SORBONNE UNIVERSITÉ
CRÉATEURS DE FUTURS DEPUIS 1257

MASTER Spi

4RBI08
Traitement du signal audio

Henri Boutin
boutin@ircam.fr

2021/2022

Plan

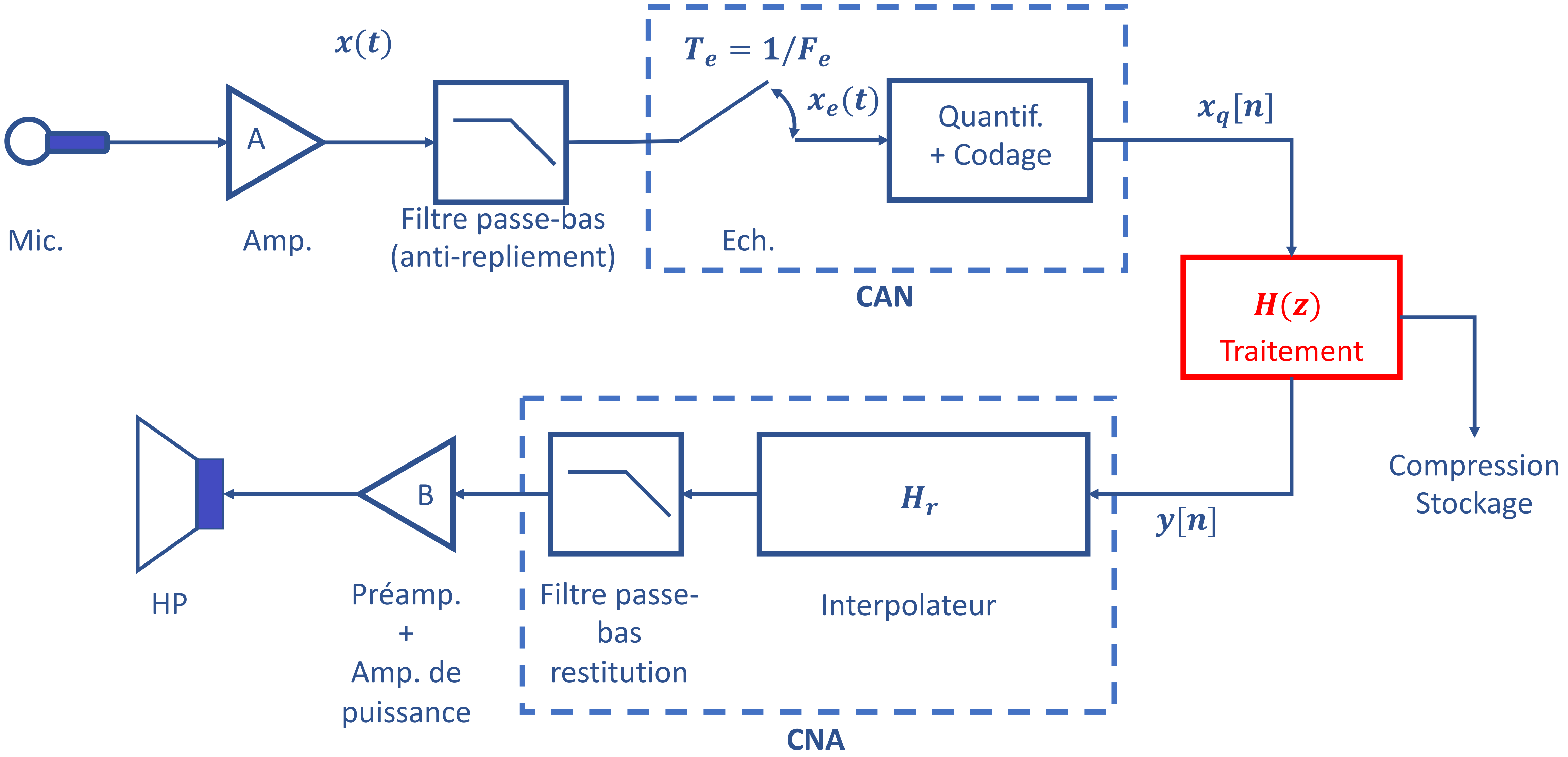
- 1- Introduction : contexte et objectifs

- 2- Chaine de traitement d'un signal sonore
  - Acquisition : le CAN
  - Restitution/reconstruction : le CNA
  - Quantification

- 3- Analyse en fréquence des signaux discrets
  - Rappels : définitions et propriétés
  - Analyse temps-fréquence
    - Principe d'incertitude
    - Transformée de Fourier à Court Terme

