ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ

***Отчет** по лабораторной работе должен содержать*

1) постановку задачи;

2) необходимый теоретический материал (формулы)

3) результаты вычисления;

4) текст программы и графический материал.

Задание 1. Найти приближенное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) 1 порядка

$$\frac{du(t)}{dt} = f(t, u(t)), \quad u(t_0) = u_0, \quad t \in [t_0, T]. \tag{1}$$

ПОРЯДОК РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ:

1. найти приближенное решение задачи Коши с шагом h=0.05 по явному методу Эйлера.
2. найти приближенное решение задачи Коши с шагом h=0.1 по методу Коши–Эйлера.
3. На одном чертеже построить графики приближенных решений.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ К ЗАДАНИЮ 1

№	*f(t,u(t))*	t_0	T	u_0	№	*f(t,u(t))*	t_0	T	u_0
1	$y/t+t^2$	1	2	0	16	$-y/t+3t$	1	2	1
2	$y\,ctg t+2t\sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+1$	0	17	$\frac{2ty}{1+t^2}+1+t^2$	1	2	3
3	$-y\cos t+\frac{\sin(2t)}{2}$	0	1	0	18	$\frac{2t-1}{t^2}y+1$	1	2	1
4	$-y\,tg t+\cos^2 t$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{4}+1$	0.5	19	$-\frac{3y}{t}+\frac{2}{t^3}$	1	2	1
5	$\frac{y}{t+2}+t^2+2t$	-1	0	1.5	20	$-2ty-2t^3$	1	2	e^{-1}
6	$\frac{y}{t+1}+e^t(t+1)$	0	1	1	21	$y/t-2/t^2$	1	2.5	1
7	$y/t+t\sin t$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{2}+1$	1	22	$-ty-t^3$	0	1	3
8	$-y/t+\sin t$	π	π+1	$\frac{1}{\pi}$	23	$\frac{2}{t+1}y+e^t(t+1)^2$	0	1	1
9	$-\frac{y}{2t}+t^2$	1	2	1	24	$-2ty+te^{-t^2}\sin t$	0	1	1

10	$-\frac{2t}{1+t^2}y+\frac{2t^2}{1+t^2}$	0	1	$\frac{2}{3}$	25	$\frac{2y}{t+1}+(t+1)^3$	0	1	0.5
11	$\frac{2t-5}{t^2}y+5$	2	3	4	26	$y\cos t-\sin 2t$	0	1	3
12	$-y/t+\frac{t+1}{t}e^t$	1	2	e	27	$4ty-4t^3$	0	1	-0.5
13	$y/t-2\ln t/t$	1	2	1	28	$y/t-\ln t/t$	1	2	1
14	$y/t-12/t^3$	1	2	4	29	$3t^2y+t^2(1+t^3)/3$	0	1	0
15	$-2y/t+t^3$	1	2	$-\frac{5}{6}$	30	$y\cos t+\sin 2t$	0	1	-1

Задание 2. Найти решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциального уравнений первого порядка с заданными начальными условиями y(x0) = y0 , z(x0) = z0 на отрезке x ∈ [a; b] с числом шагов m = 5 и m = 10 явным методом Эйлера. На одном чертеже построить графики приближенных и точных решений y_m , z_m .

1.	$\begin{cases} y' + 2y + 4z = 4x \\ z' + y - z = x^2 \end{cases}$ $y(0) = -\frac{8}{27},\ z(0) = \frac{25}{27},\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = -\frac{4}{5}e^{2x} + \frac{4}{5}e^{-3x} + \frac{2}{3}x^2 + \frac{8}{9}x - \frac{8}{27},$ $z_m = -\frac{4}{5}e^{2x} + \frac{1}{5}e^{-3x} - \frac{x^2}{3} + \frac{2}{9}x - \frac{2}{27}.$
2.	$\begin{cases} y' = z \\ z' = -y \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 1,\ x \in \left[0;\ \frac{\pi}{2}\right],$ $y_m = \cos x + \sin x,$ $z_m = -\sin x + \cos x.$
3.	$\begin{cases} y' - z = 1 \\ z' + y = x \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 1,\ x \in \left[0;\ \frac{\pi}{2}\right],$ $y_m = \cos x + \sin x + x,$ $z_m = \cos x - \sin x.$
4.	$\begin{cases} y' = 2y + z \\ z' = 3y + 4z \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 4,\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = -e^{x} + e^{5x},$ $z_m = e^{x} + 3e^{5x}.$

