Моделирование случайных процессов в дискретных стохастических системах с использованием схем конечных вероятностных автоматов

Вероятностный автомат является типичным представителем моделей стохастической динамической системы с дискретным временем. В определённом плане эту математическую схему можно считать обобщением схемы конечных детерминированных автоматов.

В обобщённой модели, задаваемой математической схемой вероятностного автомата, предполагают ситуацию, при которой состояние и входной сигнал $x(t_j)$ определяют не конкретное состояние $z(t_j)$, а распределение условных вероятностей P_{ij} перехода из состояния $z(t_{j-1})$ в одно из состояний $z_k \in Z$ в момент t_j под действием входного сигнала $x(t_j)$.

Так возникает модель стохастической динамической системы, которую называют автоматом со случайными переходами.

В этой модели пребывание системы в каком-либо состоянии в какой-нибудь момент автоматного (модельного) времени можно оценить лишь вероятностно: в каждый момент автоматного времени имеет место распределение вероятности пребывания системы в одном из состояний множества Z. Это текущее распределение обозначим вектором: $\Pi(t_j) = \Pi_j = (\pi_{j1}, \pi_{j2}, \dots, \pi_{jk}, \dots, \pi_{jn})$, где индекс j соответствует моменту автоматного времени t_j, а n – количество состояний системы в множестве Z, k – индекс состояния $z_k \in Z$, $0 \le \pi_{jk} \le 1$ и $\sum_{k=1}^{k=n} \pi_{jk} = 1$. Модель применяется для моделирования поведения дискретной стохастической системы, а также для исследования свойств дискретных распределений состояний стохастической системы.

Различают разновидности схем вероятностных конечных автоматов: вероятностные конечные автоматы со случайными переходами;

вероятностные конечные автоматы со случайными начальными состояниями;
вероятностные конечные автоматы со случайными выходами.

<u>Практическое занятие №3</u>

<u>Тема</u>: Моделирование случайных процессов в системах с использованием схем конечных вероятностных автоматов

<u>Цель</u>: Изучить применение математических схем вероятностных автоматов (Р-схем) для моделирования случайных процессов в системах

<u>Назначение</u>: Случайный процесс в системах можно представить как изменение их состояния. Математическая схема вероятностного автомата является моделью изучаемой системы. Вероятностные автоматы, таким образом, позволяют:

1. Формировать структуру пространства случайных событий в системе на конечном множестве состояний, и моделировать сценарии случайного поведения систем, а также динамики изменения статистики распределения состояний в пространстве модельного времени.
2. Исследовать эргодические свойства стохастических систем, определять финитные состояния стохастического процесса.

Схема автомата

На рис.1 изображен в качестве примера Граф вероятностного автомата, генерирующего (моделирующего) Марковскую цепь (последовательность – двоичный код) с вероятностью появления 1 в позициях Z_2 и Z_3 – 0,5652. Поскольку события, связанные с пребыванием системы в отдельных состояниях (Z_0, Z_1, Z_2, Z_3, Z_4) являются несовместными, то сумма вероятностей пребывания системы в любой момент времени в одном из возможных состояний равна 1:

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$$

Описание элементов графа

Цифры около узлов графа, обозначающих состояния автомата, можно считать символами выходного алфавита, поэтому это вероятностный автомат Мура. Если алфавит двоичный и включает символы 1 (автомат находится в данном состоянии) и 0 (автомат не находится в данном состоянии) то случайные последовательности 0 и 1 в каждой позиции выступают индикаторами состояния и показывают процесс их смены.

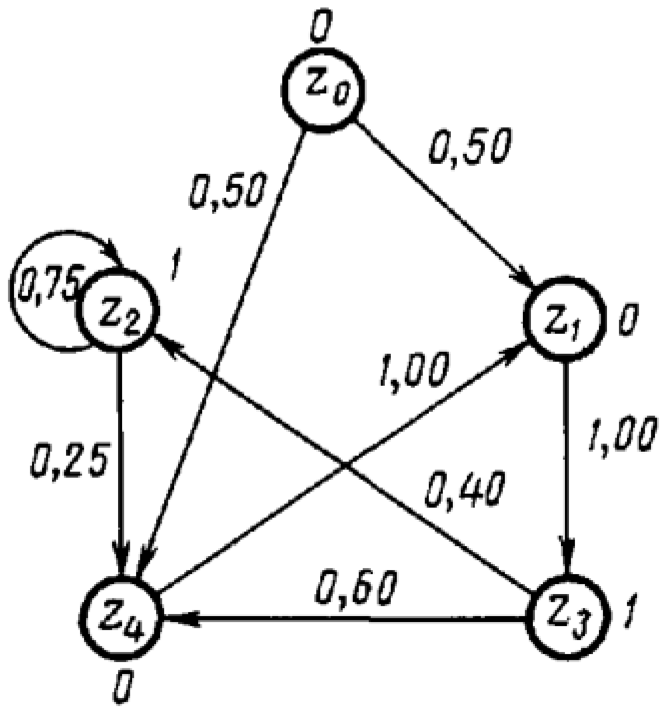


Рисунок 1 Граф вероятностного автомата, генерирующего (моделирующего) Марковскую цепь (последовательность – двоичный код) с вероятностью появления 1 в позициях Z2 и Z3 – 0,5652

