

2017-2018-2-概率论与数理统计-复习题二

一、填空题

- 1、设事件 $A \subset B$, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.3$, 则 $P(A \cup B) =$ _____.
- 2、设 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(A|B) = \frac{1}{2}$, $P(A|B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(B) =$ _____.
- 3、一批产品, 由甲厂生产占 50%, 次品率为 0.01, 由乙厂生产占 25%, 次品率为 0.02, 由丙厂生产占 25%, 次品率为 0.04, 现从这批产品中随机取一件, 恰好取到次品的概率为_____.
- 4、设随机变量 ξ 在 $(0, 5)$ 上服从均匀分布, 则关于 x 的二次方程 $4x^2 + 4\xi x + \xi + 2 = 0$ 有实根的概率为_____.
- 5、设随机变量 $X \sim N(3, 4)$, 则 $P\{1 < X < 7\} =$ _____.
- 6、设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$, 则 $P\{X \leq Y\} =$ _____.
- 7、设随机变量 X 在概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\lambda} e^{-\frac{|x-a|}{\lambda}} (-\infty < x < \infty)$, 则 $E(2X+1) =$ _____.
- 8、设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X) = 4$, $D(Y) = 9$, 则 $D(X - 2Y + 1) =$ _____.
- 9、设 X_1, X_2, \dots, X_{16} 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的随机样本, 若 $P\{\bar{X} > \mu + aS\} = 0.95$, 其中 \bar{X} 为样本均值, S 为样本标准差, 则 $a =$ _____.
- 10、设来自总体 $X \sim N(\mu, 0.9^2)$ 容量为 9 的随机样本的样本均值 $\bar{x} = 5$, 则未知参数 μ 的置信度为 0.95 的置信区间为_____.

二、计算题

- 11、设随机变量 X 的分布律为 $P\{X = k\} = \frac{C}{4} k$ ($k = 1, 2, 3$). 求(1)常数 C ; (2)随机变量 X 的分布函数 $F(x)$.
- 12、设随机变量 X 的概率密度为 $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}(4x+1), & 0 < x < 1 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$, 随机变量 $Y = 2X + 1$. 求 Y 的密度函数 $f_Y(y)$.
- 13、设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{8}(x+y), & 0 < x < 2, 0 < y < 2 \\ 0, & \text{others} \end{cases}$, 求 X 和 Y 边缘密度 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$, 并判断 X 和 Y 是否独立.

14、袋中有 4 张卡片分别写有数字 1, 2, 3, 4, 每次从中任取 1 张, 不放回地抽取 2 次, X 和 Y 分别表示两次取到的卡片上数字的最小值和最大值. 求 (X, Y) 的联合分布列, 并求 (X, Y) 的协方差 $\text{Cov}(X, Y)$.

15、设总体 X 的分布列为

X	1	2	3
p_k	$1-2\theta$	θ	θ

其中 θ 是未知参数, X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的随机样本. (1) 求 θ 的矩估计量 $\hat{\theta}_{ME}$, 并判断所求的矩估计量 $\hat{\theta}_{ME}$ 是否为 θ 的无偏估计量; (2) 当样本观察值为 1, 3, 3, 2, 1 时, 求 θ 的最大似然估计 $\hat{\theta}_{MLE}$.

16、某一实验的实验温度服从正态分布, 现在测量了温度的 5 个值 (单位 $^{\circ}\text{C}$):

1250 1265 1245 1260 1275

问是否可以认为试验的平均温度值为 1260°C (显著性水平 $\alpha = 0.05$) ?