

Algorithmes évolutionnaires

(optimisation stochastique)



Nicolas Bredeche
Sorbonne Université, CNRS
nicolas.bredeche@sorbonne-universite.fr

Optimisation: éléments

2

Problème: $y^* = \operatorname{argopt}_{y \in Y} f(y)$

Solution candidate: $a := (y, f(y))$

Formulation simplifiée

Formulation plus générale: $a := (y, s, f(y), f'(y), f''(y))$



- Retrouver la composition d'un café à l'arôme
 - Objectif: maximiser la satisfaction de l'expert-évaluateur
 - Espace de recherche: mélanges de café
 - Fonction de coût: évaluation empirique par l'expert

D'autres exemples d'applications: <https://www.human-competitive.org/awards>

[Herdy, 1997]

Exemple: emploi du temps

4

	lundi 30/11	mardi 01/12	mercredi 02/12	jeudi 03/12	vendredi 04/12
8h00	ANGLAIS LVA Mme M. McGonagall [6G2P.1], C13			ANGLAIS LVA Mme M. McGonagall C13	ITALIEN LVB Mr M. Miyazaki [6ITA2], C12
9h00	MATHEMATIQUES Mme M. Mirzakhani [6G2P.1], C21	ANGLAIS LVA Mme M. McGonagall C13	ED.PHYSIQUE & SPORT. Mme Shakira	EDUCATION MUSICALE Mr D.Vador C01 MUS	FRANCAIS Mr Jourdain C23, C24
10h00 10h15		MATHEMATIQUES Mme M. Mirzakhani C21		HISTOIRE-GEOGRAPHIE Mme L. Croft C42	FRANCAIS Mr Jourdain C24
11h15	ED.PHYSIQUE & SPORT. Mme Shakira	EDUCATION MUSICALE Mr D.Vador C01 MUS	ANGLAIS LVA Mme M. McGonagall C13	TECHNOLOGIE Mr C. Stross C35	HISTOIRE-GEOGRAPHIE Mme L. Croft C42
12h15 12h30					
13h30	FRANCAIS Mr Jourdain C24	HISTOIRE-GEOGRAPHIE Mme L. Croft C42		FRANCAIS Mr Jourdain C24	ANGLAIS LVA Mme M. McGonagall C13
14h30	PHYSIQUE-CHIMIE Mr A. Nobel C101 SCIENCES	MATHEMATIQUES Mme M. Mirzakhani C21		ITALIEN LVB Mr H. Miyazaki [6ITA2], C12	
15h30 15h45	SCIENCES VIE & TERRE Mme M. Curie C102 SCIENCES	ITALIEN LVB Mr H. Miyazaki [6ITA2], C12			
16h45					

