

## question ۱)

### Quick, Draw!

prediction type	classification
training set	مجموعه‌ای از تصاویر با برچسب مشخص کننده نوع آن شکل
feature	count of lines count of circles count of triangles count of squares count of rectangles more complicated features are extracted in neural network
pre-processing stage	
challenges and difficulties	<ul style="list-style-type: none"> <li>- بعضی از اجسام، اشکال و انواع مختلفی دارند.</li> <li>- تمایز بین برخی از اجسام نیازمند توجه به ویژگی‌های پیچیده‌تر است که غالباً افراد در ترسیم آن‌ها را در نظر نمی‌گیرند.</li> <li>- جمع</li> </ul>
pros and cons	<ul style="list-style-type: none"> <li>- استفاده از این سیستم باعث افزایش سرعت در مقایسه با نیروی انسانی می‌شود. می‌توان در مواردی که محramانگی داده‌ها مهم است به جای نیروی انسانی از آن استفاده کرد.</li> <li>- تشخیص‌های این سیستم همیشه درست و قابل اطمینان نیست.</li> </ul>
obtaining the training set	<ul style="list-style-type: none"> <li>- جمع‌آوری تصاویر از اینترنت و برچسب زدن آن‌هابا نیروی انسانی</li> <li>- بازیابی تصاویر از اینترنت با جستجو نام آن‌ها و برچسب زدن تعدادی از اولین عکس‌های استخراج شده با نامی که جستجو شده</li> <li>- استفاده از نقاشی‌هایی که توسط افراد کشیده شده و برچسب زدن آن‌ها</li> <li>- استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین برای برچسب زدن داده‌ها</li> </ul>

### Replika

prediction type	احتمالاً از بین تعدادی جمله بهترین جمله را انتخاب می‌کند که در این صورت یک دسته بند است. اما اگر با ساخت مدل زبانی از مجموعه داده موجود جواب مناسب را تولید کند، یک مدل generative است.
training set	مجموعه‌ای از جمله‌های مکالمه، یعنی جمله و پاسخ آن و یا گراف‌های دانش
feature	pos tagging similar words in two sentences semantic roles named entity syntactic parsing dependency relation
pre-processing stage	حذف برخی پانکچوایشن مارک‌ها تصحیح غلط‌های املایی

## Replika

challenges and difficulties	برخی لغت‌ها چند معنی دارند که برداشت‌های مختلف از آن می‌شود. در پاسخ به جمله‌های جدید که در <b>Context</b> جمله‌های مربوط به مجموعه داده آموزش نباشد، با مشکل روبرو می‌شود. غلط‌های نگارشی، کوتاه و یا خلاصه نویس برخی کلمه‌ها
pros and cons	به عنوان دستیار و همکار می‌تواند در تمامی ساعت‌های رود با سرعت بالا پاسخ‌گویی سوال افراد باشد. فقط قابلیت پاسخ‌گویی به جمله‌هایی که در مجموعه دانش یا آموزش آن باشد را دارد.
obtaining the training set	استخراج محاوره‌های موجود در فیلم‌ها از طریق زیرنویس‌ها استفاده از محاوره و مقالمه افراد در شبکه‌های اجتماعی مختلف گراف‌های دانش نیز باید توسط انسان ساخته شود

## CaptionBot

prediction type	با توجه به این که این سیستم یک تصویر را توصیف می‌کند، می‌توان آن را یک دسته‌بند در نظر گرفت که عکس‌ها را در دسته‌های مختلف قرار می‌دهد.
training set	مجموعه‌ای از تصاویر با توضیح آن‌ها
feature	مجموعه تصاویر بسیار گسترده‌است و معمولاً استخراج ویژگی با شبکه‌های کانولوشنی در این فعالیت انجام می‌شود. ویژگی‌هایی مانند دایره‌ها، نقطه‌ها، خطوط، منحنی‌ها، اشکال مختلف هندسی، مرز اشیا و .. در این شبکه‌ها استخراج می‌شود.
pre-processing stage	افزایش کیفیت عکس‌ها، حذف نویز، بازسازی تصویر در صورت لزوم و ..
challenges and difficulties	جمع آوری مجموعه داده کافی برای آموزش شبکه‌های عمیق تولید توصیف مناسب و مشابه با جمله‌ای که توسط انسان بیان شده توصیف باید اتفاقاتی را هم که در تصویر قابل مشاهده نیست شامل شود.
pros and cons	<ul style="list-style-type: none"> <li>- این سیستم‌ها با توصیف دقیق از شرایط به افرادی که مشکل بینایی دارند کمک می‌کند.</li> <li>- کمک به تشخیص بیماری در عکس‌های رادیولوژی</li> <li>- دسته‌بندی تصاویر</li> </ul> <p>- در شرایطی که صحت تشخیص از اهمیت بالا برخوردار است، این سیستم می‌تواند با توصیف اشتباه خسارت وارد کند. برای مثال اگر میدان دید مناسب از محیط در اختیار نداشته باشد ممکن است اشیا اطراف یک فرد نابینا را به خوبی تشخیص ندهد.</p>
obtaining the training set	<ul style="list-style-type: none"> <li>- برچسب زدن و توصیف توسط نیروی انسانی</li> <li>- استخراج توصیف و تصویر مربوطه از فیلم‌ها</li> <li>- استخراج تصاویر و توضیحات مربوط به آن‌ها از شبکه‌های اجتماعی</li> </ul>

## AIVA

prediction type	در آموزش این شبکه با دریافت قسمتی از موزیک ادامه موزیک را حدس میزند، که می‌توان گفت یک مسئله رگرسیون است.
training set	مجموعه‌ای از آهنگ‌ها با برچسب‌های لازم
feature	mood composer style note density
pre-processing stage	
challenges and difficulties	تولید آهنگ مناسب و مورد علاقه برای هر فرد
pros and cons	این سیستم می‌تواند با هزینه و زمان کمتر موسیقی تولید کند.
obtaining the training set	استفاده از موزیک‌های موجود و طبقه‌بندی آن‌ها

## UnifyID

prediction type	این اپلیکیشن از سیگنال‌های مختلف استفاده می‌کند و رفتار افراد را با آن مقایسه می‌کند. مقایسه این سیگنال‌ها می‌تواند یک مسئله رگرسیون باشد اما عملکرد سیستم به شکل کلی همیک مسئله دسته‌بندی است که برای مثال در نهایت هر فرد را به عنوان کاربر واقعی و یا جعلی دسته‌بندی می‌کند.
training set	در آموزش که در واقع شامل شناسایی فرد اصلی و ویژگی‌های آن است، برای استخراج ویژگی‌ها برخی فعالیت‌ها توسط فرد انجام می‌شود تا ویژگی‌های بیومتریکی فرد مدل شود.
feature	ویژگی‌های بیومتری و رفتاری افراد فرکانس و سیگنال صدای فرد نحوه قدم زدن و راه رفتن: دریافت سیگنال‌های مربوط به نحوه قدم زدن فرد با سنسورها نحوه تایپ کردن فرد با سیگنال‌های دریافتی مدل می‌شود.
pre-processing stage	-
challenges and difficulties	بکاربردن سنسورهای با دقت بالا برای دریافت سیگنال‌های با کیفیت بالا از فرد
pros and cons	در خانه‌های هوشمند برای شناسایی افراد می‌تواند به کار برود. امنیت بالا در شناسایی افراد شناسایی افراد بدون نیاز به استفاده از رمز عبور، غالباً افراد رمز عبور خود را در اپلیکیشن‌های مختلف فراموش می‌کنند.
obtaining the training set	آموزش با افراد

## question ۲)

Application	Features
finger print	۱) تعداد لوب یا شکل های بسته ۲) تعداد منحنی ها ۳) تعداد خطوطی که به دو شاخه تقسیم می شوند. ۴) تعداد خطوطی که متوقف می شوند و ادامه پیدا نمی کند. ۵)
emotion recognition	۱) فاصله بین چشم و ابرو ۲) فاصله بین دو ابرو ۳) طول لب
gait recognition	۱) فاصله بین گام های متواالی یک پا ۲) فاصله عمودی بین دو پا ۳) میزان ضربه یا نیرویی که از پاشنه پا به زمین وارد می شود ۴) ویژگی Gate energy silhouette ۵) میانگین GaitCycle

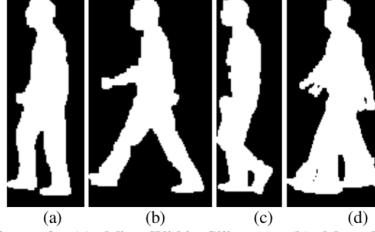
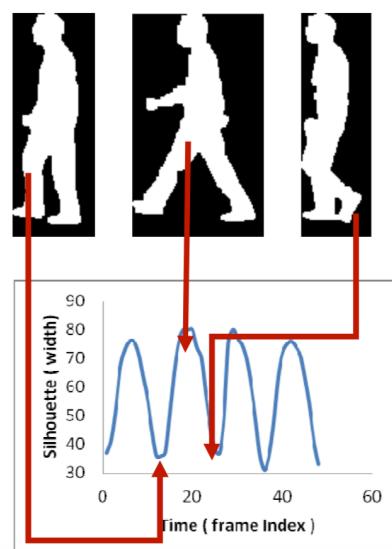


