

Основные понятия и количественные показатели  
надёжности объектов  
Надёжность информационных систем

Пермь, 17 февраля 2021

# Литература

- ❶ Гнеденко Б. В., Беляев Ю. К., Соловьёв А. Д.  
Математические методы в теории надёжности. — М.:  
Наука, 1965.
- ❷ Острейковский В. А. Теория надёжности: учеб. для  
вузов. — М.: Высшая школа, 2003.
- ❸ Половко А. М., Гуров С. В. Основы теории надёжности:  
учеб. пособие для вузов. — СПб.: БХВ-Петербург, 2006.
- ❹ Половко А. М., Гуров С. В. Основы теории надёжности:  
практикум: учеб. пособие для вузов. — СПб.:  
БХВ-Петербург, 2006.
- ❺ Ушаков И. А. Курс теории надёжности систем:  
учеб. пособие для вузов. — М.: Дрофа, 2008.

Некоторые из данных книг издавались неоднократно, можно использовать любое издание. Кроме того, не стоит ограничиваться лишь указанными источниками.

# Безотказность, долговечность, ремонтпригодность, сохраняемость

*Безотказность* — это способность объекта непрерывно сохранять работоспособность в течение некоторого времени или некоторой наработки.

Безотказность характеризуют показателями: вероятностью безотказной работы, средней наработкой до отказа, средней наработкой на отказ, интенсивностью отказов, параметром потока отказов.

*Наработка* — продолжительность или объем работы объекта, измеряемые единицами времени, числом циклов нагружения, километрами пробега и т. п.

*Наработка до отказа* — наработка объекта от начала его эксплуатации до возникновения первого отказа.

*Наработка между отказами* — наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.

*Показатели надежности* — это количественная характеристика одного или нескольких свойств, составляющих надёжность объекта.

Если показатель надёжности характеризует одно из свойств надёжности, то он называется *единичным*, если же несколько свойств — *комплексным показателем надёжности*.

Свойство надежности	Единичный показатель надежности
Безотказность	Вероятность безотказной работы Средняя наработка до отказа Гамма-процентная наработка до отказа Средняя наработка на отказ Интенсивность отказов Параметр потока отказов
Долговечность	Средний ресурс Гамма-процентный ресурс Назначенный ресурс Средний срок службы Гамма-процентный срок службы Назначенный срок службы
Ремонтопригодность	Вероятность восстановления в заданное время Среднее время восстановления Интенсивность восстановления
Сохраняемость	Средний срок сохраняемости Гамма-процентный срок сохраняемости

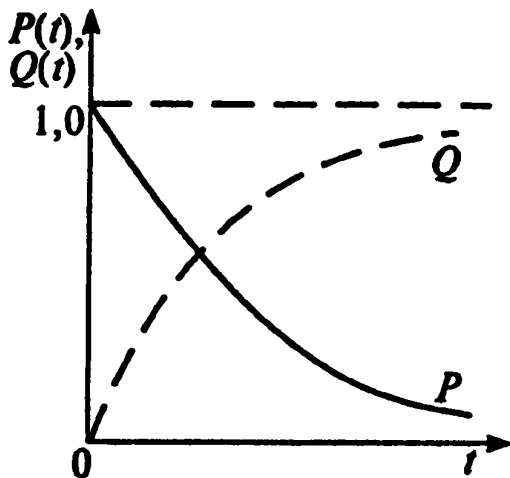
# Вероятность безотказной работы

Под *вероятностью безотказной работы* (ВБР) объекта понимается вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникнет. ВБР является основной количественной характеристикой безотказности объекта на заданном временном интервале. Если обозначить через  $T$  время непрерывной исправной работы объекта от начала работы до первого отказа, а через  $t$  — время, за которое необходимо определить ВБР, то ВБР записывается в виде

$$P(t) = P\{T \geq t\}, \quad t \geq 0.$$

Свойства ВБР:

- ❶  $0 \leq P(t) \leq 1$ ;
- ❷  $P(0) = 1$ ;
- ❸  $P(+\infty) = 0$ .





# Вероятность отказа

Случайная величина  $T$  является неотрицательной и имеет дискретное или непрерывное распределение.

