



**Análisis y comparación de estrategias de control para la desaturación de  
ruedas de reacción en satélites tipo CubeSat**

Sebastian Augusto Zapata Gil

Trabajo de grado presentado para optar al título de Ingeniero Aeroespacial

Tutor

Felipe Andrés Obando Vega, PhD Ciencias Agrarias

Universidad de Antioquia

Facultad de Ingeniería

Ingeniería Aeroespacial

El Carmen de Viboral, Antioquia, Colombia

2023

Cita	Zapata Gil, S. A, 2023 [1]
Referencia	[1] Zapata Gil, S. A “ Análisis y comparación de estrategias de control para la desaturación de ruedas de reacción en satélites tipo CubeSat”, [Trabajo de grado profesional]. Universidad de Antioquia, El Carmen de Viboral, Colombia, 2023.
Estilo IEEE (2020)	



Biblioteca Seccional Oriente (El Carmen de Viboral) )

**Repositorio Institucional:** <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>

Universidad de Antioquia - [www.udea.edu.co](http://www.udea.edu.co)

**Rector:** John Jairo Arboleda Céspedes.

**Decano/Director** Julio César Saldarriaga.

**Jefe departamento:** Pedro León Simanca.

El contenido de esta obra corresponde al derecho de expresión de los autores y no compromete el pensamiento institucional de la Universidad de Antioquia ni desata su responsabilidad frente a terceros. Los autores asumen la responsabilidad por los derechos de autor y conexos.

## **Dedicatoria**

Texto de dedicatoria centrado.

## **Agradecimientos**

Texto de agradecimientos centrado.

## TABLA DE CONTENIDO

. RESUMEN . . . . .	8
. ABSTRACT . . . . .	9
I. INTRODUCCIÓN . . . . .	10
II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA . . . . .	12
A. Estado del Arte . . . . .	12
III. JUSTIFICACIÓN . . . . .	14
IV. OBJETIVOS. . . . .	15
A. Objetivo general . . . . .	15
B. Objetivos específicos . . . . .	15
V. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN . . . . .	16
VI. MARCO TEÓRICO. . . . .	17
VII. METODOLOGÍA . . . . .	22
A. Modelo dinámico . . . . .	22
VIII. RESULTADOS . . . . .	23
IX. DISCUSIÓN . . . . .	28
X. CONCLUSIONES . . . . .	29
XI. RECOMENDACIONES . . . . .	30
XI. REFERENCIAS . . . . .	31
. Anexo A. Autoarchivo en Repositorio y documentos de interés . . . . .	35
. Anexo B. Recortar y abreviar direcciones web largas . . . . .	36
. Anexo C. Incluir imágenes . . . . .	36

## LISTA DE TABLAS

Tabla I	PROBLEMAS DEL MILENIO: LA RESOLUCION DE UNO DE ESTOS PROBLEMAS SE PREMIA CON UN MONTO DE US\$ 1 MILLON	24
Tabla II	MEDALLA FIELDS: MATEMÁTICOS GALARDONADOS CON ESTE PREMIO DESDE 2010; LA MEDALLA FIELDS SE COMENZÓ A ENTREGAR DESDE 1936 . . . . .	25
Tabla III	ALGUNOS NÚMEROS PRIMOS DE MERSENNE . . . . .	26

## LISTA DE FIGURAS

Fig. 1	An inertially pointing satellite orbiting around the earth and equipped with reaction wheels and magnetorquers. . . . .	12
Fig. 2	Función hiperbólica . . . . .	23
Fig. 3	Imagen corporativa Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)	26
Fig. 4	Logo Universidad de Antioquia . . . . .	27

## Siglas, acrónimos y abreviaturas

<b>Cms.</b>	Centímetros
<b>ERIC</b>	Education Resources Information Center
<b>Esp.</b>	Especialista
<b>IEEE</b>	Institute of Electrical and Electronics Engineers
<b>MP</b>	Magistrado Ponente
<b>MSc</b>	Magister Scientiae
<b>Párr.</b>	Párrafo
<b>PhD</b>	Philosophiae Doctor
<b>PBQ-SF</b>	Personality Belief Questionnaire Short Form
<b>PostDoc</b>	PostDoctor
<b>UdeA</b>	Universidad de Antioquia

---

## RESUMEN

Las ruedas de reacción (Reaction Wheels, RW) son dispositivos ampliamente usados en los sistemas de control de actitud satelital debido a su precisión de orientación. Sin embargo, presentan un fenómeno de saturación debido a la acumulación de momento angular. Esta acumulación conlleva a que alcancen su límite de velocidad de rotación e impidan el intercambio de momento con el cuerpo del satélite para garantizar la estabilidad. Debido a esto, es de particular interés estudiar técnicas de desaturación de estos dispositivos empleando otros actuadores de control como los magnetorquers, los cuales, por medio de su interacción con campos magnéticos, generan un torque que contribuye a la desaceleración de las RW. Para ello, se propone un análisis computacional, que parta de un modelo dinámico basado en el CubeSat de entrenamiento EyasSat . Una vez obtenido dicho modelo, se propone realizar una comparación de diferentes controladores de actitud, con la capacidad de desaturar las RW, mediante índices de desempeño relacionados con el consumo energético, el tiempo de respuesta y el error en estado estable. A su vez se evaluará el rendimiento en diferentes escenarios al modificar parámetros orbitales e incluir fenómenos del medio ambiente espacial como la variación del campo magnético terrestre.