Figure 2: (a) Min. Width Silhouette (b) Max. Width Silhouette (c) Min Width Silhouette (d) Resultant of Averaged Silhouette



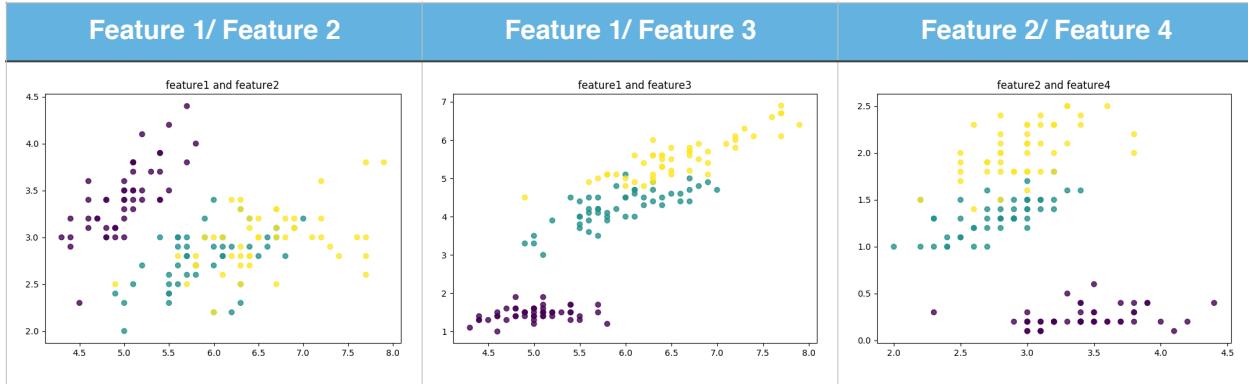
Time (frame index)	Silhouette (width)
0	40
10	75
15	40
20	80
25	40
30	80
35	40
40	75
45	40
50	80
55	40

Application	Features
activity recognition	۱) زاریه آرنج‌ها ۲) سرعت: تشخیص سرعت با دنباله ای از عکس‌ها ۳) فاصله مچ دست تا دهان ۴) زاویه سر ۵) فاصله افقی کف دست تا بدن ۶) زاویه بین بازو و بدن فرد ۷) طول گام فرد ۸) فاصله بین دو قدم فرد

E	تعداد پاره خط‌ها یا اضلاع تعداد زوایا بین خطوط میزان خمیدگی خطوط
F	زوايا بین پاره خط‌ها تعداد اضلاع
G	طول اضلاع زوايا
H	طول شعاع یا طول پاره خط عمود بر دایره در هر نقطه از محیط آن که داخل دایره قرار می‌گیرد.
I	طول ضلع‌ها زوايا بین اضلاع
J	تعداد اضلاع زوايا بین اضلاع

## question ۲)

Part A)



Part B)





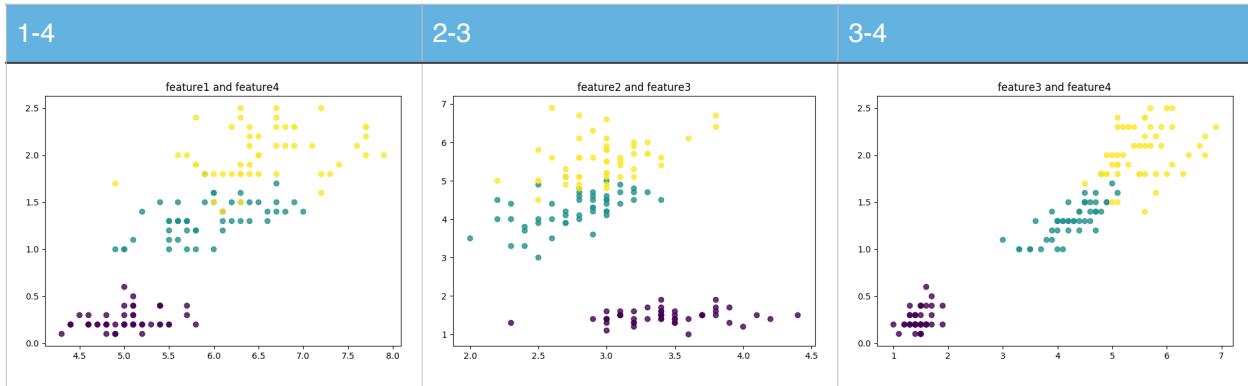
### Part C)

در حالت اول، تبدیل اول و دوم کلاس بنفسن رنگ را نسبت به بقیه تبدیل‌ها بهتر از دو کلاس دیگر جدا می‌کنند. در هر چهار تبدیل نیز کلاس سبز و زرد قابل جداسازی نیست.

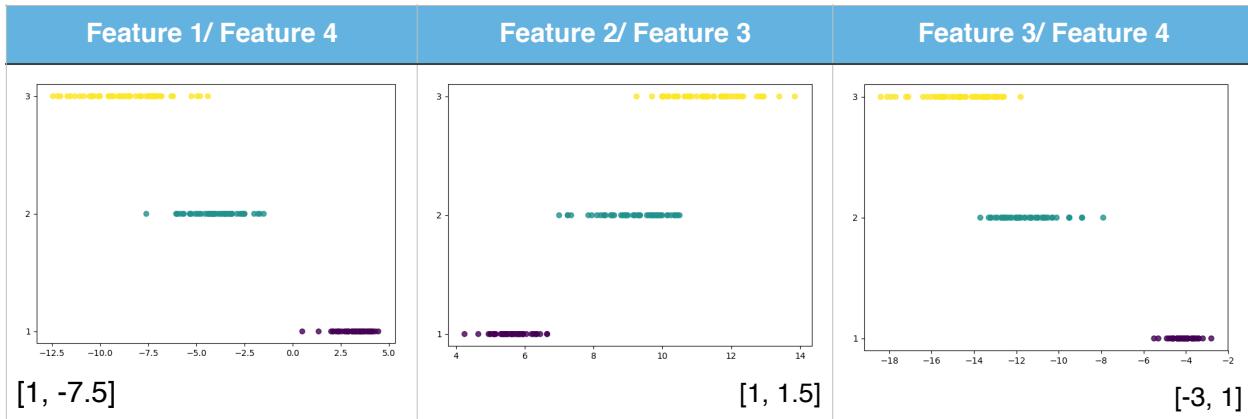
در حالت دوم نیز تبدیل چهارم عملکرد بهتری داشته و کلاس بنفسن رنگ را از بقیه به خوبی جدا می‌کند، اما کلاس سبز و زرد همچنان همپوشانی دارد.

در حالت سوم نیز تبدیل دوم کلاس بنفسن رنگ را از بقیه تا حد خوبی خوبی جدا کرده اما همچنان دو کلاس سبز و زرد همپوشانی دارد و قابل تشخیص نیستند.

## Part D)



## Part E)



## question 4)

A) range of X

$$X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$$

B) probability mass function

$$P(X=a) = [3 * (a-1)^{12} + 3 * (a-1) + 1] / (12^{12})$$

X	P(X)
1	$1 / (12^{12})$
2	$7 / (12^{12})$
3	$19 / (12^{12})$
4	$[3 * 9 + 3 * 3 + 1] / (12^{12}) = 37 / (12^{12})$
5	$[3 * 16 + 3 * 4 + 1] / (12^{12}) = 61 / (12^{12})$
6	$[3 * 25 + 3 * 5 + 1] / (12^{12}) = 91 / (12^{12})$
7	$[3 * 36 + 3 * 6 + 1] / (12^{12}) = 127 / (12^{12})$
8	$[3 * 49 + 3 * 7 + 1] / (12^{12}) = 169 / (12^{12})$
9	$[3 * 64 + 3 * 8 + 1] / (12^{12}) = 217 / (12^{12})$
10	$[3 * 81 + 3 * 9 + 1] / (12^{12}) = 271 / (12^{12})$
11	$[3 * 100 + 3 * 10 + 1] / (12^{12}) = 331 / (12^{12})$
12	$[3 * 121 + 3 * 11 + 1] / (12^{12}) = 397 / (12^{12})$

### C) Cumulative Distribution Function:

X	cdf(X)
1	$1 / (12^3)$
2	$7+1 / (12^3)$
3	$19 + 7+1 / (12^3)$
4	$37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
5	$61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
6	$91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
7	$127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
8	$169 + 127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
9	$217 + 169 + 127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
10	$271 + 217 + 169 + 127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
11	$331 + 271 + 217 + 169 + 127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$
12	$397 + 331 + 271 + 217 + 169 + 127 + 91 + 61 + 37 + 19 + 7+1 / (12^3)$

### D) mean of X:

$$(1*1 + 2*7 + 3*19 + 4*37 + 5*61 + 6*91 + 7*127 + 8*169 + 9*217 + 10*271 + 11*331 + 12*397) / (12^3) = 9.47$$