Как функционирует автомат

Работа автомата определяется схемой переходов на графе и матрицей переходных вероятностей:

$$p_Y = \begin{bmatrix} p_{00} & p_{01} & p_{02} & p_{03} & p_{04} \\ p_{10} & p_{11} & p_{12} & p_{13} & p_{14} \\ p_{20} & p_{21} & p_{22} & p_{23} & p_{24} \\ p_{30} & p_{31} & p_{32} & p_{33} & p_{34} \\ p_{40} & p_{41} & p_{42} & p_{43} & p_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}50 & 0 & 0 & 0{,}50 \\ 0 & 0 & 0 & 1{,}00 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}75 & 0 & 0{,}25 \\ 0 & 0 & 0{,}40 & 0 & 0{,}60 \\ 0 & 1{,}00 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

, где $p_{i,j}$ $i,j = 1,2,\dots,N$;

N – число состояний системы.

Номера строк и столбцов соответствуют номерам состояний системы.

Строки матрицы содержат вероятности переходов из состояния, соответствующего номеру строки в состояние, соответствующее номеру столбца, а столбцы содержат вероятности переходов в состояние, соответствующее номеру столбца, из состояний, соответствующих номеру строки. Сумма вероятностей переходов в строках матрицы равна 1, как полная вероятность суммы несовместных событий:

$$\sum_{j=0}^{j=N-1} p_{i,j} = 1$$

При работе вероятностного автомата в моменты модельного времени осуществляется смена состояний согласно вероятностному выбору. При каждом запуске автомата он проходит непредсказуемую заранее последовательность состояний. Многократные запуски вероятностного автомата позволяют **экспериментально оценивать частоту нахождения автомата в том или ином состоянии** на каждом шаге модельного времени.

Статистику распределения вероятности состояний на каждом шаге модельного времени **можно определять** и **теоретически**. Система уравнений Чэпмена-Колмогорова для вычисления вероятности состояний, сменяемых в результате переходов, имеет вид (цепь Маркова):

$P^k{}_i = \sum_{j=0}^{j=N-1} p_{j,i} \cdot P^{k-1}{}_j$, где $k = 0,1,2,3,4,\dots$ – моменты модельного времени, в которые запускаются переходы в системе из текущего состояния. При запуске перехода в системе происходят изменения, связанные с возможной сменой состояний в ней. Назовём переменные $P^k{}_i$ элементами вектора распределения вероятностей нахождения системы в состояниях, причём отдельный элемент ${P^k}_i$ обозначает вероятность нахождения системы на шаге модельного времени k в состоянии $i = 1,2, \ldots, N$.

Это обосновывается общим правилом марковских схем: вероятность перехода в очередное состояние в данный момент модельного времени зависит только от вероятности нахождения в конкретном состоянии до перехода: если система находилась на шаге модельного времени $(k-1)$ в состоянии I с вероятностью P_I^{k-1}, то вероятность попасть в состояние J на шаге модельного времени k будет равна: $P_J^k = p_{I,J} \cdot P_I^{k-1}$, где $p_{I,J}$ – условная вероятность перехода из I – го состояния в J – ое состояние (элемент матрицы условных вероятностей перехода: индекс I обозначает номер строки, а индекс J – номер столбца элемента). Для статистической оценки полной вероятности обнаружить систему на $(k-1)$ -ом шаге модельного времени в состоянии J надо просуммировать все вероятности попадания системы в это состояние из всех возможных состояний на предыдущем шаге модельного времени: $P_J^k = \sum_{I=0}^{I=N-1} p_{I,J} \cdot P_I^{k-1}$, т.е. поэлементно умножить J -ый столбец матрицы условных вероятностей перехода на элементы вектора распределения вероятностей нахождения системы в состояниях на $(k-1)$ -ом шаге модельного времени, а произведения сложить.

Узел графа “0” – соответствует начальному состоянию системы перед стартом.

Все **значения вероятностей состояний** после каждого перехода **вычисляются рекуррентно** по распределению вероятностей в предыдущем состоянии. Можно сказать, что состояние системы определяется между переходами распределением вероятностей.

Если автомат инициального типа, то работу он всегда начинает из начального 0-го состояния.

Наш автомат – инициальный. Начальное распределение вероятностей состояний (перед началом работы автомат находится в состоянии Z_0) задаётся вектор-столбцом:

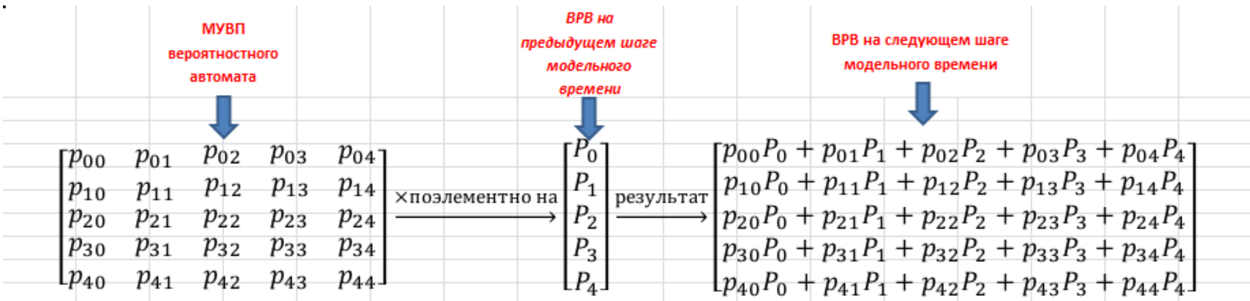
$$P^0 = \begin{pmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Если стохастическая система, моделируемая вероятностным автоматом, имеет финитное состояние, при котором все переходы более не изменяют распределение вероятностей состояний, то такое состояние можно назвать статистически устойчивым или стабильным. Стохастические системы, находящиеся в этих состояниях, и процессы в них называют эргодическими.