***Palabras clave*** — Desaturación de ruedas de reacción, Sistema de determinación y control de actitud, Cubesats, EyasSat, Estrategias de Control



## ABSTRACT

El abstract es el mismo resumen pero en idioma inglés. Conserva la misma extensión o aproximada, es decir, mínimo 150 y máximo 250 palabras.

***Keywords*** — Scientific article, review article, research, citation styles

## I. INTRODUCCIÓN

La determinación y el control de actitud en satélites son esenciales para el éxito de una misión espacial. Existen diferentes métodos de control de actitud, los cuales pueden clasificarse como pasivos y activos. El control pasivo recurre principalmente al diseño geométrico y magnético del satélite, buscando aprovechar los principios físicos y fuerzas naturales que actúan sobre el satélite, aumentando los efectos de una mientras se minimizan los de otras. Por otro lado, el control activo emplea actuadores como propulsores, magnetorquers (barra de torsión) o ruedas de reacción (Reaction Wheels, RW) para modificar la actitud del satélite mediante la generación de torques correctivos [1]. Durante una misión espacial, se pueden utilizar diferentes modos de control de actitud para sus diferentes fases y tareas del satélite. En los últimos años, se ha presentado un aumento de misiones espaciales que involucran CubeSats, el cual es un tipo de nanosatélite formado a partir de unidades cúbicas (U) de 10 cm de lado, y que cada vez presentan una mayor complejidad. Por lo tanto, ha sido de gran interés el incremento de la vida útil y el rendimiento de las misiones, donde el sistema de determinación y control de actitud (Attitude Determination and Control System, ADCS) juegan un papel fundamental para garantizar la probabilidad de éxito [2]. En este sentido, el control de actitud de un CubeSat es fundamental para cumplir el perfil de misión, normalmente situado en órbita baja (Low Earth Orbit, LEO), donde se busca tener precisión de apuntamiento y estabilidad para las cargas útiles, antenas y paneles solares, que son componentes críticos para el funcionamiento de la nave espacial y del éxito de la misión. El control de actitud en CubeSats es normalmente provisto por RW, las cuales intercambian momento con la nave sin consumir propelente. No obstante, una desventaja de este tipo de dispositivos electromecánicos es que acumulan el momento para mantener una actitud deseada y, en consecuencia, las RW se saturan cuando alcanzan su velocidad máxima de rotación lo cual impiden que estas puedan intercambiar momentos que garanticen a la estabilidad del satélite. Por tal motivo, surge un desafío en el área de control de actitud que busca la desaturación de dichas ruedas de reacción mientras se conserva la actitud del satélite. Algunos de los desafíos que se presentan frente a este fenómeno se deben a que comúnmente el control de actitud y la desaturación de

---

RW son tratados por separado, y a pesar de que existen numerosos estudios sobre el control de actitud con torques magnéticos, hay pocos artículos que involucren la desaturación del momento de las RW mediante magnetorquers [3]. Por otro lado, se requieren controladores que garanticen la estabilidad del satélite anticipando y actuando ante perturbaciones presentes en el ambiente espacial como por ejemplo torques externos debido a gradientes gravitacionales, torques aerodinámicos o torques de radiación solar [4]. Debido a esto, es de particular interés estudiar técnicas de desaturación con controladores, que permitan asistir estos dispositivos recurriendo a otros actuadores auxiliares como los magnetorques, los cuales, por medio de su interacción con campos magnéticos, generan un par que desatura las ruedas de reacción. No obstante, a diferencia de las RW que pueden generar un torque en cualquier dirección y en cualquier momento, los magnetorques dependen de la interacción con el plano ortogonal del campo geomagnético instantáneo, el cual cambia a medida que el satélite orbita alrededor de la tierra [5]. Adicionalmente, a pesar de que los magnetorques son dispositivos confiables en LEO, producen una respuesta más lenta en comparación con otros actuadores lo cual reduce la capacidad de maniobra del satélite y su tiempo de reacción ante perturbaciones externas. En este sentido, se propone evaluar estrategias de control de actitud que incorporen la desaturación de las ruedas reacción, mediante simulaciones computacionales a partir de un modelo dinámico basado en el CubeSat de entrenamiento EyaSat [6]. Adicionalmente, se pretende realizar una comparación de diferentes controladores bajo algunos escenarios o perfiles de misión propuestos, con el fin de determinar las condiciones donde mejor se desempeñan las estrategias de control propuestas. La elección de este modelo en particular de CubeSat se debe a que dicho satélite se encuentra disponible en el programa de Ingeniería Aeroespacial; y es de especial interés incluirlo en el planteamiento de las simulaciones porque puede ser aprovechado junto con otros equipos, como la Jaula de Helmholtz, para consolidar una futura línea de investigación en control satelital.

