



Université Constantine 2
جامعة قسنطينة 2

Soft computing et optimisation

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Salima Ouadfel

Faculté des NTIC

Salima.ouadfel@univ-constantine2.dz



Université Constantine 2
جامعة قسنطينة 2

Soft computing et optimisation

Chapitre 2 : Les algorithmes évolutionnaires

Pr Salima Ouadfel

Faculté/Institut

Salima.ouadfel@univ-constantine2.dz

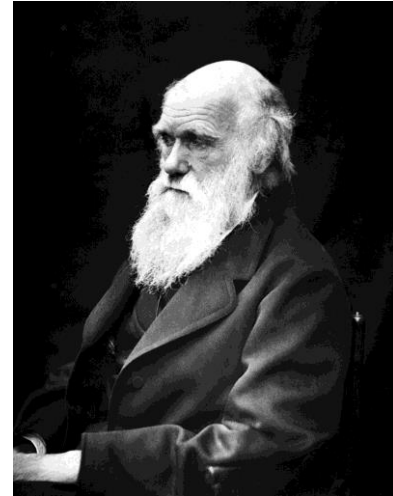
Etudiants concernés

Faculté/Institut	Département	Niveau	Spécialité
Nouvelles technologies	IFA	Master1	STIC

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● Les algorithmes évolutionnaires

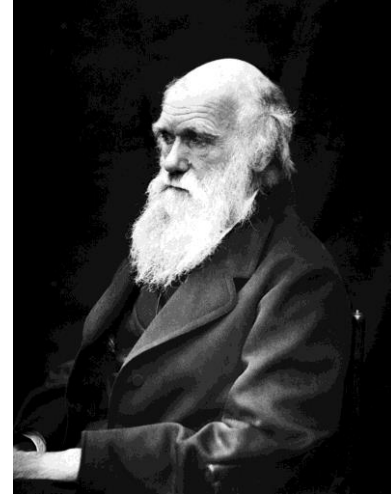
- Sont une famille d'algorithmes basés sur la théorie de l'évolution élaborée par Charles Darwin et la théorie de l'hérédité introduite par Mendel.
- Ils ont été utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisations divers.



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● Théorie de l'évolution

Dans [The Origin of Species](#)(1859), Darwin introduit que l'évolution des espèces est le résultat des modifications héréditaires au sein des organismes. Les transformations avantageuses qui fortifient les individus ont plus de chance d'être gardées tandis que les plus mauvaises disparaissent par le mécanisme de la **sélection naturelle**. Les individus les mieux *adaptés* auront plus de chances d'être gardés dans la prochaine génération.



Evolution: de nouveaux individus sont obtenus grâce à des altérations des êtres vivants au cours des générations.

Sélection naturelle permet que les individus les mieux adaptés d'une espèce survivent et se reproduisent par le passage des gènes liés aux caractères avantageux.



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

La théorie de l'évolution repose sur les mécanismes suivants:

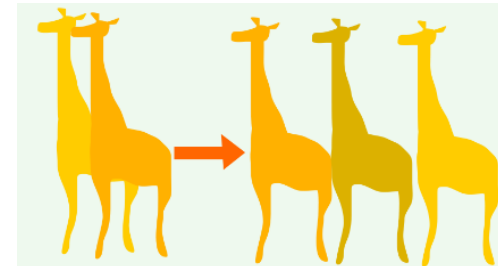
- **le principe de variation:** les individus ne se ressemblent pas: chacun d'eux est unique.



- **le principe d'adaptation:** Les changements de l'environnement obligent les individus à changer pour s'y adapter. Ceux qui sont les plus adaptés ont plus de chance de survivre.



- **Le principe d'hérédité:** Les caractères génétiques sont transmis durant le processus de reproduction d'une génération vers une autre.



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Les algorithmes génétiques(Holland, 1975)

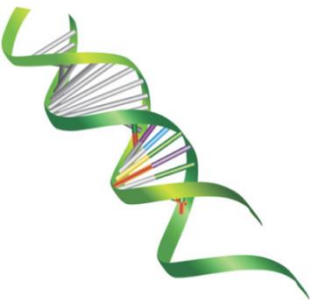
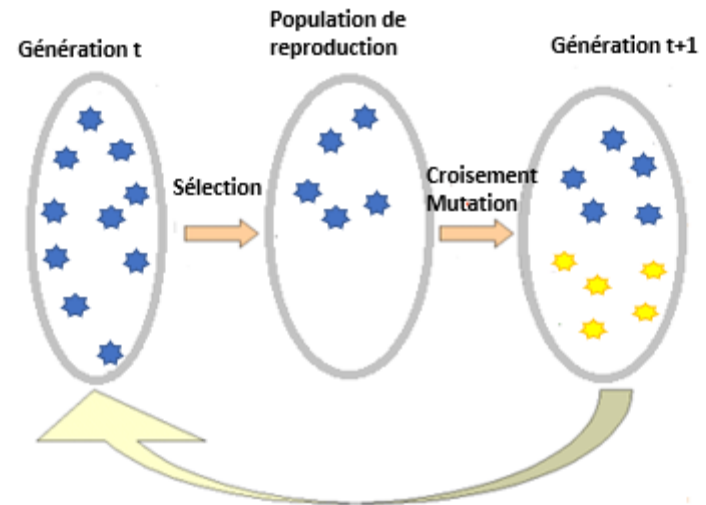
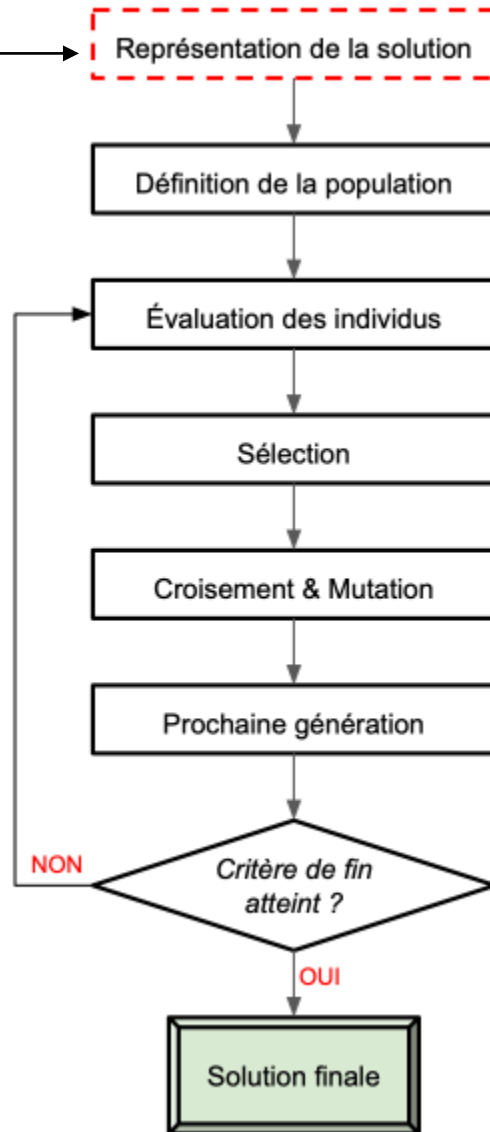
- Les algorithmes génétiques sont des algorithmes évolutionnaires très populaires.
- Ce sont des algorithmes basés population qui évolue d'une génération vers une autre selon le modèle Darwinien artificiel.
- Ils permettent de retrouver une solution approchée à des problèmes difficiles pour lesquels il est difficile de trouver une solution exacte (si elle existe) en un temps acceptable.



