



به نام خدا

نام درس : مبانی ماتریس ها و جبر خطی

استاد : دکتر اردشیر لاریجانی

موضوع پروژه : فشردن سازی عکس با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد

گزارش پروژه

زهرا دهقانی تفتی (۹۶۲۲۲۰۳۷)

هدف ما در این پروژه این است که یک عکس را به عنوان ورودی از کاربر بگیریم و آن را با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد (Singular Value Decomposition) فشرده کنیم و پیکسل-های عکس را به هم نزدیک کنیم.

برای این کار ابتدا یک عکس را به عنوان ورودی می‌گیریم، برای مثال در اینجا، سائز عکس test1.jpg، 1727×2048 پیکسل است. ما این عکس را به عنوان یک ماتریس به سائز 2048×1727 به اسم A در نظر می‌گیریم. سپس باید ماتریس A را به فرم SVD بنویسیم. یک متغیر به نام i در نظر می‌گیریم که تعداد ستون ماتریس U، سطر و ستون ماتریس S و سطر ماتریس V^T را مشخص می‌کند. با استفاده از متغیر i، سائز این ماتریس‌ها را محدود می‌کنیم و عکس را فشرده می‌کنیم. هر ماتریس A را می‌توان به فرم SVD نوشت :

$$A = USV^T$$

که در این مثال (برای عکس test1.jpg) سائز ماتریس‌ها به صورت زیر است:

$$U \longrightarrow 2048 \times 2048$$

$$S \longrightarrow 2048 \times 1727$$

$$V^T \longrightarrow 1727 \times 1727$$

همچنین ماتریس A را می‌توان به صورت جمع ماتریس‌هایی با رتبه‌ی یک، به صورت زیر

نوشت:

$$A = s_1 u_1 v_1^T + s_2 u_2 v_2^T + \dots + s_n u_n v_n^T$$

که هرکدام از $s_i u_i v_i^T$ به سائز ماتریس اصلی است و s_i درایه‌ی روی قطر i امین سطر ماتریس S است. برای مثال اگر $i = 10$ باشد، یعنی باید ۱۰ تا از $s_i u_i v_i^T$ ها با هم جمع شوند، که هرچه عدد i بزرگ‌تر باشد، کیفیت عکسی که از جمع این ماتریس‌ها بدست می‌آید، به کیفیت عکس

اصلی ما نزدیک تر می شود، زیرا تعداد پیکسل ها زیاد می شود. تعداد پیکسل ها در این مثال برای i برابر است با :

$$2048 \times i + 1727 \times i + i \text{ pixel}$$

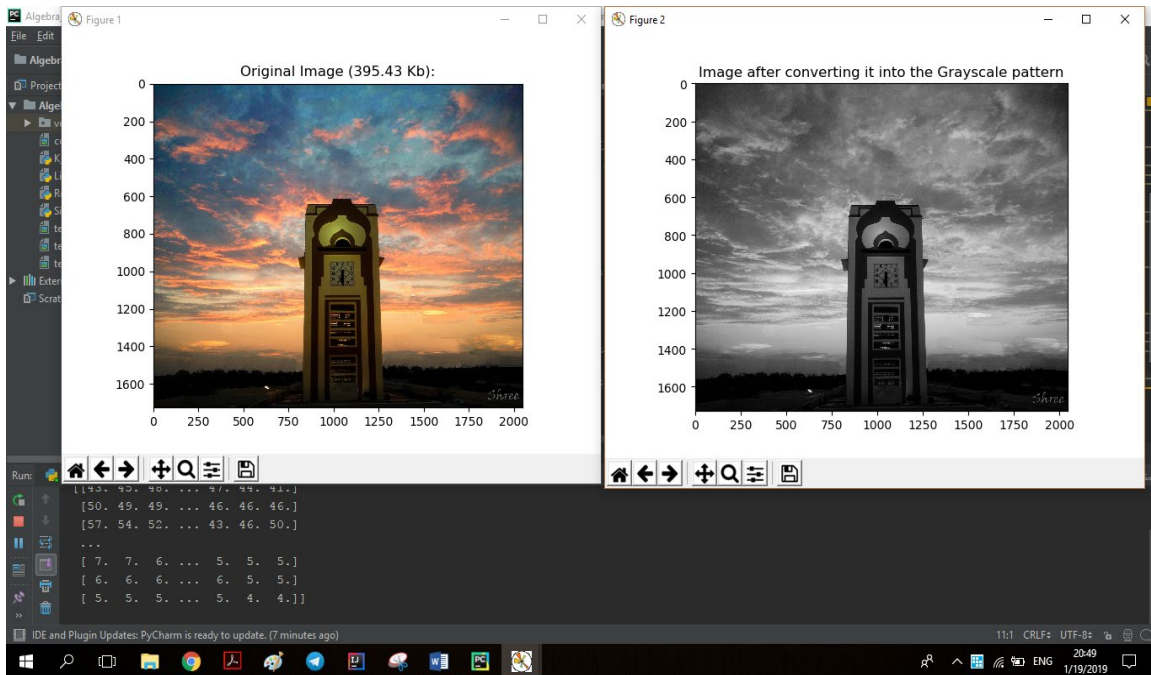
و تعداد پیکسل های تصویر اصلی ما 2048×1727 است. پس هر چه i بزرگ تر شود تعداد پیکسل ها به تعداد پیکسل های تصویر اصلی نزدیک تر می شود و تصویر ما با کیفیت تر است.