espace de recherche: (jour,heure,classe,matière,prof)ⁿ



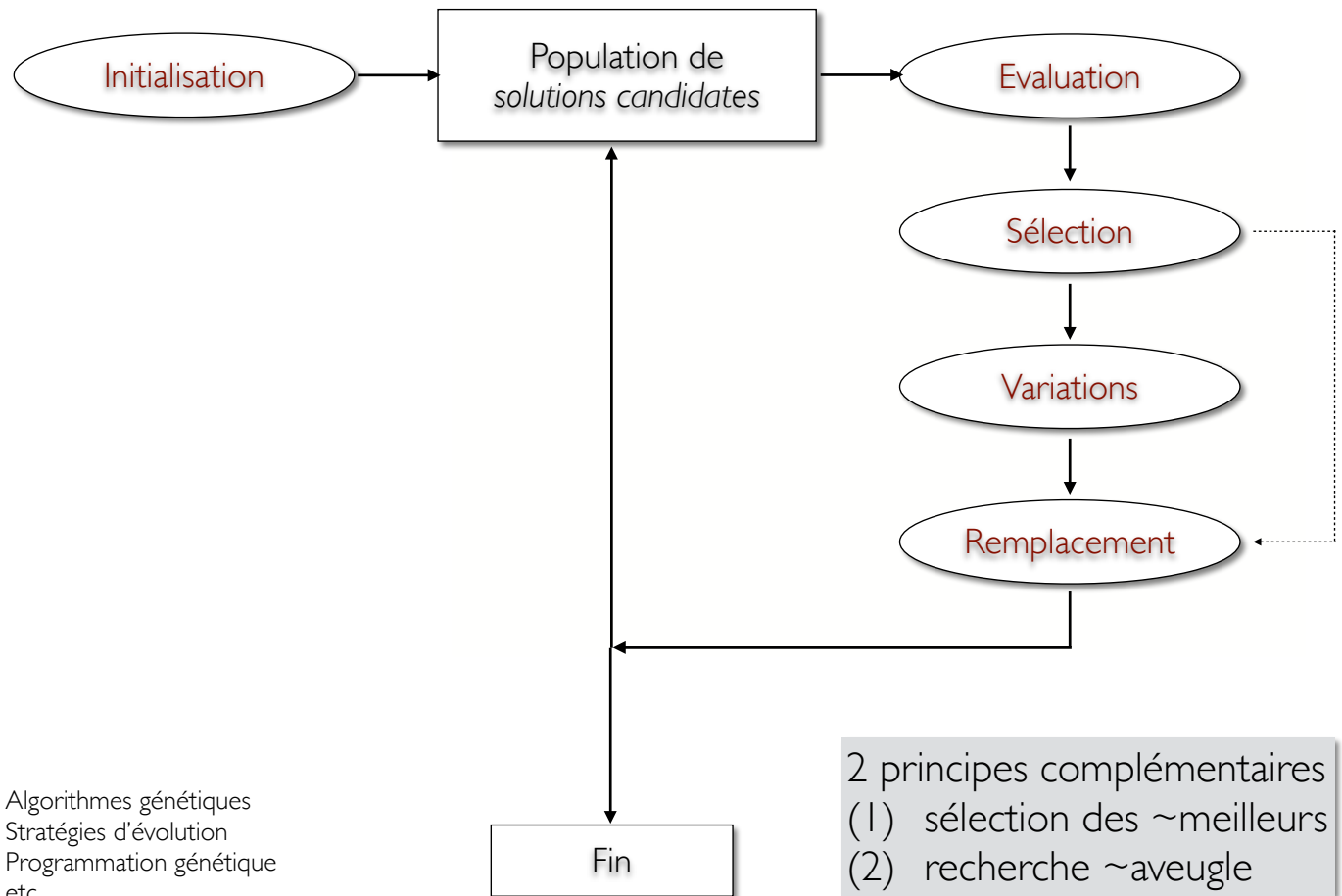
qualité de l'emploi du temps

Exemple: nombre de créneaux inoccupés (à minimiser)

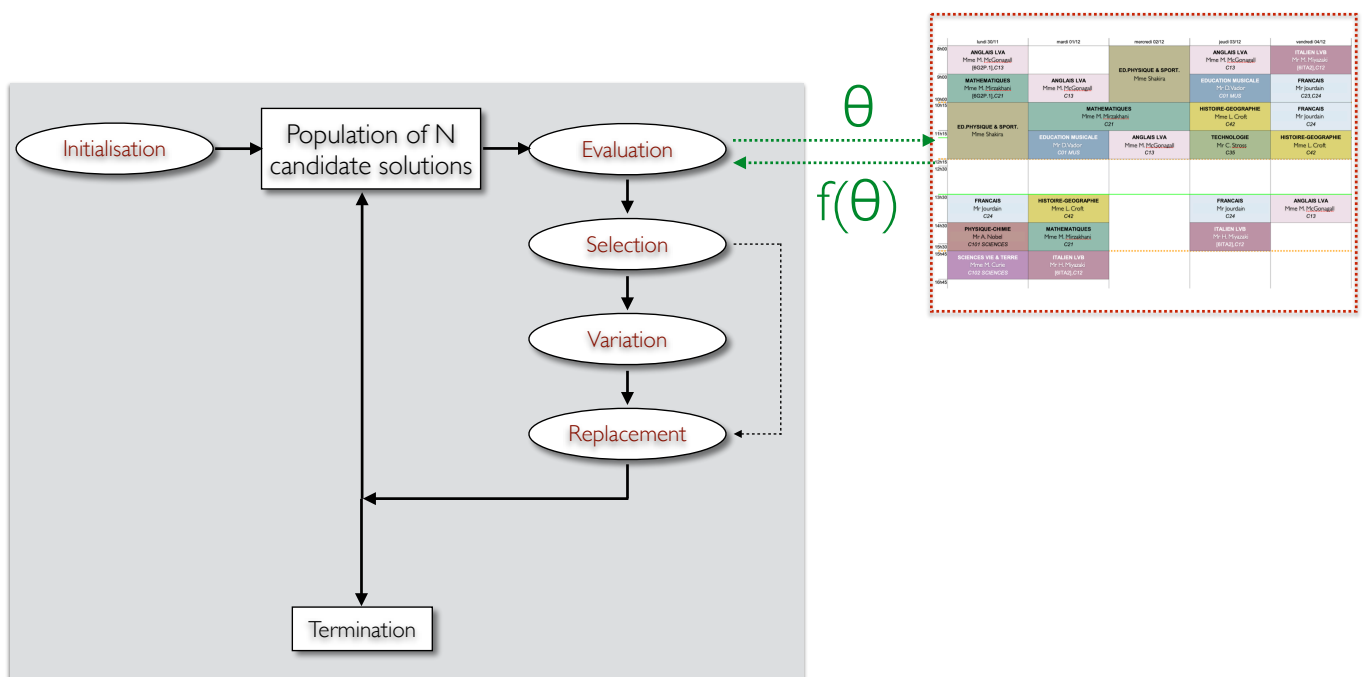
- Propriétés
 - Espace de recherche
 - ▶ binaire, symbolique, continu
 - ▶ structuré ou non
 - Fonction de performance
 - ▶ lien ténu entre représentation et performance
 - ▶ évaluation potentiellement bruitée
 - Relation faible entre espace de recherche et objectif
 - ▶ l'espace de recherche contraint la forme des solutions
 - ▶ la mesure de performance permet de comparer des solutions