Система, имеющая такое свойство, может перейти в финитное состояние после старта через какое-то количество переходов. В данной задаче количество переходов бесконечно, т.е. система асимптотически стремится к эргодическому состоянию.

Схему вероятностного автомата **можно применять** для **имитационного моделирования** поведения **стохастических** систем и процессов.

Смоделируйте несколько шагов рекуррентных вычислений по описанному правилу (до $k = 7$).



Система уравнений для определения финитных вероятностей:

$P_0 = 0 \cdot (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4)$=0

$$P_1 = 0{,}50 \cdot P_0 + 1{,}00 \cdot P_4$$

$$P_2 = 0{,}75 \cdot P_2 + 0{,}40 \cdot P_3$$

$$P_3 = 1{,}00 \cdot P_1$$

$$P_4 = 0{,}50 \cdot P_0 + 0{,}25 \cdot P_2 + 0{,}60 \cdot P_3$$

$$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$$

Таким образом:

$$P_1 = 1{,}00 \cdot P_4$$

$$P_2 = 0{,}75 \cdot P_2 + 0{,}40 \cdot P_3$$

$$P_3 = 1{,}00 \cdot P_1$$

$$P_4 = 0{,}25 \cdot P_2 + 0{,}60 \cdot P_3$$

$$P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1$$

получаем систему для вычисления финитных вероятностей. Обычно последним уравнением заменяют одно из уравнений переходов, а затем находят решение:

$$P_0 = 0$$

$$P_1 = 0{,}2174$$

$$P_2 = 0{,}3478$$

$$P_3 = 0{,}2174$$

$$P_4 = 0{,}2174$$

Сумма вероятностей пребывания системы в состояниях Z_2 и Z_3 равна:

$$P_2 + P_3 = 0{,}3478 + 0{,}2174 = 0{,}5652$$

Решите систему самостоятельно.

Для определения стационарных вероятностей аналитически нужно составить систему из n алгебраических уравнений:

$P_i = \sum_j^n P_j * p_{ij},\ i = 1, n$

заменить в ней одно из уравнений следующим:

$$\sum_j^n \mathrm{Pj} = 1$$

решить полученную систему относительно P_i.

В левой части – вероятности финитных состояний, соответствующие рассматриваемым вершинам графа.

В правой части – сумма произведений, число слагаемых равно числу дуг. Слагаемое – произведение финитной вероятности того состояния, из которого выходит дуга, на вероятность соответствующего перехода.

Моделирование случайного процесса

В целях имитации развития случайного процесса переходов в системе, сопряженных со сменой ее состояний, необходимо применить алгоритм определения случайного выбора направления перехода в каждом состоянии очередном состоянии на каждом предстоящем шаге. Это напоминает **выбор по жребию**.

Применим **метод Монте-Карло**. Используем **генератор случайных чисел** $X \in [0,1] \subset R$, **распределенных по равномерному закону**, для определения шанса выбора направления перехода. Если на очередном шаге система находится в i-ом состоянии, то для розыгрыша жребия выбора направления следующего перехода мы используем i-ую строку матрицы переходных вероятностей. Поскольку сумма вероятностей перехода из каждого состояния i равна 1 ($\sum_{j=0}^{j=N-1} p_{i,j} = 1$), то разделив диапазон $[0,1]$ на отрезки, равные $p_{i,j}$, и оценивая шанс для выбора направления для перехода по правилу:

$$\forall x \in X$$

$\forall x \in [0, p_{i,0}) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow 0$;

$\forall x \in \left[p_{i,0}, (p_{i,0} + p_{i,1})\right) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow 1$;

$\forall x \in \left[(p_{i,0} + p_{i,1}), (p_{i,0} + p_{i,1} + p_{i,2})\right) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow 2$;

...

$\forall x \in \left[(p_{i,0} + p_{i,1} + \cdots + p_{i,N-3}), (p_{i,0} + p_{i,1} + \cdots + p_{i,N-2})\right) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow (N-2)$;

$\forall x \in \left[(p_{i,0} + p_{i,1} + \cdots + p_{i,N-2}), (p_{i,0} + p_{i,1} + \cdots + p_{i,N-1})\right] \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow (N-1)$;

, что эквивалентно более компактной записи:

$\forall x \in \left[\sum_{j=0}^{j=K-1} p_{i,j}, \sum_{j=0}^{j=K} p_{i,j}\right) || (K \in [1,2,3,\dots,(N-1)] \wedge K \neq (N-1)) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow K$;

$\forall x \in \left[\sum_{j=0}^{j=K-1} p_{i,j}, \sum_{j=0}^{j=K} p_{i,j}\right] || (K \in [1,2,3,\dots,(N-1)] \wedge K = (N-1)) \Rightarrow$ переход $i \longrightarrow (N-1)$;

- определяем жребий для выбора направления перехода.

