به نام خدا

۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق

پروژه سیستم‌های کنترل خطی

استاد درس: دکتر امیرحسین نیکوفرد

نام و نام خانوادگی و شماره دانشجویی اعضای گروه:

محمدامین رحیم‌زاده گوری ۹۸۲۲۱۰۳

یاسمن مطهری‌فر ۹۸۲۵۲۹۳

زهرا ایران‌پور مبارکه ۹۸۱۹۸۹۳

زمستان ۱۴۰۰

فهرست

عنوان	شماره صفحه
چکیده	۳
۱. معادلات دینامیکی سیستم	۴
۲. پاسخ پله حلقه باز سیستم	۵
۳-۱. شکل مکان هندسی برای سیستم حلقه بسته	۶
۳-۲. رسم دیاگرام بود برای سیستم حلقه بسته	۷
۳-۳. رسم دیاگرام نایکوئیست برای سیستم حلقه بسته	۷
۴-۱. طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک مکان ریشه	۸
۴-۲. رسم پاسخ پله سیستم حلقه بسته سیستم طراحی شده	۱۱
۵-۱. طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک پاسخ فرکانسی	۱۲
۵-۲. رسم پاسخ پله سیستم حلقه بسته سیستم طراحی شده	۱۵
۶. طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک سیمولینک	۱۶
۷-۱. طراحی کنترل‌کننده بر اساس مدل فضای حالت	۱۷
۷-۲. رسم پاسخ پله حلقه بسته سیستم طراحی شده	۲۰
۸-۱. طراحی کنترل‌کننده‌های PI و PD و PID	۲۱
۸-۲. معرفی بهترین کنترل‌کننده بر اساس نتایج آن‌ها	۲۳
مراجع	۲۳

چکیده

در این پروژه ما با داشتن معادلات دینامیکی سیستم، ابتدا پاسخ پله حلقه باز سیستم را رسم می‌کنیم و سپس ضمن کشیدن شکل مکان هندسی برای سیستم حلقه بسته، دیاگرام بود و نایکوئیست سیستم حلقه بسته را نیز بدست می‌آوریم.

سپس چند طراحی انجام می‌دهیم:

طراحی اول، طراحی کنترل‌کننده به کمک مکان ریشه خواهد بود. و سپس با رسم پاسخ پله حلقه بسته، سیستم طراحی شده را تحلیل و بررسی می‌کنیم.

طراحی دوم، طراحی کنترل‌کننده به کمک پاسخ فرکانسی خواهد بود. و سپس با رسم پاسخ پله حلقه بسته، سیستم طراحی شده را تحلیل و بررسی می‌کنیم.

طراحی سوم، طراحی کنترل‌کننده در سیمولینک متلب می‌باشد.

طراحی چهارم، طراحی کنترل کننده بر اساس فضای حالت است. که در ادامه پاسخ پله حلقه بسته سیستم طراحی شده نیز رسم می‌شود.

طراحی پنجم که خود دارای چند طراحی می‌باشد، طراحی کنترل‌کننده به کمک PI و PD و PID است که در ادامه از بین این کنترل‌کننده‌ها بر اساس نتایج بهترین آن‌ها انتخاب می‌شوند.

سوال ۱

معادلات دینامیکی سیستم: موجود در مقاله

$$v(t) - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} - \varepsilon(t) = 0$$

$$Js^2\Theta(s) = K_t I(s) - bs\Theta(s)$$

$$V(s) - RI(s) - sLI(s) - k_e s\Theta(s) = 0$$

$$\frac{\Theta(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{s[(Js+b)(Ls+R)+K_eK_t]}\left[\frac{\text{rad}}{\text{V}}\right]$$

$$G_p(s) = \frac{\dot{\Theta}(s)}{V(s)} = \frac{K_t}{(Js+b)(Ls+R)+K_eK_t}\left[\frac{\text{rad/s}}{\text{V}}\right]$$

مقدار پارامترها:

J	$0.099 kg.m^2$
B	$0.1\frac{Nms}{rad}$
kb	$1\frac{Vsec}{rad}$
kt	$0.01\frac{Nm}{A}$
R	$1ohm$
L	$0.49H$

تابع تبدیل حلقه باز:

$$G(s) = \frac{K_t}{(R_a+sL_a)(Js+B)} = \frac{0.01}{(1+0.49s)(0.099s+0.1)}$$

تابع تبدیل حلقه بسته:

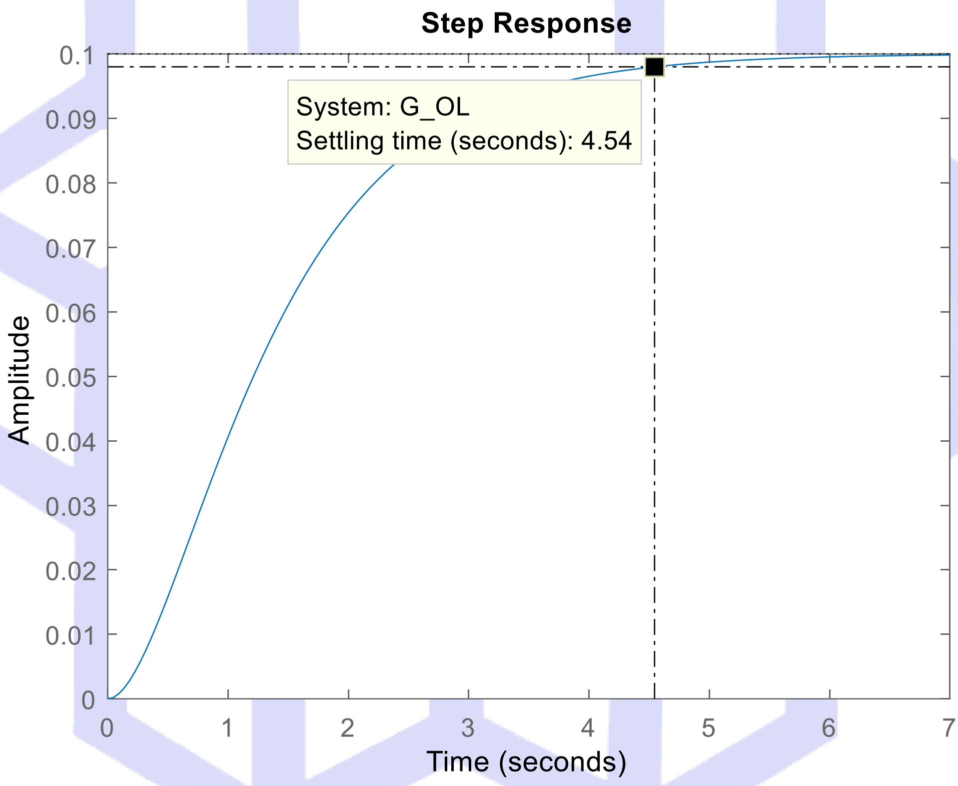
$$T(s) = \frac{K_t}{(R_a+SL_a)(Js+B)+K_t.K_b} = \frac{0.01}{(1+0.49s)(0.099s+0.1)+0.01}$$

سوال ۲

کد متلب:

```
s = tf('s');

J = 0.099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;

G_OL = K/((R+s*L)*(J*s+b));

%PASOKH PELE OPEN LOOP
step(G_OL)
```

