Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Отчет по лабораторной работе № 12

**Решение задачи Коши для ОДУ 1 порядка методами**

**Рунге-Кутты**

**(Метод Кутты-Мерсона (5-ти этапный 4 порядка))**

Выполнил студент гр. 5030101/20001 Зайдиев А.И.

Преподаватель: Козлов К.Н.

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

[Формулировка задачи и ее формализация 3](#_Toc181723906)

[Алгоритм метода и условия применимости 3](#_Toc181723907)

[Алгоритм метода 3](#_Toc181723908)

[Условия применимости 3](#_Toc181723909)

[Тестовый пример 4](#_Toc181723910)

[Модульная структура программы 5](#_Toc181723911)

[Исследование метода 5](#_Toc181723912)

[Сравнение метода Рунге-Кутты и Адамса-Башфорта 8](#_Toc181723913)

[Выводы 8](#_Toc181723914)

# Формулировка задачи и ее формализация

Задача заключается в исследовании метода Кутты-Мерсона (5-ти этапный 4 порядка) решения задачи Коши для ОДУ 1-го порядка на отрезке

Для исследования требуется построить графики точного и численных решений для двух фиксированных значений шага на отрезке, график ошибки на отрезке для этих решений, а также график изменения шага по отрезку и зависимости фактической погрешности от заданной точности.

# Алгоритм метода и условия применимости

## Алгоритм метода

Представим решение задачи Коши на промежутке в виде:

(\*),

На каждом i-ом шаге вычисляем (\*), после этого подсчитываем

, – условие окончания итерационного процесса. Если не выполнено, уменьшаем шаг вдвое.

## Условия применимости

Для выполнения алгоритма нужно потребовать непрерывность функции и ее производной . То есть, . Также требуется условие

где , - погрешность метода, s – его порядок.

# Тестовый пример

Изображение выглядит как текст, рукописный текст, бумага, Бумажное изделие

Автоматически созданное описание

# Модульная структура программы

**double f(double x, double y)**: Возвращает значение функции .

**double exact(double x)**: Возвращает точное решение

**double kuttaMerson(double a, double y\_0, double b, int\* n, double (\*f)(double x, double y), double epsilon)**: Возвращает значение ошибки, на котором достигается заданная точность по методу Кутты-Мерсона на интервале [a, b].

# Исследование метода

Для исследования метода будем использовать библиотеку matpolib языка Python.

На отрезке остроим график точного и численного решения для двух фиксированных значений узлов и

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 1. Точное и численные решения для двух фиксированных значений узлов*

Как видно из графика, точность решения при большем разбиении (

Построим график ошибки для этих решений:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рисунок 2. График ошибки численных решений для дув фиксированных значений узлов*

Как видно из графика, ошибка для больше почти на всем отрезке.

Построим график изменения шага по отрезку:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, число

Автоматически созданное описание

*Рисунок 3. Изменение шага по отрезку*

Построим график зависимости фактической ошибки от заданной точности ε:

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, чек

Автоматически созданное описание

*Рисунок 4. Зависимость фактической ошибки от заданной точности*

По графику видно, что зависимость линейная: при уменьшении точности в раз ошибка возрастает примерно в раз.

# Выводы

В ходе исследования было выявлено, что модификация Кутты-Мерсона является достаточно эффективным и простым способом решения задачи Коши ОДУ 1-го порядка, метод гарантированно сходится к заданной точности, а также является достаточно точным благодаря линейному возрастанию погрешности при увеличении точности. Все это делает метод предпочтительным выбором для решения практических задач.