## II. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

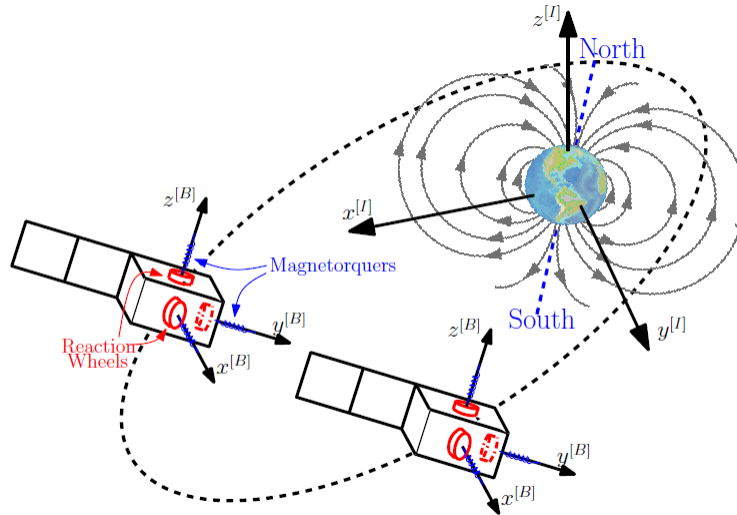


Fig. 1. An inertially pointing satellite orbiting around the earth and equipped with reaction wheels and magnetorquers.

Nota. Fuente <https://www.ieee.org/>.

### A. Estado del Arte

La desaturación de ruedas de reacción es un problema común en los satélites, incluidos los Cubesats, que pueden llevar a una pérdida de control de actitud. La ley de producto cruzado (CCPL) es una solución clásica en ingeniería comúnmente utilizado para resolver este paradigma desde una aproximación lineal [5]. Pero en los últimos años se han desarrollado diferentes controladores que involucran sistemas no lineales. Sin embargo, tal como se expresa en [3], el problema de control de actitud y la saturación de ruedas de reacción es comúnmente abordado como temas separados desde el punto de vista de diseño, por lo cual, no existen tantos artículos en los que se incluyan ambos objetivos. En su trabajo se propone un método de diseño de un LQR periódico variable en el tiempo donde se incluyen los torques generados por gradientes gravitacionales y los efectos periódicos del campo geomagnético alrededor de la órbita. Además, señala que los artículos existentes no suelen estos efectos mencionados

---

anteriormente. Por otro lado, Yang menciona esfuerzos como el de [5], en el cual se estudió al mismo tiempo el problema de la estabilización y el de desaturación de ruedas de reacción. A su vez se consideró la variación temporal del campo magnético en el marco del cuerpo (BRF), y su marco de referencia era el marco inercial (ECI). Sin embargo, para una nave espacial en LEO que utiliza el campo geomagnético, el marco de referencia más idóneo es el marco local vertical local horizontal (LVLH). Además, su diseño se compone de dos bucles, que es esencialmente una idea de tratar con el control de actitud y la desaturación en consideraciones separadas. En esa misma línea, de Angelis [?] propuso un controlador proporcional heurístico y utilizó una función de Lyapunov para probar que el controlador puede simultáneamente estabilizar la nave espacial con respecto al marco LVLH y lograr la desaturación de ruedas de reacción. Pero este método de diseño no tiene en cuenta el efecto variable en el tiempo del campo geomagnético en el marco del cuerpo. Finalmente, al estudiar las estrategias de control ya implementadas y conocer, tanto los efectos que incluyen como las simplificaciones de sus sistemas, es necesario recurrir a un modelo dinámico del EyaSat, el cual es el punto de partida para diseñar los controladores que se evaluarán bajo las condiciones de saturación y de estabilidad. A pesar de, no encontrar modelos dinámicos específicos para el EyaSat, Groenewald y Steyn [?] elaboraron una propuesta para un nuevo ADCS integrado en este cubesat, y en él se incluyen propiedades inerciales y dimensiones útiles para la formulación de un modelo dinámico. A su vez, en [?] se realiza un desarrollo matemático de la dinámica de un cubesat de 1U, donde describe los diferentes torques y perturbaciones externas, modela los actuadores en Simulink y sus diferentes configuraciones para ser evaluados bajo diferentes condiciones como la desaturación de ruedas de reacción.

### III. JUSTIFICACIÓN

Responde a los interrogantes del por qué se desea conocer el tema y por qué se seleccionó, así como cuál es el aporte que tendrá el texto a la ciencia.

No abuse del uso de *cursivas* o **negritas** dentro del texto, úselas muy moderadamente, por lo general saturan y dificultan la lectura del documento. Utilice cursivas en casos muy particulares como géneros y especies (*Tyrannus melancholicus*), términos químicos (*kr*), letras griegas ( $\beta$ ) y algunos títulos y subtítulos. El entorno matemático de L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X muestra las variables y símbolos en letra cursiva, asegurese de hacer lo mismo al referenciarla en el documento, Utilice **negritas** en algunos títulos de capítulos y subcapítulos, algunos datos de tablas o enfatizar aspectos muy particulares. El uso de texto subrayado no se recomienda en normas IEEE.

