

**سوال امتیازی P6 <<** معکوس لاپلاس عبارت زیر را به کمک Matlab به دو روش بدست آورید.

$$V(s) = \frac{180s^4}{(s^2 + 9)(90s^3 + 18s^2 + 40s + 4)}$$

روش اول : به صورت مستقیم

روش دوم : به کمک تجزیه کسر

روش ۱: Q1.m

ابتدا به صورت سمبولیک S و f و F را تعریف می کنیم. F همان تابع V(s) است و f معکوس لاپلاس F می باشد که با استفاده از دستور ilaplace بدست آمد. مشاهده می شود که خروجی، تابع بسیار طولانی ای است. که تابع کامل آن در پایین آورده شده. لذا برای بهتر متوجه شدن جواب، از دستور pretty کمک گرفتیم.

```
(1403325*cos(3*t))/670133 - (95985*sin(3*t))/670133
(2837655*symsum((exp(t*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k))*root(s3^3
+ s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k)^2)/(135*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3,
k)^2 + 18*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k) + 20), k, 1, 3))/670133 +
(63990*symsum(exp(t*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3,
k))/(135*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k)^2 + 18*root(s3^3 + s3^2/5 +
(4*s3)/9 + 2/45, s3, k) + 20), k, 1, 3))/670133 + (328050*symsum((exp(root(s3^3 +
s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k)*t)*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3,
k))/(18*root(s3^3 + s3^2/5 + (4*s3)/9 + 2/45, s3, k) + 135*root(s3^3 + s3^2/5 +
(4*s3)/9 + 2/45, s3, k)^2 + 20), k, 1, 3))/670133
```

term4 ▶ madar2 ▶ HW ▶ p6

Editor - C:\Users\Asus\Desktop\uni\term4\madar2\HW\p6\Q1.m

```
1 - syms s F f
2 - F=((180*(s^4))/((s^2)+9)*(90*(s^3)+18*(s^2)+40*s+4))
3 - f=ilaplace(F)
4 - pretty(f)
```

Q1.m x +

Command Window

>> Q1

F =

$$(180*s^4)/((s^2 + 9)*(90*s^3 + 18*s^2 + 40*s + 4))$$

f =

$$(1403325*\cos(3*t))/670133 - (95985*\sin(3*t))/670133 - (2837655*\text{symsum}(\exp(t*\text{root}(s^3$$

Command Window

$$\begin{aligned} & \frac{\cos(3 t) 1403325}{670133} - \frac{\sin(3 t) 95985}{670133} - \frac{\frac{\exp(t \sqrt[3]{\frac{180}{90 s^3 + 18 s^2 + 40 s + 4}})}{\sqrt[3]{\frac{180}{90 s^3 + 18 s^2 + 40 s + 4}}}}{670133} + \frac{\frac{\exp(t \sqrt[3]{\frac{180}{90 s^3 + 18 s^2 + 40 s + 4}})}{\sqrt[3]{\frac{180}{90 s^3 + 18 s^2 + 40 s + 4}}}}{670133} \\ & \text{where} \\ & \#1 == 135 \sqrt[3]{s^3 + \frac{4}{5}} + 18 \sqrt[3]{s^3 + \frac{4}{5}} + 20 \\ & \#2 == \text{root}\left(s^3 + \frac{4}{5} + \frac{4 s^3}{9} + \frac{2}{45}, s, k\right) \end{aligned}$$