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Les algorithmes génétiques

Problème à résoudre



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Les algorithmes génétiques

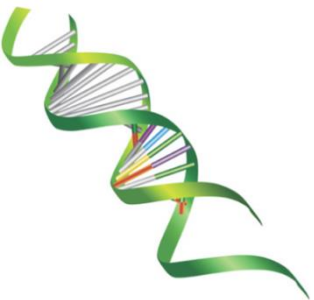
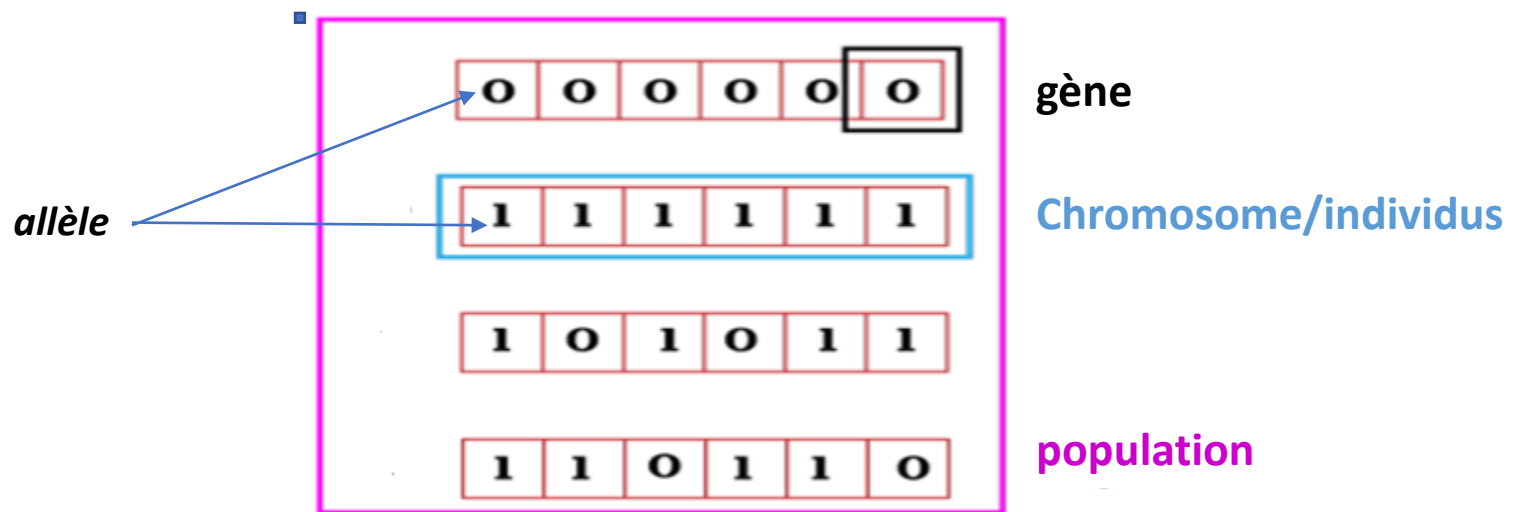
Une population est un ensemble d'individus.

Un individu représente une solution potentielle au problème étudié.

Un individu est représenté par un chromosome

Chaque chromosome comprend un nombre de gènes égal aux paramètres qu'on veut optimiser.

Chaque valeur du gène est appelée allèle.

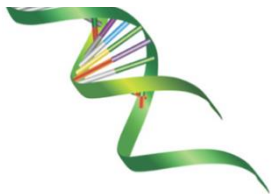
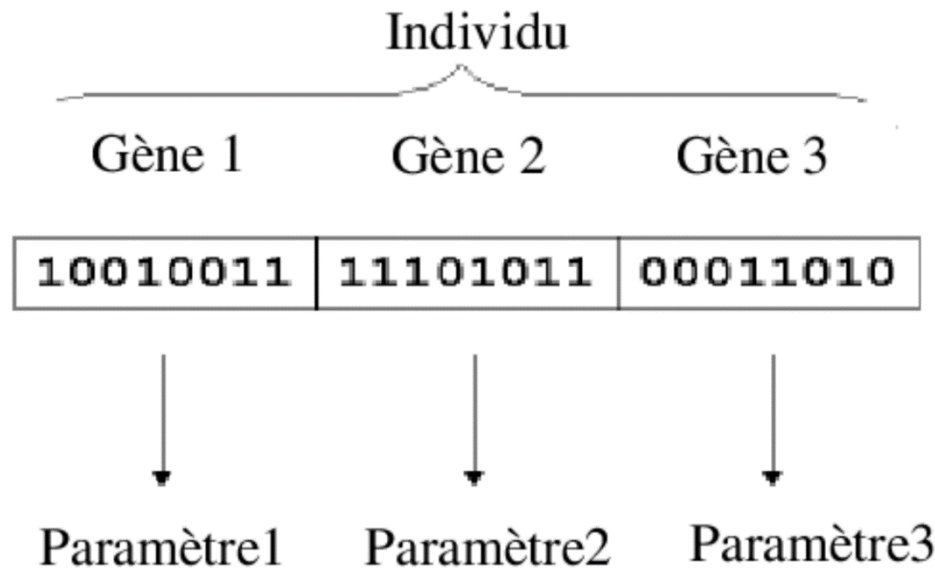


Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

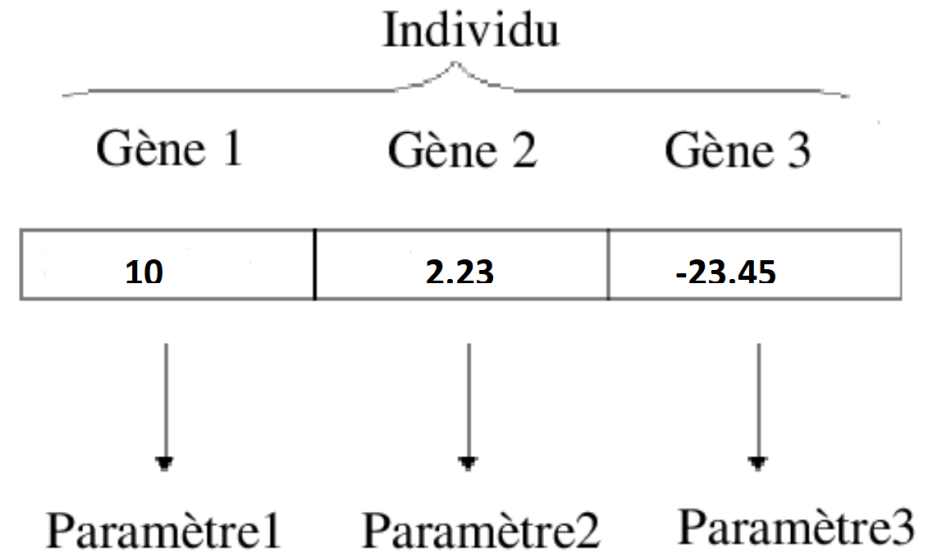
Les algorithmes génétiques

Le Codage

Selon le problème à résoudre, on peut utiliser un codage binaire ou réel (ou autre).



Codage binaire



Codage réel

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Les algorithmes génétiques

Le Codage

Problème du sac à dos

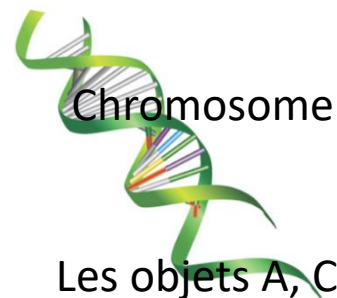
Le problème du sac à dos, modélise une situation similaire à celle du remplissage d'un sac à dos avec une capacité limitée, avec des objets ayant chacun un poids p et une valeur v . On cherche à maximiser la somme des valeurs des objets placés dans le sac à dos, sans dépasser son poids maximum.

Résoudre le problème du sac à dos, revient à maximiser la fonction $f = \sum_{i=1}^n x_i v_i$ avec la contrainte $\sum_{i=1}^n x_i p_i \leq W$

tel que :

W est le poids maximum du sac à dos qu'il ne faut pas dépasser.

$x_i \in \{0,1\}$; $0 \leq i \leq n$; n représente le nombre des objets.

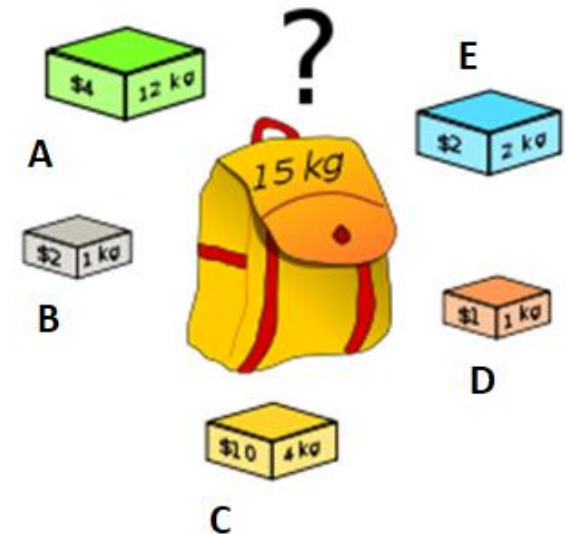


Chromosome

A	B	C	D	E
1	0	1	0	1

Codage binaire

Les objets A, C et E sont sélectionnés alors que les objets B et D ne le sont pas



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

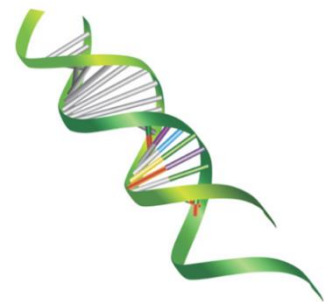
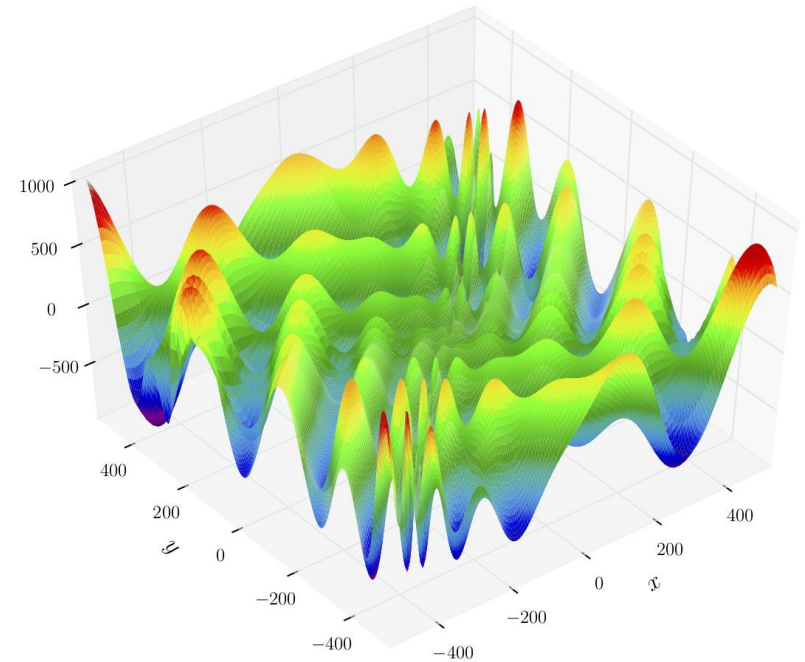
Les algorithmes génétiques

