



# Дискретная математика

Системы счисления. Сложение и вычитание



# Цель урока:

Научиться складывать и  
вычитать в различных СС



# Рубрика: Эксперименты



Что это?

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...**



## Числа в десятичной СС

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...**



# Числа в десятичной СС легко сложить

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11...**

$$6 + 7 = 13$$

**А как выглядят числа  
в троичной СС?**



# Вспомним алфавит троичной СС





Вспомним алфавит  
троичной СС:

**0, 1, 2**



**А теперь запишем  
числа в троичной СС  
по порядку**



А теперь запишем  
числа в троичной СС  
по порядку

**0, 1, 2,**



А теперь запишем  
числа в троичной СС  
по порядку

**0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22, 100...**



Сколько будет, если  
сложить 2 и 11 в 3СС?



Сколько будет, если  
сложить 2 и 11 в 3СС?

13

100

20

нет такого  
числа



Сколько будет, если  
сложить 2 и 11 в 3СС?

13

100

20

нет такого  
числа



**Почему так?**





# Вспомним 10СС

$$4 + 2 = ?$$

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...**



# Вспомним 10СС

$$4 + 2 = ?$$

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...**





# Вспомним 10СС

$$4 + 2 = ?$$

**0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...**





# Вспомним 10СС

$$4 + 2 = 6$$

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8...





Тогда в 3СС  
 $2 + 11 = ?$

**0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22...**





Тогда в 3СС

$$2 + 11 = ?$$

**0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22...**





Тогда в 3СС

$$2 + 11 = 20$$

0, 1, 2, 10, 11, 12, 20, 21, 22...



# Метод кокосов







# Метод кокосов на примере 4СС

$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline ? \end{array}$$



# Запомним



=



=





# Метод кокосов на примере 4СС

$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline ? \end{array}$$


3 + 2 = 5 кокосов

это много!  
поэтому 4 кокоса в  
коробку, а 1 остается



# Метод кокосов на примере 4СС




$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline 1 \end{array}$$





# Метод кокосов на примере 4СС



$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline 1 \end{array}$$

$1 + 3 + 1 = 5$  коробок

это много!

поэтому 4 коробки в газельку, а 1 остается

# Метод кокосов на примере 4СС



$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline 111 \end{array}$$





# Метод кокосов на примере 4СС



$$\begin{array}{r} 133 \\ + 12 \\ \hline 211 \end{array}$$

4

1 + 1 = 2 газельки

это нормально!  
поэтому камаз не  
вызываем!



# Сложение





# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 126_8 \\ + 123_8 \\ \hline \end{array}$$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 126 \\ + 123 \\ \hline \end{array}$$

The image shows a vertical addition problem. The numbers 126 and 123 are aligned by their place values. A green rectangular box highlights the tens and units columns (26 and 23). To the right of the box, there are two red '8's, one next to the top row and one next to the bottom row, indicating the sum of the digits in those columns (2+6=8 and 2+3=5, but the second 8 is likely a typo for 5).



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 126 \\ + 123 \\ \hline 129 \end{array}$$

$9 = 1 \cdot 8 + 1$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 126 \\ + 123 \\ \hline 519 \end{array}$$

$9 = 1 \cdot 8 + 1$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 126_8 \\ + 123_8 \\ \hline 251_8 \end{array}$$

$9 = 1 \cdot 8 + 1$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 126_8 \\
 + 123_8 \\
 \hline
 251_8
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in base 8. The numbers are 126 (top) and 123 (bottom). The sum is 251. The digits 6 and 3 are highlighted in a green box, and the result digit 1 is highlighted in green. A blue arrow points from the 1 in the result to the 6 in the top number. A green arrow points from the 1 in the result to the 3 in the bottom number. The equation  $9 = 1 \cdot 8 + 1$  is shown, indicating the carry operation.

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 ABC_{16} \\
 + 174_{16} \\
 \hline
 \end{array}$$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 12\boxed{6} \\
 + 12\boxed{3} \\
 \hline
 25\boxed{1}
 \end{array}$$

$9 = 1 \cdot 8 + 1$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 A B \boxed{C} \\
 + 17\boxed{4} \\
 \hline
 \end{array}$$

$16$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 126_8 \\
 + 123_8 \\
 \hline
 251_8
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in base 8. The numbers are 126 (base 8) and 123 (base 8). The sum is 251 (base 8). The diagram shows the carry-over process: 6 + 3 = 9, which is equal to 1 \* 8 + 1. The carry 1 is shown moving from the units place to the eights place. The result 251 is shown with the units digit 1 and the carry 1 from the previous step.

