Partie 4 : La décision sous incertitude

I- Introduction:

La théorie de la décision est une discipline qui se situe à l'intersection des domaines de l'économie, de la recherche opérationnelle et de l'intelligence artificielle. Elle vise à définir des critères permettant de modéliser le comportement d'un agent interagissant avec son environnement. Ces interactions peuvent être modélisées par le schéma suivant :

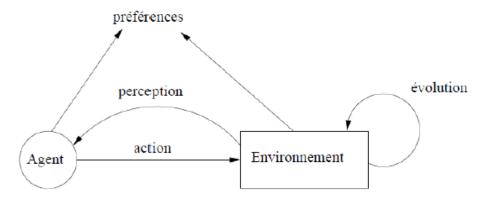


Fig. 1.1 – Interactions entre un agent et son environnement.

L'agent peut influer sur *l'évolution* de son environnement par l'intermédiaire *d'actions*. Dans le même temps il *perçoit*, éventuellement de manière imparfaite, l'état de l'environnement. Un tel agent se trouve face à un problème de choix parmi un ensemble d'actions disponibles. Afin de faciliter ce choix, il est nécessaire de modéliser les *préférences* de l'agent sur les conséquences (perçues) de ses actions. Les préférences de l'agent peuvent être mesurées par une *fonction d'utilité* sur les conséquences ou par une relation de préférence (éventuellement partielle) construite à partir de l'agrégation des degrés de satisfaction de différents critères.

Parfois, les informations dont dispose l'agent sur l'effet de ses actions sont entachées d'incertitude. Il peut n'avoir qu'une vision incomplète ou déformée de l'environnement du problème de décision. Dans ce cas, les effets de ses actions peuvent être variables en fonction de l'état de l'environnement et l'agent se trouve alors face à un problème de décision dans l'incertain. Le paradigme classique de la décision dans l'incertain est celui de l'utilité espérée, dans lequel les préférences de l'agent sur les conséquences d'une action sont modélisées par une fonction d'utilité et ses connaissances par une

distribution de probabilité sur ces mêmes conséquences. Le critère classique de choix entre les actions est *l'espérance mathématique* de la fonction d'utilité sur les conséquences.

Exemple 1:

- Un enfant de 12 ans se présente aux urgences
 - il a mal au ventre depuis 8h
 - il a vomi une fois
 - il a mangé au restaurant récemment
 - pas de "passif" médical, ni de traitement en cours
 - premier examen : douleur abdominale diffuse, CBC moyenne
- Faut-il envoyer le garçon se faire opérer de l'appendicite ? le mettre en observation ? le laisser partir ?

2- Modélisation du problème de décision :

- $S = \{1, \dots n\}$: ensemble d'états possibles du monde
- D: ensemble de décisions (actions): $d, f \in D$
- X: ensemble de conséquences possibles des actions : $x \in X$
- Une décision est une application $d: S \mapsto X$ d(s) = x conséquence de la décision d dans l'état s

Problème : Étant donné une **connaissance** partielle sur l'état du monde et une relation de **préférence** sur X, construire une relation de préférence sur D, afin de classer / comparer / optimiser les décisions

- Un problème de décision a 3 composantes :
 - les valeurs (les "symptômes", les observables, ... à prendre en compte)
 - les actions (les choix proposés au décideur)
 - les conséquences
 - Hypothèses :
 - les valeurs, options et conséquences sont données
 - le décideur peut ranger les conséquences par ordre de préférence : fonction d'utilité

Exemple2:

Exemple (Savage): Faire une omelette

Il y a une omelette à cinq oeufs dans la tasse. Faut-il casser un 6ème oeuf dans la tasse?

| États (S) | | |
|-----------------------------|------------------------|------------------------|
| | oeuf sain | œuf pourri |
| Décisions (D) | | |
| casser l'oeuf dans la tasse | omelette à 6 oeufs (1) | pas d'omelette (6) |
| | | et 5 oeufs gachés |
| casser l'oeuf à part | omelette à 6 oeufs | omelette à 5 oeufs |
| | et un plat à laver (2) | et un plat à laver (4) |
| jeter l'oeuf | omelette à 5 oeufs | omelette à 5 oeufs (3) |
| | et un oeuf gâché (5) | |

Exemple 3:

Investissement immobilier : faut-il investir dans une résidence, un immeuble, des appartements, ou ne faire aucun investissement ??

