Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого»

Отчет по лабораторной работе № 8

**Интерполяционный полином в форме Ньютона справа-налево**

Выполнил студент гр. 5030101/20001 Зайдиев А.И.

Преподаватель: Козлов К.Н.

Санкт-Петербург

2024

Оглавление

[Формулировка задачи и ее формализация 3](#_Toc181722710)

[Алгоритм методов и условия их применимости 3](#_Toc181722711)

[Алгоритм построения полинома Ньютона 3](#_Toc181722712)

[Условия применимости 3](#_Toc181722713)

[Тестовый пример 4](#_Toc181722714)

[Модульная структура программы 5](#_Toc181722715)

[Исследование 5](#_Toc181722716)

[Выводы 19](#_Toc181722717)

# Формулировка задачи и ее формализация

Задача заключается в аппроксимации заданных на отрезке функций интерполяционным полиномом Ньютона справа-налево(назад) на двух видах сеток: равномерной и Чебышева. Для исследования полиномов построить зависимости ошибки интерполяции от степени интерполяционного полинома, зависимость ошибки в выбранных точках от степени интерполяционного полинома, а также функции поточечных ошибок для полученных полиномов.

# Алгоритм методов и условия их применимости

## Алгоритм построения полинома Ньютона

Требуется задать сетку узлов интерполяции (равномерную или Чебышева) и значения функции в этих узлах

Разделенная разность k-го порядка вычисляются по формуле:

Эти разделённые разности могут быть вычислены итеративно с использованием двойного цикла:

for (int i = 0; i < nodeCount; i++) {

divDif[i] = yNodes[i];

}

for (int i = 1; i < nodeCount; i++) {

for (int j = 0; j < nodeCount - i; j++) {

divDif[j] = (divDif[j + 1] - divDif[j]) / (xNodes[i + j] - xNodes[j]);

}

}

Полином Ньютона справа-налево(назад):

## Условия применимости

Пусть . Тогда

Рассмотрим таблично заданную функцию

Выполнение условия интерполяции:

Система линейных уравнений (СЛАУ) имеет единственное решение, если:

, то есть степень полинома на единицу меньше, чем количество точек.

попарно различны.

# Тестовый пример

Изображение выглядит как текст, рукописный текст, бумага, письмо

Автоматически созданное описание

# Модульная структура программы

**f1(x):** Возвращает

**f2(x):** Возвращает где sign(𝑥)sign(*x*) - функция знака.

**genUniformNodes(start, end, nodeCount):** Создает равномерную сетку узлов на интервале

**genChebNodes(start, end, nodeCount):** Создает сетку узлов Чебышева на интервале

**newtonInterpBack(x, xNodes, yNodes, nodeCount):** Строит интерполяционный полином Ньютона справа-налево по заданным узлам и вычисляет его значение в точке 𝑥.

Начало формы

# Исследование

Для численного анализа решения задачи используется пакет средств MATLAB.

На промежутке [-5,5] построим заданные функции ,

и их интерполяционные полиномы для 5, 7, 10 узлов равномерной сетки и сетки Чебышева.

*Для 5 узлов:*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис.1 Интерполяция для 5 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис. 2: Интерполяция для 5 узлов сетки Чебышева

*Для 7 узлов:*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 3: Интерполяция для 7 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис 4: Интерполяция для 7 узлов сетки Чебышева

*Для 10 узлов:*

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 5: Интерполяция для 10 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис.6: Интерполяция для 10 узлов сетки Чебышева.

Для дальнейшего исследования построим функции поточечных ошибок для этих же полиномов. , где -значение (n+1) й производной функции f(x) в некоторой точке ξ внутри интервала интерполяции, а — узлы интерполяции.

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описание`Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 7: Функции ошибок полиномов для 5 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис. 8: Функции ошибок полиномов для 5 узлов сетки Чебышева.

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 9: Функции ошибок полиномов для 7 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, Шрифт, снимок экрана, линия

Автоматически созданное описаниеИзображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис. 10: Функции ошибок полиномов для 7 узлов сетки Чебышева

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис 11. Функции ошибок полиномов для 10 узлов равномерной сетки

Изображение выглядит как текст, График, диаграмма, линия

Автоматически созданное описание

Рис. 12: Функции ошибок полиномов для 10 узлов сетки Чебышева

Из построенных графиков видно, что построение полинома на сетке Чебышева приводит в среднем к уменьшению числа ошибок примерно в 10 раз. Построение на равномерной сетке приводит к большим погрешностям на краях интервала, которая продолжает возрастать по мере увеличения числа узлов.

Для функции построим график теоретической ошибки

, где, а – корневой полином.

*Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, текст

Автоматически созданное описание*

*Рис. 13: Равномерная сетка*

Изображение выглядит как текст, линия, График, диаграмма

Автоматически созданное описание

*Рис 14: Сетка Чебышева*

Для дальнейшего исследования построим график зависимость ошибки интерполяции от количества узлов (5...100 с шагом 5) для полученных полиномов:

Изображение выглядит как текст, линия, диаграмма, снимок экрана

Автоматически созданное описание

Рис. 13

По графику видно, что при увеличении числа узлов погрешность увеличивается. Так, при увеличении числа узлов в 20 раз, для полинома функции погрешность увеличилась примерно в и для равномерной сетки и сетки Чебышева соответственно. Для полинома функции увеличение в и раз.

Построим график зависимости ошибки в выбранных точках

от количества узлов: 5...100 с шагом 5:

Изображение выглядит как текст, диаграмма, линия, График

Автоматически созданное описание

Рис. 14: Зависимость ошибки полиномов в точке от количества узлов

Изображение выглядит как текст, диаграмма, График, линия

Автоматически созданное описание

Рис. 15: Зависимость ошибки полиномов в точке от количества узлов

По графикам видно, что погрешность с увеличением узлов таже возрастает. Начиная с 40–60 узлов погрешность полинома на Чебышевской сетке начинает интенсивно возрастать. Это может связано с перенасыщением числа узлов на краях интервала.

# Выводы

В ходе исследования было обнаружено, что построение полинома Ньютона является достаточно эффективным методом для аппроксимации функций. Построение на сетке Чебышева в среднем показывает лучшие результаты по сравнению с равномерной. Однако результат построения метода является чувствительным к количеству заданных узлов и функций