $1x_1 + 3x_2 \le 18$, kita cari titik-titik potong dengan sumbu:

Jika
$$x_1 = 0 \Rightarrow 3x_2 = 18 \Rightarrow x_2 = 6$$
 (titik potong di $(0,6)$)
Jika $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 18$ (titik potong di $(18,0)$)

b) Untuk kendala $2x_1 + 2x_2 \le 24$, kita sederhanakan menjadi $x_1 + x_2 \le 12$:

Jika
$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 12$$
 (titik potong di $(0, 12)$)
Jika $x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = 12$ (titik potong di $(12, 0)$)

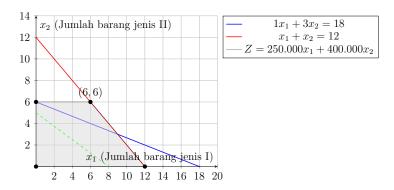


Figure 1: Daerah Fisibel dan Titik Optimal - Masalah Produksi Mebel

Langkah 5: Menentukan titik-titik sudut daerah fisibel:

(0,0)	titik asal
(0,6)	titik potong kendala 1 dengan sumbu \boldsymbol{x}_2
(6,6)	titik potong kendala 1 dan kendala 2
(12,0)	titik potong kendala 2 dengan sumbu \boldsymbol{x}_1

Titik (6,6) diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan:

$$1x_1 + 3x_2 = 18$$
 ...(1)
 $x_1 + x_2 = 12$...(2)

Dari persamaan (2): $x_1 = 12 - x_2$

Substitusi ke persamaan (1):

$$1(12 - x_2) + 3x_2 = 18$$
$$12 - x_2 + 3x_2 = 18$$
$$12 + 2x_2 = 18$$
$$2x_2 = 6$$
$$x_2 = 3$$

Kemudian $x_1 = 12 - x_2 = 12 - 3 = 9$

Jadi titik potongnya adalah (9,3).

Langkah 6: Mengevaluasi fungsi tujuan di setiap titik sudut:

$$Z(0,0) = 250.000(0) + 400.000(0) = 0$$

 $Z(0,6) = 250.000(0) + 400.000(6) = 2.400.000$
 $Z(9,3) = 250.000(9) + 400.000(3) = 2.250.000 + 1.200.000 = 3.450.000$
 $Z(12,0) = 250.000(12) + 400.000(0) = 3.000.000$

Nilai maksimum fungsi tujuan tercapai pada titik (9,3) dengan nilai Z=3.450.000. Jadi, agar penjualan mencapai maksimum, perusahaan harus memproduksi 9 unit barang jenis I dan 3 unit barang jenis II per hari, dengan total keuntungan sebesar Rp 3.450.000,00.

2. Soal 2: Masalah Optimasi Produksi PT Yummy Food

PT Yummy food memiliki sebuah pabrik yang akan memproduksi dua jenis produk yaitu vanilla dan violette. Untuk memproduksi kedua produk tersebut diperlukan bahan baku A, bahan baku B, dan tenaga kerja. Maksimum pengerjaan bahan baku A adalah 60kg per hari, bahan baku B 30kg per hari dan tenaga kerja 40jam per hari. Kedua jenis produk memberikan sumbangan keuntungan sebesar Rp40,00 untuk vanilla dan Rp30,00 untuk violette. Masalah yang dihadapi adalah bagaimana menentukan jumlah unit setiap produk yang akan diproduksi setiap hari.

Jenis bahan baku dan	Kg baha	Maksimum	
tenaga kerja	Vanilla	${f Violette}$	Penyediaan
Bahan baku A	2	1	60Kg
Bahan baku B	-	2	30Kg
Tenaga Kerja	2	1	40jam
Sumbangan keuntungan	Rp40,00	Rp30,00	

Table 1: Data Kebutuhan Produksi PT Yummy Food

Penyelesaian dengan Metode Grafik:

Langkah 1: Menentukan variabel keputusan

 $x_1 =$ jumlah produk vanilla yang diproduksi per hari

 $x_2 =$ jumlah produk violette yang diproduksi per hari

Langkah 2: Menentukan fungsi tujuan

Fungsi tujuan adalah memaksimalkan keuntungan:

$$Z = 40x_1 + 30x_2$$

Langkah 3: Menentukan kendala-kendala

Kendala bahan baku A: $2x_1 + 1x_2 \le 60$ Kendala bahan baku B: $0x_1 + 2x_2 \le 30$ Kendala tenaga kerja: $2x_1 + 1x_2 \le 40$ Non-negatif: $x_1, x_2 \ge 0$