Utilice moderadamente el uso de abreviaturas, se prefiere que el texto sea más largo y claro que corto y confuso para el lector. Por ejemplo, IEEE puede significar Institute of Electrical and Electronics Engineers o Instituto Español de Estudios Estratégicos. Sin embargo, las abreviaturas pueden ser útiles en casos como la repetición continua en un mismo párrafo.

Prefiera las comillas “inglesas” y ‘sencillas’ por sobre las «latinas» o «españolas».

- **Características:** texto descriptivo.
- **Propiedades:** texto descriptivo.
- **Estructura:** texto descriptivo.

## IV. OBJETIVOS

### *A. Objetivo general*

Validar computacionalmente una estrategia de control de actitud para el picosatélite CubeSat EyasSat que integre la desaturación de sus ruedas de reacción mediante magnetorquers a partir de su modelo dinámico.

### *B. Objetivos específicos*

- Simular el comportamiento dinámico del nanosatélite EyasSat a partir del desarrollo de un modelo fenomenológico de este.
- Determinar una estrategia de control de actitud para el nanosatélite EyasSat que integre la desaturación de las ruedas de reacción empleando magnetorquers a partir de simulaciones computacionales basadas en su modelo dinámico.
- Identificar aquellas órbitas donde la estrategia de control presente el mejor desempeño al utilizar los magnetorquers como elementos de desaturación de las ruedas de reacción.

## V. PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

El problema de investigación es el enunciado de lo que puede ser demostrado o encontrado, y de lo cual se requieren pruebas y evidencias.



## VI. MARCO TEÓRICO

En esta sección se citan los autores que han tenido influencia directa en tu investigación. Recuerda, debes escoger solo un método para realizar las citas y referencias, es decir, debes seleccionar entre gestores especializados como Mendeley, Zotero, EndNote, etc., Microsoft Word, o “Manuales”; no se deben mezclar entre sí. Nuestra recomendación principal es Mendeley. Evita referenciar sitios como blogs, Wikipedia, Rincón del Vago, Monografías.com y demás portales web que no se consideran fuentes primarias. No limites tu búsqueda a una sola herramienta (por ejemplo, solo [www.google.com](http://www.google.com)). Realiza búsquedas en diferentes plataformas académicas, tales como:

- **Catálogo Sistema de Bibliotecas UdeA:** material impreso que reposa en Bibliotecas UdeA, tales como libros, revistas, tesis, diccionarios, informes, etc.
- **Bases de datos suscritas de la Biblioteca:** plataformas digitales con millones de documentos en texto completo.
- **Bases de datos de libre acceso:** Google Scholar, Microsoft Academic, Google Books, Redalyc, Scielo, Dialnet, DOAJ, PubMed, Base Search, entre muchas más.
- **Documentos con acceso restringido:** si requieres el texto completo de artículos o libros con acceso restringido, que por lo general se encuentran en bases de datos no suscritas por la Universidad de Antioquia, solicítalos en tu Biblioteca enviando título exacto, el DOI o la url del documento. Tenemos convenios nacionales e internacionales que nos permiten acceder a esta información.

Ejemplo de cita parafraseada, es decir, frase no textual adaptada con las palabras de quien escribe; esta forma de citación es la más adecuada en textos académicos, demuestran lectura, análisis y redacción propia [7]. Ejemplo de “Cita textual menor a 40 palabras, al interior del párrafo; no utilice recurrentemente esta forma de citación, pues demuestra poco análisis y redacción propios” [8, p. 9]. Otros ejemplos aceptados en estilo IEEE 2020:

En citas paráfrasis, es posible mencionar o no el o los autores en la oración, ejemplos: resultados demostrados por Arango [7], resultados demostrados mediante publicación científica [7]. Cita en paráfrasis de dos autores, con o sin autor mencionado: datos suministrados

por Ramírez y Guzmán [8], datos suministrados en revista académica [8]. Cita en paráfrasis con tres o más autores con et al.: resultados publicados por Baker et al. [9], resultados publicados en revista científica [9]. Cita con dos fuentes, cada una en corchetes y en orden numérico: ambos autores coinciden en estos datos [10], [11]. Cita con tres fuentes o más, con corchetes para el primero y el último, en orden numérico y separados por guion: diversos autores coinciden en estos datos [10]–[12].

Cita “textual menor a 40 palabras” [13, p. 466], cita “textual menor a 40 palabras con páginas continuas o discontinuas” [14, pp. 15-16].

Cita de cita en paráfrasis mencionando o no autores: Quintero y González, citados por Rioja [15], Quintero y González, citados por [15]. Cita textual mayor a 40 palabras sin comillas:

Es importante destacar que la revisión realizada permitió definir el constructo a evaluar, es decir, especificar el concepto de la e-inclusión que se asume en la investigación, así como los factores que deben ser considerados para su evaluación. Lo anterior constituye el fundamento conceptual de la tesis y es la base para desarrollarla [16, p. 107].