Plan

RAPPEL : Chaine de traitement d'un signal sonore



3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi n f}{F_e}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

  ou $X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi \nu n}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

  (ou parfois: $X\left(e^{\frac{2j\pi f}{F_e}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi \nu n} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \rightarrow \mathbb{C}$)

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi n f}{F_e}} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  ou $X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi \nu n}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  (ou parfois: $X\left(e^{\frac{2j\pi f}{F_e}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi \nu n} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \to \mathbb{C}$)

- Propriétés:

• **TFSD** $\in \mathbb{C}$ => représentation : $|X|$ et $\mathrm{Arg}(X)$ en fonction de f ou ν (ou $\mathrm{Re}(X)$ et $\mathrm{Im}(X)$ en fonction de f ou ν).

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi n f}{Fe}} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  ou $X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  (ou parfois: $X\left(e^{\frac{2j\pi f}{Fe}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \to \mathbb{C}$)

- Propriétés:
  - **TFSD** $\in \mathbb{C}$ => représentation : $|X|$ et $\mathrm{Arg}(X)$ en fonction de f ou ν (ou $\mathrm{Re}(X)$ et $\mathrm{Im}(X)$ en fonction de f ou ν).
  - **Périodicité**: $X(f)$ **est** F_e**-périodique / $X(\nu)$ est 1-périodique**

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi n f}{Fe}} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  ou $X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  (ou parfois: $X\left(e^{\frac{2j\pi f}{Fe}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \to \mathbb{C}$)

- Propriétés:
- **TFSD** $\in \mathbb{C}$ => représentation : $|X|$ et $\mathrm{Arg}(X)$ en fonction de f ou ν (ou $\mathrm{Re}(X)$ et $\mathrm{Im}(X)$ en fonction de f ou ν).

- **Périodicité**: $X(f)$ **est F_e-périodique / $X(\nu)$ est 1-périodique**

  $\Rightarrow$ représentation de $X(f)$ sur $[-\frac{F_e}{2}, +\frac{F_e}{2}[$, ou bien $[0, F_e[$

  $\Rightarrow$ représentation de $X(\nu)$ sur $[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}[$, ou bien $[0,1[$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $\boldsymbol{X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi n f}{F_e}}} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  ou $\boldsymbol{X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$

  (ou parfois: $\boldsymbol{X\left(e^{\frac{2j\pi f}{F_e}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \to \mathbb{C}$)

- Propriétés:

- **TFSD** $\in \mathbb{C}$ => représentation : $|X|$ et $\mathrm{Arg}(X)$ en fonction de f ou ν (ou $\mathrm{Re}(X)$ et $\mathrm{Im}(X)$ en fonction de f ou ν).

- **Périodicité**: $X(f)$ **est** F_e**-périodique / $X(\nu)$ est 1-périodique**

  $\Rightarrow$ représentation de $\boldsymbol{X(f)}$ sur $[-\frac{F_e}{2}, +\frac{F_e}{2}[$, ou bien $[0, F_e[$

  $\Rightarrow$ représentation de $\boldsymbol{X(\nu)}$ sur $[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}[$, ou bien $[0,1[$

- Si $x(t)$ est un **signal réel**, **sa TFSD est à symétrie hermitienne** :

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier des Signaux Discrets** (TFSD / TFTD / DTFT)

- Définition: $\boldsymbol{X(f) = \sum x[n]\, e^{-\frac{2j\pi nf}{Fe}}} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

  ou $\boldsymbol{X(\nu) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}}$ avec $\nu = \frac{f}{F_e} : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$

  (ou parfois: $\boldsymbol{X\left(e^{\frac{2j\pi f}{Fe}}\right) = \sum x[n]\, e^{-2j\pi\nu n}} : \mathcal{C}_{\{0,1\}} \rightarrow \mathbb{C}$)

- Propriétés:

- **TFSD** $\in \mathbb{C}$ => représentation : $|X|$ et $\mathrm{Arg}(X)$ en fonction de f ou ν (ou $\mathrm{Re}(X)$ et $\mathrm{Im}(X)$ en fonction de f ou ν).