### variance of X:

$$\begin{aligned} & (12 * (9.47)^2 + [1+4+9+\dots+144] - 2 * 9.47 * [1+2+3+\dots+12]) / 12 = [1+76.17+85+ \\ & 1477.32] / 12 \\ & = 20.73 \end{aligned}$$

E)

X	max	P(X)
-1	1	1/16
0	2	3/16
1	3	5/16
2	4	7/16

$$E(X) = -1 \cdot \frac{1}{16} + 0 \cdot \frac{3}{16} + 1 \cdot \frac{5}{16} + 2 \cdot \frac{7}{16} = 1.125$$

F)

Y	P(Y)
1	7/16
2	5/16
3	3/16
4	1/16

$$E(Y) = 1 \cdot \frac{7}{16} + 2 \cdot \frac{5}{16} + 3 \cdot \frac{3}{16} + 4 \cdot \frac{1}{16} = 2.125$$

$$\text{i) Var}(Y) = (4 \cdot (1.125 - 2.125)^2 + (1+4+9+16) - 4 \cdot 1.125 \cdot (1+2+3+4)) / 4 = 1.640625$$

$$\text{h) Var}(x) = [4 \cdot (1.125 - 2.125)^2 + (1+4+9+16) - 4 \cdot 1.125 \cdot (1+2+3+4)] / 4 = 1.640625$$

X-Y	P(X-Y)
-2	4/16
-1	6/16
0	4/16
1	2/16

$$\text{g) } E[X-Y] = -8-8+2 / 16 = -12/16 = -0.75$$

j)  $\text{Var}[X-Y] = \mathbb{E}[(X-Y)^2] = \mathbb{E}[X^2] + \mathbb{E}[Y^2] - 2\mathbb{E}[XY]$

$$\mathbb{E}[X^2] = \frac{1}{4} * (1+2+3+4+5+6+7+8) = \frac{1}{4} * 36 = 9$$

$$\mathbb{E}[Y^2] = \frac{1}{4} * (1+4+9+16+25+36+49+64) = \frac{1}{4} * 200 = 50$$

$$\mathbb{E}[XY] = \frac{1}{4} * (1*1+2*2+3*3+4*4+5*5+6*6+7*7+8*8) = \frac{1}{4} * 200 = 50$$

$$\text{Var}[X-Y] = 9 + 50 - 2 * 50 = 9$$

k) integral of  $f(x)$  must be one then:

$$\int_{-1}^2 C(n^2 + n + 1) dx = 1$$

$$C(2 - (-1)) = 1$$

$$C = 1/3$$

L) mean of  $x = \text{integral of } x * f(x) dx$

$$\mathbb{E}[X] = \int_{-1}^2 x * C(n^2 + n + 1) dx = C * \int_{-1}^2 (n^2 + n + 1) dx = C * \frac{1}{3} * (n^3 + \frac{3}{2}n^2 + n)|_{-1}^2 = C * \frac{1}{3} * (8 + 6 + 2 - (-1 - \frac{3}{2} - 1)) = C * \frac{1}{3} * 12 = 4$$

M)

$$\begin{aligned} E[X^2 + 2X] &= E[X^2] + 2E[X] = \int_{-1}^2 C(n^2 + n + 1) n^2 dx + \\ &\quad 2 \int_{-1}^2 C(n^2 + n + 1) n dx = \int_{-1}^2 C \times (n^4 + 3n^3 + 3n^2 + n) dx \\ &\stackrel{15}{=} C \times \left[ \frac{n^5}{5} + \frac{n^5}{5} + \frac{3}{4}n^4 + \frac{3}{3}n^3 + n^2 \right]_{-1}^2 = C \times \left[ \frac{32}{5} + 12 + 8 + 4 \right] - \\ &\quad \left[ \left( -\frac{1}{5} + \frac{3}{4} - 1 + 1 \right) \right] = C \left[ \frac{32}{5} + 24 - \frac{11}{20} \right] = \frac{C}{15} \times \left( \frac{117}{20} + 24 \right) \end{aligned}$$

N)

$$\text{pdf} = \frac{1}{111} \times \left[ \frac{1}{\sqrt{n}} + \sqrt{n} \right] = \frac{1}{\sqrt{n}} + C\sqrt{n} = \frac{1}{10\sqrt{n}} + \frac{1}{10}\sqrt{n}$$

O)

$$P(Y \leq n) = P(X^2 \leq n) = P(-\sqrt{n} \leq X \leq \sqrt{n}) \stackrel{\textcircled{1}}{=} P(X \leq \sqrt{n}) - \frac{1}{14}$$

$\textcircled{2} \quad P(-x < \sqrt{n})$

$\textcircled{1} = C \int_{-1}^{\sqrt{n}} (n^2 + n + 1) dn = C \left[ \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + n \right]_{-1}^{\sqrt{n}} = C \left( \frac{5}{6}n^3 + \frac{n\sqrt{n}}{2} + \frac{n}{2} \right) \stackrel{\textcircled{16}}{=} \stackrel{\textcircled{17}}{=}$

$\textcircled{2} = C \int_{-\sqrt{n}}^2 (n^2 + n + 1) dn = C \left[ \frac{n^3}{3} + \frac{n^2}{2} + n \right]_{-\sqrt{n}}^2 =$

$C \left[ \frac{20}{3} + \sqrt{n} + \frac{n\sqrt{n}}{3} - \frac{n}{2} \right]$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} = C \left[ \frac{2\sqrt{n} + 2n\sqrt{n}}{3} + \frac{15}{2} \right] = \frac{4}{15}\sqrt{n} + \frac{4}{95}n\sqrt{n} + 1$

$\textcircled{14}$

M T W T F S S

## question 5)

A)

$$C = > 1 = C(1+1+1+\gamma + 1+\delta + 1\gamma + 1 + 1\delta + \gamma + 1\gamma + \delta) = C(\gamma * 1\gamma + \delta * 1) = 1$$

$$C = 1/111$$

B)

$$\begin{aligned} P(Y < X) &= P(y=1, x=\gamma) + P(y=1, x=\delta) + P(y=\gamma, x=\delta) \\ &= C(1+\gamma) + C(1+\delta) + C(1\gamma + \delta) \\ &= C(\gamma\gamma) \\ &= \gamma\gamma/111 \end{aligned}$$

C)

$$\begin{aligned} P(Y > X) &= C(1+1\gamma) + C(\gamma + 1\delta) \\ &= \gamma\gamma/111 \end{aligned}$$

$$D) P(Y=X) = C(1+1) = 1/111$$

$$\begin{aligned} E) P(Y=\gamma) &= C(1\gamma + 1 + 1\gamma + \gamma + 1\gamma + \delta) \\ &= C(\gamma\gamma) \\ &= \gamma\gamma/111 \end{aligned}$$

F)  $P_x(X) = \text{integral of } P_{x,y}(X,Y) \text{ on different values of } Y$

$$\begin{aligned} P_x(X) &= C(x^\gamma \gamma + 1) + C(x^\gamma \gamma + 1\delta) \\ &= C(\gamma * x^\gamma \gamma + 1\gamma) \end{aligned}$$

$$P_y(Y) = C(\gamma * y^\gamma \gamma + \gamma * 1)$$

G)

XY	P(XY)
1	C(2)

XY	P(XY)
2	C (5)
5	C (26)
4	C (17)
8	C (20)
20	C (41)

$$E[XY] = (2C + 1 \cdot C + 13 \cdot C + 8 \cdot C + 16 \cdot C + 82 \cdot C) = 1 \cdot .72$$

H)

X	P(X)	Y	P(Y)
1	19C	1	33C
2	25C	4	78C
5	67C		

$$E[x] = C (33\Delta + 5\cdot + 19) = C * 4 \cdot 4 = 3.64$$

$$\text{var}[x] = (3 * (C * 4 \cdot 4)^{1/2} + (3 \cdot ) - 2 * C * 4 \cdot 4 * \lambda) / 3 \\ = 3.83$$

$$E[y] = C * 34\Delta = 3.1 \cdot$$

$$\text{var}[Y] = [ 2 * (C * 34\Delta)^{1/2} + 17 - 2 * C * 34\Delta * \lambda ] / 2 \\ = 2.66$$

b)

109 - 208

$$7 \quad \text{Var}(n|A) \geq E[X_{|A}]^2 - E[X_{|A}]^2 = \sum_m m^2 p(m|A) -$$

$$8 \quad \textcircled{1} \quad [ \sum_m m p(m|A) ]^2$$

$$9 \quad \textcircled{2} \quad \Rightarrow 1 \times p(n=1, y=1) + 2 \times p(n=2, y=1) + 5 \times p(n=5, y=1)$$

$$10 \quad + 5 \times p(n=5, y=4) = C(11+130+205) = 346 \times C$$

$$11 \quad \textcircled{3} \quad = 1 \times p(n=1, y=1) + 4 \times p(n=2, y=1) + 25 \times p(n=5, y=1)$$

$$12 \quad + 25 \times p(n=5, y=4) = C(1686)$$

$$13 \quad 14 \quad 15 \quad 1686C - \underline{(346C)^2} = 5.479$$

$$15.18 - 9.71$$

J)  $k=1$

15Y-2+8

$$\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{K}{\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} \times e^{-\frac{y^2}{2}} dx dy + \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 \frac{K}{\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} e^{-\frac{y^2}{2}} dx dy =$$
$$\frac{2K}{\pi} \times \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{2\pi}}{2} e^{-\frac{y^2}{2}} dy = \frac{2K}{\pi} \times \frac{\sqrt{2\pi}}{2} \times \frac{1}{2} \sqrt{2\pi} \Rightarrow K = 1$$