Cita textual o directa con más de 40 palabras (se omiten las comillas), bloque aparte, sangría 1.25 cms. Ya que IEEE no señala nada en particular de este caso, se adaptan de las normas APA. Datos estadísticos analizados con SPSS [17]. Procure no incurrir en la citación excesiva:

## MÉTODO PARA ELABORAR CITAS Y REFERENCIAS

Recuerda, debes escoger solo un método para realizar las citas y las referencias, es decir, debes seleccionar entre un gestor especializado como Mendeley, Zotero o EndNote (confiabilidad alta), el gestor nativo Microsoft Word (confiabilidad media) o “manuales” (confiabilidad baja); no se deben mezclar entre sí, nuestra recomendación principal es Mendeley, pues te permite almacenar, subrayar e insertar notas en PDF’s, guardar fichas bibliográficas, elaborar citas y bibliografías en APA, Vancouver, IEEE y más de 1.000 estilos diferentes, exportar registros, compartir documentos, etc. Para mayor información de Mendeley.com y  $\text{\LaTeX}$ visitar:

<http://tiny.cc/zzrnuz>

La presente plantilla incluye los archivos requeridos para la construcción apropiada de las referencias bibliograficas bajo los parametros de las normas IEEE, todo se limita a modificar los campos del archivo *refe.bib* segun las necesidades de su escrito. Aqui algunos ejemplos de los diferentes tipos de documentos referenciabiles.

Referencia a un libro [18], a un artículo [9], a una seccion de libro sin título [7], a un acta [19], a una conferencia [15], a un capítulo o páginas específicas con título propio de un libro[20, pp. 7-10], a un documento sin editorial [21], a las memorias de una conferencia [22], a un informe técnico [23], a un manual [24], a una tesis doctoral [25], a una tesis de maestría [14], a una web o información de internet [26] y para otros tipos de referencias diferentes a las anteriores [11]. Para el listado de referencias, tenga en cuenta que el apellido principal será la última palabra en el campo *author*; Si como autor no figura una persona sino una organización, al llenar el campo *author* del archivo *.bib*, use {} dobles (ver referencia [12]).

A continuación se muestra una de las referencias del archivo *refe.bib*, donde *ent:entre\_libro* es el identificador de la misma y para referenciarla se debe escribir el comando  $\backslash cite\{ent : entre\_libro\}$

---

```
@inbook{ent:entre_libro,
  author      = {Angela Zapata},
  title       = {Titulo de libro},
  chapter     = {},
  pages       = {10-20},
  publisher   = {Editor},
  volume      = {},
  series      = {},
  type        = {},
  address     = {},
  edition     = {},
  year        = {20XX},
  month       = {},
  note        = {},
  language    = {},
}
```

Recuerde que L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, en la sección de referencias, solo muestra las que se han citado en su escrito; agregar la información en el archivo *refe.bib* no implica que la referencia se muestre en su documento

Por otro lado, para citar ecuaciones e información semejante dentro del texto use `\ref{}`, por ejemplo (7) o (11)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (1)$$

y a su vez

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (5)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (6)$$

## VII. METODOLOGÍA

En la metodología se establecen los enfoques de investigación, esto es, cuantitativo, cualitativo o mixto.

### *A. Modelo dinámico*

Por otro lado, para citar ecuaciones e información semejante dentro del texto use `\ref{}`, por ejemplo (7) o (11)

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int_S \vec{J} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad (7)$$

y a su vez

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (8)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (9)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (10)$$

$$c^2 \vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{\vec{J}}{\epsilon_0} + \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (11)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (12)$$

## VIII. RESULTADOS

En los resultados se comunican los hallazgos y descubrimientos del estudio. Se incluyen tablas, figuras, diagramas y demás material demostrativo.

Al narrar descriptivamente una figura, tabla, etc., en un párrafo, puedes insertar una referencia cruzada, es decir, un hipervínculo al elemento mencionado dentro o fuera de paréntesis, ejemplos: estos resultados se muestran en la **Tabla I**. Igualmente, los datos son validados con otros instrumentos (**Tabla III**, **Tabla II**). Lineamientos que se establecen en la nueva versión de las Normas APA séptima edición (**Fig. 3**). La producción intelectual institucional se publica en el Repositorio (**Fig. 4**). Si la figura es de tu completa autoría, **NO** es necesario colocar la leyenda “Elaboración propia” (**Fig. 2**).

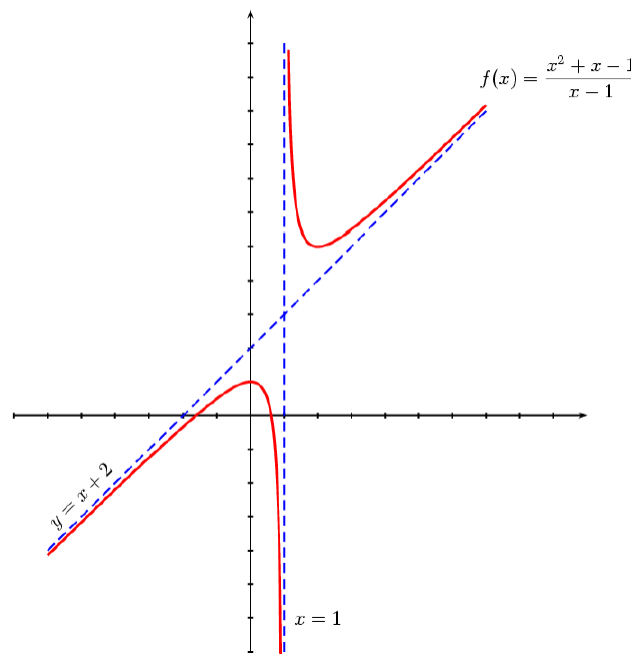


Fig. 2. Función hiperbólica

TABLA I  
PROBLEMAS DEL MILENIO: LA RESOLUCION DE UNO DE ESTOS PROBLEMAS SE PREMIA  
CON UN MONTO DE US\$ 1 MILLON

1	El problema de $P$ frente a $NP$
2	La conjetura de Hodge
3	La conjetura de Poincaré
4	La hipótesis de Riemann
5	Yang-Mills y el salto de masa ("mass gap")
6	Las ecuaciones de Navier-Stokes
7	Conjetura de Birch y Swinnerton-Dyer