- **Périodicité**: $X(f)$ **est** F_e**-périodique / $X(\nu)$ est 1-périodique**

  $\Rightarrow$ représentation de $\boldsymbol{X(f)}$ sur $[-\frac{F_e}{2}, +\frac{F_e}{2}[$, ou bien $[0, F_e[$

  $\Rightarrow$ représentation de $\boldsymbol{X(\nu)}$ sur $[-\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}[$, ou bien $[0,1[$

- Si $x(t)$ est un **signal réel**, **sa TFSD est à symétrie hermitienne** :

  $X(-f) = X^*(f)$ et $X(-\nu) = X^*(\nu)$ $\Leftrightarrow$ module pair et argument impair

  $\Rightarrow$
  - représentation sur $\boldsymbol{[0, \frac{F_e}{2}[}$ **pour** $\boldsymbol{X(f)}$ / sur $\boldsymbol{[0, \frac{1}{2}[}$ **pour** $\boldsymbol{X(\nu)}$
  - $(x[n])_n$ réel **pair** => $X(\nu)$ est réelle paire
  - $(x[n])_n$ réel **impair** => $X(\nu)$ est imaginaire pure impaire

3.1 Rappels: **TFSD inverse**

TFSD $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{\nu})$ 1-périodique

3.1 Rappels: **TFSD inverse**

TFSD $\boldsymbol{X(\nu)}$ 1-périodique $\Rightarrow$ développable en série de Fourier: $\boldsymbol{X(\nu) = \sum_{n\in\mathbb{Z}} c_n e^{2j\pi n\nu} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} c_{-n} e^{-2j\pi n\nu}}$

$\Rightarrow \forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}, \boldsymbol{c_{-n} = x[n]}$ avec $\boldsymbol{c_n = \frac{1}{1}\int_{[1]} X(\nu)\, e^{-2j\pi n\nu} d\nu}, \forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}$

- Définition: $\forall \boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}, \quad \boldsymbol{x[n] = \int_{[1]} X(\nu)\, e^{2j\pi \nu n} d\nu}$

$$\boldsymbol{x[n] = \frac{1}{F_e}\int_{[F_e]} X(f)\, e^{\frac{2j\pi f}{F_e}n} df} \text{ car } \nu = \frac{f}{F_e}$$

3.1 Rappels: **TFSD inverse**

- Définition: $\forall n \in \mathbb{Z}, \quad x[n] = \int_{[1]} X(\nu)\, e^{2j\pi\nu n} d\nu$

$$x[n] = \frac{1}{F_e}\int_{[F_e]} X(f)\, e^{\frac{2j\pi f}{F_e}n} df \text{ car } \nu = \frac{f}{F_e}$$

- Exemple: $x[n] = A(>0)$ pour $n \in [-M, M]$ et 0 ailleurs.
  - Tracer le module du spectre de $x[n]$: $|X(\nu)|$ (et$|X(f)|$).
  - Calculer l'amplitude du lobe secondaire

3.1 Rappels: **TFSD vs TFD**

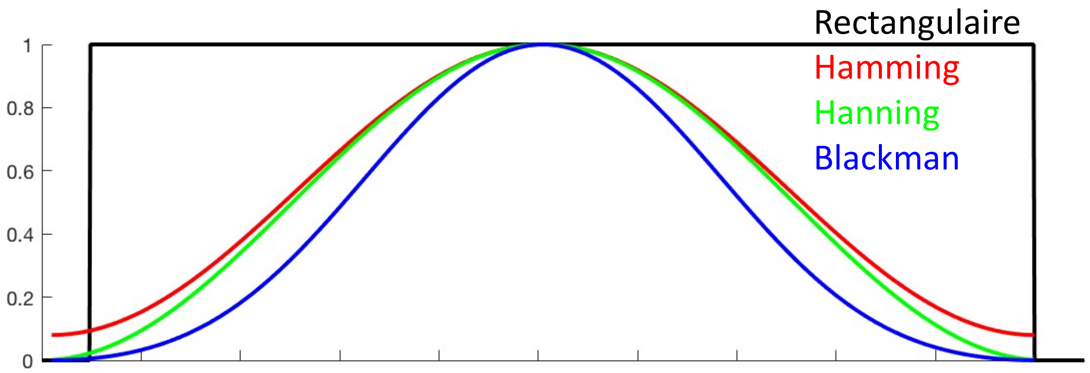
- Remarques:

$X(\nu)$ continue en ν (et $X(f)$ continue en f)

Mais en pratique:

a- **les signaux temporels sont de durée finie** (N points, $N \in \mathbb{N}^*$) : $\boldsymbol{n \in [0, N-1]}$

ex: x enregistrée sur une durée finie, multipliée par une fenêtre $w[n] \begin{cases} \neq 0 \text{ sur } [0, N-1] \\ = 0 \text{ ailleurs} \end{cases}$