در کد پروژه، ما ابتدا یک عکس از کاربر به عنوان ورودی می گیریم (عکس می تواند رنگی یا سیاه سفید باشد). اگر عکس رنگی باشد، آن را به عکس سیاه سفید تبدیل می کند. سپس عکس سیاه سفید را به فرم ماتریس A به سائز عکس درمی آورد که در خط ۱۸ ام کد، من این ماتریس را چاپ کرده ام. (یعنی هر پیکسل در عکس، یک درایه در ماتریس عکس است)

سپس عکس اولیه و عکس اولیه که به سیاه سفید تبدیل شده، را در خروجی به ما نشان می دهد. در گام بعد برای فشرده سازی عکس ورودی، ماتریس A را به فرم SVD درمی آورد. در اینجا i از عدد ۵ شروع می شود و هر مرحله ۲۰ تا به آن اضافه می شود و در هر مرحله، عکس فشرده شده را به ما در خروجی نشان می دهد. همانطور که گفته شده هرچه مقدار i بزرگ تر باشد، کیفیت عکس فشرده شده، به کیفیت عکس اصلی نزدیک تر است.

برای عکس test1.jpg خروجی های زیر را به ترتیب داریم:

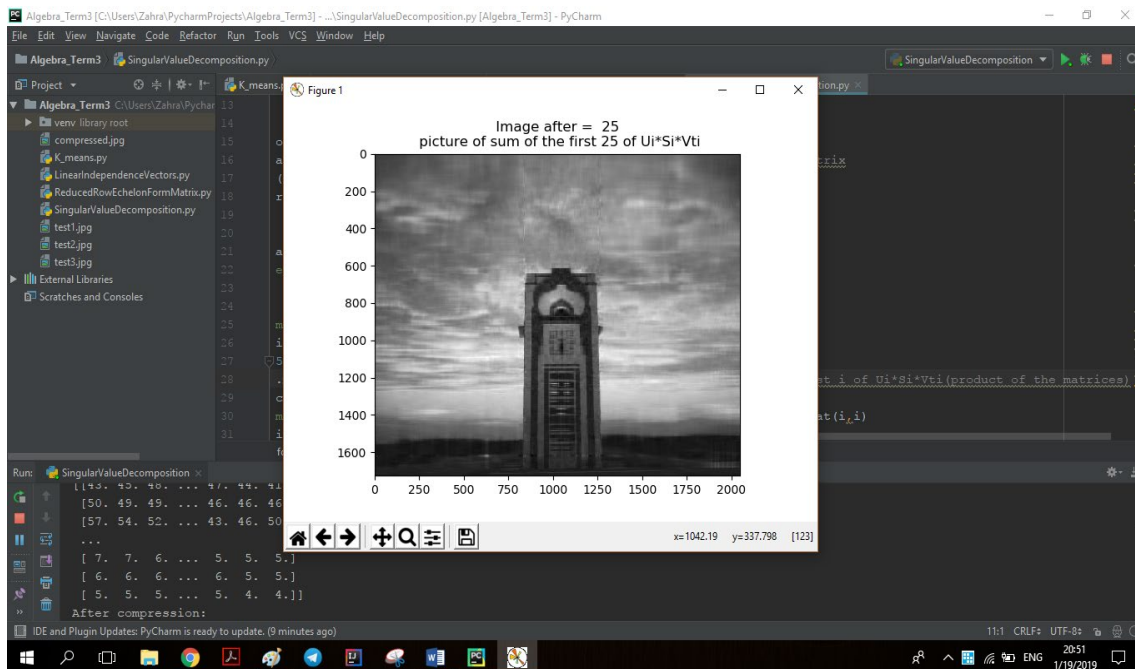
خروجی اول : تبدیل عکس ورودی به سیاه سفید