TABLA II  
MEDALLA FIELDS: MATEMÁTICOS GALARDONADOS CON ESTE PREMIO DESDE 2010; LA  
MEDALLA FIELDS SE COMENZÓ A ENTREGAR DESDE 1936

año	Ganador(es)	país	universidad/instituto
2010	Elon Lindenstrauss	Israel	Universidad Hebrea de Jerusalén
	Ngo Bao Chau ,	Vietnam y Francia	Paris-Sud 11 University y Institute for Advanced Study
	Stanislav Smirnov	Rusia	Universidad de Ginebra
	Cédric Villani	Francia	Institut Henri Poincaré
2014	Artur Ávila	Francia	Instituto Nacional de Matemática Pura y Aplicada
	Manjul Bhargava	Canadá y Estados Unidos	Universidad de Princeton
	Martin Hairer	Austria	Imperial College London
	Maryam Mirzajani	Irán	Universidad Stanford
2018	Caucher Birkar	Irán y Reino Unido	Universidad de Cambridge
	Alessio Figalli	Italia	Escuela Politécnica Federal de Zúrich
	Peter Scholze	Alemania	Universidad de Bonn
	Akshay Venkatesh	Australia	Universidad Stanford

TABLA III  
ALGUNOS NÚMEROS PRIMOS DE MERSENNE

Exponente $n$	Primo de Mersenne
2	$2^2 - 1 = 3$
3	$2^3 - 1 = 7$
5	$2^5 - 1 = 31$
7	$2^7 - 1 = 127$
13	$2^{13} - 1 = 8191$
17	$2^{17} - 1 = 131071$



Fig. 3. Imagen corporativa Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE)

Nota. Fuente <https://www.ieee.org/> Esta entidad edita y normaliza la presentación de documentos científicos en el área de ingenierías.



Fig. 4. Logo Universidad de Antioquia

Nota. Fuente <http://www.udea.edu.co>

## IX. DISCUSIÓN

La discusión es la interpretación crítica y el análisis de los resultados, que surgen de las preguntas de investigación.

## X. CONCLUSIONES

Son las interpretaciones finales que recopilan los datos de la investigación, describe lo que se obtuvo, qué se logró y cuáles son los resultados. Guardan relación directa con lo que se mencionó en el planteamiento del problema. Pueden confirmar las hipótesis.

## XI. RECOMENDACIONES

Las recomendaciones son las futuras y posibles líneas de investigación que llevarán a resolver problemas relacionados con la presente investigación.

## REFERENCIAS

- [1] J. R. Wertz and W. J. Larson, *Space mission analysis and design*. Microcosm, 1999.
- [2] C. Venturini, B. Braun, D. Hinkley, and G. Berg, “Improving Mission Success of CubeSats,” 2018.
- [3] Y. Yang, “Spacecraft Attitude and Reaction Wheel Desaturation Combined Control Method,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 53, pp. 286–295, 2 2017.
- [4] M. Kaplan, *Modern spacecraft dynamics and control*, 1976.
- [5] J.-F. Tregouet, D. Arzelier, D. Peaucelle, C. Pittet, L. Zaccarian, and J.-F. Trégouët, “Wheels Desaturation Using Magnetorquers and Static Input Allocation,” *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 23, 2015. [Online]. Available: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01760720>
- [6] EYASSAT, “GEN 5 Nanosatellite Simulator, with COSMOS, User Guide,” [En línea]. Disponible en: <http://eyassat.com/resources-downloads/gen-5-nanosatellite-simulator-user-guide/>.
- [ ] E. L. D. Angelis, F. Giuliatti, A. H. D. Ruiter, and G. Avanzini, “Spacecraft attitude control using magnetic and mechanical actuation,” *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 39, pp. 564–573, 2016.
- [ ] C. J. Groenewald and W. H. Steyn, “Attitude Determination and Control System for EyasSAT for Hardware In the Loop Application,” 2014. [Online]. Available: <http://scholar.sun.ac.za>
- [ ] P. S. Bayod, “Study and Design of the attitude control of a cubesat 1U based on reaction wheels,” [Bachelor’s degree thesis], Catalunya (España), Escola Tècnica Superior d’Enginyeria Industrial, Audiovisual iAeroespacial de Terrassa - ESEIAAT, 2019.