پاسخ پله حلقه باز سیستم



۱-۱ پاسخ پله حلقه باز

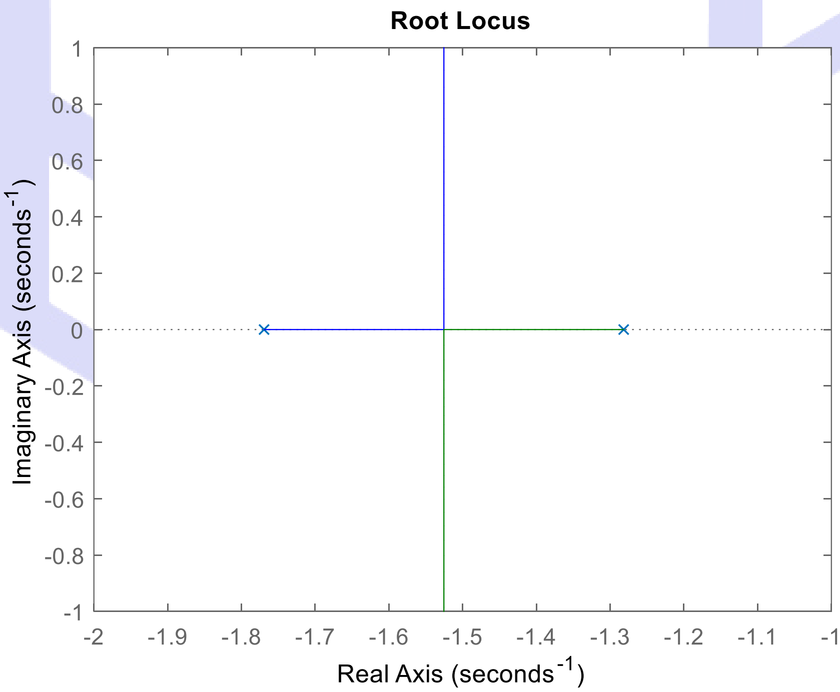
پاسخ پله رسم شد و مشاهده می‌شود که ستلینگ تایم آن ۴.۵۴ است.

سوال ۳

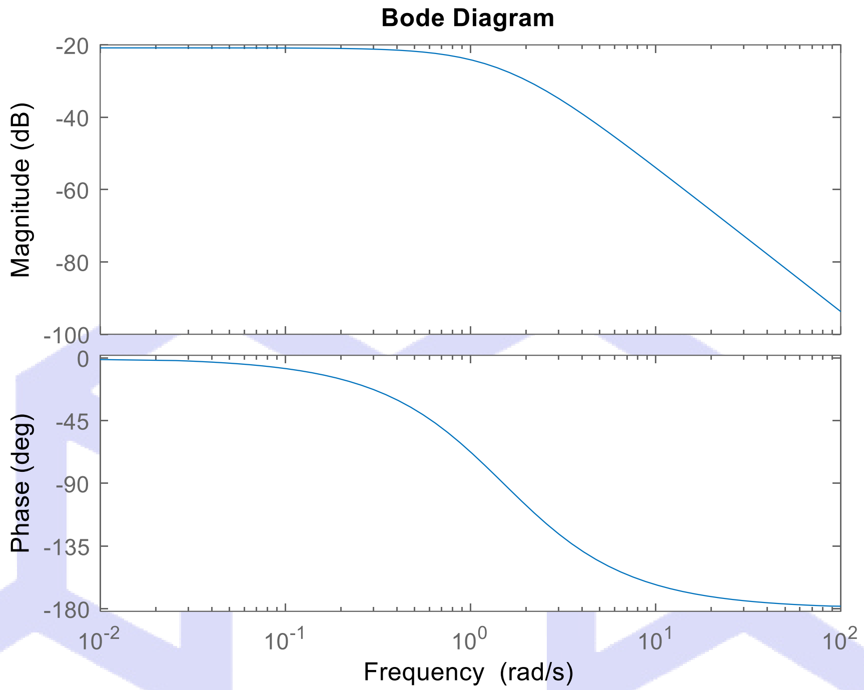
کد متلب:

```
s = tf('s');

J = 0.099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;

G_CL = K/((R+s*L)*(J*s+b)+K);

%MAKAN HENDESI CLOSE LOOP
figure(1)
rlocus(G_CL)

%BODE CLOSE LOOP
figure(2)
bode(G_CL);

%NYQUIST CLOSE LOOP
figure(3)
nyquist(G_CL);
```

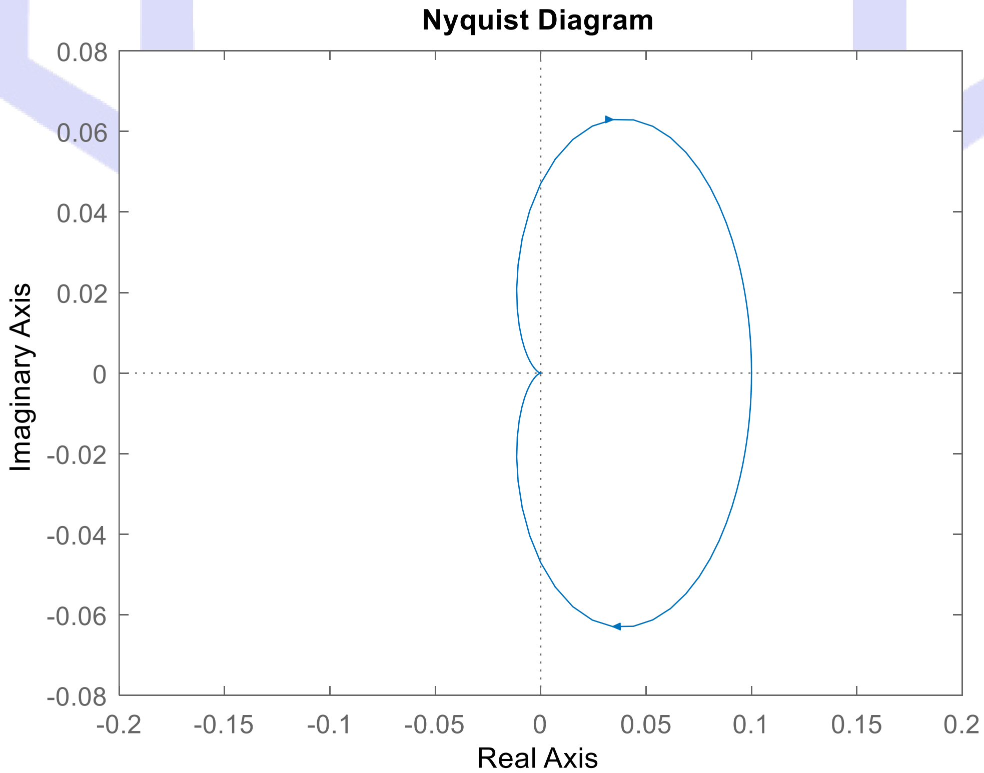
شکل مکان هندسی برای سیستم حلقه بسته:



رسم دیاگرام بود برای سیستم حلقه بسته:



رسم دیاگرام نایکوئیست برای سیستم حلقه بسته:



سوال ۴

کد متلب:

```
s = tf('s');

J = 0.099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;

G_OL = K/((R+s*L)*(J*s+b));

figure(1)
sisotool(G_OL)

figure(2)
rlocus(G_OL)

k_G=990;
k_c=0.0225;
c=(s+0.76)/(s+0.76*0.0225);

figure(3)
step(feedback(c*G_OL*k_c*k_G,1))
```

طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک مکان ریشه:

جبرانساز پسفاز به ازای ورودی پله

تابع تبدیل حلقه باز سیستم:

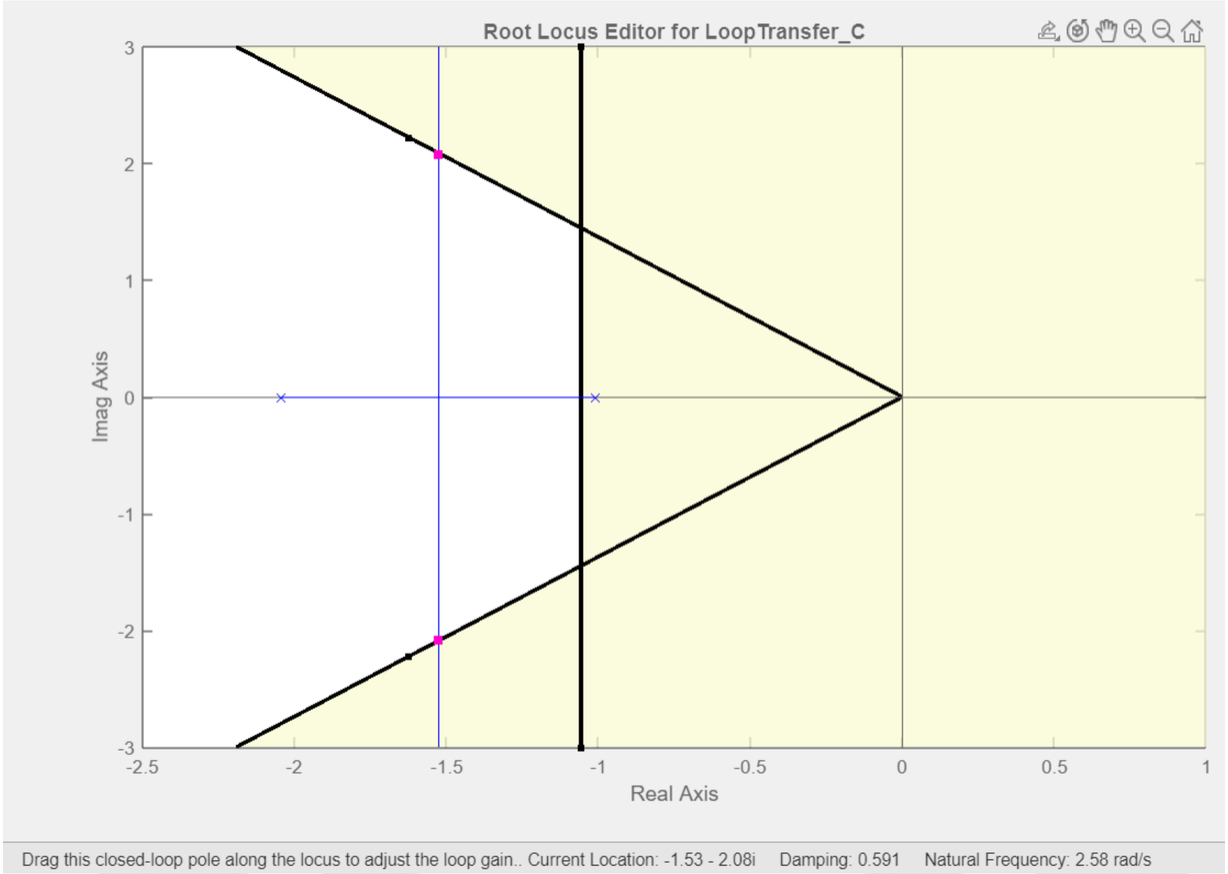
$$G_{OL}(s) = \frac{0.01}{(1+0.49s)(0.099s+0.1)} = \frac{1}{0.4851s^2+5.89s+10}$$

شرایط مطلوب مسئله:

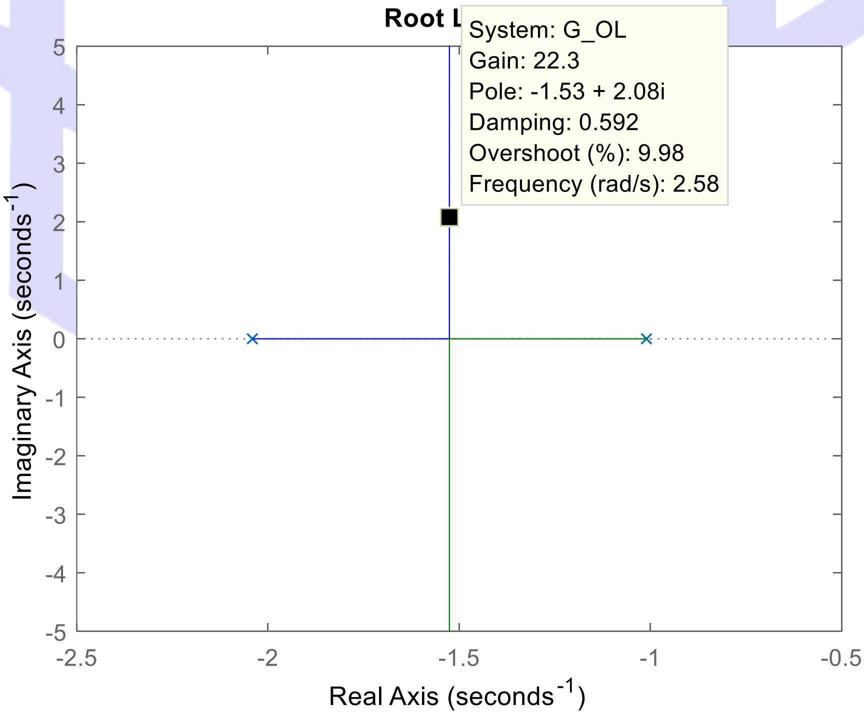
$$MP\% \leq 10\% \quad , \quad t_s \leq 4\ (sec) \quad , \quad e_{ss} \leq 0.01$$

$$MP\% = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\xi^2}}} \xrightarrow{MP\%=10\%} \zeta = 0.59$$

سپس مکان ریشه را به کمک سیسوتول متلب بدست می‌آوریم.



$$\zeta = 0.59 \xrightarrow{sisotool} \omega = 2.58(\frac{rad}{s})$$



$$k_0 = 22.3 \qquad \rightarrow$$

$$e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + k_0 G(s)} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + 22.3 \times 0.1} = 0.309 > 0.01$$

به ازای $k_0 = 22.3$ مقدار خطای ماندگار به ازای ورودی پله بزرگتر از حداکثرخطای ماندگار مورد نظر است.

$$e_{ss} = 0.01 \rightarrow e_{ss} = \lim_{s\to 0} \frac{1}{1 + k_G G(s)} = 0.01 \rightarrow k_G = 990$$

گین جبرانساز:

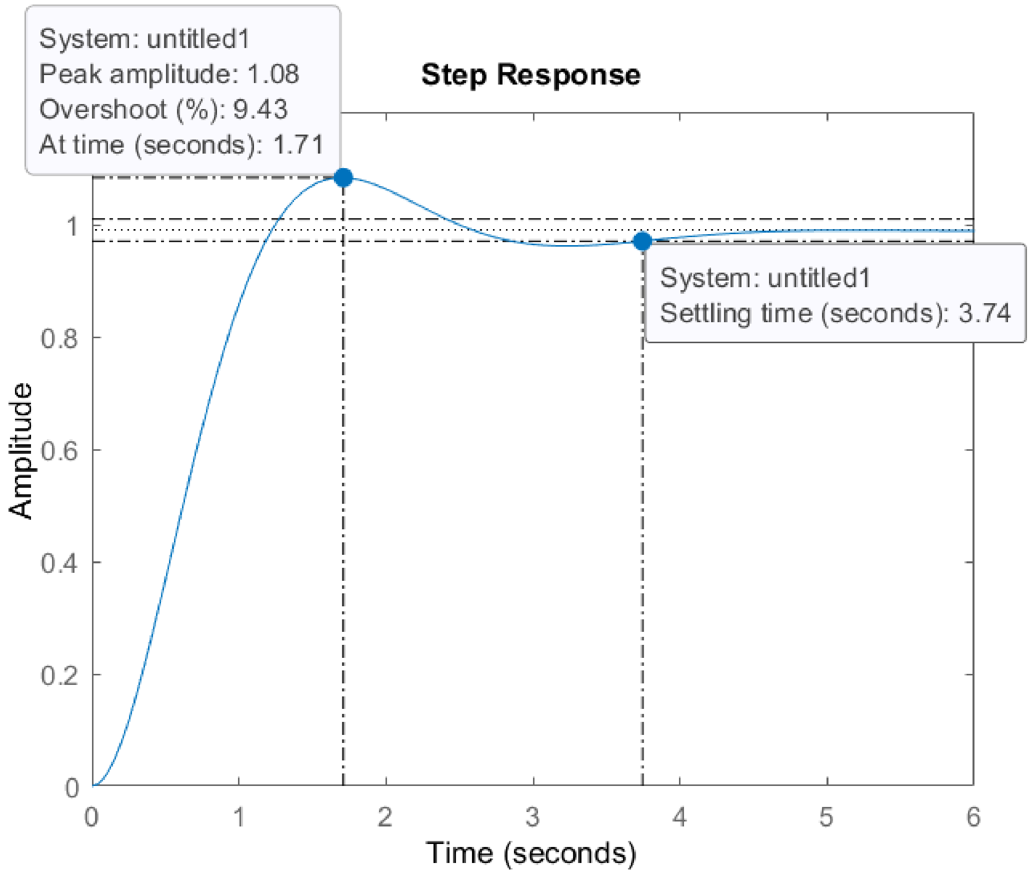
$$k_C = \frac{k_0}{k_G} = \frac{22.3}{990} \rightarrow k_C = 0.0225$$