Optimisation

- Des méthodes pour des classes de problèmes
 - ▶ Algorithme de gradient (recherche locale, suit le gradient si il existe)
 - ▶ Hill-climbing (recherche locale, change un élément à la fois)
 - ▶ Méthodes énumératives (recherche globale, espace de recherche discret)
 - ▶ Méthodes heuristiques (espaces structurés)
 - ▶ Méta-heuristique et méthodes stochastiques
 - recherche aléatoire (recherche globale, sans a priori) [Monte carlo, Tabu]
 - recuit simulé (recherche globale) ["simulated annealing"]
 - méthodes bio-inspirées (recherche globale) [DE, PSO, Algo. évol., ...]

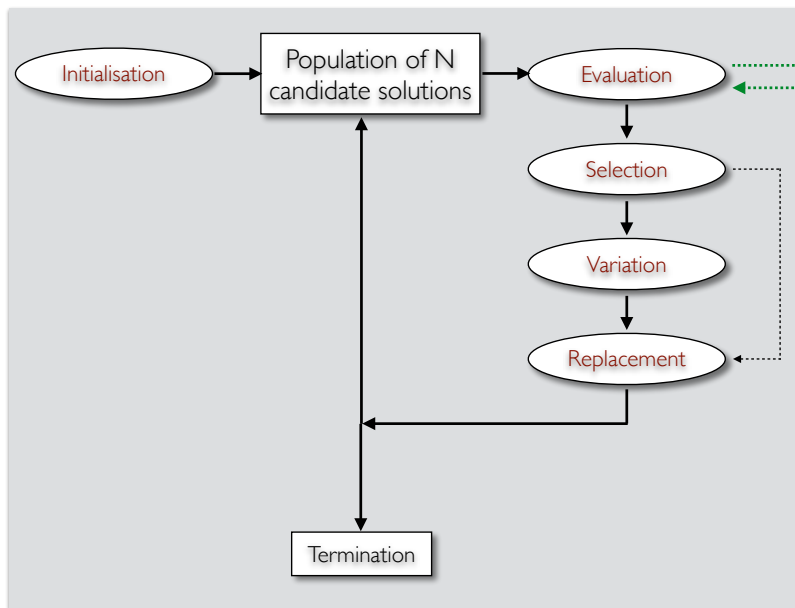


Evolutionary Robotics



θ : parameters
 f : objective function
 $f(\theta)$: fitness

problème classique d'optimisation sous contraintes



θ
 $f(\theta)$



θ : parameters

f : objective function

$f(\theta)$: fitness

problème classique d'optimisation boîte noire

[Herdy, 1997]

Algorithmes génétiques

Recherche dans un espace d'entiers ou de symboles

Problème: $y^* = \operatorname{argopt}_{y \in Y} f(y)$

Solution candidate: $a := (y, f(y))$

→ algorithmes génétiques

Exemples d'espace de recherche:

- composition d'une équipe de football
- découverte d'un code secret
- construire un emploi du temps

$$a := (y, s, f(y), f'(y), f''(y))$$

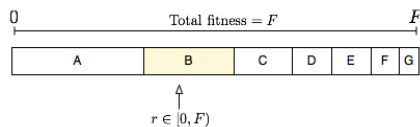
Opérateurs de sélection



- Définition
 - ▶ Sélectionne une sous-partie des solutions candidates
- Exemple
 - ▶ Renvoie les N meilleurs individus parmi M