- 
- [7] J. L. Arango, “Enfermedades respiratorias del recién nacido,” in *Fundamentos de pediatría: generalidades y neonatología*. J. A. Correa, J. F. Gómez, y R. Posada, Eds. Fondo Editorial CIB, 2000, p. 463–467.
- [8] A. Ramírez H. and P. Guzmán, “Sistemas participativos de garantía SPG en Bogotá: la apuesta del proceso organizativo Familia de la Tierra,” [En línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3mfvktD>.
- [9] D. W. Baker et al., “Functional Health Literacy and the Risk of Hospital Admission Among Medicare Managed Care Enrollees,” *Am. J. Public Health*, vol. 92, no. 8, p. 1278–1283, 2002, doi: <https://doi.org/c7fvj5>.
- [10] Fundación del Español Urgente [Fundéu], “Fundéu BBVA: cómo diferenciar «si no» y «sino»,” 2012, <https://bit.ly/3oBTGP9>.
- [11] T. Hooper, “El Discurso del Rey [The King’s Speech].” UK Film Council; See Saw Films; Bedlam Productions, 2010.
- [12] Institute of Electrical and Electronics Engineers [IEEE], *IEEE Std P802.15.4/D6: Approved Draft Revision for IEEE Standard for Information technology-Telecommunications and information exchange between systems-Local and metropolitan area networks-Specific requirements-Part 15.4b: Wireless Medium Access Control*. New York: IEEE, 2006.
- [13] El Espectador, “Tutelas por un acetaminofén: Tratamientos, medicamentos y cirugías, las mayores causas de reclamo. El 67,81 % de los casos correspondían a servicios incluidos en el plan de beneficios,” *El Espectador*, 2012, [En línea]. Disponible en: <https://bit.ly/3mr4I8Q>.
- [14] G. A. Ruiz Rojas, “*Hacia la comprensión de la retórica como contenido formativo para la configuración de un sujeto deliberativo*,” [tesis de maestría], Medellín (Colombia), Universidad de San Buenaventura, 2014.



- 
- [15] G. Rioja, “¿Judicialización de la salud? el caso de las personas sordas [conferencia],” in *Mar del Plata: XIII Congreso de la Caja de Abogados de la Provincia de Buenos Aires*, Buenos Aires, Argentina, 2008.
- [16] Y. González Pérez, Y. Rosell León, Y. Piedra Salomón, O. Leal Labrada, and F. Marín Milanés, “Los valores del profesional de la información ante el reto de la introducción de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación,” *ACIMED*, vol. 14, no. 5, 2006, [En línea]. Disponible en: <https://bit.ly/2VgAbP7>.
- [17] International Business Machine [IBM], “SPSS (Versión 27.0) [Software]”, 2020.
- [18] N. Rufino, *Titulo de libro*. Editor, 20XX.
- [19] L. Chilindrina, Ed., *Maria Nieves*, ser. s\*, vol. v\*, \*. Dirección\*: Editor\*, mes-nom\* 20XX, notas y observaciones\*.
- [20] A. Zapata, *Titulo de libro*. Editor, 20XX, pp. 10–20.
- [21] C. Villagran, “Titulo de folleto,” Como de publico\*, Dirección\*, mes-nom\* 20XX\*, notas y observaciones\*.
- [22] F. Marroquin, “Titulo del articulo en acta de conferencia,” in *Titulo del libro*, ser. s\*, vol. v\*, Patrocinador. Dirección\*: Editor\*, mes-nom\* 20XX, pp. xx–yy\*, notas y observaciones\*.
- [23] R. Aguirre, “Titulo de informe,” Institución, Dirección\*, tipo\* n\*, mes-nom\* 20XX, notas y observaciones\*.
- [24] S. Panza, *Titulo del manual*, e\* ed., Patrocinador\*, Dirección\*, mes-nom\* 20XX, notas y observaciones\*.
- [25] H. Vivar, “Titulo de tesis de PHD,” Ph.D. dissertation, Nombre de universidad, Dirección\*, mes-nom\* 20XX, notas y observaciones\*.
- [26] Wikipedia®, “BibTeX,” <https://es.wikipedia.org/wiki/BibTeX>, mes-nomagosto 2018, accedido en junio de 2019 (ejemplo).

---

## ANEXOS

En los anexos se incluye material complementario que apoya la documentación investigativa, tales como consentimientos informados, entrevistas, material fotográfico, etc. Evite incluir material que puede estar protegido por derechos de autor, tales como pruebas psicológicas, fragmentos de libros, artículos de revistas, patentes, etc. Recuerda no incluir en tu documento datos de personas o entidades objetos de la investigación, tales como nombres, apellidos, cédulas, números telefónicos, consentimientos informados con datos personales (Resolución 8430 de 1993), nombres de empresas sin el consentimiento escrito del representante legal, fotografías en primer plano de personas (especialmente de menores de edad) y demás información que pueda contravenir los principios emitidos en la Ley Estatutaria 1581 de 2012 (Ley de protección de datos personales).