صفر جبران‌ساز را نزدیک مبدا انتخاب کرده سپس از رابطه زیر قطب جبران‌ساز را محاسبه می‌کنیم:

$$p_c = z_c k_c \xrightarrow{z_C = 0.76} p_c = 0.0225 \times 0.76 = 0.0171$$

$$C(s) = k_c \frac{s + z_c}{s + p_c} \rightarrow C(s) = 0.0225 . \frac{s + 0.76}{s + 0.0171}$$

رسم پاسخ پله سیستم حلقه بسته سیستم طراحی شده:



مشاهده می شود که به زمان نشست و فراجهش مطلوب رسیده‌ایم.

سوال ۵

کد متلب:

```
s = tf('s');

J = 0.0099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;

G_OL = K/((R+s*L)*(J*s+b));

k_G=990;
figure(1)
bode(k_G*G_OL);

c=(1+19.098*0.0595*s)/(1+19.098*s);
figure(2)
bode(k_G*G_OL*c);

figure(3)
step(feedback(c*G_OL*k_G,1))
```

طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک پاسخ فرکانسی:

شرایط مطلوب مسئله:

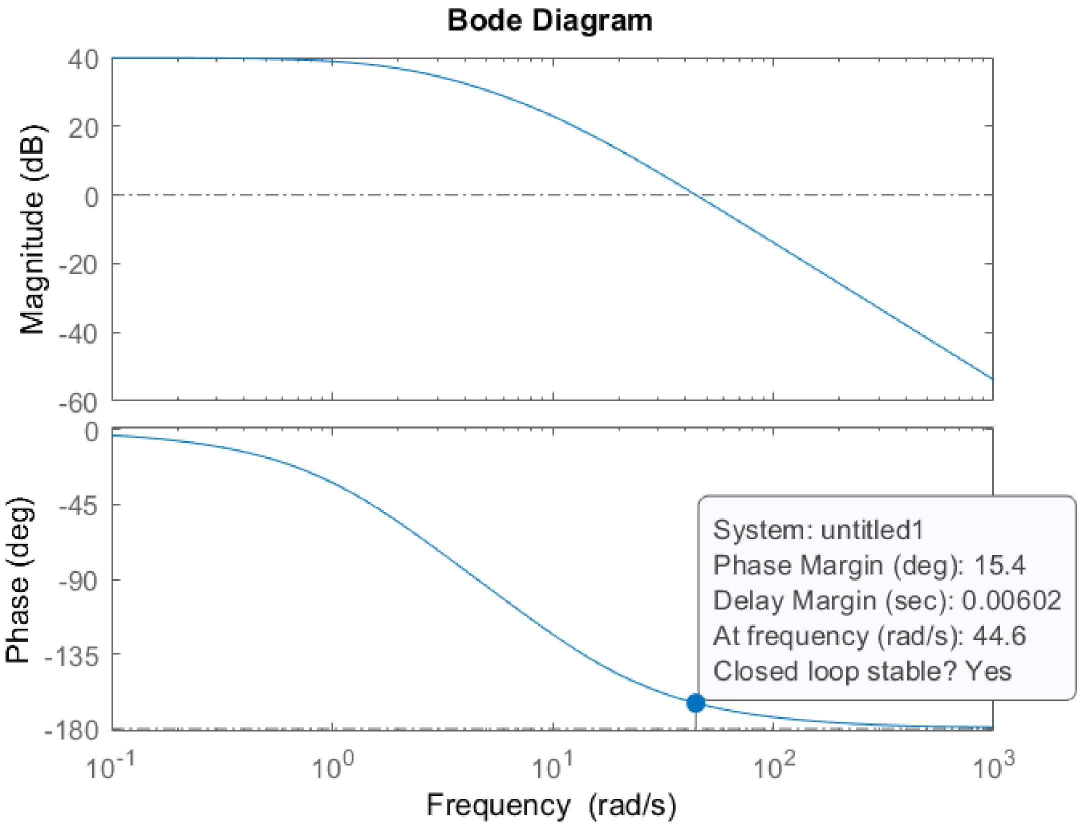
$$P.M \geq 50^\circ \quad , \quad ess|_{r(t)=u(t)} \leq 0.01 \quad , \quad t_s \leq 3s \quad , \quad Overshoot \leq 10\%$$

$$G_{OL}(s) = \frac{0.01}{(1+0.49s)(0.099s+0.1)}$$

$$ess = \frac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0} G} = \frac{1}{1+\lim\limits_{s\to 0}\frac{0.01\,k_G}{(1+0.49s)(0.099s+0.1)}} = \frac{1}{1+\frac{0.01k_G}{0.1}} = 0.01$$

$$\to k_G = 990$$

رسم نمودار بود تابع تبدیل حلقه باز با حضوره بهره ثابت و محاسبه مقدار حاشیه فاز(φ_0) برای آن:

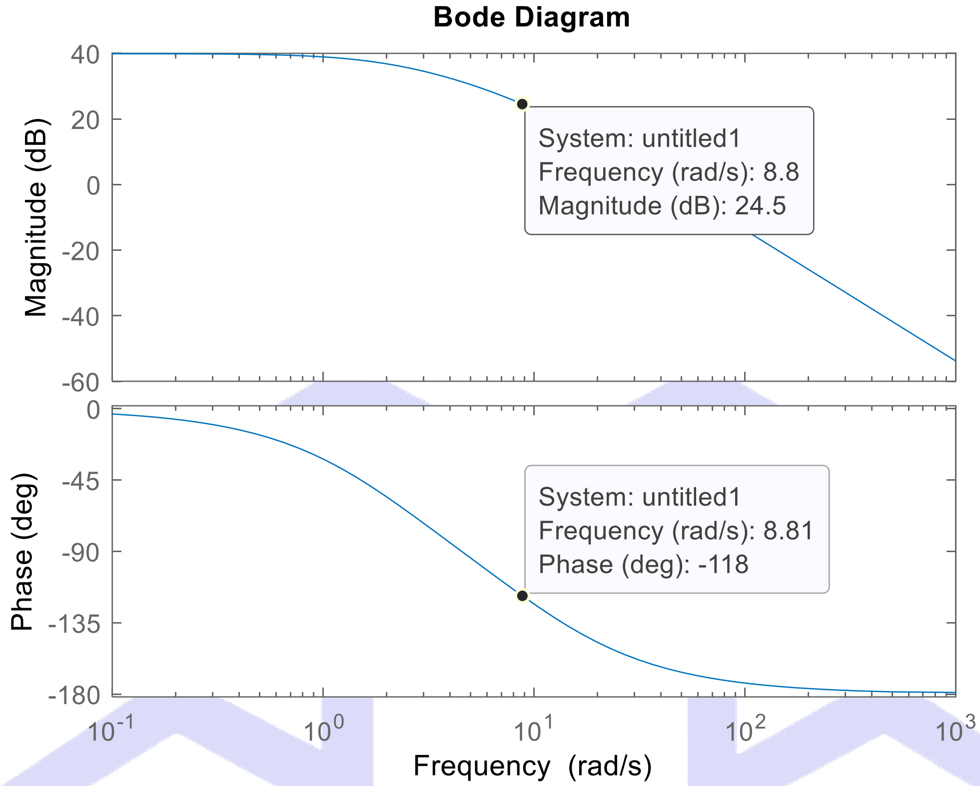


مشاهده میکنیم که حد فاز کمتر از حد فاز مطلوب است.