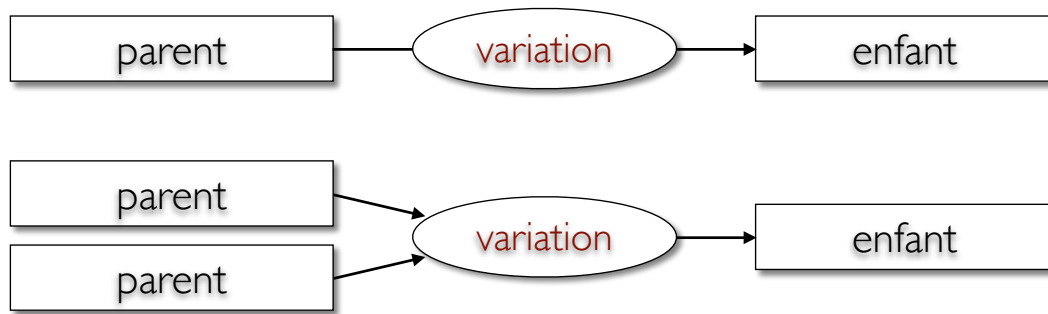
- K-tournament
 - ▶ sélectionner k individus
 - ▶ garder le meilleur
- Fitness-proportionate



- (μ, λ) -ES
 - ▶ sélectionner les μ meilleurs, générer λ enfants, garder λ
- $(\mu + \lambda)$ -ES ("élitiste")
 - ▶ sélectionner les μ meilleurs, générer λ enfants, garder μ et λ

Tableau

- Propriétés
 - Déterministe vs. stochastique
 - Compromis exploration/exploitation
 - Ne pas confondre l'archivage et la sélection
 - ▶ ex.: la sélection avec élitisme vs. archivage des meilleurs

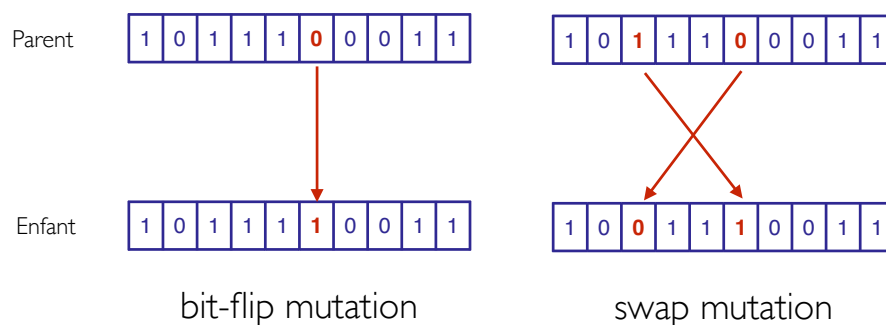


- Définition
 - Construit un nouvel individu à partir d'un (ou plusieurs) individus
- Exemple
 - Modifie aléatoirement un élément du génome
- Propriétés
 - Conservatif vs. disruptif

Opérateur de variation: mutation



- Définition
 - Construit un nouvel individu à partir d'un seul individu parent
- Exemples

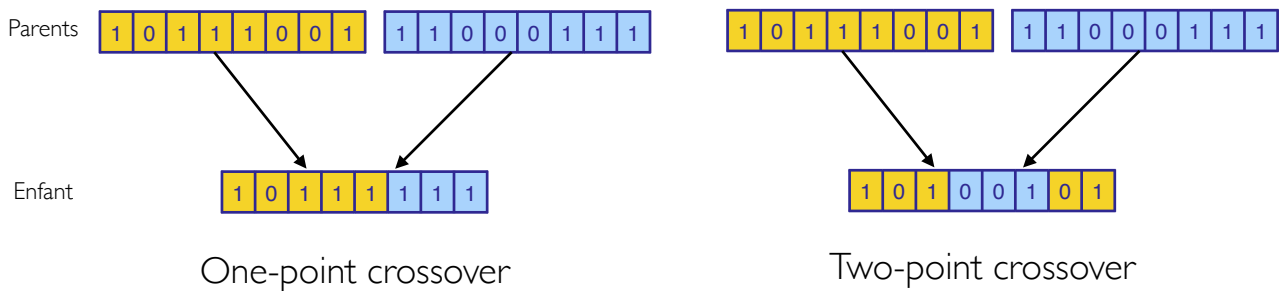




- Définition

- ▶ Construit un nouvel individu à partir de 2 (ou +) individus parents

- Exemples:



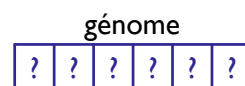
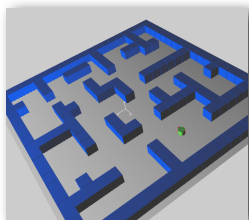
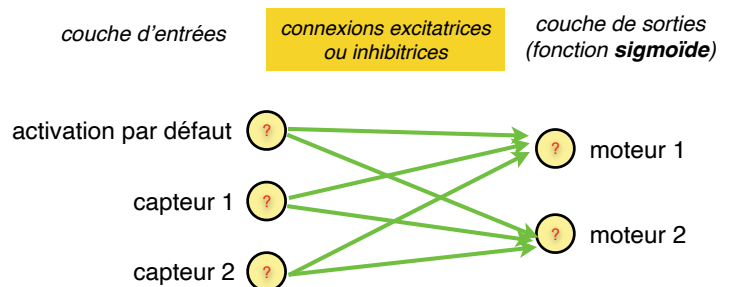
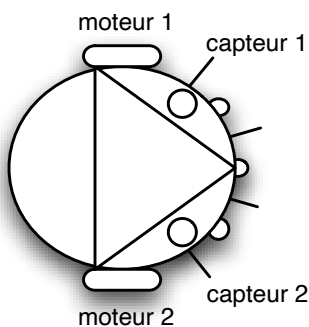
Stochastique

- Les opérateurs de variation sont **stochastiques**
- il s'applique avec une certaine **probabilité**
 - ▶ “*probabilité de mutation*”, “*probabilité de croisement*”
- il s'applique de manière déterministe **ou non**
 - ▶ *la mutation bit-flip choisit un paramètre au hasard*

Cas d'étude

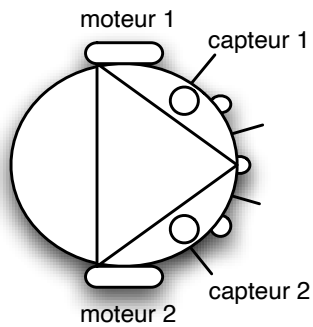
Le problème du max-one

Blackbox optimisation and robotics



$$f(y) : \{0,1\}^6 \rightarrow \mathbb{R}$$

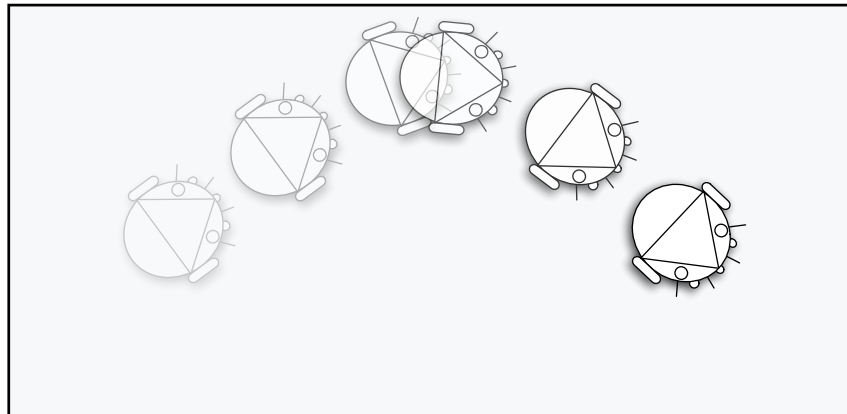
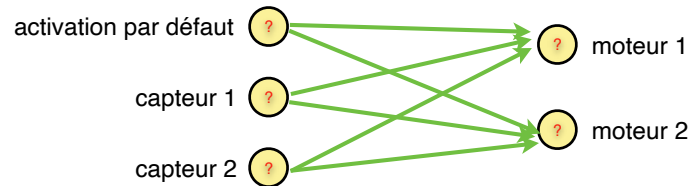
$$y^* = \operatorname{argopt}_{y \in Y} f(y)$$