K)

06

$$f_X(m) = \begin{cases} \int_0^m \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \times e^{-\frac{y^2}{2}} dy & m > 0 \\ \int_{-\infty}^0 \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \times e^{-\frac{y^2}{2}} dy & m < 0 \end{cases}$$

$$f_X(m) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m^2}{2}} & m > 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m^2}{2}} & m < 0 \end{cases}$$

هر د تابع  $f_Y(y) \rightarrow f_X(m)$  فرمت کاین کادوس یا نرمال باراند

$$P(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(m-u)^2}{2\sigma^2}}$$

$$f_X(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{m^2}{2}} \leftarrow u=0, \sigma=1$$

داصن هر د تابع منز  $m+u, -\sigma$

$$f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}} \leftarrow u=0, \sigma=1$$

L)

M) no, they are dependent

$$f_X(x) \cdot f_Y(y) = \frac{1}{2\pi} e^{\frac{-x^2-y^2}{2}} \neq \frac{1}{\pi} e^{\frac{-x^2-y^2}{2}}$$

M	T	W	T	F	S	S
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

N) correlated

$$10. E[XY] - E[X]E[Y] = \frac{2}{\pi} \quad \leftarrow \text{correlated}$$

$$11. E[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} n e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0$$

12.

$$13. E[Y] = 0$$

$$14. E[XY] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} n x e^{-\frac{y^2}{2}} dy dx$$

15.

$$16. + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{x^2}{2}} n e^{-\frac{y^2}{2}} dy dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{y^2}{2}} \left[ -e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} dy$$

17.

$$+ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{y^2}{2}} y \left[ -e^{-\frac{x^2}{2}} \right]_{-\infty}^{+\infty} dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{y^2}{2}} y dy - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\pi} e^{-\frac{y^2}{2}} y dy$$

$$= \frac{1}{\pi} \left\{ -e^{-\frac{y^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} + e^{-\frac{y^2}{2}} \Big|_{-\infty}^{+\infty} \right\} = \frac{1}{\pi} [1+1] = \frac{2}{\pi}$$

O)

23 Wed. | الأربعاء | ١

١٥٥ - ٢.٩

$f_{X|Y}(x|y) = \frac{f_{X,Y}(x,y)}{f_X(y)} = \frac{\frac{1}{\pi} e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{y^2}{2}}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \times e^{-\frac{x^2}{2}}$

P)

No it is not a gaussian distribution. Gaussian distribution for a distribution with mean =  $\mu$  and variance  $\sigma^2$  is:  $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

## question 6)

A)

$$\bar{x}_1 = \frac{7}{10}, \quad \bar{x}_2 = \frac{2}{10}, \quad \bar{x}_3 = 0$$

$$\text{var}(X) = \frac{(1-\bar{x})^2 \times 3 + (0-\bar{x})^2 \times 2 + (-1-\bar{x})^2 \times 2 + (2-\bar{x})^2 \times 3}{9}$$

$$= \frac{0.127 \times 3 + 0.198 \times 2 + 5.78 \times 2 + 9.507 \times 3}{9} = \frac{1.09 \times 3 + 0.49 \times 2 + 2.89 \times 2 + 1.69 \times 3}{9} = 1.34$$

16

$$\text{covar}(X_2, X_3) = \left[ \left( 1 - \frac{2}{1} \right) \times 0 + \left( -2 - \frac{2}{1} \right) \times -1 + \left( 0 - \frac{2}{1} \right) \times -2 + \left( -1 - \frac{2}{1} \right) \times 0 + \left( -1 - \frac{2}{1} \right) \times 1 + \left( 0 - \frac{2}{1} \right) \times -2 + \left( 2 - \frac{2}{1} \right) \times 0 + \left( -2 - \frac{2}{1} \right) \times 2 + \left( 1 - \frac{2}{1} \right) \times 1 + \left( 2 - \frac{2}{1} \right) \times 1 \right] / 9$$

$$\Rightarrow 2.2 + .4 + (-1.2) + .4 - .4 + .18 + 1.8 = \frac{4.8}{9} = .44$$

$$\text{var}(X_2) = 1.73, \quad \text{var}(X_3) = 1.77$$

$$\text{covar}(X_1, X_2) = -1.26, \quad \text{covar}(X_1, X_3) = -0.133$$

$$\begin{bmatrix} 1.34 & -1.26 & -0.133 \\ -1.26 & 1.73 & 0.44 \\ -0.133 & 0.44 & 1.77 \end{bmatrix}$$

M	T	W	T	F	S	S
1	2	3	4	5	6	
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27

شهادت حضرت امام محمد باقر (ع) ۱۱۴ هـ ق

B)

۲۴ هفت  
۱۸۱ - ۲۰۴

$$7. r_{XY} = \frac{S_{XY}}{S_X S_Y} \rightarrow r_{1,2} = \frac{-126}{\sqrt{1,34} \times \sqrt{1,73}} = -0,1707$$
$$8. r_{1,3} = \frac{-0,33}{\sqrt{1,34} \times \sqrt{1,77}} = -0,2142$$
$$9. r_{2,3} = \frac{0,44}{\sqrt{1,73} \times \sqrt{1,77}} = 0,25144$$

C)

با توجه به این که واریانس بعد سوم از همه بیشتر است می‌توان گفت پراکندگی داده‌ها در این بعد بیشتر از بقیه ابعاد است.

D)

$$Ae = \lambda e, Ae = \lambda I e, (A - \lambda I)e = 0$$

$$\det(A - \lambda I) = 0$$

$$\begin{vmatrix} 1,34 - \lambda & -0,26 & -0,33 \\ -0,26 & 1,73 - \lambda & 0,44 \\ -0,33 & 0,44 & 1,77 - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

$$(1,34 - \lambda) \{ (1,73 - \lambda) (1,77 - \lambda) - 0,44^2 \} + 0,26 \{ (-0,26) \times (1,77 - \lambda) - (0,44 \times -0,33) \} - 0,33 \times [ -0,26 \times 0,44 + 0,33 \times (1,73 - \lambda) ]$$

$$\Rightarrow \lambda_1 = 1,156, v_1 = [2,125, 0,213, 1]$$

$$\lambda_2 = 1,313, v_2 = [-0,342, -1,285, 1]$$

$$\lambda_3 = 2,371, v_3 = [-0,564, 0,928, 1]$$

$$\cos \angle v_3 v_2 = \frac{v_3 \cdot v_2}{\|v_3\| \|v_2\|} = 0,000166$$

$$\cos \angle v_1 v_2 = -0,00024$$

2	4	2	0	3	5	0
6	0	4	2	2	1	
1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1	1
4	1	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1	1