تعیین فرکانس گذر بهره ω_c

$$P.M = 50°$$

$$< kG(jw_c) = -180 + 50 + 12\left(\text{حاشیه امن}\right) = -118$$



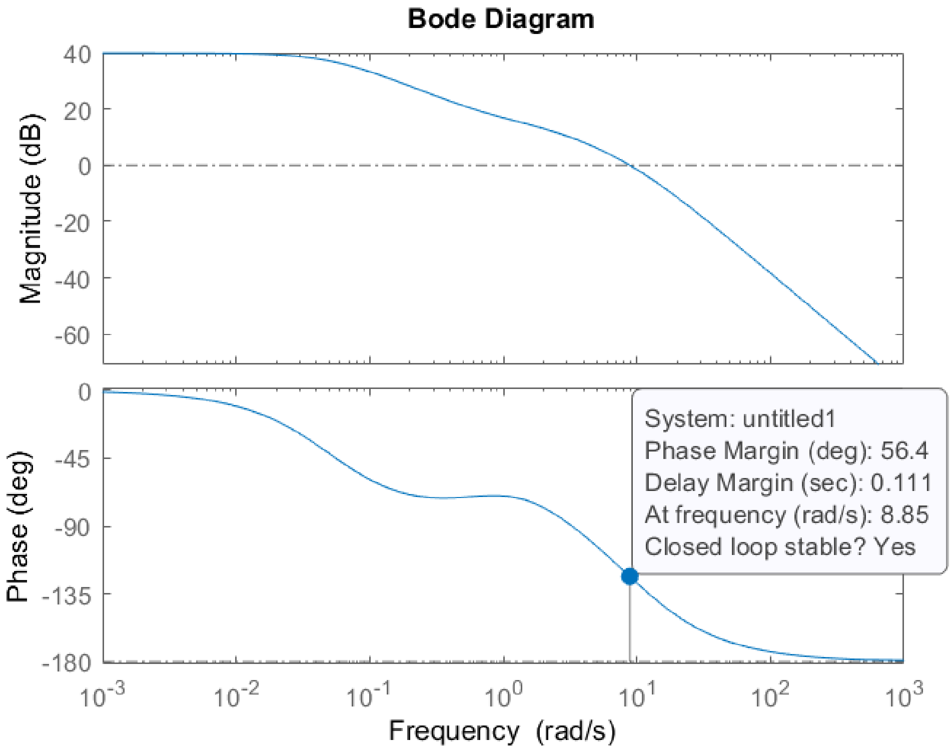
$$\rightarrow w_c = 8.8$$

$$20\log a = -|kG(jw_c)|(db) = -24.5 \rightarrow a = 0.0595$$

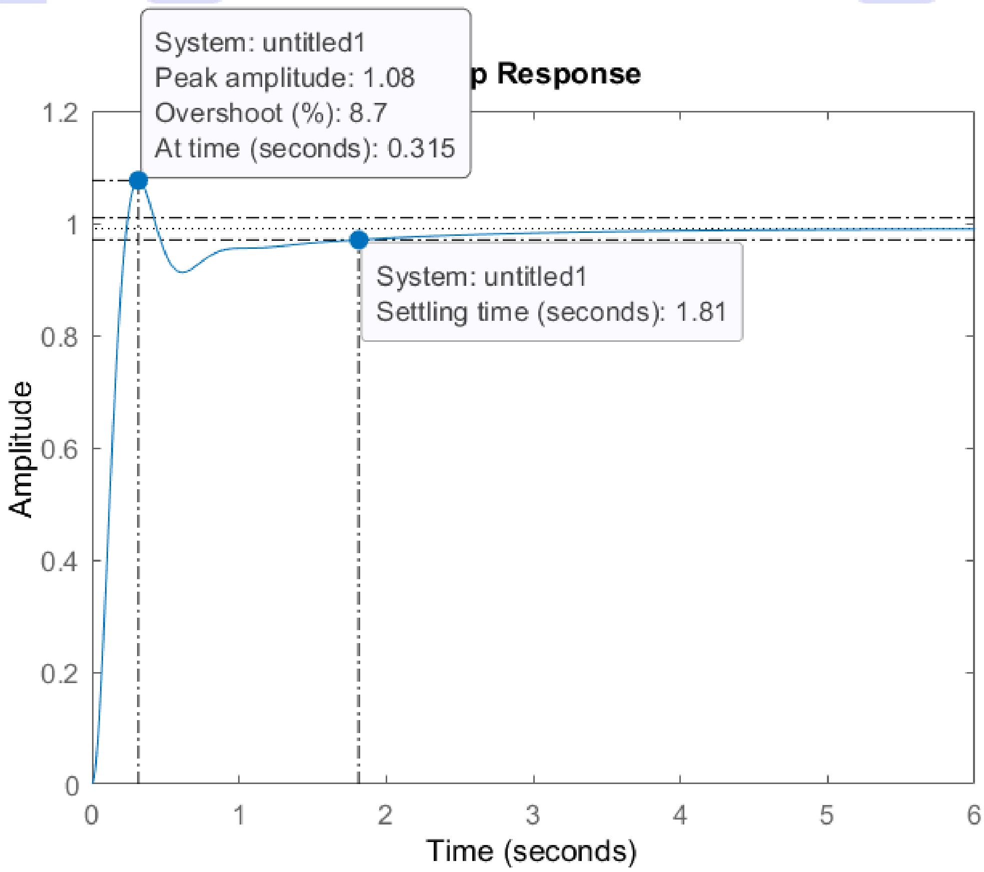
$$T = \frac{10}{a.w_c} = 19.098$$

$$C(s) = \frac{1 + aTs}{1 + Ts} = \frac{1 + 1.136s}{1 + 19.098s}$$

حال باید نمودار بودی جدید سیستم و پاسخ پله را رسم می‌کنیم و میبینیم که $\varphi_{d=56.4>50}$ و در پاسخ پله ستلینگ تایم و اورشوت در بازه خواسته شده و شرایط مطلوب مسئله قرار دارد. پس مسئله به درستی حل شده