Схема этого алгоритма изображена на рис. 2.

Используя, предложенное правило, можно организовать проигрывание поведения системы в пространстве модельного времени $(t = 0,1,2,3,\dots,m,\dots)$, реализуя численно единичный сценарий поведения системы. Начальное состояние системы при этом можно считать Z_0. Если присвоить действующему состоянию индикаторное значение 1, а остальным состояниям – 0, то вектор состояний системы в начальном состоянии можно представить в виде:

$$Z = \begin{bmatrix} Z_0 \\ Z_1 \\ Z_2 \\ Z_3 \\ Z_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

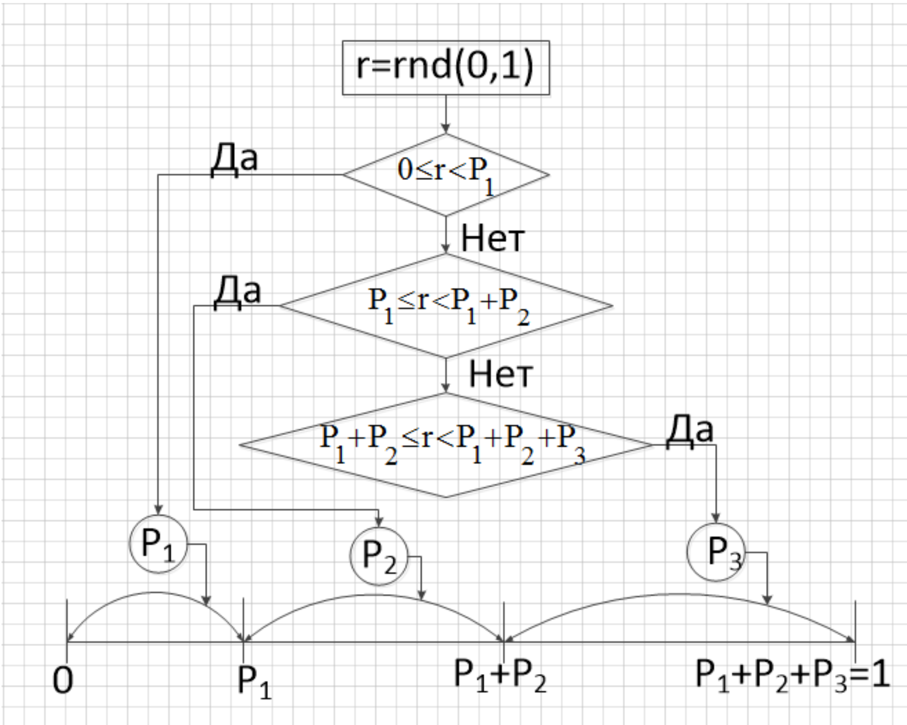


Рисунок 2 Блок-схема алгоритма метода выбора «жребия»

При этом на каждом шаге вектор индикации состояний будет иметь 1 в случайной позиции, имитируя, например некоторый двоичный код.

Такой подход имитирует механизм работы вероятностного автомата, определяя индивидуальную траекторию продвижения в пространстве состояний системы, начиная с начального, в соответствии со шкалой модельного времени (шагами).

В силу стохастического характера процесса реализация единичного сценария будет уникальна при каждом повторном запуске, т.е. уникальна будет траектория продвижения агента, см. рис. 3.

При достаточно большом количестве шагов k наступает стационарный режим, при котором $P_i(k)$ независимы от времени и равны P_i. Вектор $(P_i)_n$ – вектор финальных стационарных вероятностей. До наступления стационарного режима имеет место переходной режим, длительность которого можно определить, задавшись величиной отклонения $\Delta_i = |P_i - P_i(k)|$, если $\Delta_i < \Delta_{доп}$ – условие наступления стационарного процесса ($\Delta_{доп}$ – величина допустимой ошибки). Если это условие достижимо, то процесс сходится к финитному состоянию, а система является эргодической.