Cela va dépendre de l'état du marché immobilier : Fort, Moyen ,Faible

| État | s (S) | | |
|---------------|-------|-------|--------|
| | Fort | Moyen | Faible |
| Décisions (D) | | | |
| Residence | 550 | 110 | -310 |
| Immeuble | 300 | 129 | -100 |
| Appartements | 200 | 100 | -32 |
| Aucun | 0 | 0 | 0 |

décision sous ignorance totale : maximax et maximin

 Maximin (critère de "Wald") – le critère du décideur pessimiste : on choisit la décision qui à la plus grande utilité minimale (la "moins pire")

Maximiser
$$U_*(d) = \min_{s \in S} d(s)$$

 Maximax – le critère du décideur optimiste : on choisit la décision qui à la plus grande utilité maximale

Maximiser
$$U^*(d) = \max_{s \in S} d(s)$$

Exemple 4:

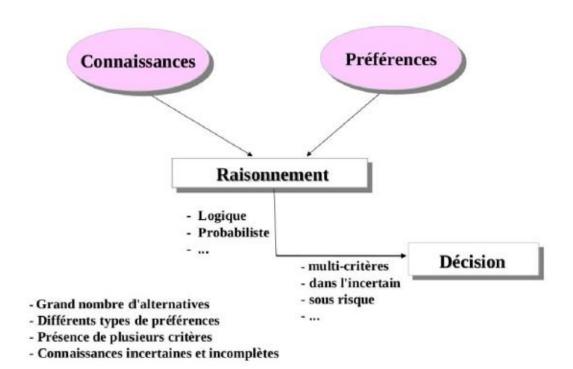
décision sous ignorance totale : maximax et maximin (2)

| | Fort | Moyen | Faible | U_* | U^* |
|--------------|------|-------|--------|-------|-------|
| Residence | 550 | 110 | -310 | -310 | 550 |
| Immeuble | 300 | 129 | -100 | -100 | 300 |
| Appartements | 200 | 100 | -32 | -32 | 200 |
| Aucun | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Maximin - critère pessimiste (U_*) : on n'achète rien

Maximax - critère optimiste (U^*) : on achète une residence

Le problème de décison peut être schématisé comme suit :



Prise en charge des préférences :

Pourquoi?

Décision à prendre

Exemple: Voyager pendant les vacances d'Avril

- ⇒ La notion de préférence intervient
 Quel pays, quelle compagnie, quel moyen de transport, durée de séjour?
- Les préférences permettent de :
 - Guider nos choix sur un ensemble d'alternatives (ou propositions)
 - Indiquent la "désirabilité" des alternatives (meilleures, rejetées, etc.)

Problèmes

- Grand nombre d'alternatives
- Présence de plusieurs critères
- Les préférences sont souvent exprimées d'une façon contradictoire
- Les préférences sont de différents types : conditionnelles, prioritaires,...
- ⇒ Des formalismes de représentation de préférences sont nécessaires

Représentation des préférences par la fonction d'utilité

Fonction d'utilité $X: u \mapsto \mathbb{R}: u(x) > u(x')$ ssi x est préfère a x' La fonction d'utilité est une fonction numérique subjective u(x) = valeur de la consequence x pour le décideur.

- Utilité "qualitative" (ordinale): representation concise d'une relation de preference,
 u ne vaut que par l'ordre qu'elle représente
- Utilité "quantitative" (cardinale): s'obtient à partir d'une relation de difference d'intensité de preference ((x, x') DP (y,y') ssi x est plus préfère a x' que y ne l'est a y'

- $\blacksquare U$ fonction d'utilité, définie pour des conséquences
 - $ullet U(c_1) > U(c_2)$ ssi le décideur préfère la conséquence c_1 à c_2
 - $U(c_1) = U(c_2)$ ssi le décideur n'a aucune préfèrence entre c_1 à c_2

Différents modèles ont été développés parmi lesquels :

- Modèles quantitatifs : Probabilités, utilités
 - Utilité espérée (von Neumann & Morgenstern 1947, Savage1954)
 - Utilité Multi-attributs (Keeney et Raiffa 1976).
 - Critères maximin, minimax, regret, Hurwicz, Laplace.
 - Modèles graphiques : Arbres de décision, réseaux bayésiens, diagrammes d'influence, GAI-nets, etc.
- Modèles qualitatifs : Comparaison entre alternatives
 - Logique QDT (Qualitative Decision Theory) de (Boutilier 1994).
 - Logiques de type Ceteris Paribus (von Wright 1963, Hansson 1996).
 - Logiques pondérées (Dubois et al. 1994, Benferhat et al. 2001)
 - Modèles graphiques : CP-net, ...
 - ...