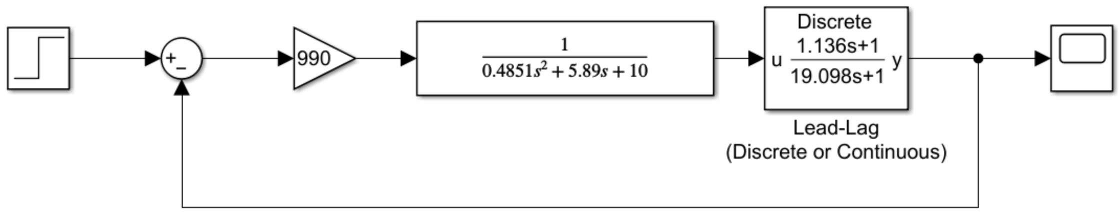


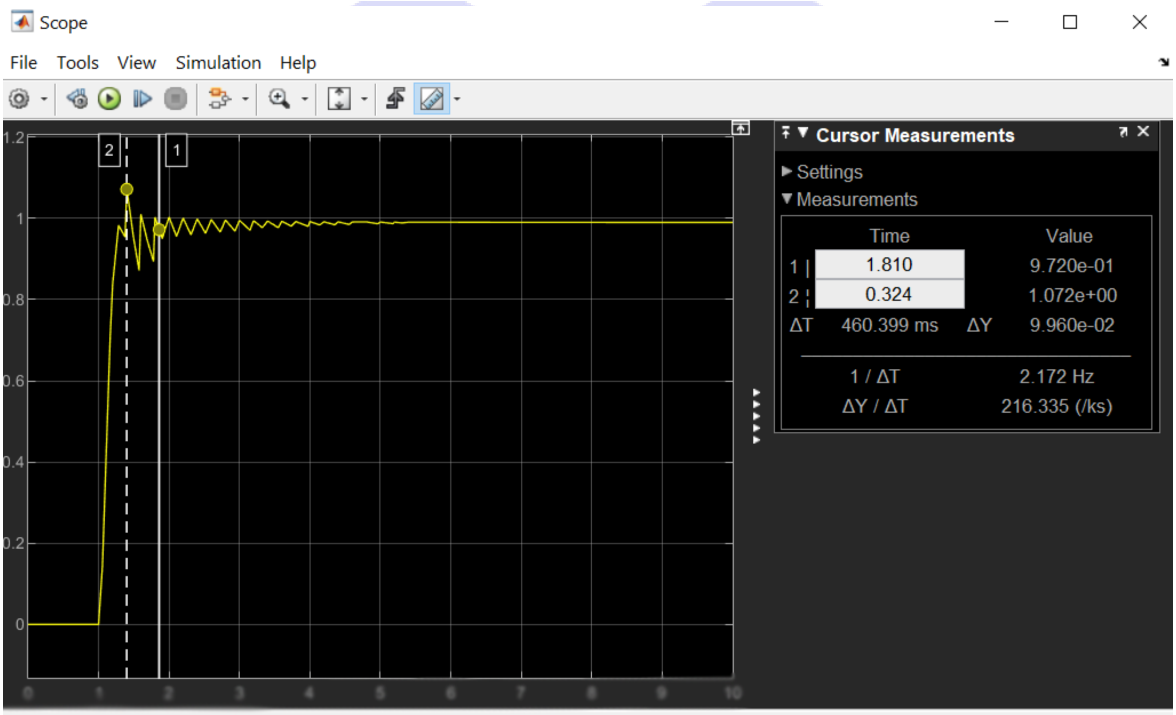
رسم پاسخ پله سیستم حلقه بسته سیستم طراحی شده (جبران شده)

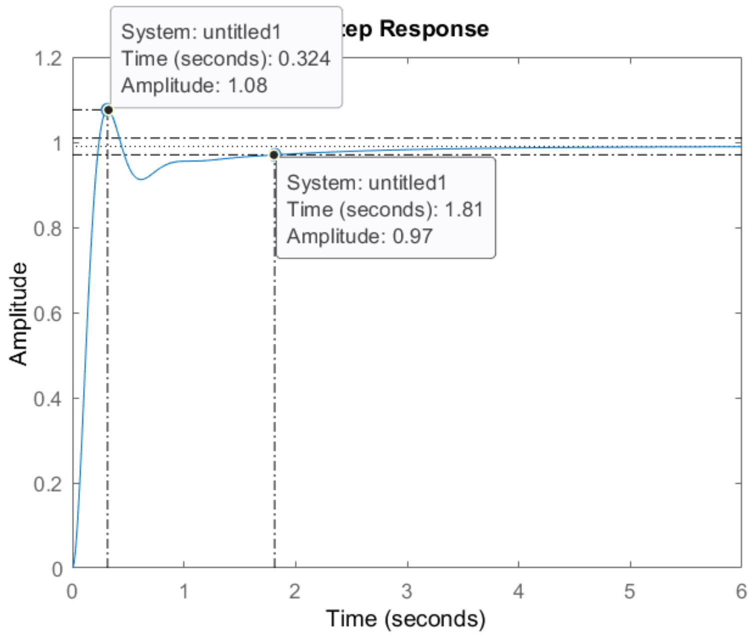


سوال ۶

طراحی کنترل‌کننده برای سیستم، به کمک سیمولینک







سوال ۷

طراحی کنترل‌کننده بر اساس مدل فضای حالت:

فرم کلی فضای حالت:

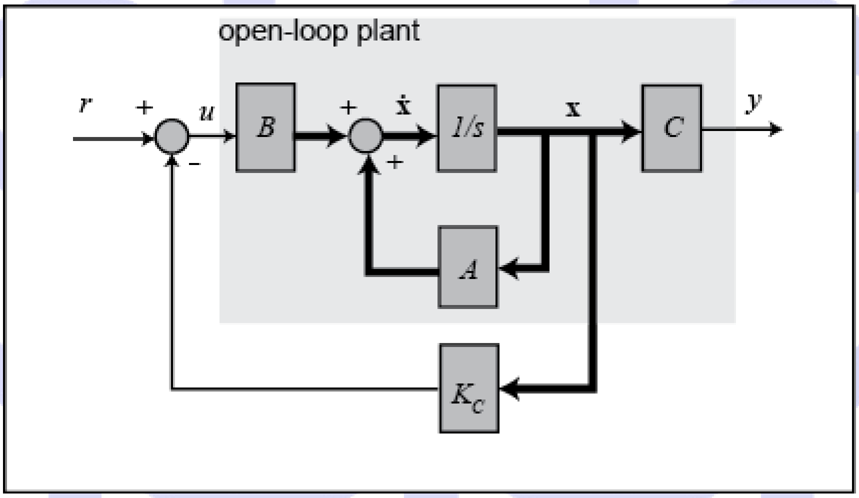
$$\dot{x} = Ax + Bu$$

$$y = Cx + D$$

بنابرمعادلات دینامیکی بالا معادلات در فضای حالت به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \dot{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{b}{J} & +\frac{k}{J} \\ -\frac{k}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} . v$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ I \end{bmatrix}$$



کد متلب:

```
clear all
clc

J = 0.0099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;
A = [-b/J    K/J
     -K/L    -R/L];
B = [0
     1/L];
C = [1    0];
```

```
D = 0;
sys = ss(A,B,C,D);

sysorder = order(sys)
sysrank = rank(ctrb(A,B))
   if sysorder==sysrank
   sprintf('controllable')
else
   sprintf('uncontrollable')
end
```

ابتدا سیستم در فضای حالت تعریف کرده و رنک ماتریس کنترل پذیری و مرتبه سیستم را بدست می آوریم در صورت برابر بودن آن ها سیستم کنترل پذیراست.

```
sysorder =

     2


sysrank =

     2


ans =

    'controllable'
```

سپس با استفاده از شرایط مطلوب مسئله ω_n و ζ را بدست می آوریم

$$\%\mathrm{MP} = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow 0.1 = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}} \Rightarrow \zeta = 0.59115$$

$$T_s = \frac{4}{\zeta\ \omega_n} \Rightarrow \omega_n = \frac{4}{\zeta\ T_s} = \frac{4}{0.518 \times 4} = 1.69162$$

با استفاده از مقادیر بدست آمده قطب های مناسب سیستم را بدست آورده وسپس با استفاده ازدستور place در متلب kc را بدست می آوریم

$$p_1 = \zeta\ \omega_n + j\ \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 0.59 \times 1.69 + j1.69\sqrt{1-0.59^2} = 1 + j1.3644$$

$$p_2 = \zeta\ \omega_n + j\ \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 0.59 \times 1.69 - j1.69\sqrt{1-0.59^2} = 1 - j1.3644$$