couche d'entrées
normalisée entre 0 et 1

connexions
valeurs dans $\{-1, +1\}$

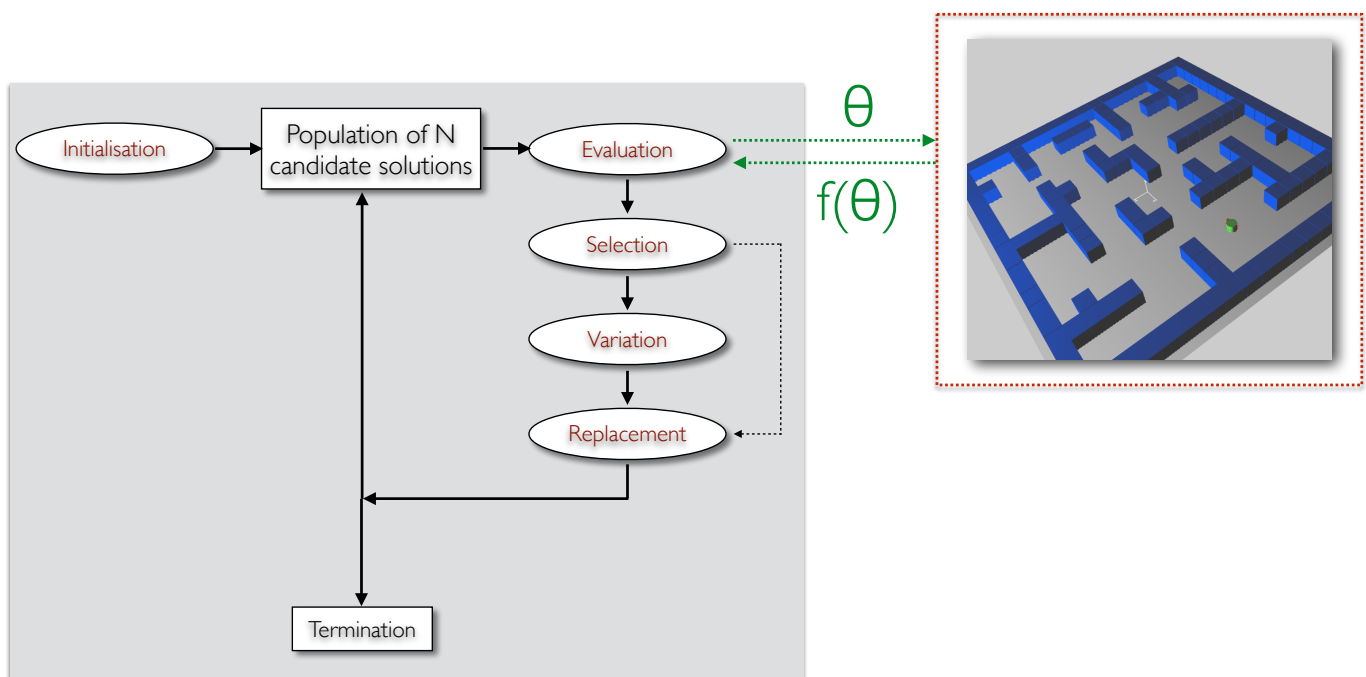
couche de sorties
(fonction Heaviside
ou tangente hyperbolique)



nicolas.bredecche@upmc.fr

Evolutionary Robotics

22



θ : parameters

f : objective function

$f(\theta)$: fitness

problème classique d'apprentissage par renforcement

[Nolfi, Floreano, 2000][Doncieux et al. 2015]

Problème : trouver une combinaison de 0 et 1

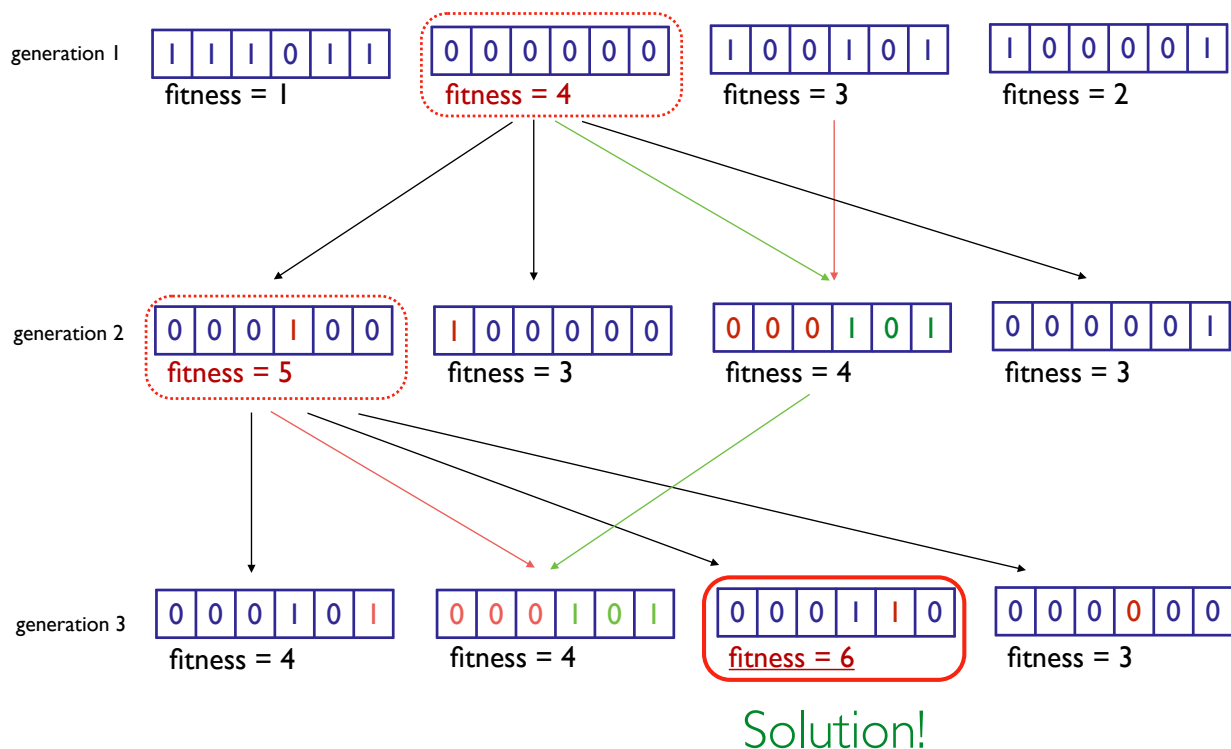
- Objectif : maximiser la fonction fitness
- Population initiale : 4 individus tirés au hasard
- Opérateur de Sélection : prend le meilleur
- Opérateurs de Variation : croisement ou mutation
 - Probabilité de croisement: p ; probabilité de mutation: $1-p$; avec $p=0.5$
 - Croisement: on mélange le début d'un génome et la fin d'un second
 - Mutation: on change une valeur au hasard