3.1 Rappels: **TFSD vs TFD**

- Remarques:

$X(\nu)$ continue en ν (et $X(f)$ continue en f)

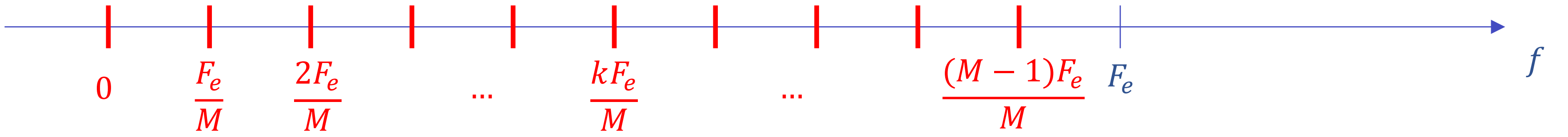
Mais en pratique:

a- **les signaux temporels sont de durée finie** (N points, $N \in \mathbb{N}^*$) : $\boldsymbol{n} \in [\boldsymbol{0}, \boldsymbol{N}-\boldsymbol{1}]$

b- **l'ensemble des fréquences est aussi discret** !: $\boldsymbol{M}$ valeurs de f régulièrement réparties sur $[0, F_e[$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{F_e}{M} \text{ et } f_k = \frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1]$$

Fréquences discrètes :



3.1 Rappels: **TFSD vs TFD**

- Remarques:

  $X(\nu)$ continue en ν (et $X(f)$ continue en f)

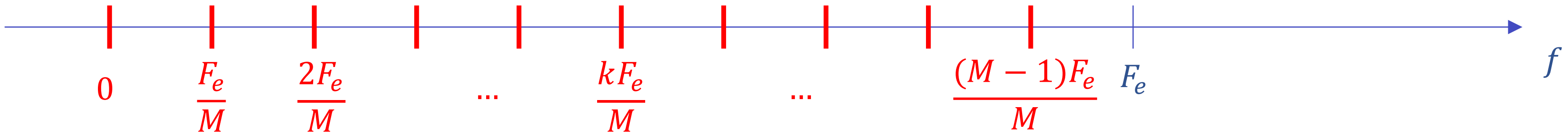
  Mais en pratique:

  a- **les signaux temporels sont de durée finie** (N points, $N \in \mathbb{N}^*$) : $\boldsymbol{n} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{N}-\mathbf{1}]$

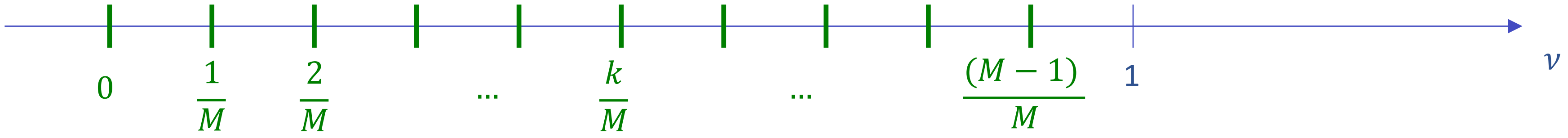
  b- **l'ensemble des fréquences est aussi discret** !: $\boldsymbol{M}$ valeurs de f régulièrement réparties sur $[0, F_e[$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{F_e}{M} \text{ et } f_k = \frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1] \text{ et } \nu_k = \frac{f_k}{F_e} = \frac{k}{M}, k \in [0, M-1]$$

Fréquences discrètes :



Fréquences réduites discrètes :



3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

- Définition: $\forall \boldsymbol{k} \in [\mathbf{0}, \boldsymbol{M}-\mathbf{1}], \boldsymbol{X}[\boldsymbol{k}] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-2j\pi\nu_k n}$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-\frac{2j\pi k n}{M}}$$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

- Définition: $\forall k \in [0, M-1], X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-\frac{2j\pi kn}{M}}$
- Propriétés:
  - **TFD** $\in \mathbb{C}$
  - Symétrie hermitienne : si le signal discret $(x[n])_{n\in[0,N-1]}$ est réel, $X[k]$ admet une symétrie hermitienne autour de $M/2$:
  - $X[M-k] = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]e^{-\frac{2j\pi(M-k)n}{M}} = \sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]e^{+\frac{2j\pi kn}{M}} = \left(\sum_{n\in\mathbb{Z}} x[n]e^{-\frac{2j\pi kn}{M}}\right)^{*} = X^{*}[k]$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