Los siguientes anexos contienen documentos de interés para el proceso de trabajo de grado, así como trucos y recomendaciones que surgen constantemente en la elaboración de un documento en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

*Anexo A. Autoarchivo en Repositorio y documentos de interés*

Al terminar todos los aspectos metodológicos, de redacción, de estructura y diagramación de tu tesis en  $\text{\LaTeX}$ , y con previo aval de la unidad académica, exporta el documento a versión PDF. Recuerda entregar en el autoarchivo tanto el paquete de  $\text{\LaTeX}$  como la versión en PDF. Prepara también los anexos, si los tiene. Posteriormente, realiza la gestión de autoarchivo en el Repositorio Institucional <http://bibliotecadigital.udea.edu.co>, procedimiento que puedes consultar en video o versión PDF:

- Gestión de autoarchivo trabajos de grado (video): <https://bit.ly/3wx9U0E>
- Instructivo para el autoarchivo de trabajos de grado en el Repositorio Institucional Universidad de Antioquia (PDF): <https://bit.ly/3f0WbfB>

Recuerda que ya no se entregan trabajos de grado en CD-ROM, únicamente mediante formato digital a través del Repositorio Institucional. Otros documentos de interés para el proceso de entrega de trabajos de grado:

- Formulario institucional de entrega y autorización de trabajos de grado en la Universidad de Antioquia (diligenciar solo para 2 autores o más): <https://bit.ly/2Q0sc9P>
- Plantilla APA (Word) (ciencias sociales y humanas): <https://bit.ly/3fs0GWC>
- Plantilla APA -  $\text{\LaTeX}$  (ingenierías, ciencias exactas y naturales, etc.): <https://bit.ly/3Lebmwf>
- Plantilla IEEE (Word) (ingenierías): <https://bit.ly/2PGnVIy>
- Plantilla IEEE -  $\text{\LaTeX}$  (ingenierías, ciencias exactas y naturales, etc.): <https://bit.ly/3HubjZS>
- Plantilla Vancouver (ciencias de la salud): <https://bit.ly/3uwljMt>
- Plantilla Chicago (ciencias sociales y humanas): <https://bit.ly/3mYU5eH>
- Resolución Rectoral 47233 (21 de agosto de 2020): por la cual se establecen los lineamientos para la entrega de la producción académica de pregrado y posgrado en sus diferentes formatos y presentaciones al Repositorio Institucional del Departamento de Bibliotecas: <https://bit.ly/2R629hP>

- Políticas del Repositorio Institucional de la Universidad de Antioquia: <https://bit.ly/3t6dcG9>

### *Anexo B. Recortar y abreviar direcciones web largas*

Eventualmente utilizamos páginas web, imágenes, documentos en línea, entre otros, y es necesario citarlas o mencionarlas en el texto; sin embargo, esos enlaces son supremamente largos, lo que le resta estética a la presentación del documento, ejemplo:

Largo: <https://www.youtube.com/watch?reload=9&v=tRH59E1aybE&feature=youtu.be>

Corto: <https://bit.ly/3abhsgE>

Utiliza una herramienta en línea para hacer de este enlace mucho más corto. Existe gran variedad de ellos, recomendamos algunos.

- <https://cutt.ly/>
- <https://bitly.com/>
- <https://tiny.cc/>
- <https://tinyurl.com/>

Ejemplo realizado con Tiny URL <https://tiny.cc/> Copiar y pega la URL larga en la casilla → Clic en Shorten → Posteriormente aparece la nueva URL corta → Clic en Copy → Pégalas en el lugar del texto que la necesites.

### *Anexo C. Incluir imágenes*

Más de lo que se esperaría, incluir imágenes en  $\text{\LaTeX}$  requiere un esfuerzo adicional, aquí una rápida explicación de cómo se usan los comandos para mantener los lineamientos de las normas IEEE.

---

```

\begin{figure}[!ht]
    \begin{center}
        \includegraphics[scale=X]{ruta}\\
    \end{center}
    \caption{Titulo/información}
    \label{enlace}
    \footnotesize{Nota. Leyenda}
\end{figure}

```

De los anteriores comandos, solo hay cinco comandos que se deben modificar, todo lo demas no tener alteraciones:

- **scale=X:** valor numérico que controla el tamaño de la imagen, debe ser mayor que 0 y puede tener cifras decimales, por ejemplo *scale=1.5*
- **ruta:** ubicación donde está almacenada la imagen, por ejemplo *imagenes/tesis/dibujo.jpg*; los tipos de imagen preferiblemente debe ser con extencion *.eps*, *.jpg* o *.png*
- **Titulo/información:** Título y/o información sobre la imagen.
- **enlace:** es la identificación de la imagen para poderla referenciar en el documento con el uso del comando `\ref{}`, esta identificación debe ser alfanumérica y única para cada imagen.
- **leyenda:** información adicional, generalmente sobre los derechos de autor; en caso de no necesitar poner información de la imagen el esta leyenda, tambien se debe borrar la palabra "Nota."

Cabe aclarar que aunque se usa el comando `[!ht]`, segun la diagramación del texto y las dimensiones de la imagen, L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X puede tender a ubicarla en la parte superior de cada página, lo cual puede interferir en el hilo de su redacción. Este mismo problema de ubicación puede ocurrir tambien al crear las tablas, por ello sea precabido al insertar imagenes o tablas<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>El comando `[!ht]` obliga a ubicar la imagen o la tabla en el lugar donde aparece el código ya sea en medio de la página o en la parte inferior de la misma