ER: 4AI06

Partie 1:

- Une caméra perspective observe une scène pour lequel tous les points 3D ont des coordonnées connues. Que doit on déterminer pour pouvoir calculer la position des points images de chacun de ces points 3D?
- Expliquez ce que représentent les paramètres définissant la matrice de projection d'une telle caméra.
- Soit (R,T) la pose relative d'une paire de cameras. Exprimez la matrice essentielle E en fonction de R et T.
- Si les deux cameras on pour matrices intrinsèques respective K1 et K2, à quoi est égale la matrice fondamentale?

Partie 2:

Soit un système binoculaire, composé de caméras non calibrées (et on ne veut pas calibrer). Il s'agit ici d'estimer la matrice fondamentale reliant les deux cameras.

2.1-Soient $\{m_i^1\}$ et $\{m_i^2\}$ les deux nuages de points dans l'image1 et l'image2 tels que pour la

même valeur i, le couple (m_i^1, m_i^2) sont les projections d'un même point 3D dans la camera 1 et 2. Si F est la matrice fondamentale, écrivez l'égalité satisfaite par le couple (m_i^1, m_i^2) .

2.2-Combien de ces couples(au minimum) sont nécessaires pour estimer F? Pourquoi? A partir de l'égalité de la question 2.1, construisez un système Af=0 où f est un vecteur colonne contenant les éléments de F et A, les couples (m_i^1, m_i^2).

Partie 3:

Soit une série de k images d'une mire plane prises par une caméra pour sa calibration. Nous définissons respectivement les points 3D dans le repère monde et les points images dans chaque image j de la façons suivante:

$$M_i = \begin{bmatrix} X_{M_i} \\ Y_{M_i} \\ Z_{M_i} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad m_i^j = \begin{bmatrix} x_{m_i^j} \\ y_{m_i^j} \\ z_{m_i^j} \end{bmatrix}$$

Les points 3D M_i sont les coins des carreaux d'un échiquier (voir figure 1)

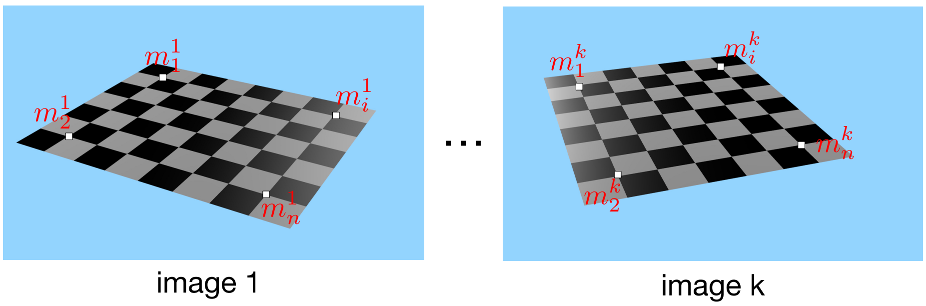

figure 1:

1.1 - Sachant la mire physique est un plane, quelle type de transformations relie ce plan physique à chacune des plans image?
1.2 - Pour chacune des images, nous notons P^j, la matrice de projection telle que:

$$P^j \begin{bmatrix} X_{M_i} \\ Y_{M_i} \\ Z_{M_i} \\ 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x_{m_i^j} \\ y_{m_i^j} \\ 1 \end{bmatrix}$$

Qu'est ce qui est invariant et qu'est ce qui ne l'est pas dans les different P^j ? (les triples barres signifient « égal à un facteur près »)
1.3 - Soient H^j les transformations mentionnées dans 1.1, avec $P^j = K \begin{bmatrix} r_1^j & r_2^j & r_3^j & t^j \end{bmatrix}$ expliquez pourquoi on a :

$$H^j \equiv K \begin{bmatrix} r_1^j & r_2^j & t^j \end{bmatrix}$$

1.4 - On souhaite extraire la matrice K à partir des H^j supposées connues. Si on note $h_1^j, h_2^j \text{ et } h_3^j$ les vecteurs colonnes de H^j, montrez que l'on a les deux égalités suivantes:

$(K^{-1}h_1^j).(K^{-1}h_1^j) = (K^{-1}h_2^j).(K^{-1}h_2^j)$ (1) et $(K^{-1}h_1^j).(K^{-1}h_2^j) = 0$ (2)

NB:
Chaque couple (h_1^j, h_2^j) fournit deux équations scalaires de type (1) et (2). On peut déterminer la matrice

$$\omega = (K^{-1})^T K^{-1}$$

de la même façon que lorsque l'on chercher à déterminer une matrice de projection. On retrouve K après une décomposition adéquate de w.