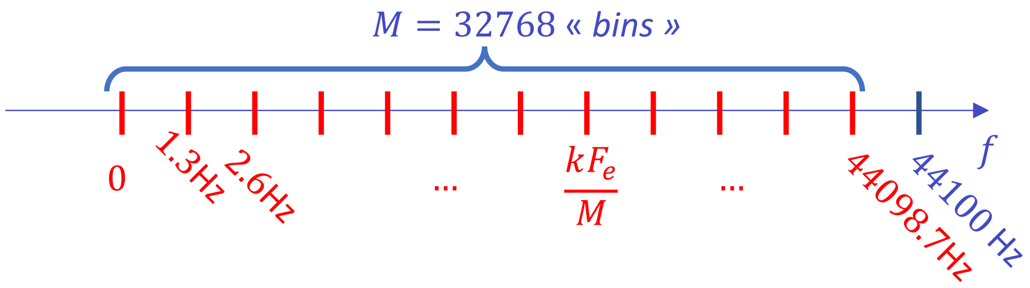
- Définition: $\forall k \in [0, M-1], X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-\frac{2j\pi kn}{M}}$
- Propriétés
- Représentation de $X[k]$ sur $[0, M-1[$ (« fft » matlab / Python ..), ou bien sur $[-\left(\frac{M}{2}-1\right), +\frac{M}{2}]$ si M pair

$[-\frac{M-1}{2}, +\frac{M-1}{2}[$ si M impair

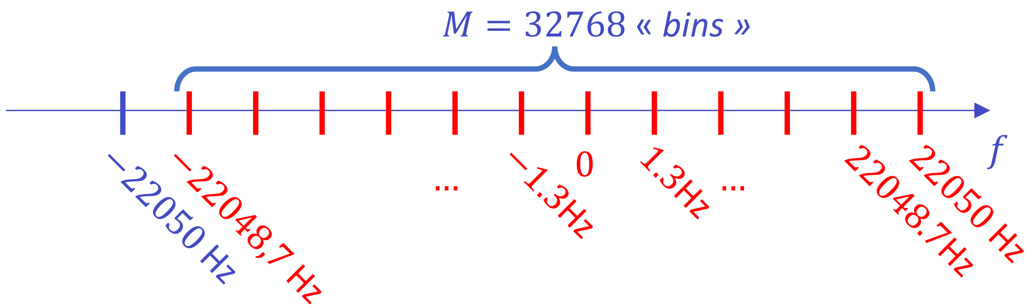
correspondant aux fréquences $[0, \frac{M-1}{M} F_e]$, ou bien $[-\frac{M-2}{M}\frac{F_e}{2}, \frac{F_e}{2}]$ si M pair

$[-\frac{M-1}{M}\frac{F_e}{2}, \frac{M-1}{M}\frac{F_e}{2}]$ si M impair

ex.: $F_e = 44.1$ kHz et $M = 2^{15} = 32768$ « *bins* »



ou bien



3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

- Définition: $\forall k \in [0, M-1], X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]\, e^{-\frac{2j\pi kn}{M}}$
- Propriétés
- Représentation de $X[k]$ sur $[0, M-1[$
- TFD inverse: Soit $(X[k])_{k\in[0,M-1]}$, un signal discret admettant une symétrie hermitienne autour de $\frac{M}{2}$, $(X[k])_{k\in[0,M-1]}$ est alors la TFD d'un **unique** signal $(x[n])_{n\in[0,M-1]}$ **réel**, de taille $\boldsymbol{M}$ échantillons. $(x[n])_{n\in[0,M-1]}$ est la TFD^{-1} de $(X[k])_{k\in[0,M-1]}$ et est donnée par :

$$\forall n \in [0, M-1], \qquad \boldsymbol{x[n] = \frac{1}{M}\sum_{k=0}^{M-1} X[k]e^{+2j\pi\frac{kn}{M}}}$$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

- Exemple: Soit $x(t) = e^{2j\pi f_0 t}$, calculer, tracer et comparer, sur l'intervalle de fréquence $[0, F_e]$:
  - sa Transformée de Fourier

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

➢ Exemple: Soit $x(t) = e^{2\mathrm{j}\pi f_0 t}$, calculer, tracer et comparer, sur l'intervalle de fréquence $[0, F_e]$:

- sa Transformée de Fourier : $\boldsymbol{X(f) = \delta_{f_0}(f)}$

- la TFSD du signal échantillonné $x_e(nT_e)$ observé sur une fenêtre rectangulaire de valeur 1 sur N points :
  $x_e(nT_e)$ (noté $x[n]$) $= x(nT_e)$ pour $n \in [0, N-1]$
  $x_e(t) = 0$ pour t $\neq nT_e$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