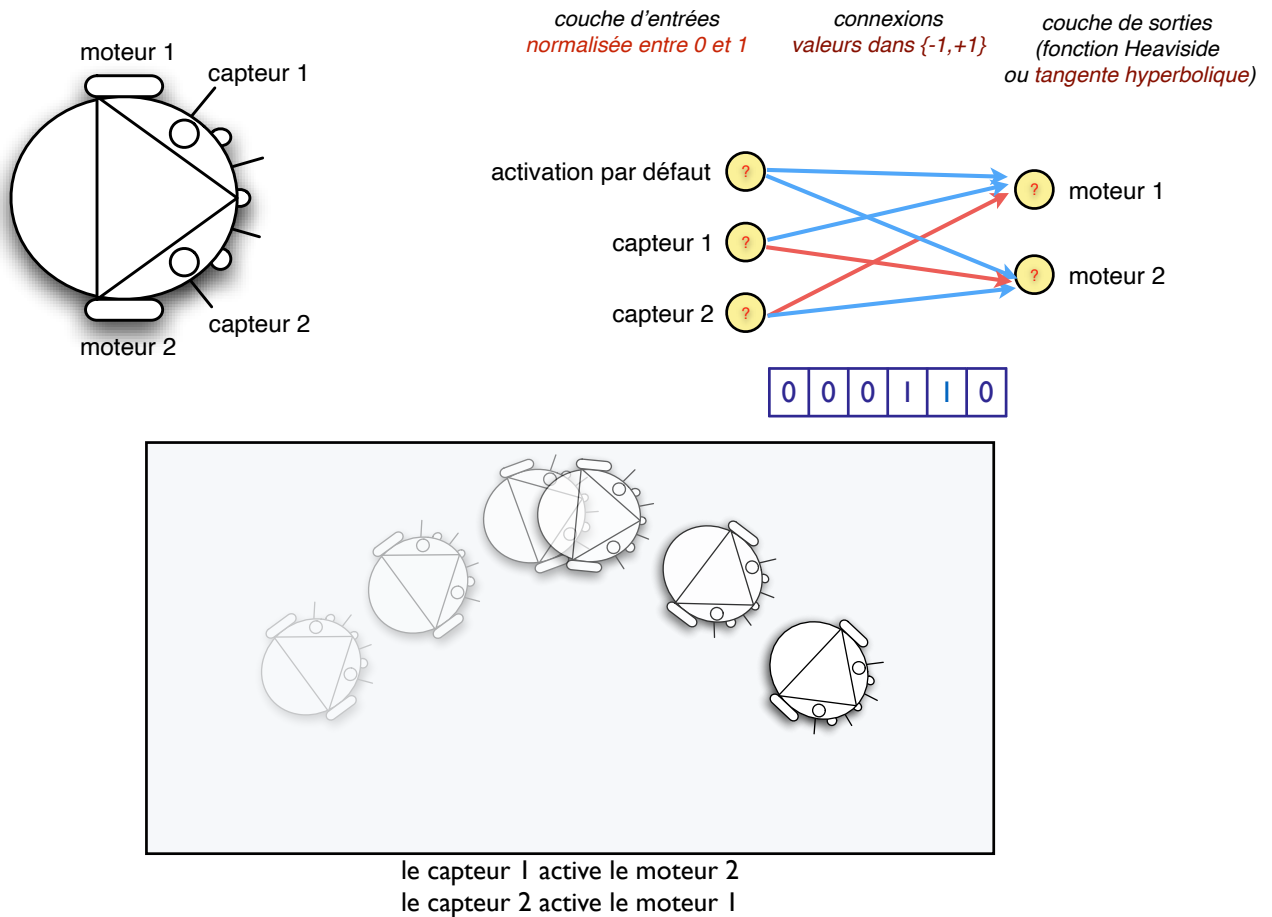
Remarques:

1. les opérateurs sont ici choisis arbitrairement. D'autres choix sont possibles.
2. on imagine que les scores sont calculés par un simulateur externe qui renvoie un scalaire entre 0 et 6 pour un génome donné en entrée

nicolas.bredecche@upmc.fr random generator : <0.1 0.3 0.6 0.1 0.7 0.3 0.9 0.9 0.7 0.1 0.9 0.2 0.4 0.1 0.9 0.5 0.6 0.9>

déroulement de l'algorithme



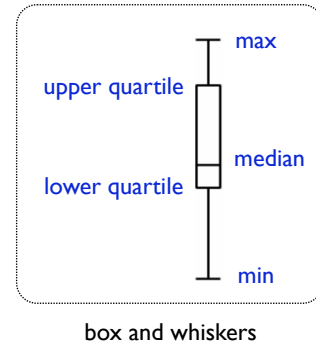
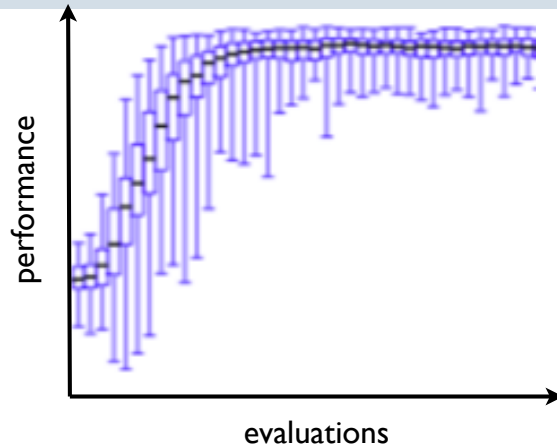


nicolas.bredecche@upmc.fr

Comment mesurer la performance d'une solution?

26

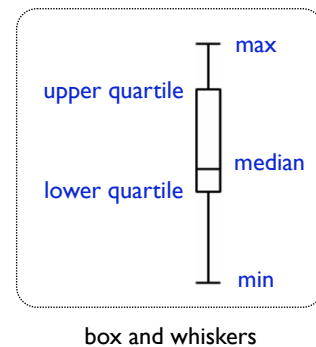
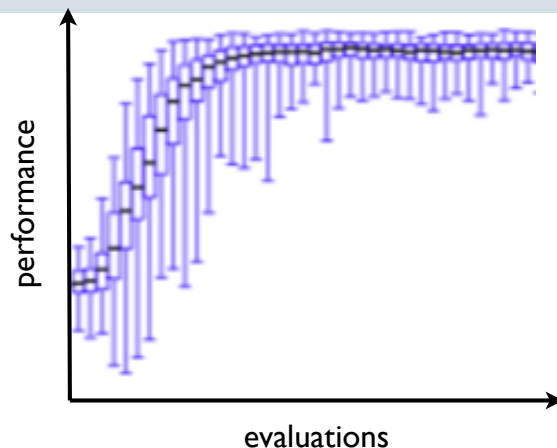
- Paysage de la fonction fitness
 - ▶ Une fitness renvoie une valeur unique...
 - ▶ ce "score" peut aider (ou non) la recherche
- Combiner plusieurs objectifs
 - ▶ Fitness agrégée (combinaison linéaire d'objectifs)
 - ▶ Fitness lexico-graphique (ordonner les objectifs)
 - ▶ Multi-objectif



● En pratique

- Il s'agit d'une méthode stochastique, donc: faire plusieurs runs!
- Sur le calcul de la fitness: réévaluer pour bien estimer la qualité
- Fonction fitness:
 - elle guide l'évolution. Il faut la définir avec soin (si possible).

Tableau



● A retenir:

- ▶ Médianes plutôt que moyennes
- ▶ Evaluations plutôt que générations
- ▶ Répéter les expériences, poursuivre jusqu'à convergence
- ▶ En pratique:
 - meilleures performances au mieux: le choix de la solution
 - meilleures performances en moyenne: le choix de l'algorithme

Tableau

Fin du cours

exemple pratique (sur Moodle)
Algorithme génétique et maxOne