Le Codage

Trouver le minimum d'une fonction

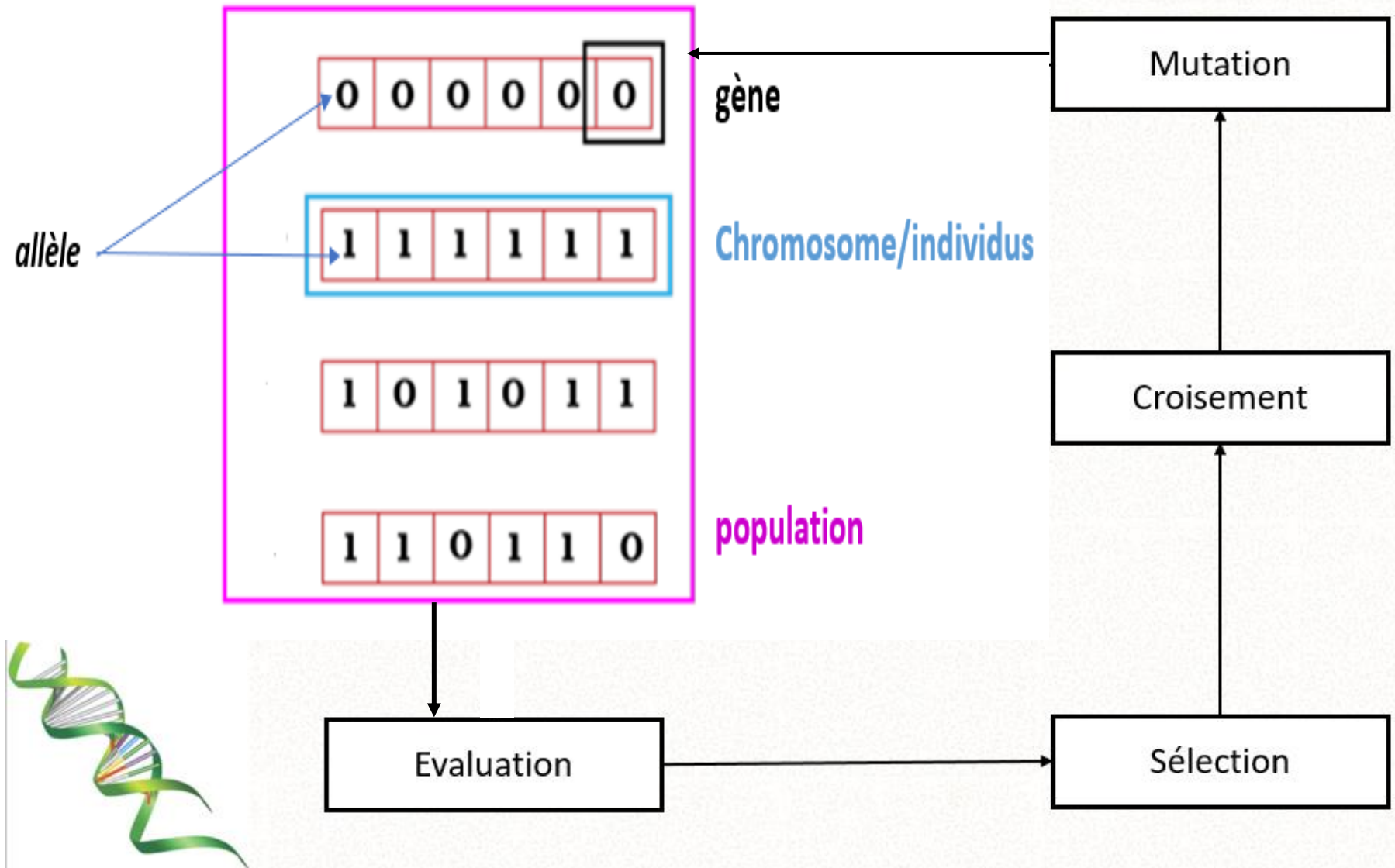
$$f(x, y) = -(y + 47) \cdot \sin \sqrt{\left| \frac{x}{2} + (y + 47) \right|} - x \cdot \sin \sqrt{|x - (y + 47)|}$$

	x	y
Chromosome	512	404.2319
Codage réel		



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Etapes de l'algorithme génétique



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● L'évaluation

La fonction d'évaluation ou Fitness Function évalue le degré d'adaptation de l'individu à la solution optimum recherchée.

La valeur de cette fonction permet de classer les individus

Les meilleurs individus ont une grande probabilité de se reproduire et d'être gardés dans les prochaines générations.

Chaque problème a sa propre fonction fitness

Problème du sac à dos

Objets

Poids

Valeurs

A	B	C	D	E
12	1	4	1	2
4	2	10	1	2

Chromosome

0	1	1	0	1
---	---	---	---	---

Les objets B, C et E sont sélectionnés alors que les objets A et D ne le sont pas

Fitness du chromosome = $4*0 + 2*1 + 10*1 + 1*0 + 2*1 = 14$

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● L'évaluation

La fonction d'évaluation ou Fitness Function évalue le degré d'adaptation de l'individu à la solution optimum recherchée.