➢ Exemple: Soit $x(t) = e^{2j\pi f_0 t}$, calculer, tracer et comparer, sur l'intervalle de fréquence $[0, F_e]$:

- sa Transformée de Fourier : $\boldsymbol{X(f) = \delta_{f_0}(f)}$
- la TFSD du signal échantillonné $x_e(nT_e)$ observé sur une fenêtre rectangulaire de valeur 1 sur une largeur W :

$$\boldsymbol{X(f) = \frac{\sin(\pi(f-f_0)N/F_e)}{\sin(\pi(f-f_0)/F_e)} e^{j\pi\frac{(f-f_0)}{F_e}(N-1)}}$$

- La TFD de $x[n]$ sur la fenêtre d'observation: $n \in [0, N-1]$

3.1 Rappels: **Transformée de Fourier Discrète :** TFD

➢ Exemple: Soit $x(t) = e^{2j\pi f_0 t}$, calculer, tracer et comparer, sur l'intervalle de fréquence $[0, F_e]$:

- sa Transformée de Fourier : $\boldsymbol{X(f) = \delta_{f_0}(f)}$

- la TFSD du signal échantillonné $x_e(nT_e)$ observé sur une fenêtre rectangulaire de valeur 1 sur une largeur W :
  $\boldsymbol{X(\nu) = \frac{\sin(\pi(\nu-\nu_0)N)}{sin\left(\pi(\nu-\nu_0)\right)} e^{-j\pi(\nu-\nu_0)(N-1)}}$

- La TFD de $x[n]$ sur la fenêtre d'observation: $n \in [0, N-1]$: $X[k] = X\left(\frac{kF_e}{M}\right), \forall k \in [0, M-1]$

3.2 Résolution et précision de la TFD

- Définitions :

Précision : correspond au nombre M de « bins » : et donc à l'inverse de la distance entre 2 « bins » fréquentiels

Résolution : capacité à réduire l'erreur entre:
- la position d'un pic dans le spectre d'un signal temps continu
- la position du pic correspondant dans sa TFD

3.2 Résolution et précision de la TFD

⇒ information donnée par la TFD: uniquement aux fréquences $\boldsymbol{\frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1]}$

⇒ Pour augmenter la précision, il faut augmenter $\boldsymbol{M}$**:**

1ère possibilité: « zero-padding », i.e. on augmente le nombre de bins $\boldsymbol{M}$ ⇒ Les bins, en $\frac{kF_e}{M}$, se rapprochent.

NB. Pour de nombreux logiciels, par défaut, $M =$ durée d'observation.
Cette méthode revient donc à augmenter « artificiellement » la durée d'observation en ajoutant $M - N$ zéros à la suite de la fenêtre initiale de façon à lui donner une longueur de M points.
D'où le nom de cette méthode: ***zero padding*** *(« complétion de zéros »).*

Alors le signal observé est :$\tilde{x}[n] = x[n]$ sur $[0, N-1]$ et 0 sur $[N, M-1]$.

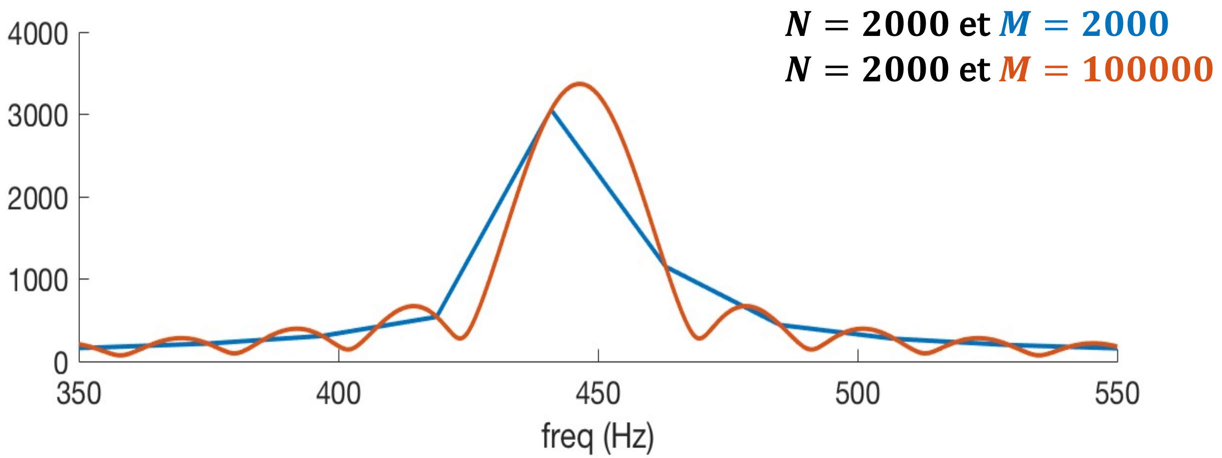
3.2 Résolution et précision de la TFD

⇒ information donnée par la TFD: uniquement aux fréquences $\frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1]$