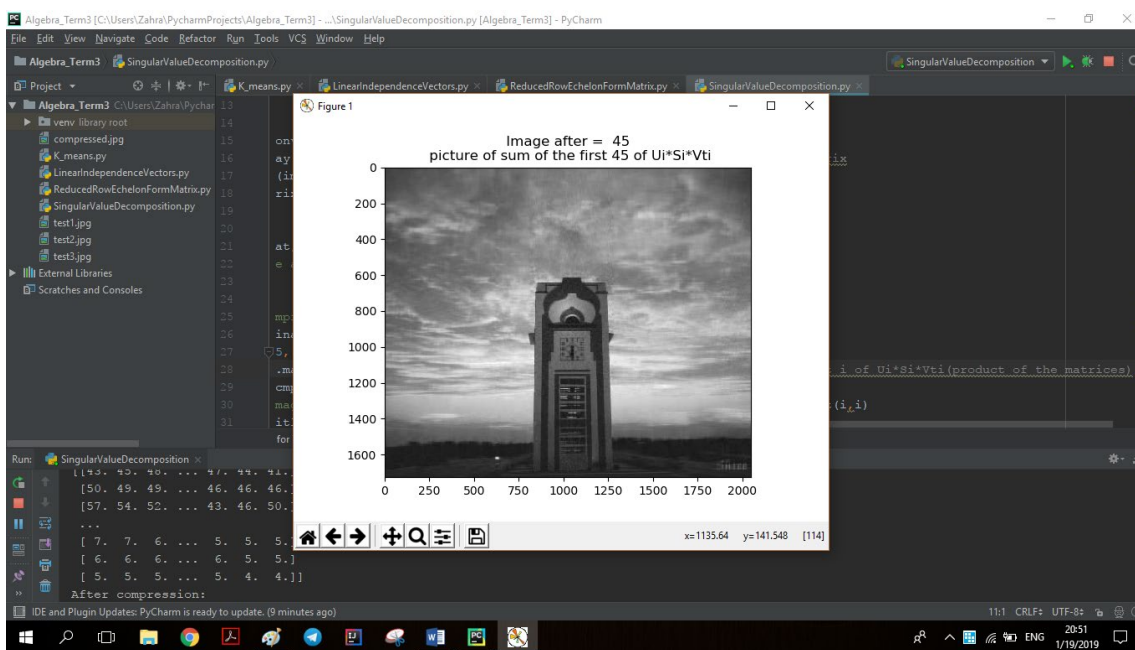
خروجی دوم : جمع ۵ دنباله از $SiU_iV_i^T$ ها و تبدیل ماتریس آن به عکس



خروجی سوم: جمع ۲۵ دنباله از $S_i U_i V_i^T$ ها و تبدیل ماتریس آن به عکس



خروجی چهارم: جمع ۴۵ دنباله از $S_i U_i V_i^T$ ها و تبدیل ماتریس آن به عکس



خروجی پنجم : جمع ۶۵ دنباله از $S_i u_i v_i^T$ ها و تبدیل ماتریس آن به عکس