5.	$\begin{cases} y' = y - z \\ z' = z - 4y \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 4,\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = e^{-x} - e^{3x}$, $z_m = 2e^{-x} + 2e^{3x}$.
6.	$\begin{cases} y' = y + 5z \\ z' = -y - 3z \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 1,\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = e^{-x}(\cos x + 7\sin x)$, $z_m = e^{-x}(\cos x - 3\sin x)$.
7.	$\begin{cases} y' = y - z + 1 \\ z' = z - 4y + x \end{cases}$ $y(0) = \frac{1}{9},\ z(0) = -\frac{2}{9},\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = -\frac{1}{4}e^{-x} + \frac{1}{4}e^{3x} + \frac{1}{9} + \frac{x}{3}$, $z_m = -\frac{1}{2}e^{-x} - \frac{1}{2}e^{3x} + \frac{7}{9} + \frac{x}{3}$.
8.	$\begin{cases} y' = y - z + e^{x} \\ z' = y - 4z + e^{3x} \end{cases}$ $y(0) = \frac{1}{16},\ z(0) = -\frac{1}{8},\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = -\frac{1}{16}\left(e^{-x} + 2(2x - 1)e^{3x}\right)$, $z_m = -\frac{1}{8}e^{-x} + e^{x} + \frac{x}{2}e^{3x}$.
9.	$\begin{cases} y' + 2y + 4z = 1 + 4x \\ z' + y - z = \frac{3}{2}x^2 \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = -\frac{5}{4},\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = e^{2x} - e^{-3x} + x^2 + x$, $z_m = -e^{2x} - \frac{1}{4}e^{-3x} - \frac{1}{2}x^2$.
10.	$\begin{cases} y' = y + z \\ z' = x + y + z \end{cases}$
	$y(0) = 0,\ z(0) = \frac{7}{4},\ x \in [0;\ 1]$, $y_m = e^{2x} - 1 - \frac{1}{4}(x^2 + x)$, $z_m = e^{2x} + \frac{3}{4} + \frac{1}{4}(x^2 - x)$.

11.	$\begin{cases} y' + 2y + z = sun\,x \\ z' - 4y - 2z = \cos x \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = -5,\ x \in \left[0;\ \frac{\neq}{2}\right],$ $y_m = 1 + x + 2\sin x,$ $z_m = -3 - 2x - 3\sin x - 2\cos x.$
12.	$\begin{cases} y' + 3y + 4z = 2x \\ z' - y - z = x \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 0,\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = 14(1 - e^{-x}) - 2x(3 + 4e^{-x}),$ $z_m = -9(1 - e^{-x}) + x(5 - 4e^{-x}).$
13.	$\begin{cases} y' - 4y - z + 36x = 0 \\ z' + 2y - z + 2e^{x} = 0 \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = 1,\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = 10e^{2x} - 8e^{3x} - e^{x} + 6x - 1,$ $z_m = -20e^{2x} + 8e^{3x} + 3e^{x} + 12x + 10.$
14.	$\begin{cases} y' = \dfrac{y^2}{z} \\ z' = \dfrac{y}{2} \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 1,\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = \dfrac{4}{(2 - x)^2},$ $z_m = \dfrac{2}{2 - x}.$
15.	$\begin{cases} y' + z = 1 \\ z' + \dfrac{2y}{x^2} = \ln x \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = -\dfrac{1}{9},\ x \in [1;\ e],$ $y_m = \dfrac{x^2}{3} - \dfrac{1}{3x} - \dfrac{x^2}{18}(3\ln^2 x - 2\ln x),$ $z_m = 1 - \dfrac{2x}{3} - \dfrac{1}{3x^2} + \dfrac{x}{9}(3\ln^2 x + \ln x - 1).$
16.	$\begin{cases} y' = 1 - \dfrac{2y}{x} \\ z' = y + z - 1 + \dfrac{2y}{x} \end{cases}$ $y(1) = \dfrac{1}{3},\ z(1) = -\dfrac{1}{3},\ x \in [1;\ 2],$ $y_m = \dfrac{x}{3},$ $z_m = -\dfrac{x}{3}.$

