

Automatique linéaire I

Examen 26 Janvier 2021

Durée : 1h30, sans document, calculatrice collège autorisée

Remarque: la fonction de transfert de $G(p)$ n'est pas donnée. L'analyse du système en boucle ouverte, la synthèse des correcteurs et l'analyse des systèmes en boucle fermée se feront à partir de l'analyse des courbes de simulation. Pour chaque réponse apportée aux questions posées, la démarche vous ayant permis d'obtenir chaque valeur numérique d'un paramètre ou d'une performance doit être expliquée. Une réponse contenant uniquement la valeur numérique obtenue (sans explication de la démarche) ne sera pas prise en compte.

Soit un système LTI $G(p)$ contrôlé par un correcteur $C(p)$.

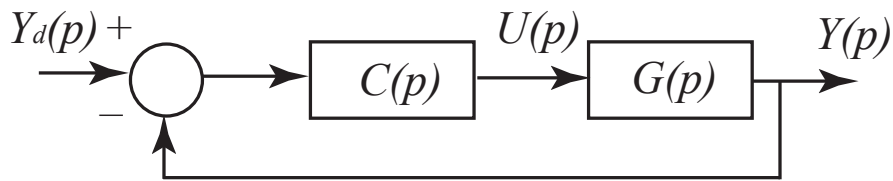


Рис. 1: Schéma de commande.

L'objectif est de synthétiser un correcteur dynamique $C(p)$ répondant à un cahier des charges en termes de rapidité, de réduction de vibrations et de précision en boucle fermée. Le correcteur est programmé et simulé en utilisant le logiciel Matlab/Simulink

Le diagramme de Bode de $G(p)$ est représenté sur Fig. 2

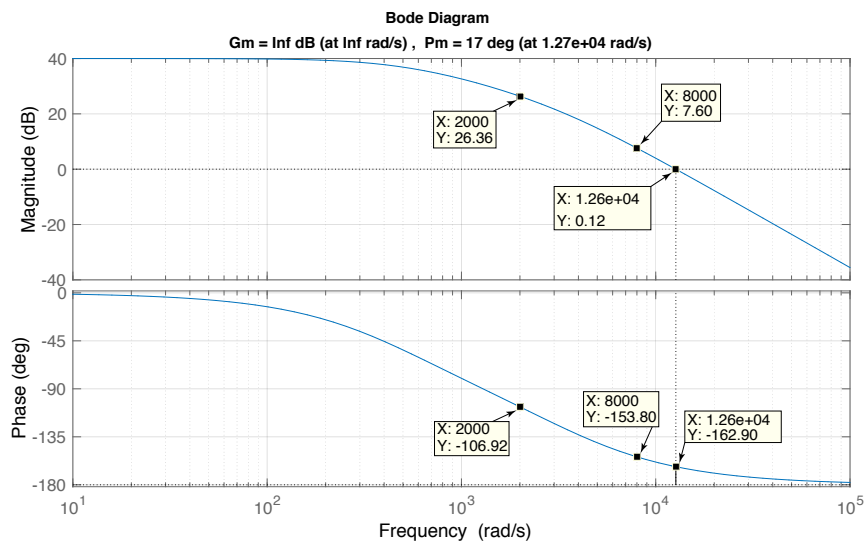


Рис. 2: Diagramme de Bode de $G(p)$.

Correcteur proportionnel C_1 :

On considère un correcteur proportionnel $C(p) = C_1(p) = K_p$. En se basant sur Fig.2:

1. Calculer la valeur numérique du gain K_p pour avoir une pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte $\omega_{0db} = 8 \times 10^3$ rad/s. Expliquez la démarche.
2. Quelle est la valeur numérique (en %) de l'erreur statique en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne obtenue avec le correcteur K_p ? Expliquez la démarche.

3. Quelle est la valeur numérique de la marge de phase de la boucle ouverte obtenue avec le correcteur K_p ? Expliquez la démarche.
4. Est-il possible de trouver une valeur de K_p permettant d'obtenir une pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte $\omega_{0db} = 8 \times 10^3$ rad/s et une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$? Justifier?

Correcteur proportionnel dérivé à avance de phase $C_2(p)$:

On considère un correcteur avance de phase $C(p) = C_2(p) = K \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ avec $a > 1$. On rappelle que le maximum de phase produit par ce correcteur est obtenu pour $\omega_M = \frac{1}{\tau\sqrt{a}}$ et vaut φ_M tel que:

$$\sin(\varphi_M) = \frac{a-1}{a+1}$$

Le correcteur $C_2(p)$ doit satisfaire le cahier des charges suivant:

- Marge de phase de $\frac{\pi}{4}$.
- Pulsation de coupure en boucle ouverte à 0dB $\omega_{0db} = 8 \times 10^3$.

Pour le réglage du correcteur, il faudra considérer $\omega_M = \omega_{0db}$

5. En se basant sur Fig.2, trouver les valeurs numériques des paramètres a et τ du correcteur. Expliquez la démarche.

Le diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p) \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$ est représenté sur Fig. 3

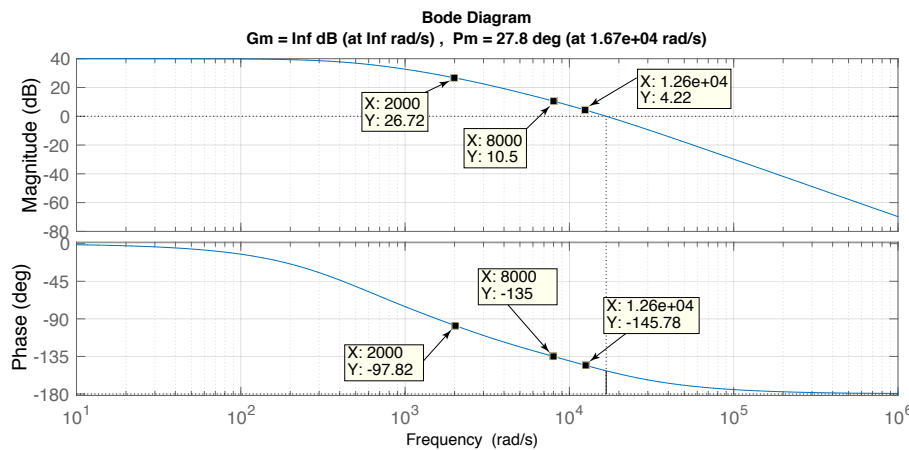


Рис. 3: Diagramme de Bode de $G(p) \frac{1+a\tau p}{1+\tau p}$.

6. En se basant sur Fig.3, trouver le paramètre K du correcteur. Expliquez la démarche.
7. Quelle est la valeur numérique (en %) de l'erreur statique en boucle fermée vis-à-vis d'un échelon de consigne obtenue avec le correcteur $C_2(p)$? Expliquez la démarche.

Correcteur dynamique $C_3(p)$:

L'objectif est de concevoir un correcteur $C_3(p)$ permettant d'avoir une pulsation de coupure $\omega_{0db} = 8 \times 10^3$ tout en maintenant une marge de phase de $\frac{\pi}{4}$ et en assurant une erreur permanente en boucle fermée nulle vis-à-vis d'un échelon de consigne.

8. Proposer une structure de $C_3(p)$ pour répondre aux objectifs.
9. Proposez une méthode pour retrouver la marge de phase et la marge de gain de la boucle ouverte en utilisant Simulink.

Synthèse de l'étude et conclusions:

10. Conclure sur les structures de corrections étudiées $C_1(p)$, $C_2(p)$ et $C_3(p)$, leurs particularité et les performances qu'elles confèrent à la boucle fermée.