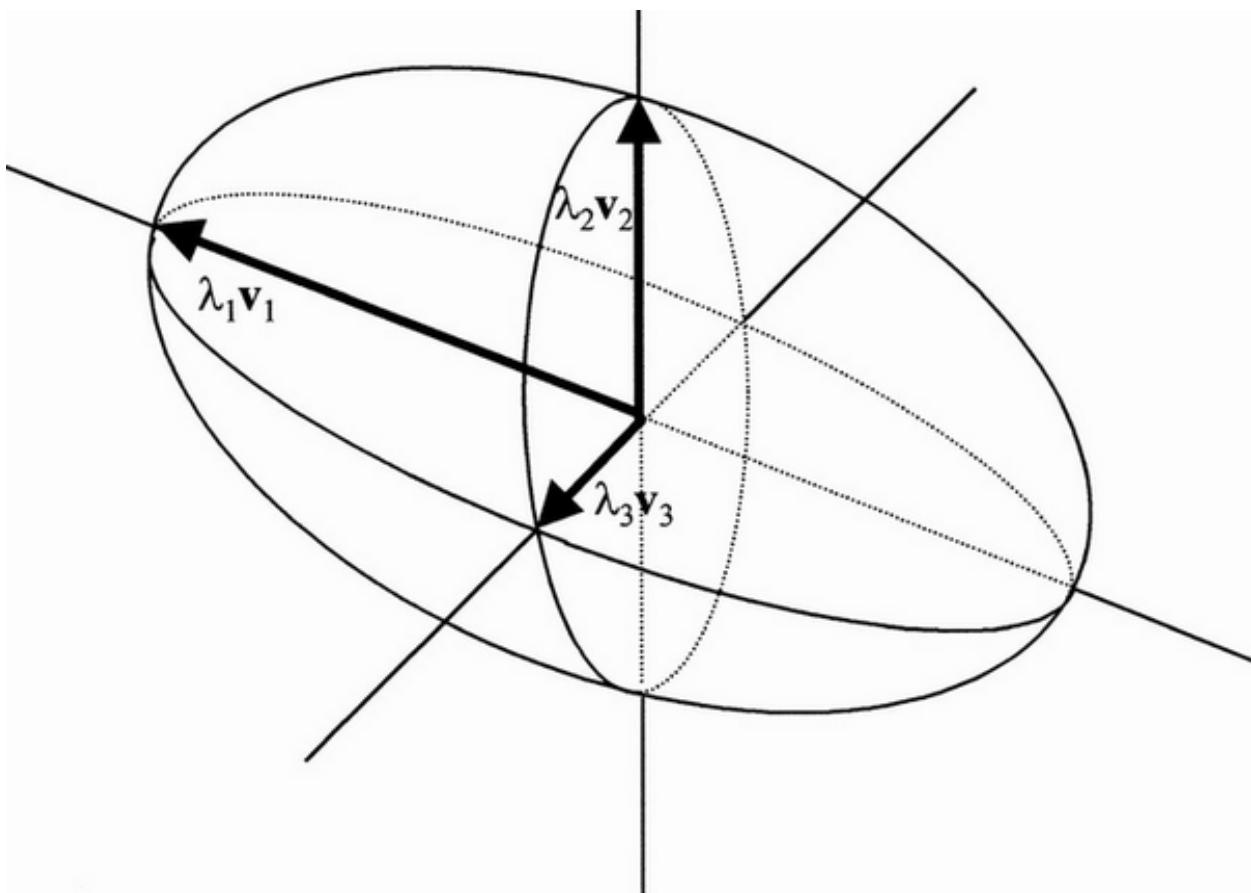
$$\cos \angle v_1 v_2 = -0,0001159$$

According to the calculations, these three eigenvectors are orthogonal. Eigenvectors of a covariance matrix are **the directions in which the data varies the most**. The first eigenvector is the direction in which the data varies the

most, the second eigenvector is the direction of greatest variance among those that are orthogonal to the first eigenvector, the third eigenvector is the direction of greatest variance among those orthogonal to the first two, and so on.

The largest eigenvector of a covariance matrix points into the direction of the largest variance. All other eigenvectors are orthogonal to the largest one.

Example:



In this case, imagine that all of the data points lie within the ellipsoid.  $v_1$ , the direction in which the data varies the most, is the first eigenvector ( $\lambda_1$  is the corresponding eigenvalue).  $v_2$  is the direction in which the data varies the most *among those directions that are orthogonal to  $v_1$* . And  $v_3$  is the direction of greatest variance among those directions that are orthogonal to  $v_1$  and  $v_2$  (though there is only one such orthogonal direction).

Ref: <https://www.quora.com/What-is-an-eigenvector-of-a-covariance-matrix>

E)

100 - 110

transformer is:  $\begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (\lambda_1)^{-\frac{1}{2}} & 0 & 0 \\ 0 & (\lambda_2)^{-\frac{1}{2}} & 0 \\ 0 & 0 & (\lambda_3)^{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$

**105**  $\begin{bmatrix} 2.1285 & -0.342 & -0.564 \\ 0.213 & -1.285 & 0.928 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1.156}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{1.313}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2.371}} \end{bmatrix}$

13.

F)

G)

$A\vec{v} = \lambda\vec{v}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 6 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 \\ +20 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \lambda \\ \downarrow \\ -4 \end{array} \times \vec{v} \quad \checkmark$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -9 \\ +11 \end{bmatrix} \neq \lambda \times \vec{v}$$

$\vec{v}$  is eigenvector of  $A$  but  $\vec{m}$  is not.

H)

٢٩ السبت | Sat. 19

٢٣ حل

$$10 \quad \|A - \lambda I\|_2 = \begin{bmatrix} 1-\lambda & 6 \\ 5 & 2-\lambda \end{bmatrix} \rightarrow (1-\lambda)(2-\lambda) - 30 = 0$$

$$9 \quad (1-7)(2-7) = 30 \quad \checkmark$$

$$10 \quad Av = \lambda v \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} v_{n_1} \\ v_{n_2} \end{bmatrix}$$

$$13 \quad n_1 + 6n_2 = v_{n_1} \rightarrow n_2 = n_1$$

$$14 \quad \omega n_1 + r n_2 = v_{n_2} \rightarrow n_1 = n_2$$

$$15 \quad v = [1, 1]$$

16

$$17 \quad 2 + \lambda^2 - 3\lambda - 30 = 0 \rightarrow \lambda^2 - 3\lambda - 28 = 0 \quad \lambda_1 = 4 \quad \lambda_2 = 7$$

I)

٢٣ - ٢٠٢

$$7 \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 & x_2 \\ x_3 & x_4 \end{bmatrix}^T = A$$

٩  
١٠

$$P = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 1 \end{bmatrix}$$

١١  
١٢

$$\exp(A) = P X \begin{bmatrix} e^{1/2} & 0 \\ 0 & e^7 \end{bmatrix} P^{-1} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{6}{11}e^{1/2} + \frac{5}{11}e^7 & -\frac{6}{11}e^{1/2} + \frac{6}{11}e^7 \\ -\frac{5}{11}e^{1/2} + \frac{5}{11}e^7 & \frac{5}{11}e^{1/2} + \frac{6}{11}e^7 \end{bmatrix}$$

١٤

J)

١٤٨ - ١١٧

$$A = P D P^{-1}, P = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times D = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

١٥

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 & 4 \\ -2 & 4 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & 1 & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & -1 & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

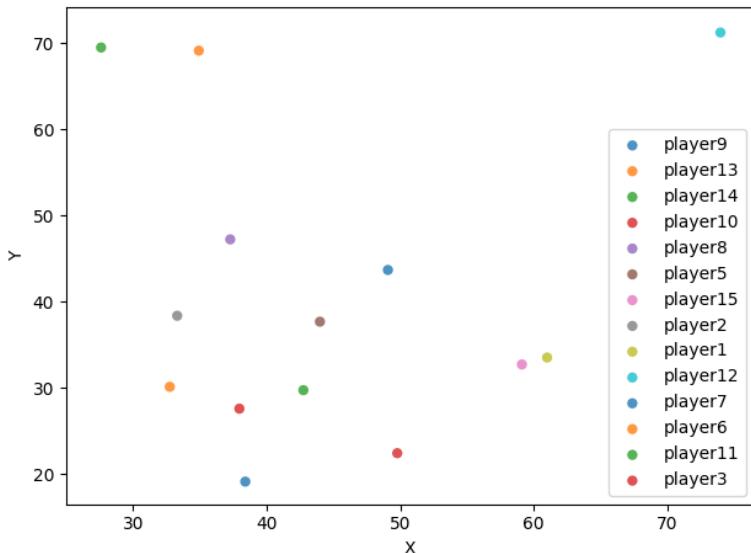
١٦

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -6 & -3 \\ 13 & -2 & -3 \\ 3 & -6 & 1 \end{bmatrix}$$

١٧  
١٨  
١٩  
٢٠

## question 6)

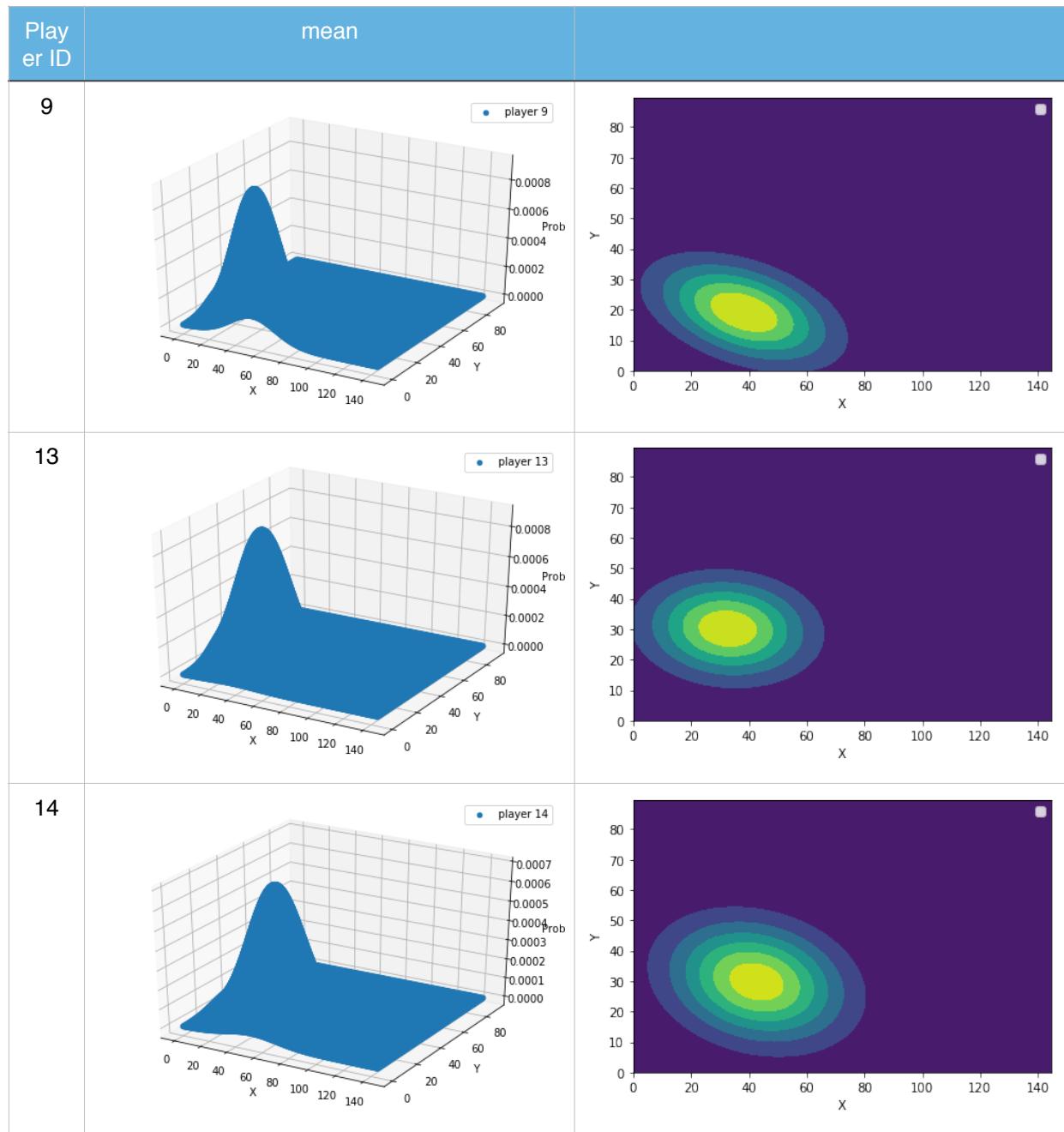
A)