3- Les modèles:

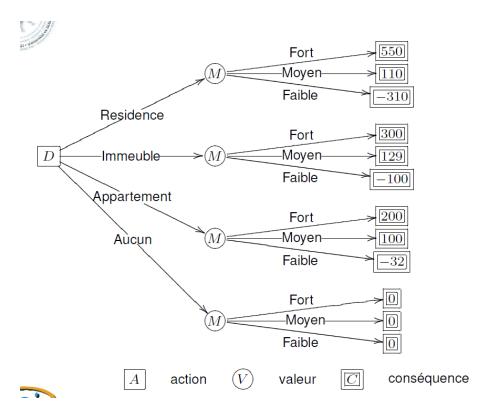
3-1 Les arbres de décision :

- Maximax
 - Le critère du décideur optimiste
 - on "redescend" l'utilité maximale de chaque "valeur"
 - on choisit la décision qui à la plus grande utilité maximale
- Maximin
 - Le critère du décideur pessimiste
 - on "redescend" l'utilité minimale de chaque "valeur"
 - on choisit la décision qui à la plus grande utilité minimale (la "moins pire")

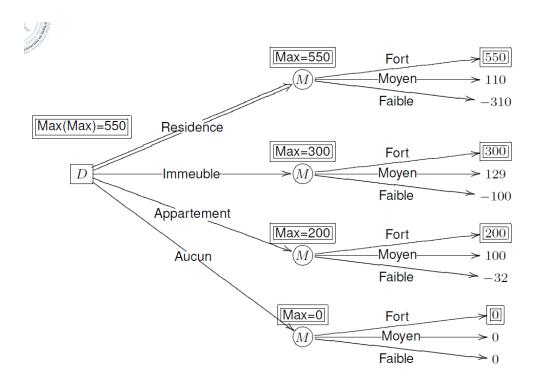
Exemple 5:

- Investissement immobilier : faut-il investir dans
 - une résidence
 - un immeuble
 - un appartement
 - aucun investissement
- Cela va dépendre de l'état du marché immobilier :
 - Fort | Moyen | Faible
- Profit selon la décision et l'état du marché

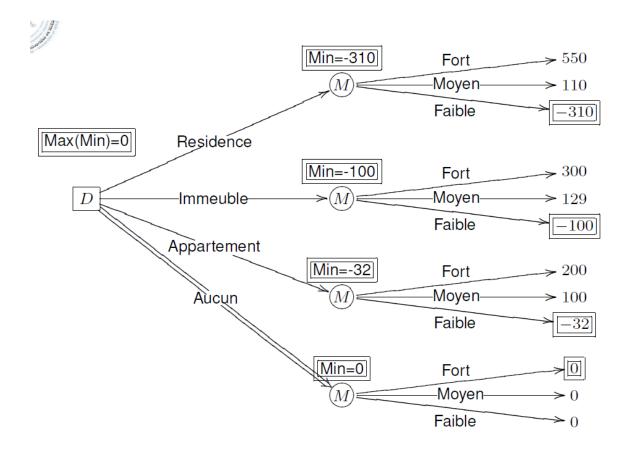
| | Fort | Moyen | Faible |
|-------------|------|-------|--------|
| Residence | 550 | 110 | -310 |
| Immeuble | 300 | 129 | -100 |
| Appartement | 200 | 100 | -32 |
| Aucun | 0 | 0 | 0 |



Critère max max:



Critère max mix:



- Avantage de l'arbre de décision
 - Structure adaptée à la recherche de la solution optimale
- Inconvénients
 - La taille de l'arbre devient vite énorme!
 - Comment représenter des connaissances sur le domaine?

3-2 les diagrammes d'influence :

Dans le domaine de la prise de décision, les arbres de décision sont pratiques pour la recherche de la solution optimale, néanmoins, la taille de l'arbre évolue rapidement d'une manière exponentielle. De plus, il est difficile de représenter des connaissances du domaine. Les diagrammes d'influence en sont une alternative. Ils constituent une extension des réseaux Bayésiens à un problème de décision incorporant :

- Les nœuds de décision : variables sur lesquelles l'utilisateur a un contrôle complet
- Les nœuds utilité permettant de connaître le coût d'une décision.
- La composante qualitative ou graphique comporte différents types de nœuds :
 - 1- des nœuds chance associés aux variables aléatoires observables, représentés par



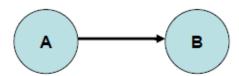
2- des nœuds décision associés aux décisions contrôlables, représentés par



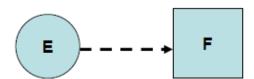
3- et des nœuds utilité associés aux décisions, représentés par En outre, deux types d'arcs sont à distinguer :



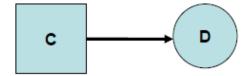
- 1- les arcs d'information qui relient entre eux les nœuds chance
- 2- les arcs d'influence qui relient les nœuds chance et les nœuds utilité.