کد متلب:

```
p1 = -1 + 1.3644i;
p2 = -1 - 1.3644i;
Kc = place(A,B,[p1 p2])
```

```
Kc =

   41.0731   -4.9695
```

با توجه به بلوک دیاگرام سیستم $u = r - k_c x$ برقرار است با جاگذاری آن در فرم کلی فضای حالت داریم

$$\dot{x} = Ax + B(r - k_c x)$$

$$y = Cx + D$$

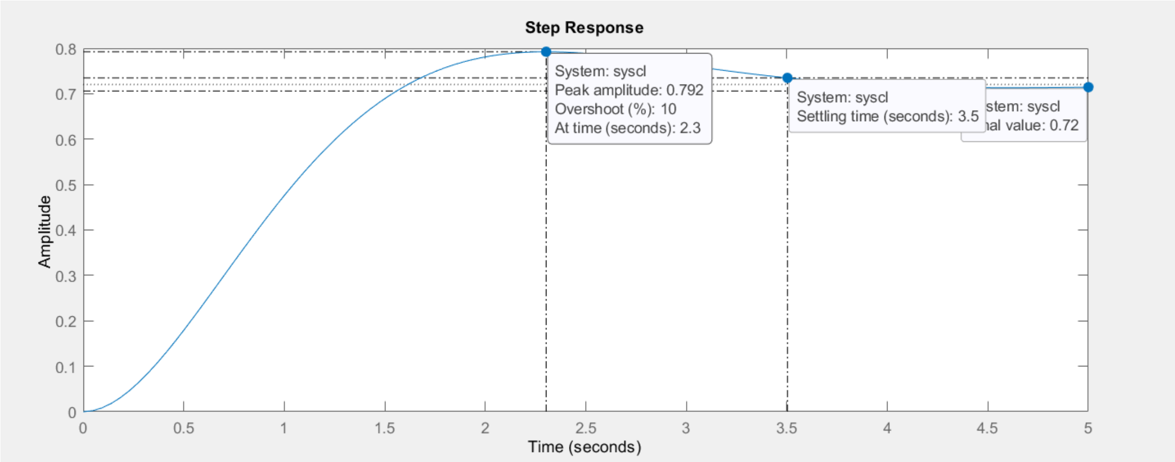
$$A_1 = A - Bk_c \Rightarrow$$

$$\dot{x} = A_1 x + Br$$

$$y = Cx + D$$

با استفاده از معادلات بالا تابع تبدیل حلقه بسته سیستم را در متلب بدست می آوریم

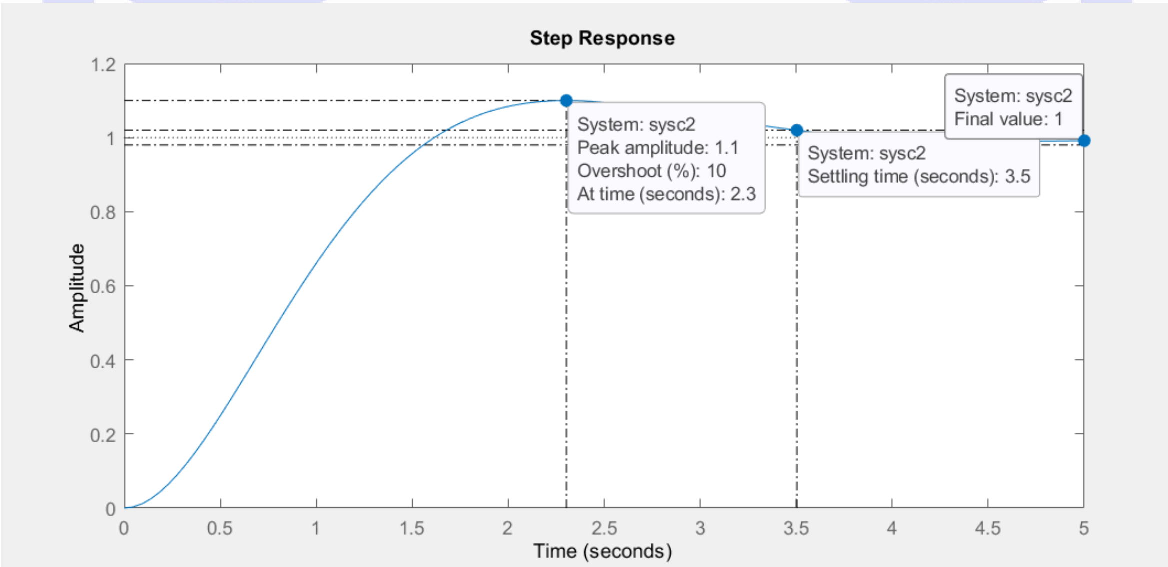
```
A1=A-B*Kc;
syscl = ss(A1,B,C,D);
figure(1)
step(syscl)
```



رسم پاسخ پله حلقه بسته سیستم طراحی شده:

تمامی شرایط مطلوب به غیر از خطای حالت ماندگار برقرار هستند برای براورده کردن تمامی شرایط از کنترل کننده تناسبی بهره می گیریم در واقع گین ثابتی را در سیستم ضرب می کنیم.

```
figure(2)
kn=1.388;
sysc2=syscl*kn;
step(sysc2)
```



حال تمامی شرایط مطلوب برقرار است.

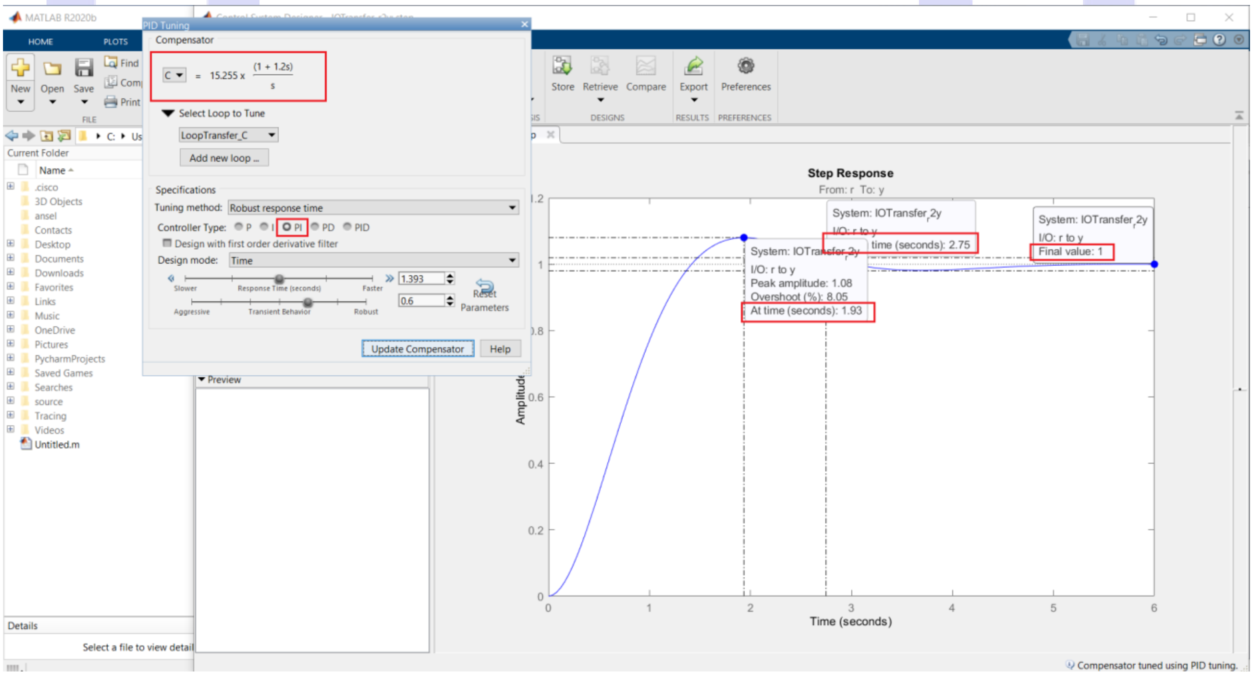
سوال ۸

طراحی کنترل‌کننده‌های PI و PD و PID:

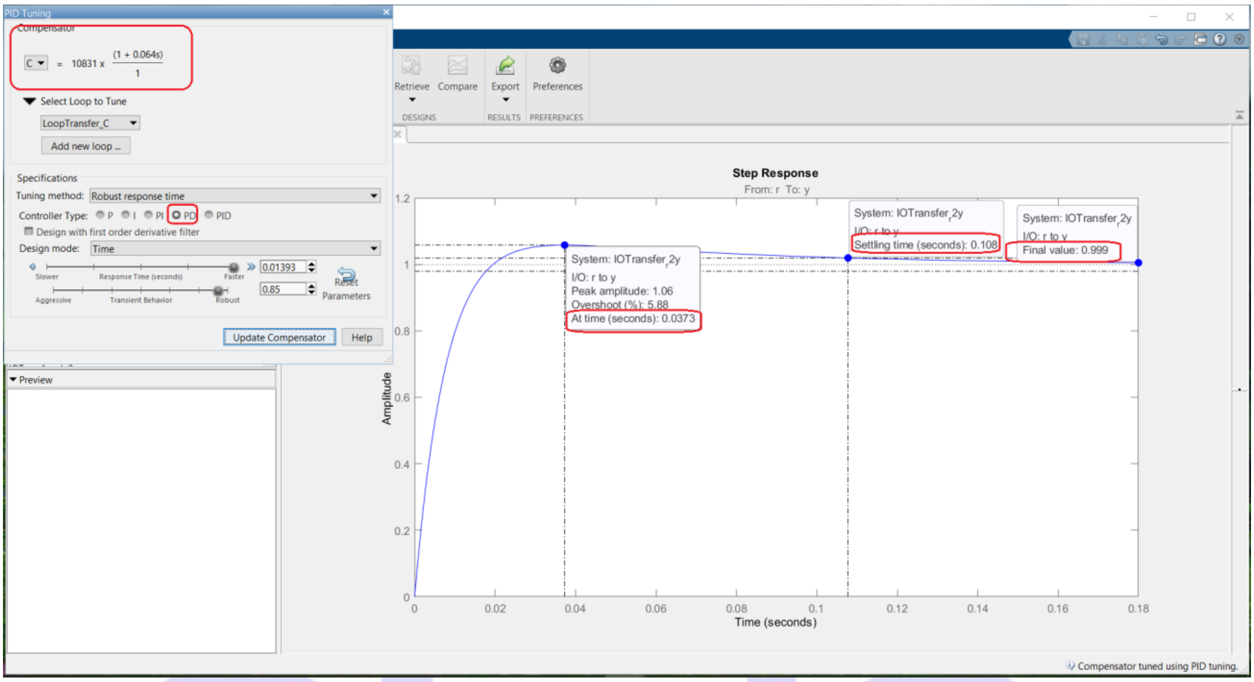
ابتدا بر اساس کد زیر، به قسمت sisotool متلب مراجعه میکنیم

```
clear all
clc

s = tf('s');
J = 0.099;
b = 0.1;
K = 0.01;
R = 1;
L = 0.49;
G_OL = K/((R+s*L)*(J*s+b));
sisotool(G_OL)
```

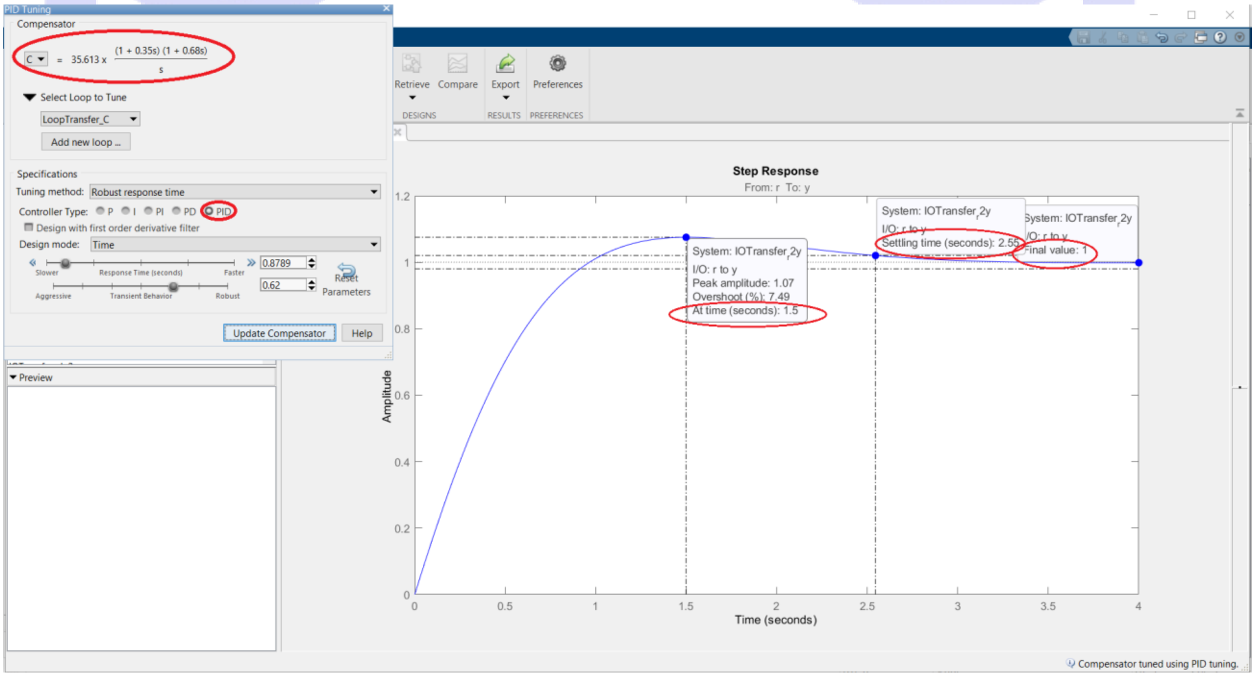
سپس پاسخ پله (step response) را در نظر گرفته واز قسمت pid tuning, tuning methods را انتخاب می کنیم سپس کنترل کنندهPID , PI , PDطراحی می‌کنیم که هر ۳ شرط مسئله ما را ارضا کنند.



$$\text{PI} \rightarrow \quad C = 15.255 \times \frac{(1+1.2s)}{s}$$



$$\text{PD} \rightarrow \qquad C = 10831 \times \frac{(1 + 0.064s)}{1}$$



$$\text{PID} \rightarrow \qquad C = 35.613 \times \frac{(1 + 0.35s)(1 + 0.68s)}{s}$$

معرفی بهترین کنترل‌کننده بر اساس نتایج آن‌ها:

مشاهده می‌کنیم که SETTELING TIME در PD سریعتر از PI است اما PD گاهی سیستم را ناپایدار می‌کند؛ اما PID هم سرعت قابل قبولی دارد و هم این که باعث ناپایداری سیستم نمی‌شود در حالت کلی pid بهتر است اما pd طراحی شده به دلیل داشتن فراجهش و زمان نشست کم تر از باقی کنترل کننده ها بهتر است.

مراجع

https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0019057821001038?via%3Dihub

https://ctms.engin.umich.edu/CTMS/index.php?example=MotorSpeed&section=SystemModeling

با سپاس از همراهی شما