Automatique linéaire I
- Correction de l'examen écrit -
2021-2022

Exercice 1 : 15 pts

27

Boucle de commande interne

1- Traduction du cahier des charges :

$G_{ibo}(p) = C_i(p) \cdot F(p) \cdot H(p)$: système en boucle ouverte.

(1)

$$\begin{cases} |G_{ibo}(\omega_{c,0})|_{db} = 0 \text{ ou } |G_{ibo}(\omega_{c,0})| = 1 \\ \varphi\left[G_{ibo}(\omega_{c,0})\right] = M_\varphi - \pi = \pi/4 - \pi = -3\pi/4 \\ \omega_{c,0} = \omega n \\ \varepsilon_{stat/cons} = 0 \rightarrow 1 - F_i(0) = 0 \end{cases}$$

$F_i(0)$: système en boucle fermée

2- $T_d = 1/2\xi_1 \omega n$

$$G_{bo}(p) = K_p \frac{T_i T_d p^2 + T_i p + 1}{T_i p} \frac{1}{1 + \tau_d p} \frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi_1 \omega_n p + \omega_n^2}$$

$$= K_p \frac{p^2 + \frac{1}{T_d} p + \frac{1}{T_d T_i}}{\frac{1}{T_d} p} \frac{1}{1 + \tau_d p} \frac{K\omega_n^2}{p^2 + 2\xi_1 \omega_n p + \omega_n^2}$$

Il est possible de compenser les pôles de $H(p)$

si $T_d = \frac{1}{2\xi_1 \omega_n}$ et $T_i = \frac{2\xi_1}{\omega_n}$.

Ainsi

$$G_{bo}(p) = \frac{K_p \frac{K\omega_n}{2\xi_1}}{p(1+\tau_d p)}$$

1 $\boxed{\longrightarrow \text{Il est intéressant de considérer } T_d = \frac{1}{2\xi_1 \omega_n} \text{ pour compenser les pôle de } H(p)}$

3- Calcul des paramètres du correcteur.

$$G_{bo}(\omega) = \frac{K_p \frac{K\omega_n}{2\xi_1}}{j\omega(1+j\tau_d \omega)}$$

$$\boxed{|G_{bo}(\omega)| = \frac{K_p \frac{K\omega_n}{2\xi_1}}{\omega\sqrt{1+(\tau_d \omega)^2}}}$$

$$\boxed{\varphi(G_{bo}(\omega)) = -\pi/2 - \mathrm{Arctg}(\tau_d \omega)}$$

- $\varphi(G_{bo}(\omega_{c,0} = \omega_n)) = -3\pi/4 \rightarrow \mathrm{Arctg}(\tau_d \omega_n) = \pi/4$

1 $\boxed{\tau_d = 1/\omega_n \qquad \tau_d = 1{,}6129 \cdot 10^{-5}}$

1 $\boxed{T_d = \frac{1}{2\xi_1 \omega_n} \qquad T_d = 8{,}06 \cdot 10^{-5}}$

1 $\boxed{T_i = \frac{2\xi_1}{\omega_n} \qquad T_i = 3{,}22 \cdot 10^{-6}}$

2
ALC

$\cdot \left| G_{bo}(\omega_{c,o} = \omega_n) \right| = 1$

$$\rightarrow K_p = \frac{2\xi_1}{K\omega_n} \cdot \omega_n \sqrt{1+(\tau_d \omega_n)^2}$$

1 $$\boxed{K_p = \frac{2\xi_1}{K} \sqrt{1+(\tau_d \omega_n)^2} \qquad K_p = 0{,}0283}$$