fx >> |

<

## روش ۲: Q2.m

در این روش، در قسمت a: ابتدا  $s$  را به صورت سمبول تعریف می‌کنیم. سپس با استفاده از روش زیر یعنی جداسازی جملات و ضرب آنها در یکدیگر تابع مخرج را می‌سازیم و با استفاده از `expand` آن را گسترش می‌دهیم و سپس با استفاده از `sym2poly` تابع ضرایب مخرج را بدست می‌آوریم. ضرایب صورت را هم خودمان در  $N$  ذخیره می‌کنیم. سپس با استفاده از دستور ریشه‌های صورت و مخرج، معادلات تفکیک شده بدست می‌آید.

```
term4 ▶ madar2 ▶ HW ▶ p6
Editor - C:\Users\Asus\Desktop\uni\term4\madar2\HW\p6\Q2.m*
1 % part a
2 syms s
3 F1=(s^2)+9
4 F2=90*(s^3)+18*(s^2)+40*s+4
5 F=F1*F2
6 f=expand(F)
7 D=sym2poly(f)
8 N=[180,0,0,0,0]
9 [r,p,y]=residue(N,D)
```

---

```
Command Window
D =
    90    18   850   166   360    36

N =
   180     0     0     0     0

r =
    1.0470 + 0.0716i
    1.0470 - 0.0716i
   -0.0471 - 0.0191i
   -0.0471 + 0.0191i
    0.0001 + 0.0000i

p =
   -0.0000 + 3.0000i
   -0.0000 - 3.0000i
   -0.0488 + 0.6573i
   -0.0488 - 0.6573i
   -0.1023 + 0.0000i

y =

[]
```

در قسمت b: می‌دانیم که هر قسمت از کسر تفکیک شده را می‌توان به صورت  $i = r_i/(s - p_i)$  نوشت. با استفاده از پاسخ بدست آمده از قسمت الف این بخش‌ها را می‌نویسیم و معکوس لاپلاس مجموع آن‌ها را بدست می‌آوریم. نهایتاً با استفاده از دستور pretty آن را به صورت خوانا در می‌آوریم.

C:\Users\Asus\Desktop\uni\term4\madar2\HW\p6\Q2.m

```
11 % part b
12 - A=(1.0470 + 0.0716i)/(s-(-0.0000 + 3.0000i))
13 - B=(1.0470 - 0.0716i)/(s-(-0.0000 - 3.0000i))
14 - C=(-0.0471 - 0.0191i)/(s-(-0.0488 + 0.6573i))
15 - E=(-0.0471 + 0.0191i)/(s-(-0.0488 - 0.6573i))
16 - G=(0.0001 + 0.0000i)/(s-(-0.1023 + 0.0000i))
17 - I=ilaplace(A)+ilaplace(B)+ilaplace(C)+ilaplace(E)+ilaplace(G)
18 - pretty(I)
```

Command Window

```
A =
(1047/1000 + 179i/2500)/(s - 3i)

B =
(1047/1000 - 179i/2500)/(s + 3i)

C =
(- 471/10000 - 191i/10000)/(s + 61/1250 - 6573i/10000)

E =
(- 471/10000 + 191i/10000)/(s + 61/1250 + 6573i/10000)

G =
1/(10000*(s + 1023/10000))
```

```
I =
exp(-t*3i)*(1047/1000 - 179i/2500) + exp(t*3i)*(1047/1000 + 179i/2500) + exp(-(1023*t)/10000)/10000 - exp(t*(- 61/1250 + 6573i/10000))/(10000) - exp(t*(- 61/1250 - 6573i/10000))/(10000)

/ 1023 t \
exp| - ---- |
\ 10000 /

/ 1047 179 \ / 1047 179 \ \ 10000 /
exp(-t 3i) | ---- - ----i | + exp(t 3i) | ---- + ----i | + ----
\ 1000 2500 / \ 1000 2500 / \ 10000

/ / 61 6573 \ \ / 471 191 \ / / 61 6573 \ \ / 471 191 \
+ exp| t | - ---- - ----i | | | - ---- + ----i | + exp| t | - ---- + ----i | | | - ---- - ----i |
\ \ 1250 10000 / / \ 10000 10000 / \ \ 1250 10000 / / \ 10000 10000 /

fx >>
```

همانطور که مشاهده شد، در روش دوم با اینکه راه حل طولانی تری داشتیم اما پاسخ بدست آمده بسیار معقول‌تر و نزدیک‌تر است به آنچه که مد نظر داریم.