La valeur de cette fonction permet de classer les individus

Les meilleurs individus ont une grande probabilité de se reproduire et d'être gardés dans les prochaines générations.

Chaque problème a sa propre fonction fitness

Trouver le minimum de fonction

$$f(x, y) = -(y + 47) \cdot \sin \sqrt{\left| \frac{x}{2} + (y + 47) \right|} - x \cdot \sin \sqrt{|x - (y + 47)|}$$

Chromosome

512

404.2319

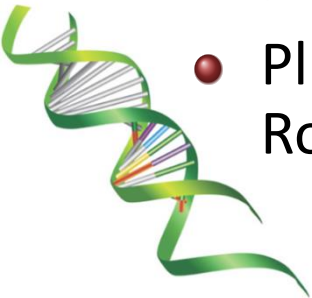
Fitness du chromosome = $f(512, 404.2319) = -959.6407$



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● La sélection

- Fondée sur la théorie de sélection naturelle.
- Elle définit quels seront les individus de la population qui seront sélectionnés pour appliquer les opérateurs génétiques et générer ainsi une nouvelle population.
- Les individus qui présentent une meilleure adaptation ont une grande chance d'être sélectionnés pour se reproduire.
- Pour chaque génération, deux parents sont sélectionnés pour se reproduire. (Si n est la taille de la population, on peut sélectionner $n/2$ individus pour se reproduire).
- Plusieurs méthodes de sélection. Les plus utilisées: Roulette, rang, tournoi.

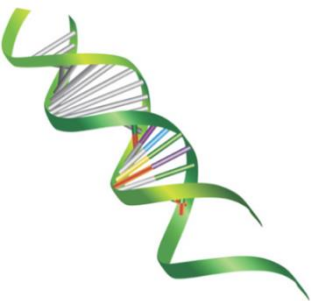
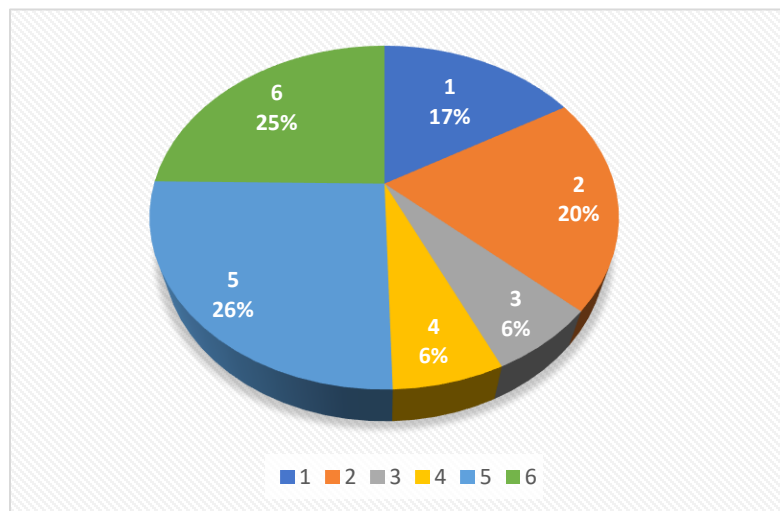


Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● La sélection par roulette

Chromosome	Codification	Entier	Fitness	Fitness %
x_1	1100	12	36	16.5
x_2	0100	4	44	20.2
x_3	0001	1	14	6.4
x_4	1110	14	14	6.4
x_5	0111	7	56	25.7
x_6	1001	9	54	24.8

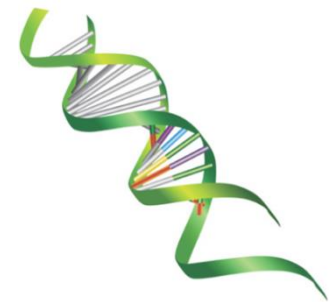
Exemple de population avec 6 chromosomes pour trouver le maximum de la fonction $f(x) = -x^2 + 15x$



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● La sélection par tournoi

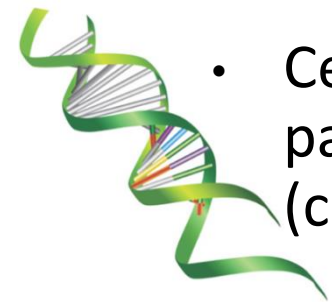
La sélection par tournoi consiste à choisir k ($k \geq 2$) individus au hasard d'une population de n chromosomes. Le meilleur (en terme de fitness) de ces k chromosomes sera gagnant avec une certaine probabilité. Ce processus de sélection est répété pour former les paires de chromosomes candidats pour la reproduction (croisement et mutation)