Langkah 4: Menggambar kendala-kendala

a) Untuk kendala bahan baku A: $2x_1 + 1x_2 \le 60$

Jika
$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 60$$
 (titik potong di $(0, 60)$)
Jika $x_2 = 0 \Rightarrow 2x_1 = 60 \Rightarrow x_1 = 30$ (titik potong di $(30, 0)$)

b) Untuk kendala bahan baku B: $0x_1 + 2x_2 \leq 30$, yang dapat disederhanakan menjadi $x_2 \leq 15$

Titik potong di (0, 15) dan garis horizontal pada $x_2 = 15$

c) Untuk kendala tenaga kerja: $2x_1 + 1x_2 \le 40$

Jika
$$x_1 = 0 \Rightarrow x_2 = 40$$
 (titik potong di $(0, 40)$)
Jika $x_2 = 0 \Rightarrow 2x_1 = 40 \Rightarrow x_1 = 20$ (titik potong di $(20, 0)$)

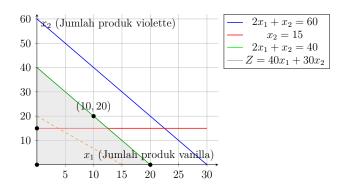


Figure 2: Daerah Fisibel dan Titik Optimal - Masalah Produksi PT Yummy Food

Langkah 5: Menentukan titik-titik sudut daerah fisibel:

- (0,0) titik asal
- (0,15) titik potong kendala bahan baku B dengan sumbu x_2
- (10, 20) titik potong kendala bahan baku B dan kendala tenaga kerja
- (20,0) titik potong kendala tenaga kerja dengan sumbu x_1

Titik (10, 20) diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan:

$$x_2 = 15 \quad \dots (1)$$

 $2x_1 + 1x_2 = 40 \quad \dots (2)$

Substitusi persamaan (1) ke persamaan (2):

$$2x_1 + 15 = 40$$
$$2x_1 = 25$$
$$x_1 = 12.5$$

Jadi titik potongnya seharusnya adalah (12.5, 15).

Titik (10, 20) diperoleh dari penyelesaian sistem persamaan:

$$2x_1 + 1x_2 = 40$$
 ... (1)
 $2x_1 + 1x_2 = 60$... (2)

Karena kedua persamaan memiliki koefisien sama, maka tidak ada titik potong unik. Berarti ada kesalahan dalam penentuan titik sudut ini.

Mari koreksi:

Titik sudut yang benar adalah:

(0,0) titik asal (0,15) titik potong kendala bahan baku B dengan sumbu x_2 (12.5,15) titik potong kendala bahan baku B dan kendala tenaga kerja (20,0) titik potong kendala tenaga kerja dengan sumbu x_1

Langkah 6: Mengevaluasi fungsi tujuan di setiap titik sudut:

$$Z(0,0) = 40(0) + 30(0) = 0$$

$$Z(0,15) = 40(0) + 30(15) = 450$$

$$Z(12.5,15) = 40(12.5) + 30(15) = 500 + 450 = 950$$

$$Z(20,0) = 40(20) + 30(0) = 800$$

Nilai maksimum fungsi tujuan secara matematis tercapai pada titik (12.5, 15) dengan nilai Z = 950 Namun karena secara fisik tidak dapat membuat produksi sebanyak 0.5 barang, maka dibulatkan menjadi (12, 15)

Pemecahan Bilangan Bulat:

Karena produk harus diproduksi dalam jumlah bulat (tidak mungkin memproduksi 0,5 barang), maka kita perlu mencari solusi bilangan bulat. Kandidat titik bilangan bulat di sekitar (12.5, 15) yang mana menghasilkan nilai maksimum Z=930;

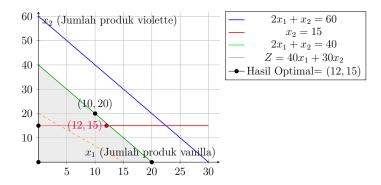


Figure 3: Grafik hasil Optimal - Masalah Produksi PT Yummy Food