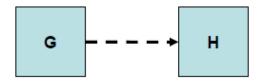
The outcome of Event A is relevant for assessing the chances associated with Event B.



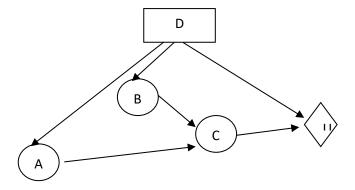
The decision maker knows outcome of Event E when making Decision F.



Decision C is relevant for assessing the chances with Event D.



Decision G is made before Decision H.



Un arc peut être impliqué dans deux types de relations, soit dans une pertinence³ soit dans une séquence [Clemen and Reilly, 2001]. Partant de là, on peut maintenant donner

les différentes interprétations existantes pour les relations :

- Une flèche pointant vers un noeud aléatoire désigne une relevance, c'est-à-dire que le noeud prédécesseur est important pour déterminer les chances associées au noeud aléatoire. Dans la figure 2.3, la flèche du noeud B au noeud C signifie que l'alternative choisie dans le noeud de décision B a une relevance importante pour établir les chances associées à l'événement aléatoire. Par exemple, supposons que le noeud C représente la santé publique et B la décision de faire des campagnes de vaccination. Les probabilités qu'une ville ait une bonne santé publique dépend directement de la décision prise par le gouvernement de faire ou de ne pas faire des campagnes de vaccination. Alors, le choix pris dans la décision B est relevant pour déterminer le résultat de C.
- Un arc pointant vers un noeud de gain désigne lui aussi un arc de relevance. Il indique que le noeud du résultat final dépend du résultat de ses prédécesseurs. Dans le cas de la figure 2.3, le résultat final F dépend de la décision D et de l'événement aléatoire E. Nous avons déjà vu un exemple de ce type de relations dans la figure 2.1, où le résultat final (le pourcentage de plaisir) dépend de ses deux prédécesseurs (partir en vacances au Japon et tremblements de terre).
- Une ou plusieurs flèches pointant vers un noeud de décision forment en fait une séquence. Quand il existe un arc d'un noeud décision vers un autre noeud décision, cela signifie qu'au moment de prendre la deuxième décision, la première a déjà été prise. Si un arc part d'un noeud aléatoire vers un noeud décision, cela signifie qu'au moment de prendre la décision, l'événement incertain a déjà été résolu. Dans l'exemple de la figure 2.3, au moment où le décideur fait son choix I, il connaît déjà le résultat de G, et H n'est plus un événement aléatoire ou incertain.

Les diagrammes d'influence permettent de modéliser et de calculer la prise de décision dans plusieurs applications.

- La composante quantitative ou numérique est décrite par :
 - 1- des probabilités conditionnelles attachées à chaque nœud chance X_i
 - 2- des valeurs d'utilité attachées aux nœuds utilité notées $U(X_i|Par(X_i))$.

Le nœud d'utilité représente les critères de préférence pour le choix d'une action. Cette action fait partie d'une liste des actions possibles représentées dans le nœud de décision. Enfin, le choix est calculé en fonction des évènements incertains représentés par les nœuds de causalité

Les nœuds chance et les nœuds décision ont un ensemble fini d'états mutuellement exclusifs.

Exemple 6:

Considérez que nous voulons partir en vacances au Japon et que pour l'instant, notre seul but est d'avoir du plaisir pendant ces vacances. Si nous supposons que nous n'aurions aucun problème pendant le séjour, alors le résultat final des vacances sera égal à 100% de plaisir. Mais si on considère que le Japon est un pays avec un pourcentage élevé de tremblements de terre par année, nous devons ajouter à notre décision un facteur de risque (noeud aléatoire) pour pouvoir évaluer le résultat final. En fait, notre décision sera prise sous un certain degré d'incertitude, ce qui modifie radicalement la façon de prendre la décision.