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● La sélection par rang

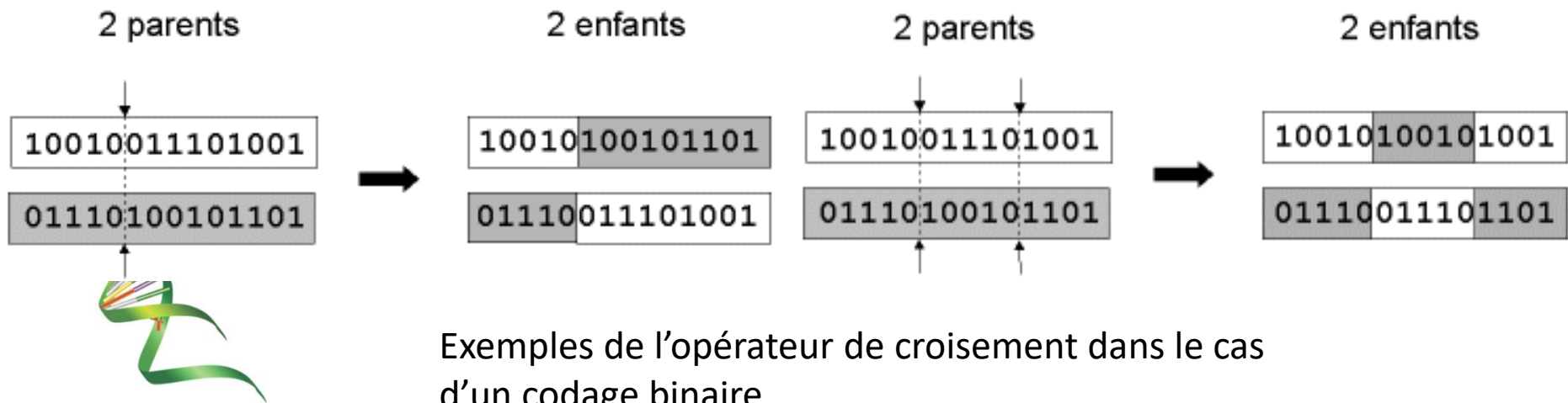
- La population est constituée de n chromosomes
- Chaque chromosome est classé en fonction de la valeur de sa fonction d'évaluation;
- Un rang r est affecté à chaque chromosome tel que le rang $r=1$ sera attribué au chromosome le plus adapté de la population et le rang $r=n$ sera attribué au chromosome le plus faible de la population
- Un chromosome sera sélectionné pour l'étape de reproduction avec une probabilité $=1-r/n$
- Ce processus de sélection est répété pour former les paires de chromosomes candidats pour la reproduction (croisement et mutation)



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● Le croisement (Crossover)

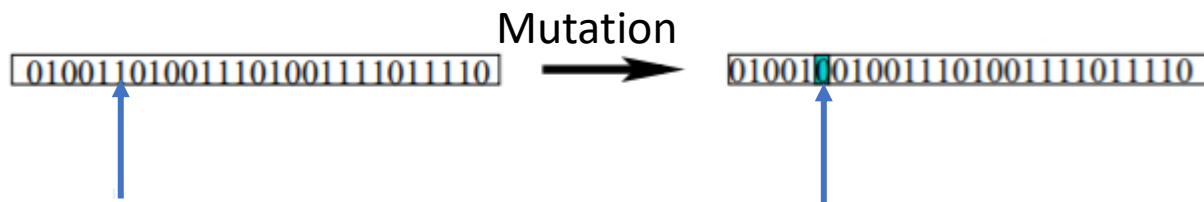
- Il consiste à combiner deux individus parents sélectionnés lors de la phase de sélection pour générer deux individus fils.
- On choisit **une** ou **plusieurs** positions des deux parents et après on coupe les deux individus en ces positions puis on forme les deux fils en permutant les parties entre ces points.



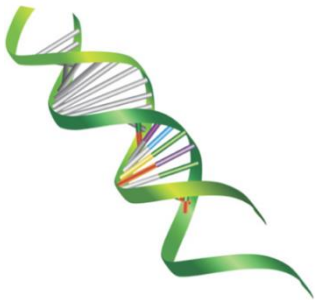
Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

● La mutation

Elle consiste à modifier aléatoirement (avec p_m) des valeurs des gènes d'un individu fils pour créer une diversité dans population.



p_m est usuellement très faible et fixée.



● Le remplacement

Permet d'obtenir une nouvelle population par l'insertion des nouveaux individus fils obtenus par application des opérateurs génétiques et remplacement des anciens individus (les parents).

Les individus fils peuvent remplacer automatiquement leurs parents dans la nouvelle génération ou bien le remplacement d'un individu parent tient compte de sa fonction d'adaptation (remplacement élitiste: le plus adapté est gardé dans la prochaine génération).