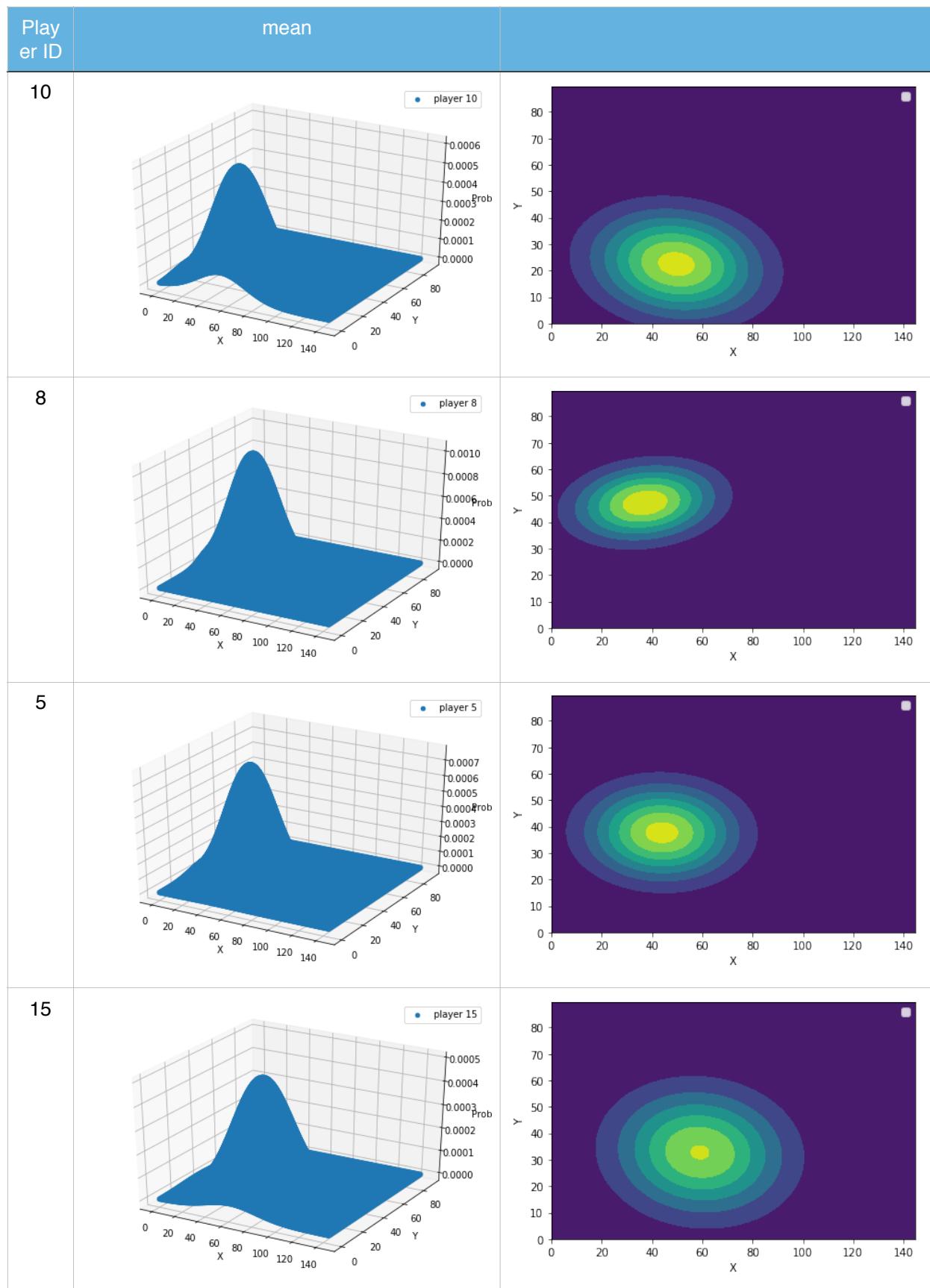


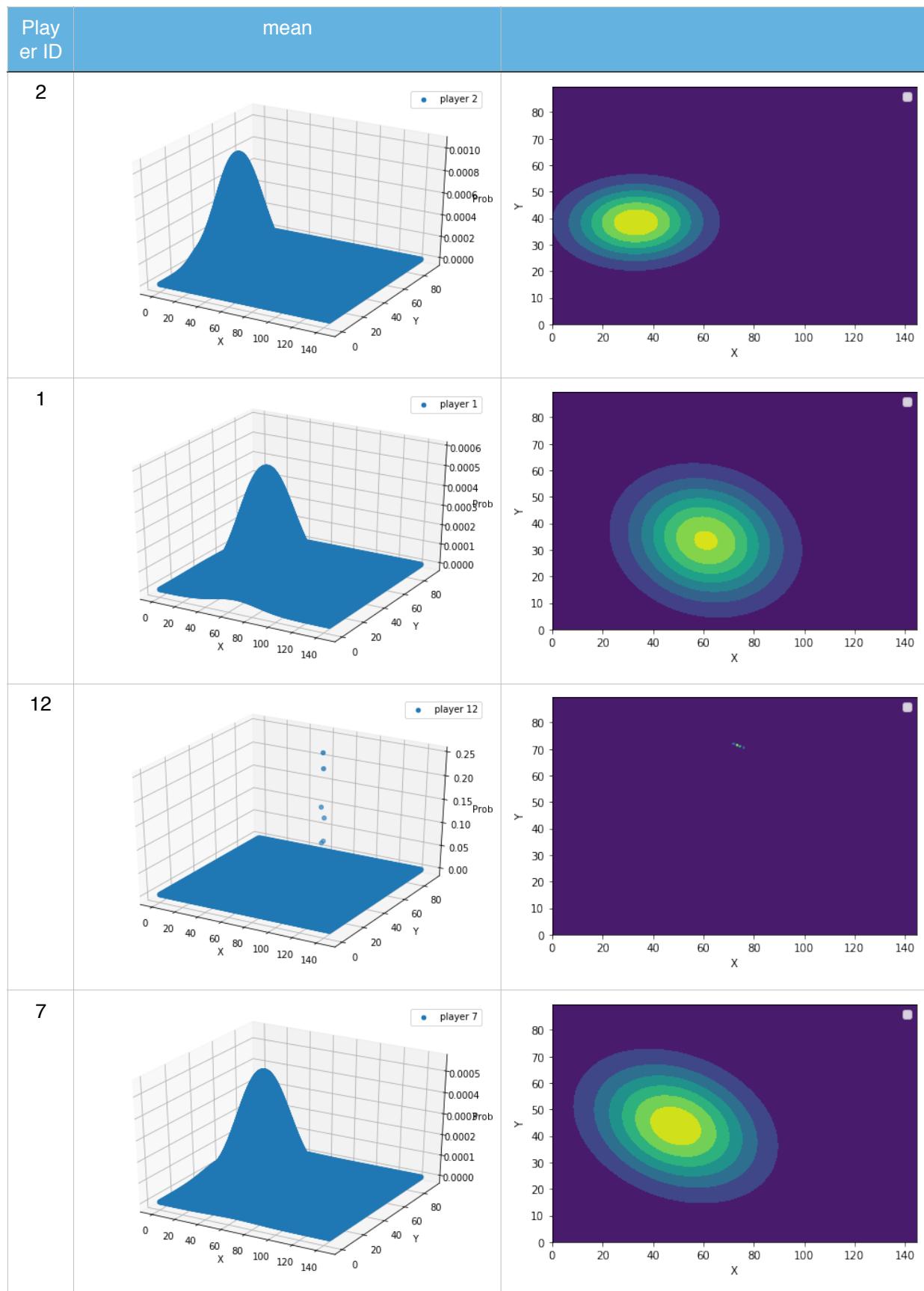
Player ID	mean	covariance
9	[38.39837064251413, 19.164837174824523]	[[355.1330666 -84.40749922] [-84.40749922 108.43894044]]
13	[32.740086199036, 30.16125196673294]	[[313.24058073 -15.92533343] [-15.92533343 106.29465933]]
14	[42.74584054161417, 29.771464719471947]	[[371.03625754 -49.1358891 ] [-49.1358891 158.04268805]]
10	[49.77859827290376, 22.46277549141649]	[[446.7099114 -33.35315941] [-33.35315941 164.40441028]]
8	[37.26917828671856, 47.26113390868498]	[[312.69489226 25.81248779] [ 25.81248779 80.83107851]]
5	[43.98551856975734, 37.714688425829095]	[[359.22222054 -4.46705971] [-4.46705971 129.14886405]]
15	[59.11018938565812, 32.75361944364471]	[[471.29399862 -21.73061822] [-21.73061822 228.20383144]]
2	[33.29703601602531, 38.402794036462474]	[[285.16056591 1.85667032] [ 1.85667032 84.73183193]]
1	[60.99902381353848, 33.558495331055305]	[[366.52637547 -36.05664157] [-36.05664157 212.62099602]]

