2017-2018-2复习题一参考答案

一、填空题

(1)$\overline{ABC}$ (2)0.3 (3)0.7 (4)$\frac{7}{16}$ (5)$\frac{5}{16}$ (6)2 (7)0.1587 (8)$\ln 3$ (9)0 (10)0.95

二、计算题

11.(1)X的可能取值为$3,4,5$, $P\{X=3\}=\frac{C_2^2}{C_5^3}=\frac{1}{10}$; $P\{X=4\}=\frac{C_3^2}{C_5^3}=\frac{3}{10}$; $P\{X=5\}=\frac{C_4^2}{C_5^3}=\frac{6}{10}$;

随机变量X的分布列为

X	3	4	5
p_k	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{6}{10}$

(2)$EX=3\times\frac{1}{10}+4\times\frac{3}{10}+5\times\frac{6}{10}=\frac{9}{2}$; $E(X^2)=3^2\times\frac{1}{10}+4^2\times\frac{3}{10}+5^2\times\frac{6}{10}=\frac{207}{10}$;

$DX=E(X^2)-(EX)^2=\frac{9}{20}$.

12.$Y\sim F_Y(y)=P\{Y\le y\}=P\{3-2X\le y\}=P\Big\{X\ge\frac{3-y}{2}\Big\}=\int_{\frac{3-y}{2}}^{+\infty}f_X(x)dx$;

$$Y\sim f_Y(y)=F_Y'(y)=-f_X(\tfrac{3-y}{2})(-\tfrac{1}{2})=\begin{cases}\frac{3}{16}(3-y)^2, 1<y<5\\ 0, \quad others\end{cases}.$$

13.由题得

$Y \backslash X$	-1	0	1	$P_{\cdot j}$
-1	0.125	0.125	0.125	0.375
0	0.125	0	0.125	0.250
1	0.125	0.125	0.125	0.375
$P_{i\cdot}$	0.375	0.250	0.375	1

随机变量X的分布列为

X	-1	0	1
p_k	0.375	0.250	0.375

; 随机变量Y的分布列为

Y	-1	0	1
p_k	0.375	0.250	0.375

$P\{X=Y\}=P\{X=-1,Y=-1\}+P\{X=0,Y=0\}+P\{X=1,Y=1\}=0.250$.

$$14.X\sim f_X(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dy=\begin{cases}\int_0^1 6xy^2dy, 0<x<1\\ 0, \quad others\end{cases}=\begin{cases}2x, 0<x<1\\ 0, \quad others\end{cases};$$

$$Y\sim f_Y(y)=\int_{-\infty}^{+\infty}f(x,y)dx=\begin{cases}\int_0^1 6xy^2dx, 0<y<1\\ 0, \quad others\end{cases}=\begin{cases}3y^2, 0<y<1\\ 0, \quad others\end{cases}.$$

因为$f_X(x)f_Y(y)=f(x,y)$,所以X与Y独立.

$EX=\int_{-\infty}^{+\infty}xf_X(x)dx=\int_0^1 x\cdot 2xdx=\frac{2}{3}$; $EY=\int_{-\infty}^{+\infty}yf_Y(y)dx=\int_0^1 y\cdot 3y^2dy=\frac{3}{4}$;

$E(XY)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}xyf(x,y)dxdy=\int_0^1dx\int_0^1 xy\cdot 6xy^2dy=\frac{1}{2}$;

$\mathrm{Cov}(X,Y)=E(XY)-EXEY=0$.注:由独立性可得$\mathrm{Cov}(X,Y)=0$.

15.由于$\mu=EX=0\cdot\theta^2+1\cdot 2\theta(1-\theta)+3\cdot(1-\theta)^2=2-2\theta$, 所以$\theta=\frac{2-\mu}{2}$, 用$\overline{X}$代替$\mu$,得$\hat\theta=\frac{2-\overline{X}}{2}$. 由于$E\hat\theta=E\left(\frac{2-\overline{X}}{2}\right)=1-\frac{1}{2}E\overline{X}=1-\frac{1}{2}EX=\theta$,所以$\hat\theta$是$\theta$无偏估计量.

16.似然函数为$L(\lambda)=\prod_{i=1}^n f(x_i;\lambda)=\prod_{i=1}^n\frac{1}{2\lambda}e^{-\frac{|x_i|}{\lambda}}=\frac{1}{(2\lambda)^n}e^{-\sum_{i=1}^n\frac{|x_i|}{\lambda}}$, 而$\ln L(\lambda)=-n\ln(2\lambda)-\sum_{i=1}^n\frac{|x_i|}{\lambda}$,

令$\frac{d\ln L(\lambda)}{d\lambda}=-n\frac{1}{\lambda}+\frac{1}{\lambda^2}\sum_{i=1}^n|x_i|=0$, 解得$\lambda$的最大似然估计值为$\hat\lambda=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n|x_i|$. 故$\lambda$的最大似然估计量为$\hat\lambda=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^n|X_i|$.

17.按题意需检验$H_0:\mu=\mu_0=240$; $H_1:\mu\ne\mu_0$,

检验统计量为$Z=\frac{\overline{X}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$, 显著性水平为$\alpha=0.05$的检验问题的拒绝域为$|z|=\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|\ge z_{\alpha/2}$.

在$z_{0.025}=1.96, n=9, \overline{x}=239.6, \sigma=0.5$, 有$|z|=\left|\frac{\overline{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}\right|=\left|\frac{239.6-240}{0.5/\sqrt{9}}\right|=2.4>z_{0.025}=1.96$,

即z的值落在拒绝域内,故拒绝H_0,即认为该厂此类铝材的长度不满足设定要求.