

Automatique linéaire I

Examen 10 Décembre 2020

Durée : 1h30, sans document, calculatrice autorisée

Exercice 1:

Soit le schéma de commande représenté sur Fig.1. Le système à contrôler comprend les fonctions de transfert $G_1(p)$ et $G_2(p)$, avec: $G_1(p) = \frac{1}{1+10p}$ et $G_2(p) = \frac{1}{1+20p}$. Le correcteur possède une fonction de transfert $C(p)$.

$Y(p)$ est le signal à contrôler. Par ailleurs, $Y_d(p)$ et $T(p)$ sont respectivement l'entrée de consigne et l'entrée de perturbation.

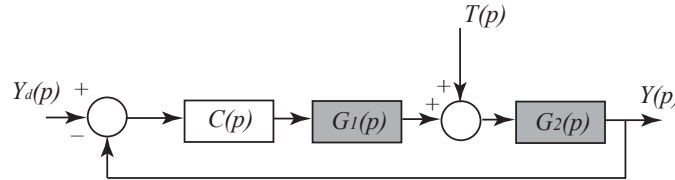


Рис. 1: Schéma de commande en boucle fermée.

Nous considérons dans un premier temps $C(p) = K_p = 10$.

1. Déterminer les fonction de transfert $F_1(p) = \frac{Y(p)}{Y_d(p)}$ et $F_2(p) = \frac{Y(p)}{T(p)}$. Pour le calcul de $F_1(p)$, il faut considérer $T = 0$. Pour le calcul de $F_2(p)$, il faut considérer $Y_d = 0$.

2. Déterminer les valeurs des erreurs $\epsilon_{stat/cons} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Y_d(p) - Y(p)}{Y_d(p)}$ et $\epsilon_{stat/pert} = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{Y(p)}{T(p)}$.

3. Quelles sont les actions par anticipation nécessaires pour satisfaire $\epsilon_{stat/cons} = 0$ et $\epsilon_{stat/pert} = 0$? Justifier la réponse.

Nous souhaitons inclure au schéma de commande de Fig.1 une action d'anticipation par rapport à la consigne par l'ajout un gain K_c et une action d'anticipation par rapport à la perturbation par l'ajout un gain K_t .

4. Tracer le nouveau schéma de commande incluant les actions d'anticipation.
5. Trouver la valeur des gains K_c et K_t permettant de satisfaire $\epsilon_{stat/cons} = 0$ et $\epsilon_{stat/pert} = 0$.
6. Quel est l'effet de K_c et K_t sur les pôles du système en boucle fermée $\frac{Y(p)}{Y_d(p)}$. Justifier.

Nous considérons dans un second temps $C(p) = \frac{K(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}{p(1+\tau p)}$.

Le correcteur doit permettre d'avoir une pulsation de coupure boucle ouverte $\omega_{0db} = 1$ rad/s tout en maintenant une marge de phase $M_\Phi = \frac{\pi}{4}$ rad et en assurant une erreur permanente en boucle fermée nulle vis-à-vis d'un échelon de consigne. Le schéma de commande doit permettre également de rejeter l'effet de la perturbation T sur Y en régime permanent.

7. Est-il nécessaire de maintenir les deux actions d'anticipation définie précédemment pour répondre au cahier des charges en termes de précision ? Si non, quelle action d'anticipation faut-il retenir et quelle action faut il supprimer ?
8. Trouver la valeur de K , τ_1 , τ_2 et τ pour répondre au cahier des charges. La démarche de calcul doit être incluse dans la réponse.

Indication: pour le calcul des paramètre du correcteur, la fonction de transfert en boucle ouverte est $G_{bo}(p) = C(p)G_1(p)G_2(p)$.

Exercice 2: Asservissement d'une plate-forme gyro-stabilisée

L'objectif est d'étudier l'asservissement de l'orientation d'une plateforme gyro- stabilisée. Cette plateforme, schématisée sur Fig.2, est contrôlée par un moteur qui permet par un système d'engrenage et une bielle de générer un couple de commande u au niveau de la plateforme (représentée en rouge sur le schéma). L'objectif est d'asservir l'orientation de la plateforme, représentée par la variable angulaire θ , à une valeur de consigne θ_c .