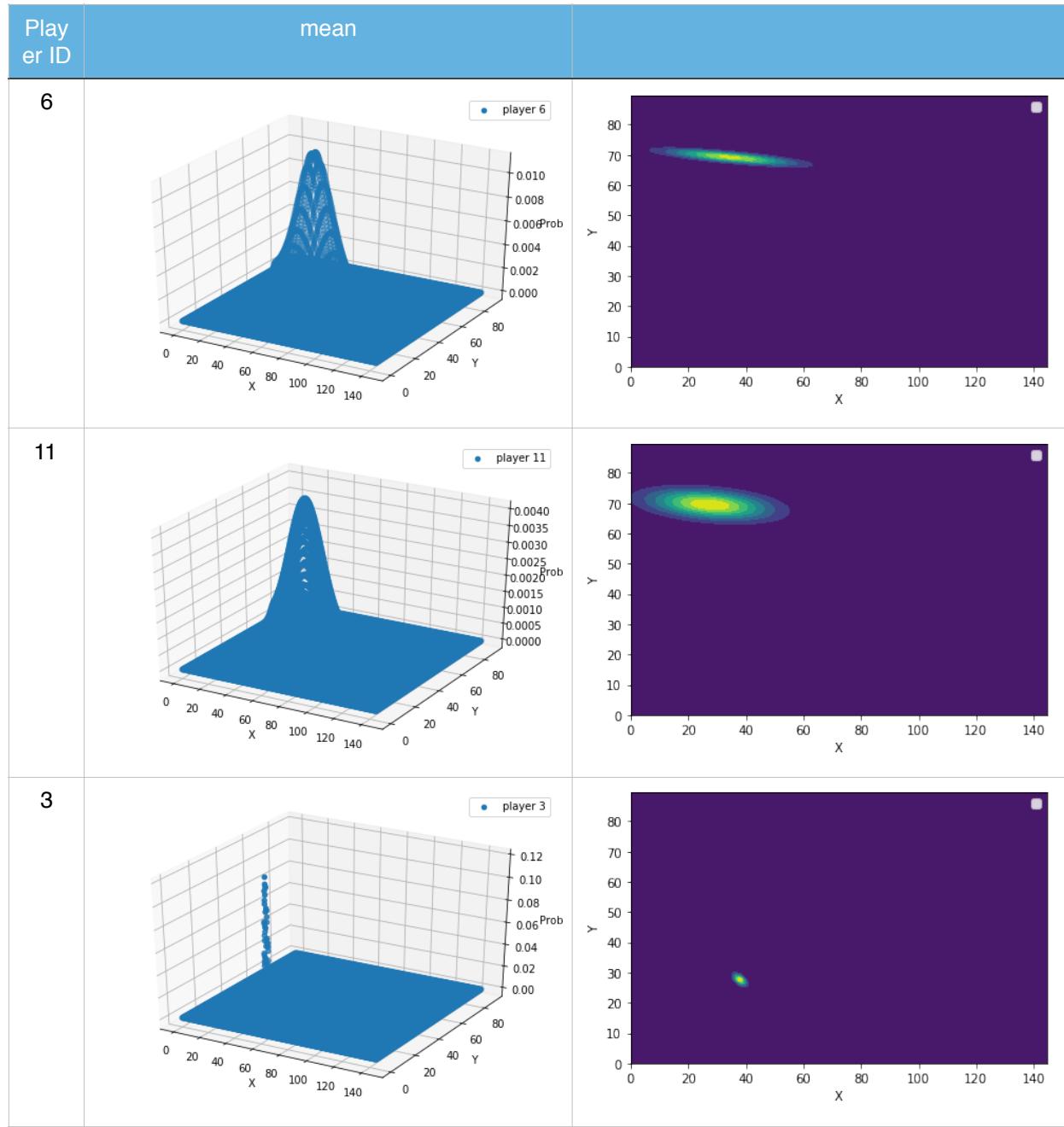
Player ID	mean	covariance
12	[73.98052773137462, 71.2575261511018]	[[ 1.15441082 -0.39581432] [-0.39581432 0.13677998]]
7	[49.077914075351686, 43.716421158174235]	[[427.95228857 -80.9937581 ] [-80.9937581 220.42509892]]
6	[34.917692635909, 69.15321214271096]	[[202.17525303 -17.72143684] [-17.72143684 2.60864538]]
11	[27.59522228127064, 69.5173711190985]	[[182.82886335 -14.19383892] [-14.19383892 10.03629854]]
3	[37.95296351875809, 27.625767141009057]	[[ 1.97367266 -0.96462448] [-0.96462448 1.41628328]]

B)