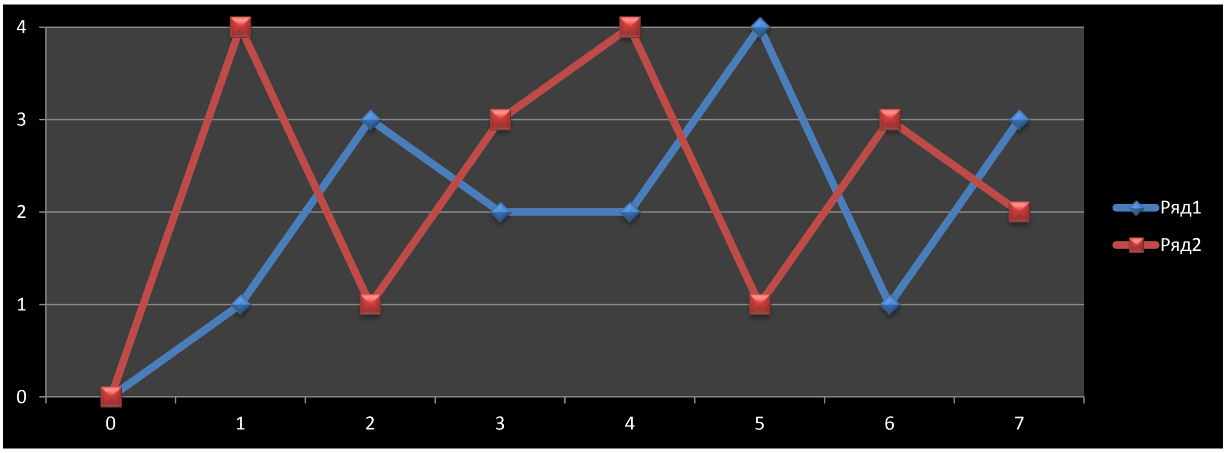


Рисунок 3 Возможные случайные траектории продвижения системы по состояниям

Каждая компонента P_i характеризует среднюю долю времени, в течение которого система находилась в состоянии S_i.

Условием эргодичности однородной Марковской цепи является то, что все ее состояния являются сообщающимися, а граф системы сильно связан (возможен переход S_iS_j за конечное число шагов).

Матрицу векторов распределения вероятностей состояний на каждом переходе моделируем, вычисляя каждый столбец матрицы на каждом переходе в определённый момент модельного времени рекуррентно или, используя матричный способ преобразования уравнений Чэпмена-Колмогорова:

$$P(N,m)=\begin{bmatrix} P_0^0 & P_0^1 & P_0^2 & \dots & P_0^m \\ P_1^0 & P_1^1 & P_1^2 & \dots & P_1^m \\ P_2^0 & P_2^1 & P_2^2 & \dots & P_2^m \\ P_3^0 & P_3^1 & P_3^2 & \dots & P_3^m \\ P_4^0 & P_4^1 & P_4^2 & \dots & P_4^m \end{bmatrix}$$

$P(I,J)$ – и элемент матрицы, где I – номер вершины (узла) графа состояний вероятностного автомата, J – значение модельного времени, определяющий порядковый номер переходов в автомате.

Алгоритм процедуры рекуррентного расчета распределения вероятности состояний автомата после каждого перехода представлен на рис. 4.

Если промоделировать векторы распределения состояний на каждом шаге модельного времени, начиная с инициального состояния на достаточно большой последовательности шагов, то можно увидеть тенденцию к стабилизации значений вероятности, то есть сходимость процесса.

Таким образом, сходимость к финитному состоянию можно наблюдать по виду матрицы, сравнивая между собой значения вероятности в соседних столбцах.