⇒ Pour augmenter la précision, il faut augmenter M**:**

<u>1ère possibilité</u>: « zero-padding », i.e. on augmente le nombre de bins M ⇒ Les bins, en $\frac{kF_e}{M}$, se rapprochent.

Ex.: TFD de $x[n] = e^{2j\pi n f_1/F_e} + e^{2j\pi n f_2/F_e}$ avec $f_1 = 443$ **Hz** et $f_2 = 450$ **Hz**, $F_e = 44.1$ kHz :



- L'intervalle entre deux bins : $\frac{F_e}{M}$ ↘ lorsque M ↗ ⇒ de nouvelles valeurs apparaissent dans le spectre (lobes secondaires dans le cas d'une fenêtre rectangulaire) ⇒ précision fréquentielle ↗.

- Même signal observé ⇒ pas d'information ajoutée ⇒ la résolution reste inchangée.

3.2 Résolution et précision de la TFD

⇒ information donnée par la TFD: uniquement aux fréquences $\boldsymbol{\frac{kF_e}{M}}, \boldsymbol{k \in [0, M-1]}$

⇒ Pour augmenter la précision, il faut augmenter $\boldsymbol{M}$**:**

2ème possibilité: on augmente simultanément la durée d'observation N, et le nombre de bins $M \Rightarrow M = N \nearrow$

NB. Augmenter la durée d'observation revient à augmenter la largeur d'une fenêtre rectangulaire d'observation :
$W_{rect}[n] = 1$ sur $[0, N-1]$ et 0 ailleurs
et le signal observé est : $\tilde{x}\,[n] = x[n] \times W_{rect}[n] = x[n]$ sur $[0, N-1]$.

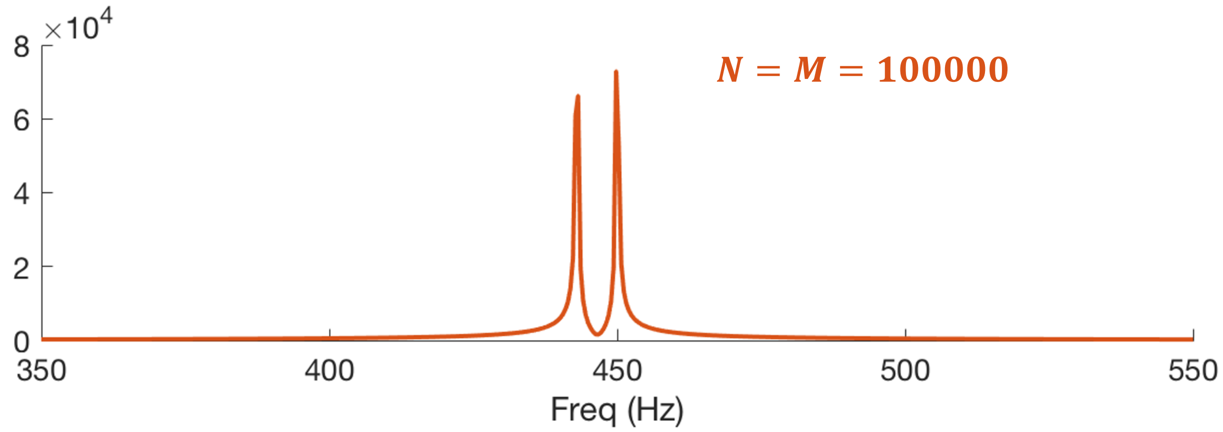
3.2 Résolution et précision de la TFD

$\Rightarrow$ information donnée par la TFD: uniquement aux fréquences $\frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1]$

$\Rightarrow$ Pour augmenter la précision, il faut augmenter M:

2ème possibilité: on augmente simultanément la durée d'observation N, et le nombre de bins $M \Rightarrow M = N \nearrow$

Ex.: TFD de $e^{2j\pi n f_1/F_e} + e^{2j\pi n f_2/F_e}$ avec $f_1 = 443$ **Hz** et $f_2 = 450$ **Hz**, $F_e = 44.1$ kHz :



- L'intervalle entre deux bins : $\frac{F_e}{M} \searrow$ lorsque $M \nearrow \Rightarrow$ de nouvelles valeurs apparaissent dans le spectre
  $\Rightarrow$ précision fréquentielle $\nearrow$.
- Signal observé plus long $\Rightarrow$ ajout d'information
  $\Rightarrow$ la résolution augmente : les pics s'approchent de f_1 et f_2.