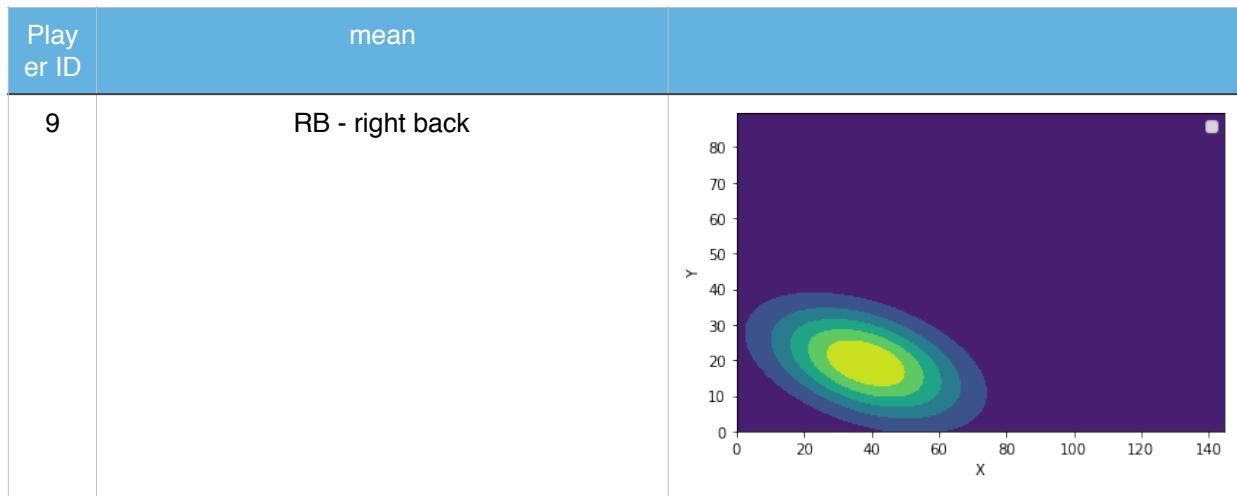


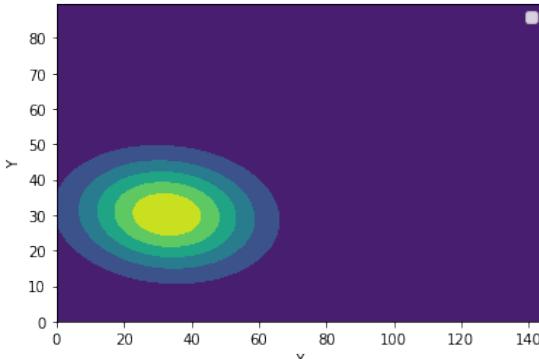
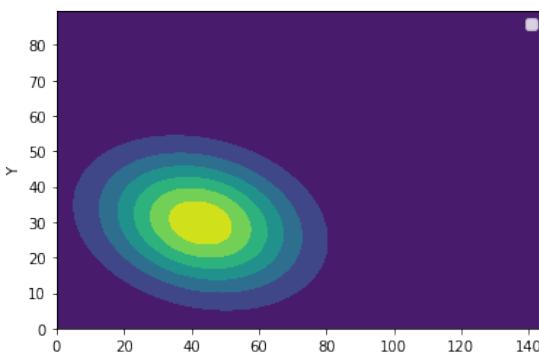
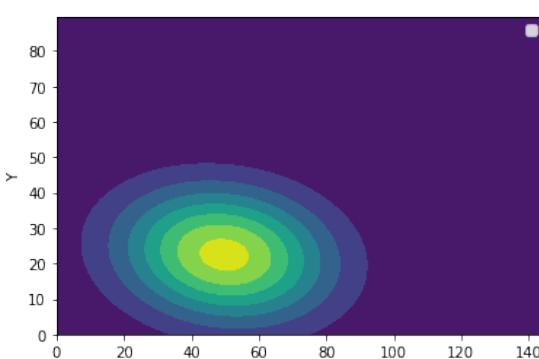
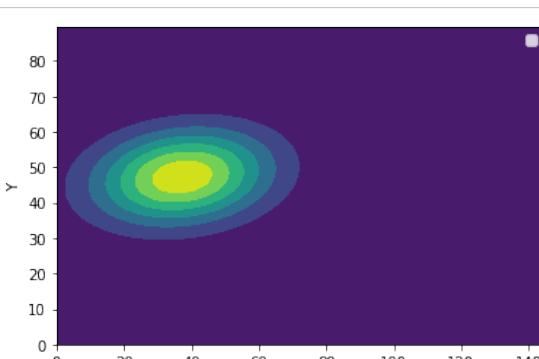
covariance and mean is reported in the previous part.

C)

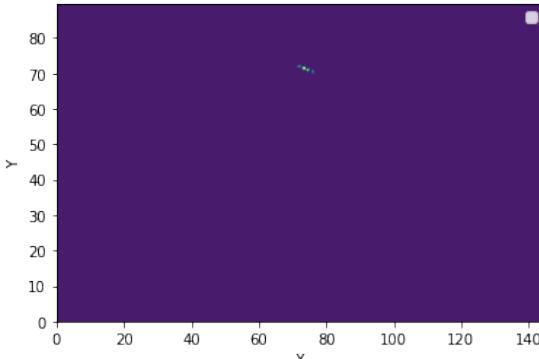
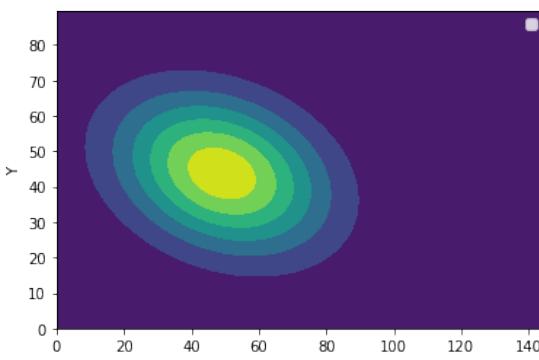
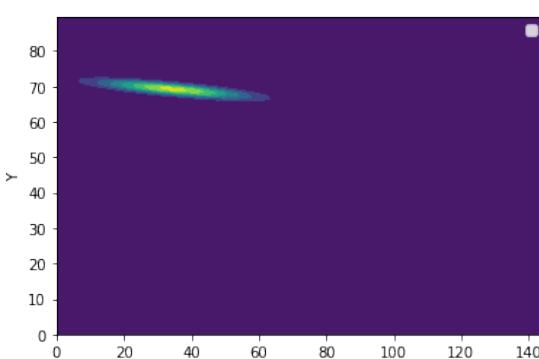
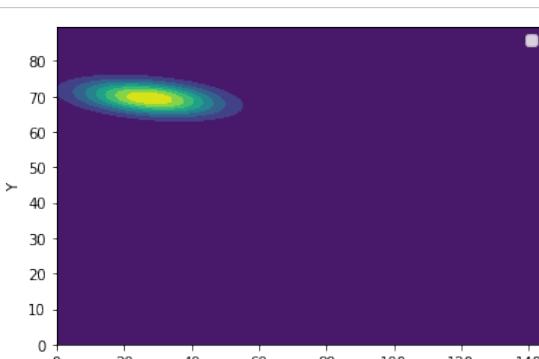
player ID	Location	Prob
9	40.3386 : 25.375	0.0006947015137165247
	46.9354 : 18.2427	0.0008051575395930523
	9.7398 : 19.2529	0.00021887132109869124
3	38.5499 : 27.2891	0.1063746843779627
	35.0919 : 30.046999999999997	0.008422242870660918
	38.2194 : 28.5856	0.06103960495573321
15	71.9684 : 49.1073	0.00021692760488564847
	78.1409 : 63.868	3.482689768796979e-05
	49.1788 : 26.8176	0.0004003597080399088

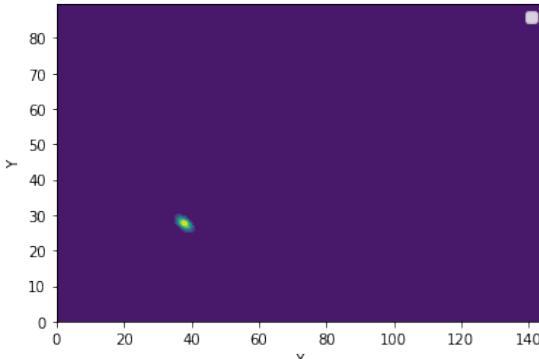
D)



Player ID	mean	
13	GK - Goal Keeper	
14	RB - Right back	
10	DM -Defensive midfield	
8	left back (LB)	

Player ID	mean	
5	CB CB (center back)	
15	CM (center midfield)	
2	SW - Sweeper	
1	Attacking midfield - AM	

Player ID	mean	
12	LW - left winger	
7	LWB- left Wing-back	
6	left back LB	
11	left back LB	

Player ID	mean	
3	CB center back	 A scatter plot showing the mean position for Player ID 3. The x-axis is labeled 'X' and ranges from 0 to 140 with major ticks every 20 units. The y-axis is labeled 'Y' and ranges from 0 to 80 with major ticks every 10 units. There are three data points represented by colored squares: a small yellow square at approximately (38, 28), a larger cyan square at approximately (45, 28), and a small red square at approximately (140, 85). The background is dark purple.

## question 8)

A)

در دسته‌بندی هدف پیش‌بینی یکی از کلاس‌های موجود یا یک عدد از میان مجموعه اعداد گسترش است. در رگرسیون هدف تخمین یک عدد در یک فضای پیوسته است. رگرسیون را می‌توان یک مسئله دسته‌بندی در فضای پیوسته دانست. همچنین در برخی مدل‌های دسته‌بند احتمال تعلق به هر یک از کلاس‌ها با یک عدد در فضای پیوسته محاسبه می‌شود.

B)

ممکن است کیفیت تصویر اسکن شده پایین بیاید، از طرفی نیز ممکن است که سیستم OCR در تشخیص حروف متن اشتباه کند و فایل تکست در ارسال خراب شود. اما از آنجایی که ویرایش و کار کردن با فایل text آسان‌تر است، در مواقعي که درصدی از خطای برای ما قابل چشم‌پوشی باشد، استفاده از سیستم OCR و ارسال فایل text ترجیح داده می‌شود. ولی در مواقعي که صحت فایل ارسالی برای ما بسیار مهم است، بهتر است از تصویر اسکن شده آن برای ارسال استفاده شود.

C)

در مسئله تشخیص الگو، ممکن است برای یک الگو چند جواب با احتمال نزدیک وجود داشته باشد، در واقع ممکن است هر مسئله یک جواب منحصر به فرد نداشته باشد. همچنین ممکن است در الگو با ویژگی‌های اولیه‌ای که کاملاً مشابه نیست، یک جواب داشته باشد. همچنین راه حل‌ها در این مسئله stable نیستند. در واقع سه شرط زیر که برای well-posed بودن یک مسئله لازم است، برای مسئله تشخیص الگو وجود ندارد:

a solution exists,

the solution is unique,

the solution's behavior changes continuously with the initial conditions.

D)

تشخیص سیستم‌های OCR به کیفیت ورودی وابسته است. برای مثال هر چه نوشه و واضح‌تر و منطبق با الگوی دخیره‌شده در OCR باشد، تشخیص این سیستم درست و قابل اعتمادتر است. برای مثال در ورودی ناخوانا که مطابق با الگوی اصلی نباشد، سیستم در تشخیص حروف (S و O)، (O و ۵) از یکدیگر ممکن است خطأ کند. از آنجایی که نوشه در بارکدها توسط ماشین و مطابق با الگویی که به OCR آموزش داده شده، است، احتمال خطأ در این مورد کم است و به همین دلیل از OCR در اینجا استفاده می‌شود.

E)

می‌توان از روش‌هایی استفاده کرد که در تشخیص به جای match کردن تک تک بیت‌ها، به دنبال الگوی مشخصی در ورودی می‌گردد و در واقع با استخراج ویژگی یا استخراج این الگوها عمل می‌کنند. برای مثال می‌توان از تعداد ۰ و ۱ های پشت سر هم، فاصله‌ی بین دو عدد ۱ متواالی یا فاصله بین دو عدد ۰ متواالی، بلندترین دنباله از ۱ ها و ۰ ها اشاره کرد.