4- Déduction de la pulsation de coupure ω_f du filtre F

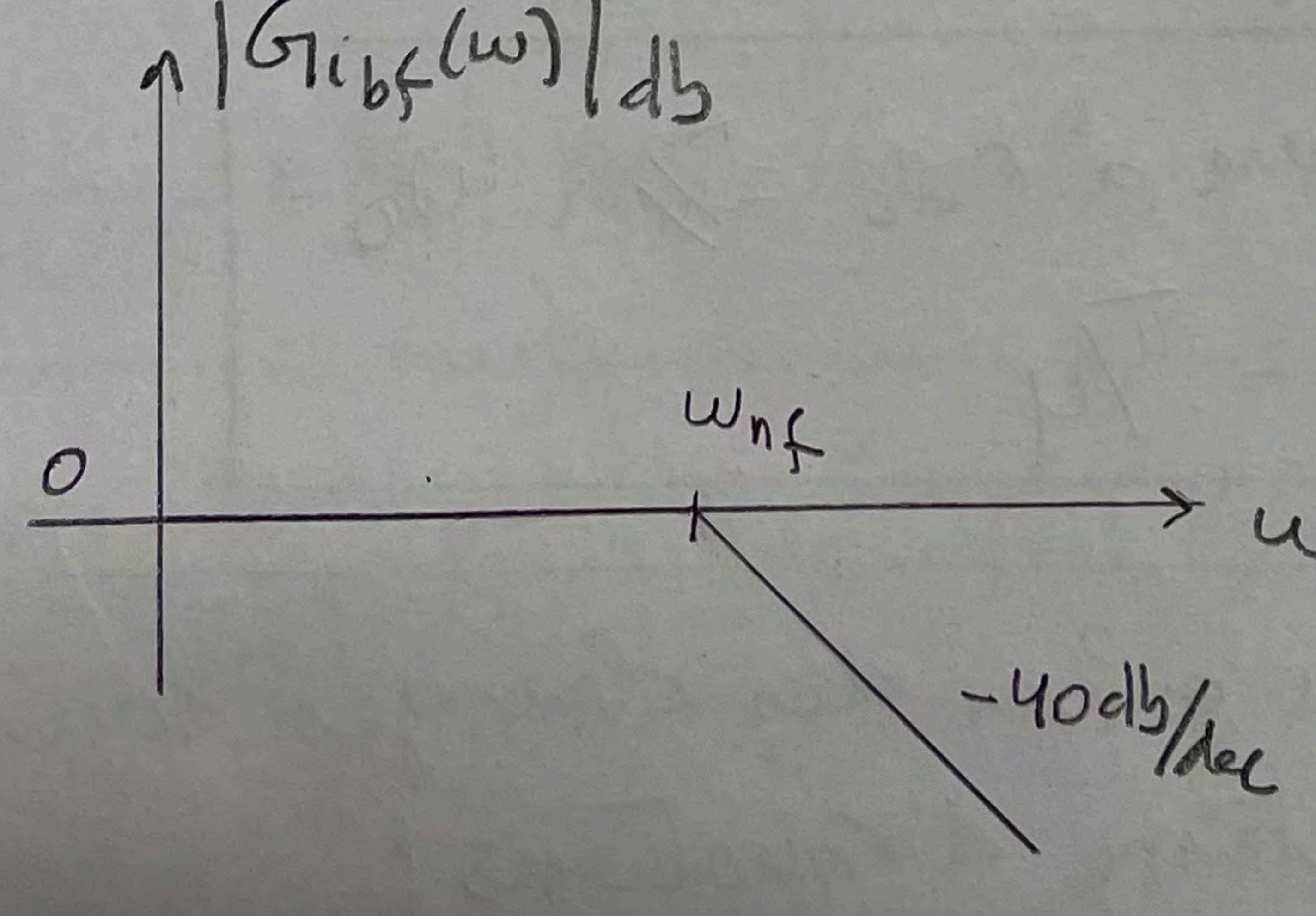
1 $$\boxed{\omega_f = 1/\tau_d \qquad \omega_f = 6{,}2 \cdot 10^4}$$