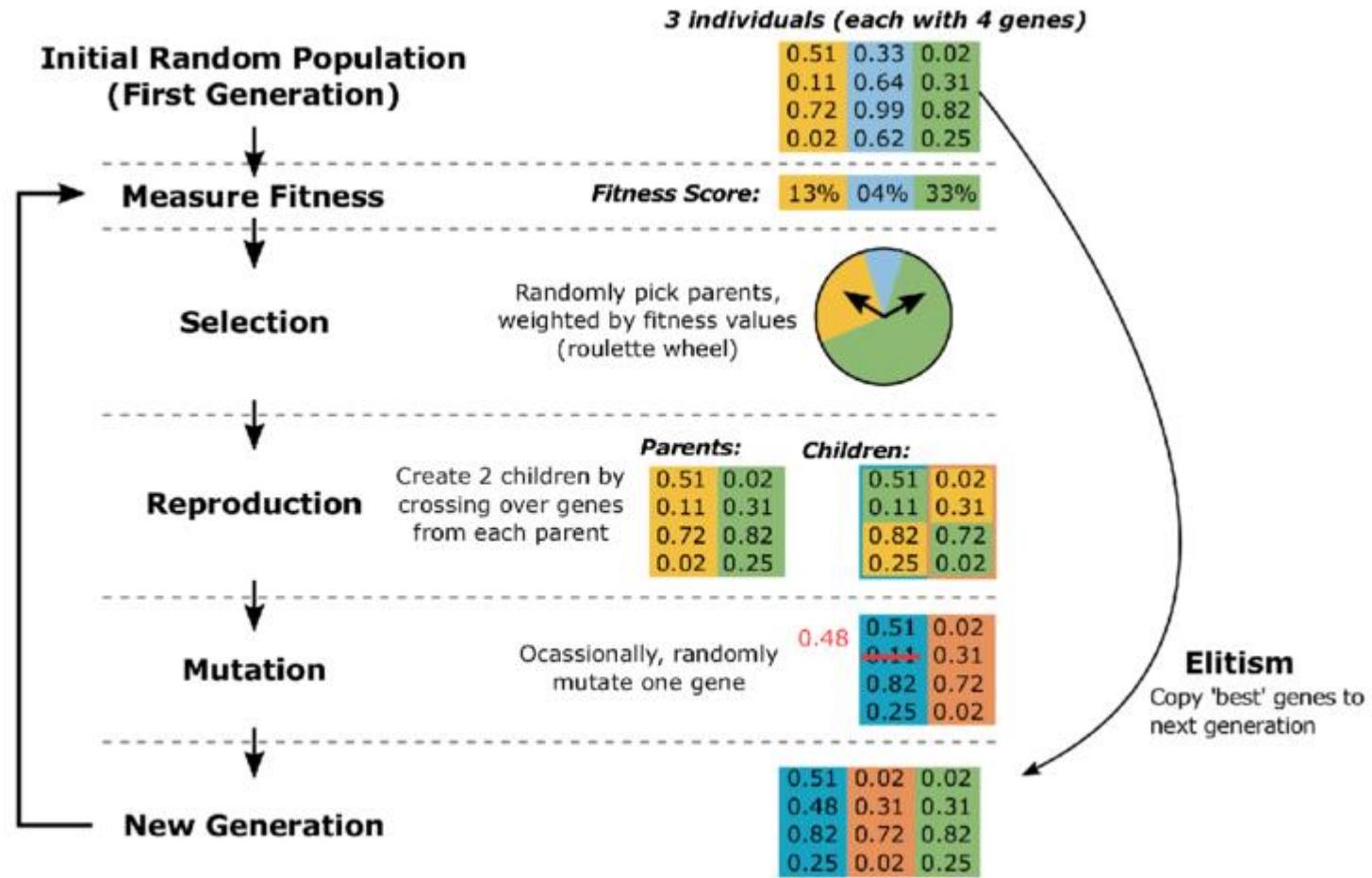
● Terminaison de l'algorithme

L'algorithme se termine si l'une des conditions de terminaison suivantes est satisfaite:

- Un nombre maximum d'itérations de générations est atteint.
- La fonction fitness obtenue est acceptable



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires



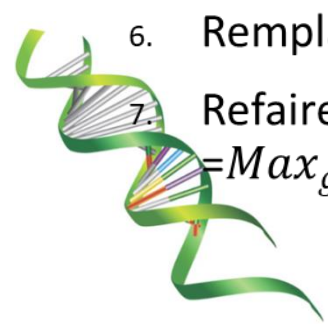
Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

Exemple

- On considère la fonction $f(x) = 15x - x^2$ pour x un entier entre 1 et 15
- Proposer une implémentation d'un algorithme génétique AG avec un codage binaire pour trouver le maximum de la fonction f .

Etapes

1. Choix du codage
2. Initialisation de la population Pop
3. Evaluer chaque individu de la population Pop en calculant la fonction *fitness*
4. Appliquer l'opérateur de sélection, l'opérateur de Croisement et l'opérateur de mutation. Soit Pop_{new} la nouvelle population obtenue.
5. Evaluer chaque individu de la population Pop_{new} en calculant la fonction *fitness*
6. Remplacer la population Pop par Pop_{new}
7. Refaire les étapes 4-6 jusqu'à satisfaction du critère d'arrêt (nombre d'itérations $= Max_{gen}$).



Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

On suppose que

La taille de la population $N_{pop}=6$,

La fonction fitness est représentée par: $15x-x^2$

1. Représentation des individus

Chaque individu de la population est représenté par un code binaire.

A chaque individu, on associe un vecteur de 4 bits suffisant pour représenter les nombres de 1 à 15.

Entier	Code binaire	Entier	Code binaire	Entier	Code binaire
1	0001	6	0110	11	1011
2	0010	7	0111	12	1100
3	0011	8	1000	13	1101
4	0100	9	1001	14	1110
5	0101	10	1010	15	1111

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

2. Population initiale

On initialise aléatoirement chacun des 6 chromosomes de la population.

Chromosome	Codification	Entier
x_1	1100	12
x_2	0100	4
x_3	0001	1
x_4	1110	14
x_5	0111	7
x_6	1001	9

3. Evaluation de la population

Chaque individu de la population est évalué en utilisant la fonction $\text{Fitness}(x) = 15x - x^2$

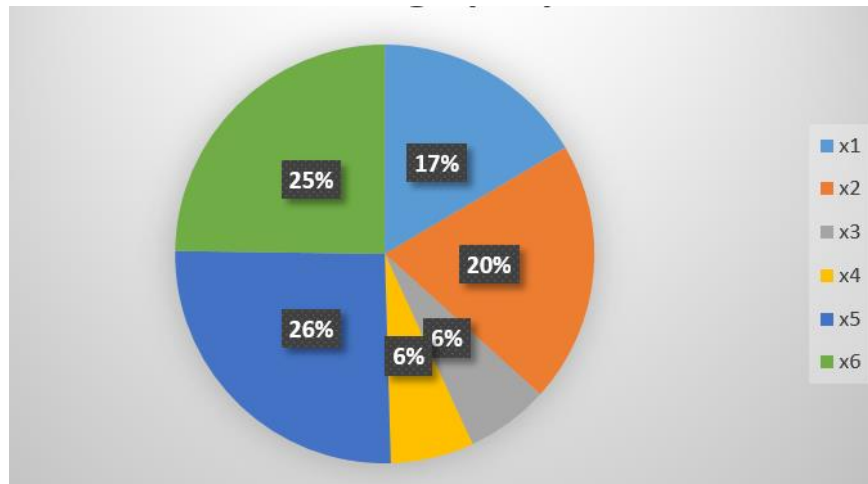
Chromosome	Codification	Entier	Fitness
x_1	1100	12	36
x_2	0100	4	44
x_3	0001	1	14
x_4	1110	14	14
x_5	0111	7	56
x_6	1001	9	54

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

4. Sélection des individus

On sélectionne les parents candidats pour la reproduction selon la méthode de la sélection par roulette.