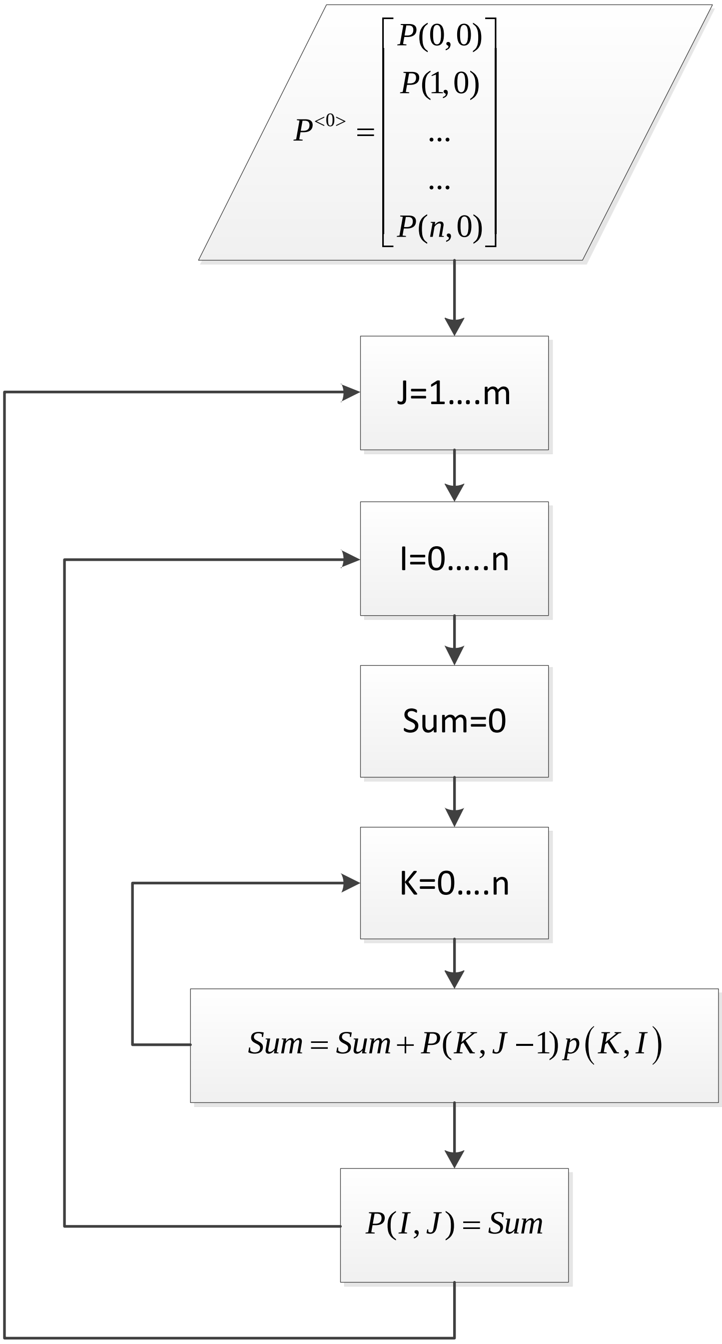


Рисунок 4 Алгоритм рекуррентного расчета статистики переходов

Задание

1. Смоделировать алгоритм численной процедуры имитации продвижения агента в пространстве состояний системы на протяжении заданного конечного числа M шагов на шкале модельного времени $t = 0,1,2,3,\ldots,m,\ldots,M-1,M$.

2. Разработать программу численной процедуры на ЭВМ.

3. Рассчитать траекторию движения агента в пространстве состояний методом имитационного моделирования.

4. Определить последовательность меняющегося от состояния к состоянию двоичного кода, который соответствует вектору состояний, характеризуемых их индикаторными значениями.

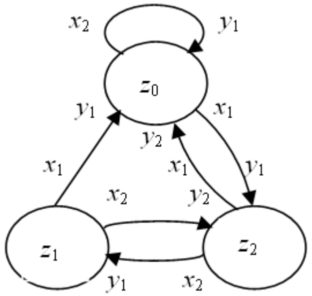
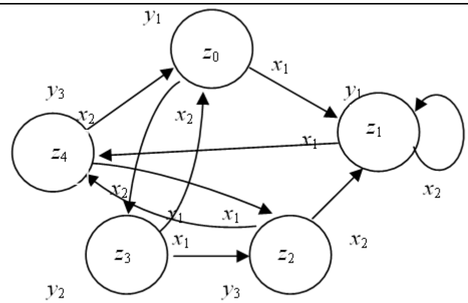
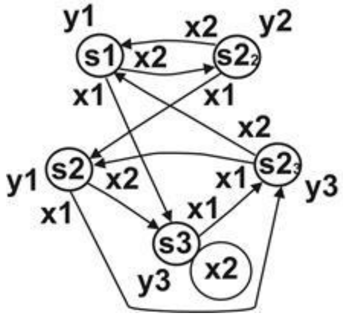
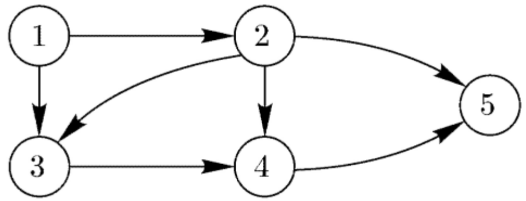
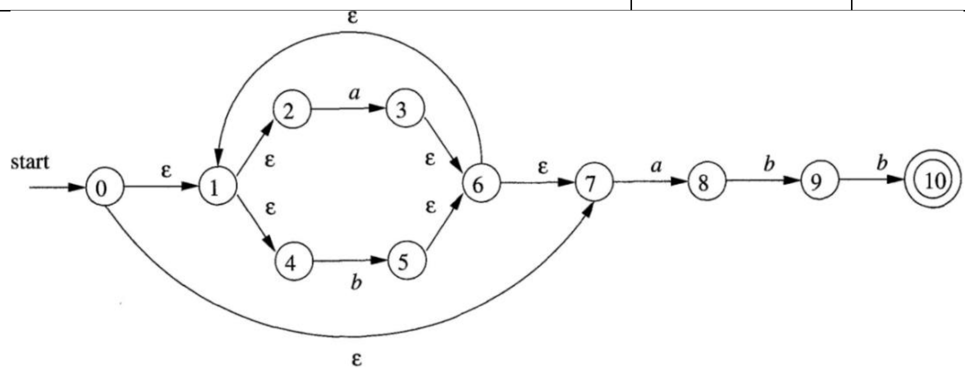
5. Добавить в модель матрицу векторов распределения вероятностей состояний на каждом переходе

6. Разметить граф состояний автомата (для разметки взять схему из таблицы 1 пособия)

7. Составить отчет, который должен включать:

- описание задачи;
- описание алгоритма;
- описание программы расчета;
- график смены состояний (траекторию продвижения агента) при реализации имитационной модели на ЭВМ;
- матрицу векторов распределения состояний в моменты модельного времени;
- матрицу, представляющую объединение векторов двоичного кода, отвечающего последовательности состояний, проходимых системой при реализации имитационной модели на ЭВМ.
- Ниже приводится текст программы на VBA Excel и фрагменты Листа 1 (с входными данными) и Листа 2 (с выходными данными) для данной схемы конечного вероятностного автомата, см. рис. 1.
- Варианты схем конечных вероятностных автоматов для выполнения расчётных заданий, приведены в таблице 2.