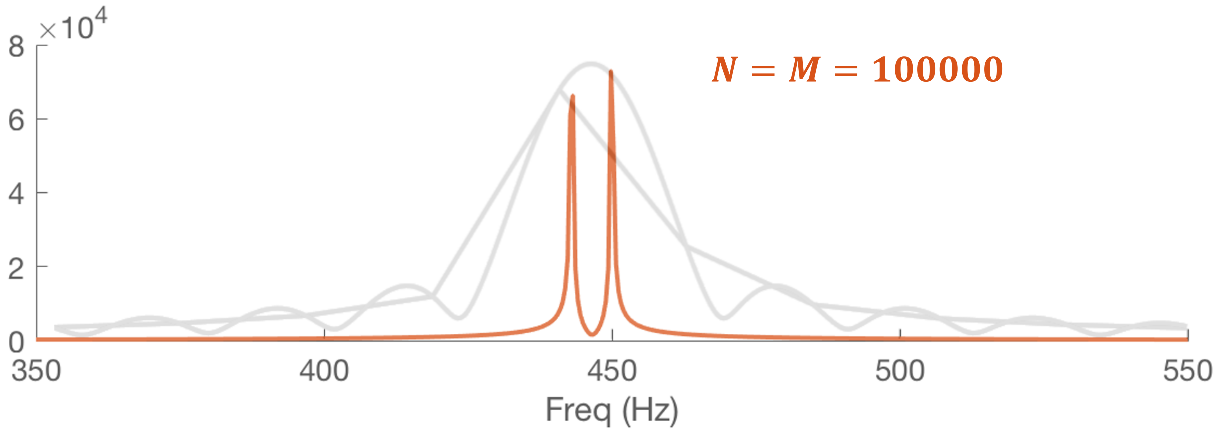
3.2 Résolution et précision de la TFD

⇒ information donnée par la TFD: uniquement aux fréquences $\boldsymbol{\frac{kF_e}{M}, k \in [0, M-1]}$

⇒ Pour augmenter la précision, il faut augmenter $\boldsymbol{M}$**:**

2ème possibilité: on augmente simultanément la durée d'observation N, et le nombre de bins M ⇒ $M = N$ ↗

Ex.: TFD de $\boldsymbol{e^{2j\pi n f_1/F_e} + e^{2j\pi n f_2/F_e}}$ avec $\boldsymbol{f_1 = 443}$ **Hz** et $\boldsymbol{f_2 = 450}$ **Hz**, $F_e = 44.1$ kHz :



- L'intervalle entre deux bins : $\frac{F_e}{M}$ ↘ lorsque M ↗ ⇒ de nouvelles valeurs apparaissent dans le spectre
  ⇒ précision fréquentielle ↗.
- Signal observé plus long ⇒ ajout d'information
  ⇒ la résolution augmente : les pics s'approchent de f_1 et f_2.

3.2 Résolution et précision de la TFD

➢ Conclusion:

M augmente ⇒ intervalle entre 2 bins ↘ ⇒ TFD calculée en plus de points $\frac{\boldsymbol{kF_e}}{\boldsymbol{M}}$ ⇒ précision ↗

- si N augmente aussi, i.e. durée d'observation $= NT_e$ ↗, alors résolution ↗
- si N est inchangé, i.e. zero-padding pour avoir N artificiellement égal à M, alors pas d'information supplémentaire ⇒ résolution inchangée

NB: cas d'une fenêtre d'observation rectangulaire: $\tilde{x}[n] = x[n] \times \Pi_{[0,N-1]}(n)$

Alors la TFSD: $\tilde{X}[\nu] = X[\nu] * \frac{\sin(\pi\,\nu N)}{\sin(\pi\nu)} e^{-j\pi\nu(N-1)}$ s'annule en $\frac{k}{N}$.

Or $\nu_k = \frac{k}{M}$ ⇒ - si $M = N$ on ne voit sur la TFD que le lobe principale

- si $M > N$, les lobes secondaires apparaissent sur la TFD, et déforment le spectre.