Chromosome	Codification	Entier	Fitness	Fitness %
x_1	1100	12	36	16.5
x_2	0100	4	44	20.2
x_3	0001	1	14	6.4
x_4	1110	14	14	6.4
x_5	0111	7	56	25.7
x_6	1001	9	54	24.8



218

$$\sum_{i=1}^6 Fitness(x_i)$$

$$\frac{Fitness(x_i)}{\sum_{i=1}^6 Fitness(x_i)}$$

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

1. Sélection des individus

Algorithme

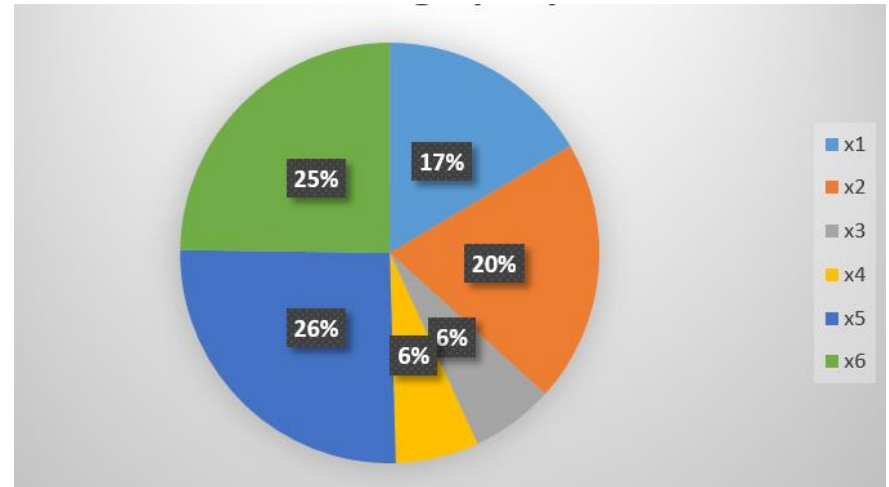
1. Soit une population de N individus
2. Pour chaque individu ind_i de la population, calculer la probabilité p_i tel que:
$$p_i = \frac{fit_i}{\sum_{j=1}^N fit_j}$$
 tel que fit_i est la fitness du ind_i
3. Calculer la probabilité cumulative $cump_i = \sum_{j=1}^i p_j$
4. Générer un nombre aléatoire r en 0 et 1
5. Si $r < cump_1$ alors sélectionner l'individu ind_1
sinon sélectionner l'individu ind_i tel que $cump_{i-1} < r < cump_i$
6. Répéter les étapes 4 -5 pour la sélection des individus candidats pour l'étape de reproduction.

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

4. Sélection des individus

On sélectionne les parents candidats pour la reproduction selon la méthode de la sélection par roulette.

Chromosome i	p_i	$cump_i$
x_1	0.165	0.165
x_2	0.202	0.367
x_3	0.064	0.431
x_4	0.064	0.495
x_5	0.257	0.752
x_6	0.248	1



On choisi $r = 0.25$, on a $0.165 < r < 0.367$ le chromosome x_2 est sélectionné

On choisi $r = 0.10$, on a $r < 0.165$ le chromosome x_1 est sélectionné

Ce processus est répété jusqu'à obtention de la population de reproduction.

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

2. Evolution de la population

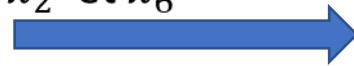
Durant la génération t , deux parents sont sélectionnés et on leur applique l'opérateur de Crossover pour générer deux enfants. Ensuite l'opérateur de Mutation est appliqué à chacun des enfants. Les enfants remplacent les parents dans la génération $t+1$.

Génération t

x_1	1	1	0	0
x_2	0	1	0	0
x_3	0	0	0	1
x_4	1	1	1	0
x_5	0	1	1	1
x_6	1	0	0	1

Sélection des parents

x_2 et x_6



x_2	0	1	0	0
-------	---	---	---	---

x_6	1	0	0	1
-------	---	---	---	---

Application du Crossover

x_2	0	1	0	0
-------	---	---	---	---

x_6	1	0	0	1
-------	---	---	---	---

Génération $t+1$

x_1	1	1	0	0
x'_2	0	1	0	1
x_3	0	0	0	1
x_4	1	1	1	0
x_5	0	1	1	1
x'_6	1	1	0	0

Génération des enfants
 x'_2 et x'_6

x'_2	0	0	0	1
--------	---	---	---	---

x'_6	1	1	0	0
--------	---	---	---	---

Insertion des fils dans
 x'_2 et x'_6 la population



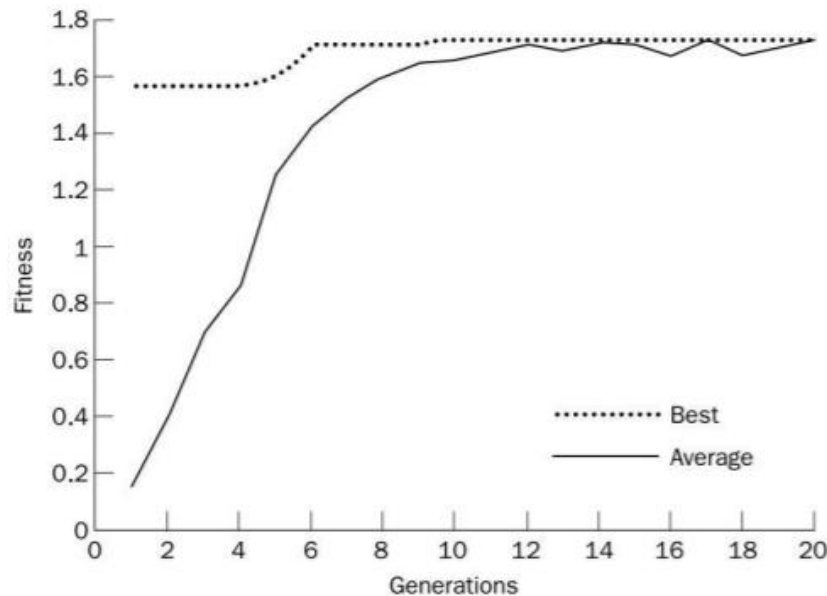
Application de la mutation

x'_2	0	1	0	1
--------	---	---	---	---

x'_6	1	1	0	0
--------	---	---	---	---

Chapitre 2 : Algorithmes évolutionnaires

- **Critère d'arrêt** : les étapes 3-4-5 sont répétées tant que:
 1. Pas de changement du maximum de la fonction fitness obtenue durant les dernières générations ;



2. Le maximum des nombres de génération est atteint.