Таблица 2 Варианты схем конечных вероятностных автоматов для выполнения расчётных заданий

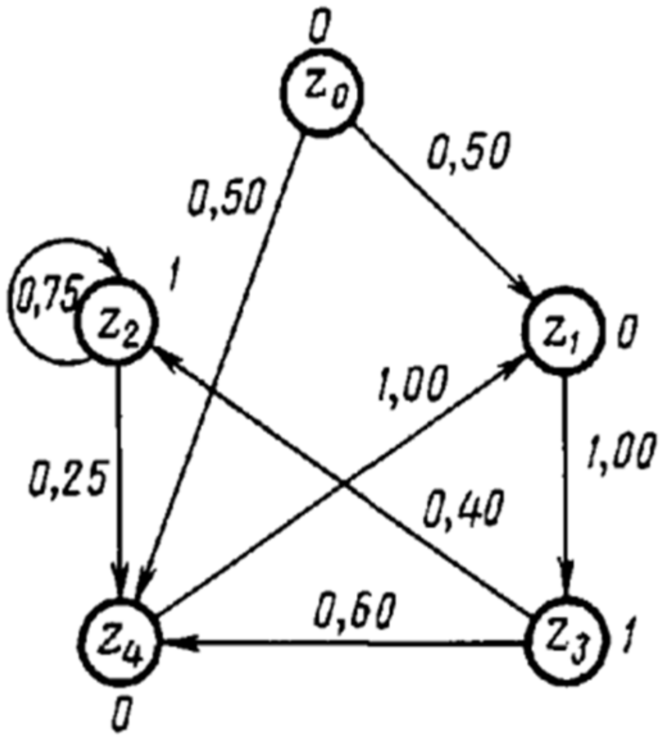
1		**2**	
3		**4**	
5			

Текст инструкций программы:

```
Sub Probability_Automat_()
Dim Z(5) As Integer, A(5, 100) As Integer, T(100) As Integer, m As Integer, II As Integer, I As Integer, J As Integer
Dim P(5, 5) As Single, R1(100) As Single, R As Single, S1 As Single, S2 As Single
 With Application.Workbooks("Имитационная модель продвижения системы по состояниям с применением схемы конечного вероятностного автомата.xlsm").Worksheets("Лист1")
  m = .Cells(3, 1)
  For I = 0 To 4
   Z(I) = .Cells(I + 3, 2)
  Next I
  For I = 0 To 4
   For J = 0 To 4
    P(I, J) = .Cells(I + 3, J + 4)
   Next J
  Next I
 End With
  For J = 0 To m
   For I = 0 To 4
    If Z(I) = 1 Then
     II = I
    End If
    A(I, J) = Z(I)
   Next I
   T(J) = II
   R1(J) = Rnd(1)
   S1 = 0
   For I = 0 To 4
    S2 = S1 + P(II, I)
    If R1(J) >= S1 And R1(J) < S2 Then
     Z(I) = 1
    Else
     Z(I) = 0
    End If
    S1 = S1 + P(II, I)
   Next I
  Next J
 With Application.Workbooks("Имитационная модель продвижения системы по состояниям с применением схемы конечного вероятностного автомата.xlsm").Worksheets("Лист2")
  .Cells(1, 2) = m
  For J = 0 To m
   .Cells(3, J + 2) = J
   .Cells(4, J + 2) = R1(J)
   .Cells(5, J + 2) = T(J)
  Next J
  For I = 0 To 4
   For J = 0 To 4
    .Cells(I + 8, J + 2) = P(I, J)
    Next J
  Next I
  For I = 0 To 4
   For J = 0 To m
    .Cells(I + 15, J + 2) = A(I, J)
   Next J
  Next I
 End With

 End Sub
```

Количество шагов алгоритма (m)	Индикаторы начального вектора состояний системы	I	Матрица переходных вероятностей автомата				
20	1	0	0,000	0,500	0,000	0,000	0,500
	0	1	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000
	0	2	0,000	0,000	0,750	0,000	0,250
	0	3	0,000	0,000	0,400	0,000	0,600
	0	4	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000
		J	0	1	2	3	4



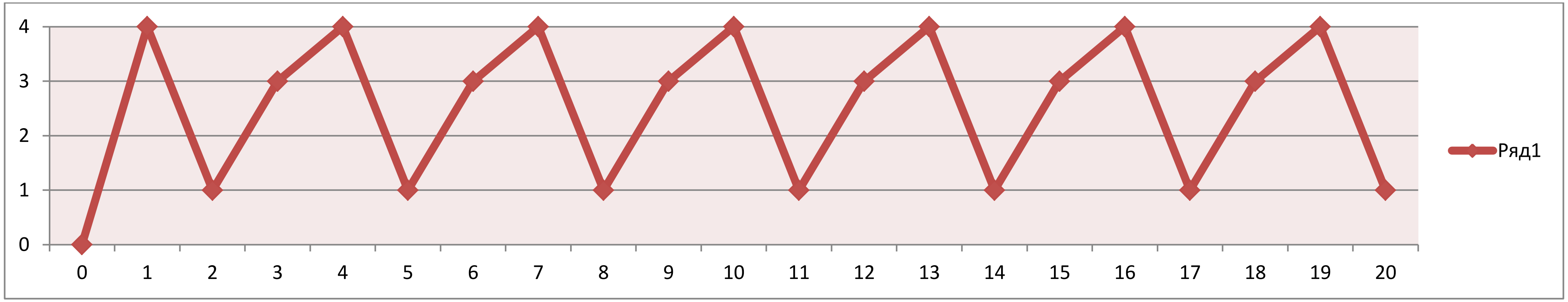
Лист 2:

m=	20

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
R1=	0,767112	0,053505	0,592458	0,4687	0,298165	0,622697	0,647821	0,263793	0,279342	0,829802	0,824602	0,589163	0,986093	0,910964	0,226866	0,695116	0,980003	0,243931	0,533873	0,10637	0,999415
T=	0	4	1	3	4	1	3	4	1	3	4	1	3	4	1	3	4	1	3	4	1