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 ABC_{16} \\
 + 174_{16} \\
 \hline
 0_{16}
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in base 16. The numbers are ABC (base 16) and 174 (base 16). The sum is 0 (base 16). The diagram shows the carry-over process: C + 4 = 16, which is equal to 1 \* 16 + 0. The carry 1 is shown moving from the units place to the next place. The result 0 is shown with the units digit 0 and the carry 1 from the previous step.

$$12 + 4 = 16 = 1 \cdot 16 + 0$$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 2 \quad 6 \\
 + 1 \quad 2 \quad 3 \\
 \hline
 2 \quad 5 \quad 1
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in base 8. The digits are grouped into columns. A blue arrow points from the result '1' in the units column to the '1' in the tens column, indicating a carry. A green arrow points from the result '1' in the units column to the '1' in the units column of the result, indicating the final result. The equation  $9 = 1 \cdot 8 + 1$  is shown, explaining the carry.

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 A \quad B \quad C \\
 + 1 \quad 7 \quad 4 \\
 \hline
 3 \quad 0
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of two numbers in base 16. The digits are grouped into columns. A blue box highlights the '1' in the units column of the first number and the '7' in the units column of the second number. A green box highlights the '4' in the units column of the second number. The result '0' in the units column is shown. The equation  $12 + 4 = 16 = 1 \cdot 16 + 0$  is shown, explaining the carry.

$$12 + 4 = 16 = 1 \cdot 16 + 0$$

$$11 + 7 + 1 = 19 = 1 \cdot 16 + 3$$



# Сложение

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 126_8 \\
 + 123_8 \\
 \hline
 251_8
 \end{array}$$

$9 = 1 \cdot 8 + 1$

Diagram illustrating the addition of 126 (base 8) and 123 (base 8) to get 251 (base 8). The digits 6 and 3 are boxed in green, and the result 1 is boxed in green. A blue arrow points from the 1 in the result to the 1 in the carry-over calculation. A green arrow points from the 1 in the carry-over calculation to the 1 in the result.

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 1 \\
 \text{A B C}_{16} \\
 + 174_{16} \\
 \hline
 \text{C 3 0}_{16}
 \end{array}$$

Diagram illustrating the addition of 1A7 (base 16) and 174 (base 16) to get C30 (base 16). The digits A, 7, and 4 are boxed in blue, and the result 0 is boxed in green. A blue arrow points from the 1 in the result to the 1 in the carry-over calculation. A green arrow points from the 1 in the carry-over calculation to the 1 in the result.

$$12 + 4 = 16 = 1 \cdot 16 + 0$$

$$11 + 7 + 1 = 19 = 1 \cdot 16 + 3$$

$$10 + 1 + 1 = 12 = \text{C}$$

# Вычитание



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 306_7 \\ - 123_7 \\ \hline \end{array}$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r} 306_7 \\ - 123_7 \\ \hline 3_7 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 7 \end{array} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 53_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 7 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 306_7 \\ - 123_7 \\ \hline 153_7 \end{array}
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 7}{\phantom{0}} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 153_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 A14_{16} \\
 - B7_{16} \\
 \hline
 \end{array}$$





# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 7}{\phantom{0}} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 153_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 A14_{16} \\
 - B7_{16} \\
 \hline
 \end{array}$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 7}{\phantom{0}} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 153_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 16}{\phantom{0}} \\
 A14_{16} \\
 - B7_{16} \\
 \hline
 D_{16}
 \end{array}$$

$$16 + 4 - 7 = 13 = D$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 7 \end{array} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 153_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 16 \end{array} \quad \begin{array}{cc} -1 & 16 \end{array} \\
 A \boxed{1} \boxed{4}_{16} \\
 - B \boxed{7}_{16} \\
 \hline
 5 \ D_{16}
 \end{array}$$

$$16 + 4 - 7 = 13 = D$$

$$16 - 1 + 1 - 11 = 5$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 7 \end{array} \\
 306_7 \\
 - 123_7 \\
 \hline
 153_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cc} -1 & 16 \end{array} \quad \begin{array}{cc} -1 & 16 \end{array} \\
 A14_{16} \\
 - B7_{16} \\
 \hline
 95D_{16}
 \end{array}$$

$$16 + 4 - 7 = 13 = D$$

$$16 - 1 + 1 - 11 = 5$$

$$-1 + 10 = 9$$



# Вычитание

Пример 1:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 7}{3 \ 0 \ 6}_7 \\
 - 1 \ 2 \ 3_7 \\
 \hline
 1 \ 5 \ 3_7
 \end{array}$$

$$6 - 3 = 3$$

$$7 + 0 - 2 = 5$$

$$-1 + 3 - 1 = 1$$

Пример 2:

$$\begin{array}{r}
 \overset{-1 \quad 16}{\overset{-1 \quad 16}{A \ 1 \ 4}}_{16} \\
 - \overset{B \ 7}_{16} \\
 \hline
 9 \ 5 \ D_{16}
 \end{array}$$

$$16 + 4 - 7 = 13 = D$$

$$16 - 1 + 1 - 11 = 5$$

$$-1 + 10 = 9$$

Единица в старшем разряде = количество единиц, равное основанию СС



# Умножение в 2-ичной СС



## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r} 1111_2 \\ \times 111_2 \\ \hline \end{array}$$



## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r} 1111_2 \\ \times 111_2 \\ \hline 1111 \end{array}$$





## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r} 1111_2 \\ \times 111_2 \\ \hline + 1111 \\ 1111 \end{array}$$



## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r} \phantom{00}1111_2 \\ \times \phantom{00}111_2 \\ \hline \phantom{00}1111 \\ + \phantom{00}1111 \\ + \phantom{00}1111 \\ \hline \end{array}$$

## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 1111_2 \\
 \hline
 1111 \\
 + 1111 \\
 + 1111 \\
 + 1111 \\
 \hline
 1
 \end{array}$$



## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r} \phantom{00}1111_2 \\ \times \phantom{00}111_2 \\ \hline \phantom{00}1111 \\ + \phantom{00}1111 \\ \phantom{00}1111 \\ + \phantom{00}1111 \\ \hline \phantom{00}01 \end{array}$$



# Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 111_2 \\
 \hline
 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 \hline
 001
 \end{array}$$

$4 = 2 \cdot 2 + 0$

(Note: The diagram shows a blue arc connecting the '2' in the multiplier to the '2' in the equation, and a green arrow pointing from the '0' in the equation to the '0' in the result '001'.)



# Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 111_2 \\
 \hline
 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 \hline
 1001_2
 \end{array}$$

$4 = 2 \cdot 2 + 0$

(Note: The diagram shows a blue arc connecting the '2' in the multiplier to the '2' in the first partial product, and a green arrow pointing from the '0' in the equation to the '0' in the final result.)



# Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 111_2 \\
 \hline
 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 \hline
 01001_2
 \end{array}$$

$4 = 2 \cdot 2 + 0$



# Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 111_2 \\
 \hline
 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 \hline
 1101001
 \end{array}$$

$4 = 2 \cdot 2 + 0$





## Умножение в 2-ичной СС

$$\begin{array}{r}
 1111_2 \\
 \times 111_2 \\
 \hline
 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 + 1111_2 \\
 \hline
 1101001_2
 \end{array}$$

$4 = 2 \cdot 2 + 0$

Умножение в 2-ичной СС = сложение числа со сдвигом



# Практика в EduApp





# **Количество единиц в двоичной записи числа**



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = ?_8$$

## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = 64_{10} = 100_8$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = 64_{10} = 100_8$$

2 нуля



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = 64_{10} = 100_8$$

2 нуля

$$5^4_{10} = ?_5$$





## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = 64_{10} = 100_8$$

2 нуля

$$5^4_{10} = 625_{10} = 10000_5$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$8^2_{10} = 64_{10} = 100_8$$

2 нуля

$$5^4_{10} = 625_{10} = 10000_5$$

4 нуля

## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = ?_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = 4_{10} = 100_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = 4_{10} = 100_2$$

2 нуля



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$



$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = 4_{10} = 100_2$$

2 нуля

$$2^7_{10} = ?_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = 4_{10} = 100_2$$

2 нуля

$$2^7_{10} = 128_{10} = 10000000_2$$





## Количество единиц в двоичной записи числа

$$p^k_{10} = 10 \dots 0_p \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} = 10 \dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} = 4_{10} = 100_2$$

2 нуля

$$2^7_{10} = 128_{10} = 10000000_2$$

7 нулей



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = ?_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = 3_{10} = 11_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = 3_{10} = 11_2$$

2 единицы



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$



$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = 3_{10} = 11_2$$

2 единицы

$$2^7_{10} - 1 = ?_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$



$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = 3_{10} = 11_2$$

2 единицы

$$2^7_{10} - 1 = 127_{10} = 1111111_2$$



## Количество единиц в двоичной записи числа

$$2^k_{10} = 10\dots 0_2 \text{ (} k \text{ нулей)}$$

⇓

$$2^k_{10} - 1 = 11\dots 1_2 \text{ (} k \text{ единиц)}$$

Примеры:

$$2^2_{10} - 1 = 3_{10} = 11_2$$

2 единицы

$$2^7_{10} - 1 = 127_{10} = 1111111_2$$

7 единиц





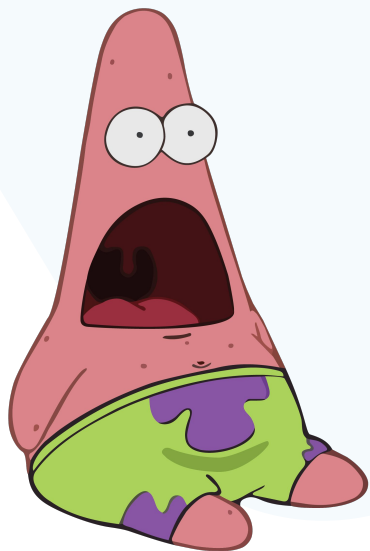
**А сейчас будет что-то...**

# Интересное...

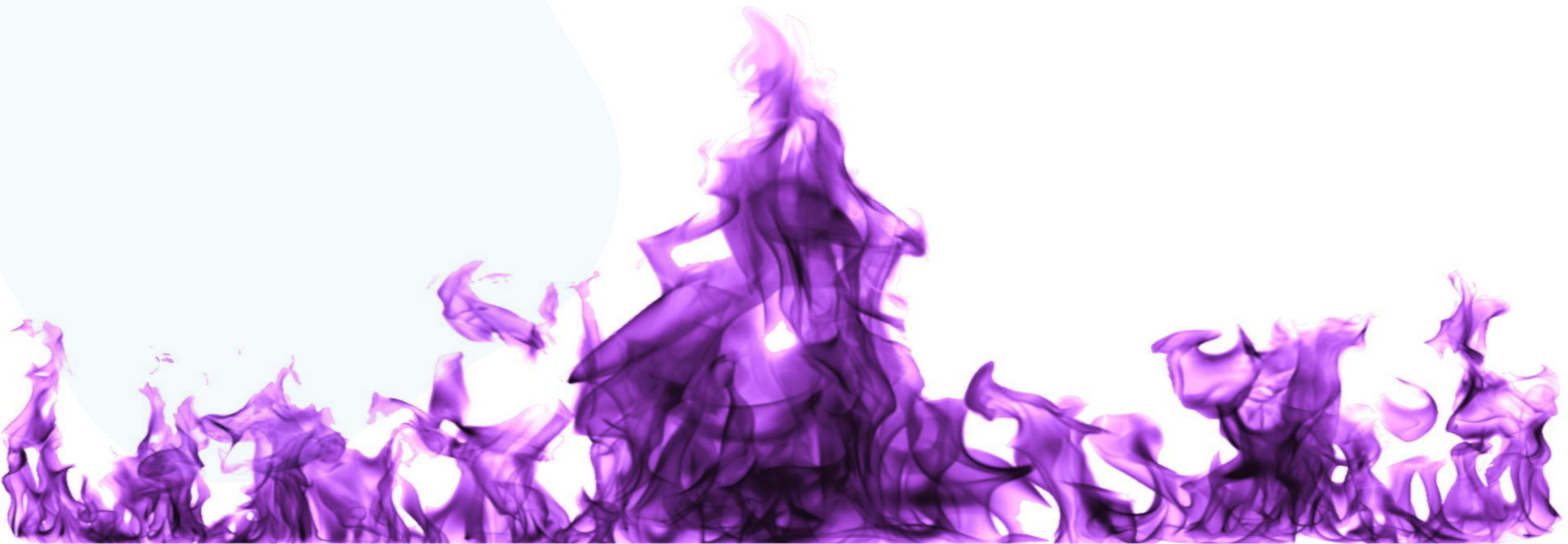




# Захватывающее...

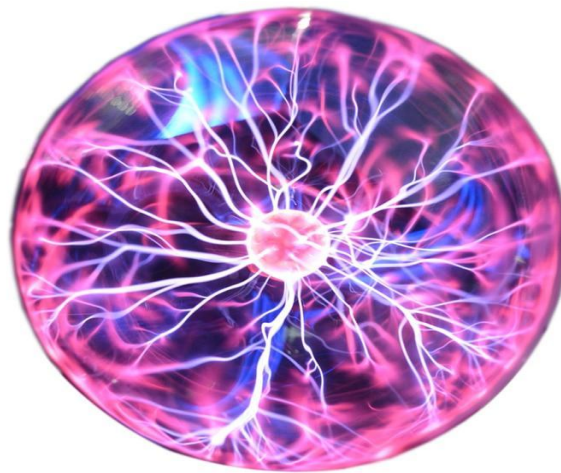


# Магическое...





# Игра: Великий МагМат



# Великий МатМат расскажет тебе:

- Кем ты был из великих математиков в прошлом?
- Кто ты сейчас в настоящем?
- Что тебя ждёт в будущем?



# Правила игры

Чтобы задать **один** вопрос Великому МагМату:

- реши **3** любых задачи (без повторений)

**Но!** МагМат не предскажет твоё будущее, пока ты не узнаешь себя прошлом и настоящем...



# Поехали!







**ДЗ в EduApp!**  
До встречи!