Вероятность того, что отказ объекта произойдёт за время, не превышающее заданной величины  $t$ , то есть что  $T < t$ , как вероятность события, противоположного тому, при котором  $t \leq T$ , равна

$$Q(t) = P\{T < t\} = 1 - P(t), \quad t \geq 0.$$

Функция  $Q(t)$  представляет собой интегральную функцию распределения случайной величины, то есть

$$Q(t) = F(t).$$

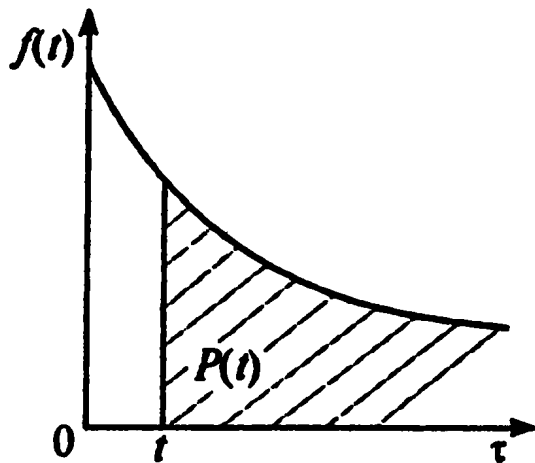
# Плотность распределения времени безотказной работы

Если функция  $Q(t)$  дифференцируема, то производная от интегральной функции распределения есть дифференциальный закон (плотность) распределения случайной величины  $T$  — времени исправной работы:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = \frac{dQ(t)}{dt},$$
$$f(t) = -\frac{dP(t)}{dt}.$$

Очевидно, что

$$Q(t) = \int_0^t f(s) ds,$$
$$P(t) = \int_t^\infty f(s) ds = 1 - \int_0^t f(s) ds.$$



# Среднее время безотказной работы

Момент  $k$ -го порядка:

$$m_k = \int_0^{\infty} t^k f(t) dt.$$

# Среднее время безотказной работы

Момент  $k$ -го порядка:

$$m_k = \int_0^{\infty} t^k f(t) dt.$$

Среднее время безотказной работы:

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt.$$

# Среднее время безотказной работы

Момент  $k$ -го порядка:

$$m_k = \int_0^{\infty} t^k f(t) dt.$$

Среднее время безотказной работы:

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt.$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt = - \int_0^{\infty} t \dot{P}(t) dt = -tP(t) \Big|_0^{\infty} + \int_0^{\infty} P(t) dt,$$

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

# Дисперсия времени безотказной работы

$$D(T) = \int_0^{\infty} (t - T_{cp})^2 f(t) dt.$$

# Дисперсия времени безотказной работы

$$D(T) = \int_0^{\infty} (t - T_{cp})^2 f(t) dt.$$

$$\begin{aligned} D(T) &= \int_0^{\infty} (t - T_{cp})^2 f(t) dt = \int_0^{\infty} t^2 f(t) dt - T_{cp}^2 = \\ &= -t^2 P(t) \Big|_0^{\infty} + 2 \int_0^{\infty} t P(t) dt - T_{cp}^2, \\ D(T) &= 2 \int_0^{\infty} t P(t) dt - T_{cp}^2. \end{aligned}$$



# Интенсивность отказов

Пусть элемент проработал безотказно до момента  $t$ . Какова вероятность  $P(t, t_1)$  того, что он не откажет на участке  $(t, t_1)$ ?

Пусть  $A$  — событие, означающее безотказную работу элемента на  $(0, t)$ , а  $B$  — событие, означающее безотказную работу на  $(t, t_1)$ . Тогда

$$P(t, t_1) = P_A(B) = \frac{P(AB)}{P(A)},$$

$$P(t, t_1) = \frac{P(t_1) - P(t)}{P(t)}.$$

Поэтому

$$Q(t, t_1) = 1 - P(t, t_1) = \frac{P(t) - P(t_1)}{P(t)}.$$

Положим теперь  $t_1 = t + \Delta t$  и устремим  $\Delta t$  к нулю. Тогда

$$Q(t, t + \Delta t) = \frac{P(t) - P(t + \Delta t)}{P(t)} = -\frac{\dot{P}(t)}{P(t)}\Delta t + o(\Delta t).$$

Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = -\frac{\dot{P}(t)}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Величина  $\lambda(t)$  является локальной характеристикой надёжности.



$$\lambda(t) = -\frac{\dot{P}(t)}{P(t)}$$

$$\int_0^t \lambda(s) \, ds = -\int_0^t \frac{dP(s)}{P(s)}$$

$$\int_0^t \lambda(s) \, ds = -\ln P(s) \Big|_0^t$$

$$\int_0^t \lambda(s) \, ds = -\ln P(t)$$

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(s) \, ds}$$

## Гамма-процентная наработка до отказа $T_{\gamma\%}$

— это наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью  $\gamma$ , выраженной в процентах.

Гамма-процентная наработка определяется из уравнения

$$1 - F(t_{\gamma}) = 1 - \int_0^{t_{\gamma}} f(t) dt = \frac{\gamma}{100}.$$

Спасибо за внимание!