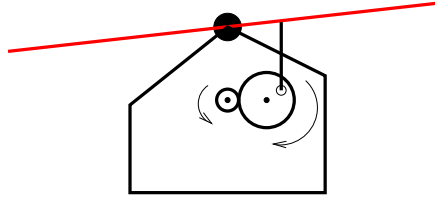


Рис. 2: Plateforme gyro-stabilisée.

Les équations dynamiques du système sont données par : $J\ddot{\theta} = -\tau\dot{\theta} + u$ avec $J = 0.1$ l'inertie du système moteur +plateforme, et $\tau = 0.01$ un coefficient de frottement. En notant $\omega = \dot{\theta}$, la vitesse angulaire de la plateforme, l'équation ci-dessus est équivalente à : $\dot{\theta} = \omega$ et $J\dot{\omega} = -\tau\omega + u$.

Le système peut donc être représenté, en variable de Laplace, par le schéma de Fig.3.

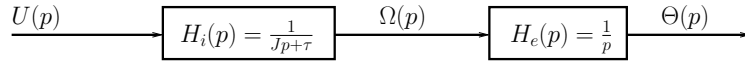


Рис. 3: Schéma bloc du système non contrôlé.

Dans toute la suite de l'exercice, la transformée de Laplace d'une fonction désignée par une lettre minuscule est représentée par la même lettre en majuscule, i.e., $U(p) = TL(u(t))$.

On suppose que l'on dispose d'un gyromètre permettant de mesurer ω , et d'un inclinomètre permettant de mesurer θ . Les mesures de l'inclinomètre étant obtenues à une fréquence nettement plus faible que celles du gyromètre, on décide de mettre en oeuvre la structure d'asservissement de Fig.4 avec une boucle interne (en rouge) et une boucle externe (en vert) :

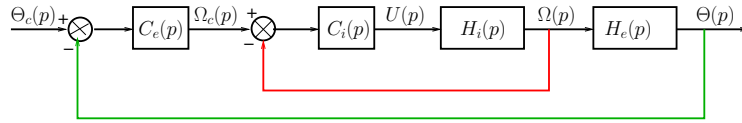


Рис. 4: Schéma bloc du système contrôlé.

La boucle interne a pour but d'asservir ω à une valeur de consigne ω_c grâce au correcteur $C_i(p)$. La boucle externe a pour but de stabiliser θ à la valeur de consigne θ_c . Pour cela, elle fournit une valeur de consigne ω_c à la boucle interne via le correcteur $C_e(p)$.

1. Donner l'expression de la FTBO (Fonction de Transfert en Boucle Ouverte) $G_i(p)$ de la boucle interne.
2. Donner l'expression de la FTBF (Fonction de Transfert en Boucle Fermée) $F_i(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ de la boucle interne.
3. Donner l'expression de la FTBO $G_e(p)$ de la boucle externe.
4. Donner la FTBF $F_e(p) = \frac{\Theta(p)}{\Theta_c(p)}$ de la boucle externe.
5. La structure de contrôle suggère une approche découplée, avec une boucle interne rapide par rapport à la boucle externe. Pour cela, on définit les spécifications suivantes :

- Pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO de la boucle interne égale à 20 rad/s.
 - Pulsation de coupure à 0 dB de la FTBO de la boucle externe égale à 2 rad/s.
 - Erreur statique nulle de la boucle externe
- (a) Etant donné un contrôleur de la boucle interne de fonction de transfert $C_i(p) = K_i$, déterminer le gain K_i pour que la condition de pulsation de coupure de la boucle interne soit satisfaite.
 - (b) On considère un contrôleur de la boucle externe de fonction de transfert $C_e(p) = K_e(1 + p)$. Déterminer le gain K_e pour que la condition de pulsation de coupure de la boucle externe soit vérifiée.