ER: 4AI06

Part 1:

- What do we need to estimate if, given a known 3D where 3D points coordinates are known, we want to calculate their image points in the image plane?
- Give a detailed explanation of what parameters a projection matrix of a camera is made of.
- Let (R,T) be the relative pose of a pair of cameras. Express the essential matrix defined by this binocular system with R and T.
- If the cameras' intrinsic matrices are respectively K1 et K2, how is the fundamental matrix F with respect to the essential matrix?

Part 2:

Given a binocular/stereovision system made from two uncalibrated cameras, our objective in this exercice is to estimate the fundamental matrix F from the images, without perfoming calibration.

2.1-Let $\{m_i^1\}$ and $\{m_i^2\}$ be the two sets of image points in image1 and image2 such that the pair (m_i^1, m_i^2) contains the respective projections onto both cameras of a same 3D point. If F is the fundamental matrix of the pair of cameras, what would be the equality satisfied by the pair (m_i^1, m_i^2) ?

2.2-How many pairs, at least, do we need to estimate F? Why? From the equality established in question 2.1, build the matricial equation Af=0 where f is a column vector containing F components and A, a matrix built from the pairs (m_i^1, m_i^2).

Part 3:

K pictures of a checkerboard are taken by a camera for its calibration. Let the set of 3D points and their respective image points be respectively defined as:

$$M_i = \begin{bmatrix} X_{M_i} \\ Y_{M_i} \\ Z_{M_i} \end{bmatrix} \quad \text{and} \quad m_i^j = \begin{bmatrix} x_{m_i^j} \\ y_{m_i^j} \\ z_{m_i^j} \end{bmatrix}$$

The 3D points M_i are corners detected in the images of the checkerboard, marked by white squares in figure 1.

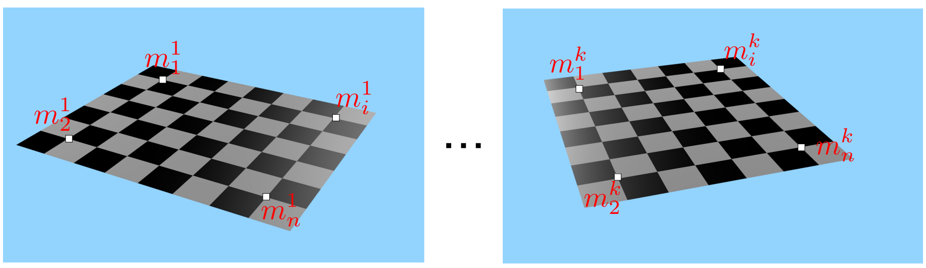

image 1 image k

figure 1:

1.1 - As the checkerboard is a plane that is mapped into the each image planes, what actually is called that kind of mapping?

1.2 - For each images, we define the projection matrix P^j as:

$$P^j \begin{bmatrix} X_{M_i} \\ Y_{M_i} \\ Z_{M_i} \\ 1 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x_{m_i^j} \\ y_{m_i^j} \\ 1 \end{bmatrix}$$

What are different and what common for all the P^j ? (les triples bars stands for « proportional to »)

1.3 - Let H^j be the mappings mentioned in 1.1. With $P^j = K \begin{bmatrix} r_1^j & r_2^j & r_3^j & t^j \end{bmatrix}$
explain why :

$$H^j \equiv K \begin{bmatrix} r_1^j & r_2^j & t^j \end{bmatrix}$$

1.4 - We want to extract the K matrix from the H^j that we assume are provided. If we define $h_1^j, h_2^j \text{ et } h_3^j$ as the column vectors of H^j, show that the two equalities below hold:

$(K^{-1}h_1^j).(K^{-1}h_1^j) = (K^{-1}h_2^j).(K^{-1}h_2^j)$ (1) and $(K^{-1}h_1^j).(K^{-1}h_2^j) = 0$ (2)

NB:
Each pair (h_1^j, h_2^j) provides two scalar equation similar to (1) and (2). We can estimate the matrix

$$\omega = (K^{-1})^T K^{-1}$$

with the same technique as the one used for the projection matrix. K is then obtained with an adhoc matrix decomposition of w.