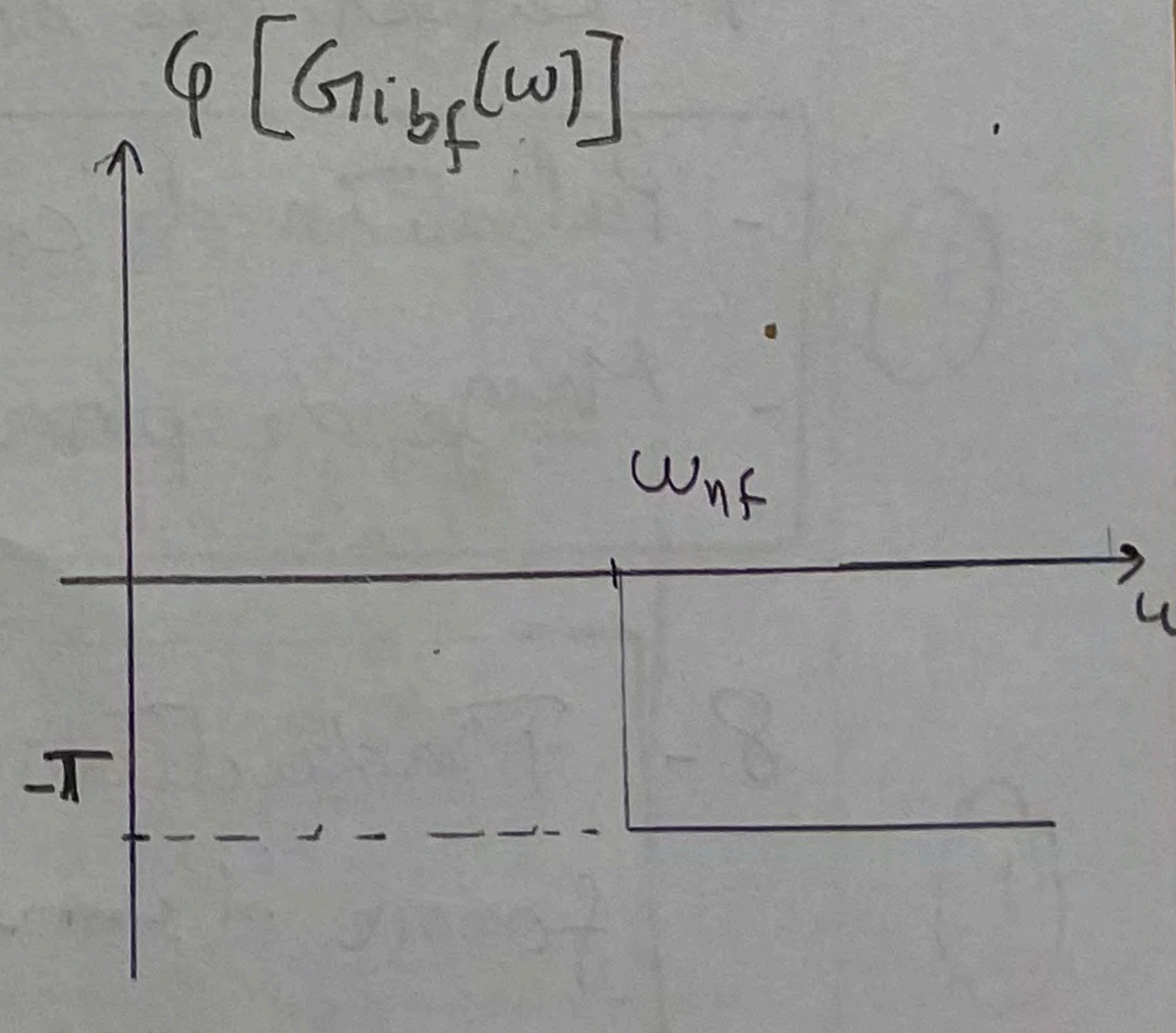
<u>Boucle de commande externe</u>

$$G_{ibf} = \frac{K_f \omega_{nf}^2}{p^2 + 2\xi_{1f}\omega_{nf} p + \omega_{nf}^2} = \frac{5{,}5 \cdot 10^9}{p^2 + 6{,}2 \cdot 10^4 p + 5{,}5 \cdot 10^9}$$

5- Bode

2





(1) A $f_0 = 10\ kHz$ $\quad \omega_0 = 2\pi f_0 = 6,2 \cdot 10^4$

$\omega_0 < \omega_{nf}$: ω_0 se situe dans la band passante de G_{ibf} => oui, il est possible qu'un correcteur $C_e(p)$ puisse assurer le suivi de la consigne $y_d(t)$ à 10 kHz

6. Structure de $C_e(p)$

$G_{ebo}(p) = C_e(p) \cdot G_{ibf}(p)$: fonction de transfert de la boucle ouverte externe.

(2) Exemple $G_{ebo} = \dfrac{K_e \cdot K_f\, \omega_{nf}^2}{p(1+\tau_e p)}$

$C_e(p) = G_{ebo}(p) \cdot \dfrac{1}{G_{ibf}(p)}$

7. Cahier des charges

(1)
- Pulsation de coupure à 0db $\geqslant \omega_0$
- Marge de phase $= \pi/4$

(1) 8- Traduction du cahier des charges sous forme d'un système d'équations puis résolution du système d'équations.

9- Oui

(1)

③

AL_c

Exercice 2 (10 pts)

1- Fonctions $F_1(P) = Y(P)/U(P)$ et $F_2(P) = Y(P)/C_r(P)$.

$Y = H_2\left[-C_r + H_1 U_0\right]$ et $U_0 = G C_r + U$

$\rightarrow Y = (H_1 H_2 G - H_2) C_r + H_1 H_2 U$

Ainsi

(1) $\boxed{F_1(P) = H_1(P) \cdot H_2(P)}$ et $\boxed{F_2(P) = H_1(P) H_2(P) G(P) - H_2(P)}$

2-

(1) $F_2(P) = 0 \Rightarrow \boxed{G(P) = \frac{1}{H_1(P)}}$

3-

$\frac{1}{H_1(P)}$ n'est pas causale

(1) $\boxed{\text{Solution approchée } G(P) = \frac{1}{K_m} \frac{1 + \tau_m P}{1 + \tau_s P} \text{ avec } \tau_s \ll 1}$

4- $F_2(P) = H_2(P)\left(H_1(P)\cdot G(P) - 1\right)$

1 $\boxed{\longrightarrow \text{Evaluer selon la qualité de la réponse.}}$

1 5- $\boxed{\text{Oui pour } G(0) = 1/K_m}$

6- $\hat{C}_r = Q\left[\underbrace{-C_1 Y + C_2 \omega_0}_{C_r}\right]$

Sachant que $Y = H_2\left[-C_r + H_1 \omega_0\right]$

1 $\rightarrow C_r = -\frac{1}{H_2} Y + H_1 \omega_0$

Ainsi $\boxed{C_1(P) = -1/H_2(P)}$ et $\boxed{C_2(P) = H_1(P)}$

1 7- $\boxed{\text{Filtre passe bas}}$

Il faut que la bande passante du filtre couvre la plage fréquentielle d'intérêt de la perturbation

1 8- Faible robustesse car l'observateur dépend du modèle du système

9-

4

ALC

2