P=	0	1	2	3	4
0	0	0,5	0	0	0,5
1	0	0	0	1	0
2	0	0	0,75	0	0,25
3	0	0	0,4	0	0,6
4	0	1	0	0	0

A=	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0
4	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0



Контрольные вопросы

1. Что такое автоматы? Дайте определение этого математического формализма и опишите области применения таких схем.
2. Чем отличаются конечные вероятностные автоматы от конечных детерминированных автоматов?
3. Что такое функция перехода конечного детерминированного автомата?
4. Что представляет функцию перехода конечного вероятностного автомата?
5. Что такое конечный автомат с памятью?
6. Дайте определение финитного состояния конечного вероятностного автомата.
7. Объясните механизм имитационного моделирования процесса продвижения по состояниям вероятностного автомата с использованием метода разыгрывания «жребия».

Список литературы

1. Дорошенко А. Н. Математическое и имитационное моделирование дискретных процессов и систем [Электронный ресурс]: учебное пособие /А. Н. Дорошенко. — М.: МИРЭА, 2018. — 151 с. Электрон, опт. диск (ISO)
2. Масягин В.Б. Математическое моделирование и информационные технологии при проектировании [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Масягин В.Б., Волгина Н.В.— Электрон. текстовые данные.— Омск: Омский государственный технический университет, 2017.— 167 с.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/78442.html.— ЭБС «IPRbooks»
3. Щеглов А.Ю. Математические модели и методы формального проектирования систем защиты информационных систем [Электронный

ресурс]: учебное пособие/ Щеглов А.Ю., Щеглов К.А.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Университет ИТМО, 2015.— 93 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/67260.html.— ЭБС «IPRbooks»

4. Зариковская Н.В. Математическое моделирование систем [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Зариковская Н.В.— Электрон. текстовые данные.— Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2014.— 168 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/72124.html.— ЭБС «IPRbooks»

б) дополнительная литература:

5. Трухин М.П. Моделирование сигналов и систем. Конечномерные системы и дискретные каналы связи. – Санкт Петербург: Изд-во «Лань», 2019. – 280 с.
6. Голубева Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: Учеб, пособие для вузов / Н. В. Голубева. — СПб.: Лань; 2013. — 191 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература). — Библиогр.: с. 176-179 (59 назв.)
7. Советов Б.Я. Моделирование систем : учебник для вузов / Б.Я. Советов. — М.: Высш. шк., 2001. —343 с.
8. Васильев К.К., Служивый М.Н. Математическое моделирование систем связи: учеб, пособие. — УлГТУ, 2008 — 168 с.
9. Ивашкин Ю.А. Мультиагентное имитационное моделирование больших систем: учеб, пособие. — М.: МГУПБ, 2008. — 230 с.
10. Беляева М.А. Моделирование систем: электронное учеб, пособие. — М.: МГУП, 2010.
11. Карпов Ю.Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. — СПб.: БХВ- Петербург, 2006. — 400 с.
12. Бурков В.Н., Новиков Д.А. Теория активных систем. — М.: ИЛУ РАН, Труды междун. научно-практической конференции. 2005, — 231 с.
13. Костин В.Н., Тишина Н.А. Статистические методы и модели: Учебное пособие. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. - 138 с.

14. Ивашкин Ю.А., Ивашкин А.Ю. Агентные технологии имитационного моделирования конфликтных ситуаций. — Воронеж: Материалы 3-й Всероссийской конференции «Теория конфликта и ее приложения», 2004. — С. 48-49.
15. Шмидт Б. Введение в имитационное моделирование в системе Simplex3 / пер. с нем. Ю.А. Ивашкина. — М.: Наука, 2003. — 30 с.
16. Шмидт Б. Искусство моделирования и имитации. Введение в имитационную систему Simplex3 : пер. с нем.: SCS-Европа BVBA, Гент. Бельгия. 2003. — 550 с.
17. Ивашкин Ю.А. Структурно-параметрическое моделирование интеллектуальных агентов и систем. — Воронеж: Сб.: Информационные технологии и системы. Вып. 4, Воронежская гос. технол. академия, 2001. — С 33-37.
18. Гультяев А. В. Визуальное моделирование в среде MATLAB: учебный курс. — СПб.: Питер, 2000. — 432 с.
19. Спицнадель В.И. Основы системного анализа. — СПб.: Изд. дом «Бизнес-пресса», 2000. — 326 с.
20. В.Н. Вапник и др. Алгоритмы и программы восстановления зависимостей.//под ред. В.Н. Вапника. – М: «НАУКА» главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 816 с.
21. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем — искусство и наука. — М.: Мир, 1978. — 301с.