17.	$\begin{cases} y' = z - 7y \\ z' = 2y + 5z \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 0,\ x \in \left[0; \frac{\neq}{2}\right],$ $y_m = e^{-6x}(\cos x - \sin x),$ $z_m = -2e^{-6x} \sin x.$
18.	$\begin{cases} y' = y - 3z \\ z' = 3y + z \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = -1,\ x \in \left[0; \frac{\neq}{2}\right],$ $y_m = e^{x}(\cos 3x + \sin 3x),$ $z_m = e^{x}(\sin 3x - \cos 3x).$
19.	$\begin{cases} y' = 2z - 5y + e^{x} \\ z' = y - 6z + e^{-2x} \end{cases}$ $y(0) = -\frac{5}{8},\ z(0) = \frac{13}{40},\ x \in [0; 1],$ $y_m = \frac{2}{3}e^{-4x} - \frac{1}{3}e^{-7x} + \frac{7}{40}e^{x} + \frac{1}{5}e^{-2x},$ $z_m = \frac{1}{3}e^{-4x} + \frac{1}{3}e^{-7x} + \frac{1}{40}e^{x} + \frac{3}{10}e^{-2x}.$
20.	$\begin{cases} y' = \dfrac{x + y}{z} \\ z' = \dfrac{x - y}{y} \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = 1,\ x \in [0; 1],$ $y_m = \dfrac{\sqrt{1 + x^2}}{\ln \dfrac{e}{x + \sqrt{1 + x^2}}},$ $z_m = \sqrt{1 + x^2}\, \ln \dfrac{e}{x + \sqrt{1 + x^2}}.$
21.	$\begin{cases} y' + z = \cos x \\ 4(\cos x - z) - z' + 3y = \sin x \end{cases}$ $y(0) = 2,\ z(0) = 3,\ x \in \left[0; \frac{\neq}{2}\right],$ $y_m = e^{-x} + e^{-3x},$ $z_m = e^{-x} + e^{-3x} + \cos x.$
22.	$\begin{cases} y' = z \\ z' = -y \end{cases}$ $y(0) = 1,\ z(0) = -1,\ x \in \left[0; \frac{\neq}{2}\right],$ $y_m = \cos x - \sin x,$ $z_m = -\sin x - \cos x.$

23.	$\begin{cases} y' = y + z \\ z' = x + y + z \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = -\dfrac{9}{4},\ x \in [0;\ 1],$ $y_m = 1 - e^{2x} - \dfrac{1}{4}(x^2 + x),$ $z_m = -1 - e^{2x} + \dfrac{1}{4}(x^2 - x - 1).$
24.	$\begin{cases} y' + 2y + 4z = 1 + 4x \\ z' + y - z = \dfrac{3}{2}x^2 \end{cases}$ $y(0) = 0,\ z(0) = \dfrac{5}{4},\ x \in [0;\ 1],$
	$y_m = -e^{2x} + e^{-3x} + x^2 + x,$ $z_m = e^{2x} + \dfrac{1}{4}e^{-3x} - \dfrac{1}{2}x^2.$