Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Отчет по лабораторной работе № 3

**Интегрирование с помощью квадратурных формул Ньютона-Котеса (Метод трапеций)**

Выполнил студент гр. 5030101/20001 Зайдиев А.И.

Преподаватель: Козлов К.Н.

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

[Формулировка задачи и ее формализация 3](#_Toc181723279)

[Алгоритм и условия применимости 3](#_Toc181723280)

[Алгоритм 3](#_Toc181723281)

[Условие применимости 4](#_Toc181723282)

[Тестовый пример 4](#_Toc181723283)

[Модульная структура программы 5](#_Toc181723284)

[Исследование 6](#_Toc181723285)

[Выводы 8](#_Toc181723286)

# Формулировка задачи и ее формализация

Задача заключается в исследовании решения интегралов с помощью квадратурных формул Ньютона-Котеса (метод трапеций). Для исследования метода требуется построить графики зависимостей фактической ошибки от заданной точности, отметить линию биссектрисы, числа итераций от заданной точности, а также фактической ошибки от длины отрезка разбиения с использованием логарифмического масштаба по основанию 2.

# Алгоритм и условия применимости

## Алгоритм

Разобьем отрезок на n интервалов длиной . Тогда определенный интеграл заданный на промежутке можно представить в виде суммы интегралов .

где h – длина разбиения отрезка, ,

Тогда итоговая формула для интеграла :

Для вычисления интеграла с заданной точностью будем итеративно вычислять интеграл, каждый раз увеличивая разбиение отрезка вдвое. Также требуется использовать правило Рунге как критерий остановки вычислительного процесса: , алгоритм вычисления интеграла:

1. double Integral(double epsilon, int& k, int& n, double (\*f)(double x)) {
2. n = 1;
3. double next = trapezoidalIntegral(n, 0, f);
4. double prev;
5. k = 0;
6. while (true) {
7. prev = next;
8. n \*= 2;
9. next = trapezoidalIntegral(n, prev, f);
10. k++;
11. if (fabs(next - prev) / 3 < epsilon) {
12. break;
13. }
14. }
15. return next;
16. }

## Условие применимости

Функция f(x) должна быть дважды дифференцируемой на отрезке .

# Тестовый пример

Изображение выглядит как текст, рукописный текст, бумага, документ

Автоматически созданное описание

# Модульная структура программы

**f(x) –** возвращает

**Trapezoid (n, previous, (\*f) (x)) -** вычисляет интеграл функции **f** методом трапеций на интервале с использованием **n** подынтервалов.

**Integral (epsilon, k, n, (\*f) (x)) -** вычисляет интеграл функции **f** на интервале с заданной точностью **epsilon.**

# Исследование

Для численного анализа решения задачи используется пакет средств MATLAB.

Построим зависимость фактической ошибки от заданной точности:

Изображение выглядит как текст, График, линия, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рис. 1: Зависимость фактической ошибки от заданной точности ε.

По графику видно, что ошибка возрастает при уменьшении точности. При уменьшении точности в раз ошибка возрастает примерно раз.

Построим зависимость числа итераций от заданной точности:

Изображение выглядит как линия, текст, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

Рис. 2: Зависимость числа итераций(N) от заданной точности(ε).

По графику видно, что число итераций возрастает при уменьшении точности. При уменьшении точности раз число итераций увеличилось примерно в 3 раза, что говорит о хорошей эффективности данного метода.

Построим зависимость фактической ошибки от длины разбиения отрезка в логарифмическом масштабе по основанию 2:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

Рис. 3: Зависимость фактической ошибки от длины разбиения в логарифмическом масштабе по основанию 2.

По графику видно, что при увеличении длины разбиения отрезка в 2 раза, погрешность увеличивается в 2 раза. Из чего следует, что порядок точности равен 2, что совпадает с теоретическим значением порядка точности. Константа, вычисляемая по формуле , m - порядок точности.

# Выводы

В ходе исследования было выявлено, метод трапеций является достаточно эффективным и простым методом интегрирования. Метод показывает хорошую устойчивость при увеличении заданной точности. Также был экспериментально подтвержден порядок точности метода и вычислена константа.