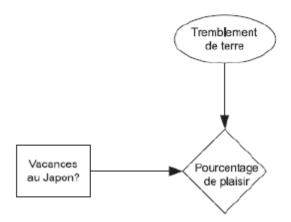


Fig. 2.1 – Diagramme d'influence simple.

On remarque, dans le diagramme de la figure 2.1, que les trois types de noeuds sont

présents. Nous définissons les noeuds « vacances au Japon? » et « tremblement de terre » comme les prédécesseurs de la conséquence finale « Plaisir », et « Plaisir » comme le successeur de « vacances au Japon? » et « tremblement de terre ». L'implication est que le noeud conséquence dépend des deux autres noeuds pour pouvoir déterminer sa valeur. C'est-à-dire, que lorsque la décision est prise et que la valeur aléatoire est définie, la valeur du noeud conséquence peut être déterminée; à ce point, l'incertitude disparaît.

En suivant l'analyse du diagramme, nous remarquons qu'il n'existe pas d'arc qui relie le noeud aléatoire au noeud décision. L'absence de cet arc signifie qu'au moment où le décideur (dans ce cas, le touriste) prend sa décision, il ne sait pas si un tremblement de terre aura lieu au Japon pendant ses vacances. Le décideur doit avoir une certaine intuition de ce qu'il peut arriver. Dans ce cas, il peut inclure cette information dans le diagramme, en forme de pourcentages ou dans n'importe quelle autre unité. La figure 2.2 inclut les détails du diagramme d'influence précédemment présenté, et les valeurs associées à chaque noeud sont représentées en pourcentage. On peut remarquer également, qu'il n'y a pas d'arc qui relie le noeud décision au noeud aléatoire. L'absence d'une flèche du noeud « Vacances au Japon? » au noeud « tremblement de terre » signifie que l'existence d'un tremblement de terre n'est pas influencée par la décision du touriste d'aller ou de ne pas aller en vacances au Japon.

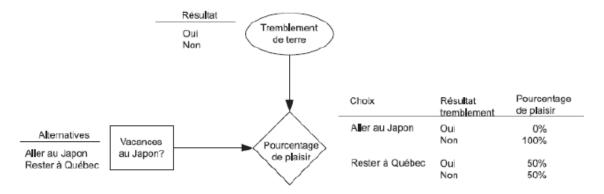
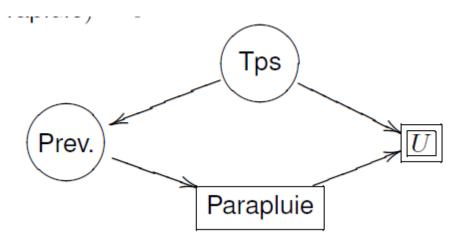


Fig. 2.2 – Diagramme d'influence détaillé.

Exemple 7:

Représentez sous forme d'un diagramme d'influence probabiliste, les données relatives à la prise de décision de prendre le parapluie en fonction du temps et des prévisions météorologiques.

1- Composante graphique:



2- Composante numérique:

$$P(\mathsf{Temps} = \mathsf{Pluie}) = 0.3$$

$$P(Prévision = Pluvieux|Temps = Pluie) = 0.6$$

$$P(Prévision = Nuageux|Temps = Pluie) = 0.25$$

$$P(Prévision = Soleil|Temps = Pluie) = 0.15$$

$$P(\mathsf{Pr\'evision} = \mathsf{Pluvieux} | \mathsf{Temps} = \mathsf{PasDePluie}) = 0.1$$

$$P(Prévision = Nuageux|Temps = PasDePluie) = 0.2$$

$$P(Prévision = Soleil|Temps = PasDePluie) = 0.7$$

$$U(\mathsf{PasDePluie}, \mathsf{Parapluie}) = 20$$

$$U(PasDePluie, PasDeParapluie) = 100$$

$$U(Pluie, Parapluie) = 70$$

$$U(Pluie, PasDeParapluie) = 0$$

Exemple 8:

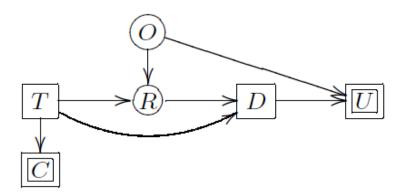
Il s'agit de décider s'il y a lieu de réaliser un Forage Pétrolier. Pour se faire, un sondage sismique est nécessaire. Ce dernier induit un cout.

La décision dépend d'un certain nombre de paramètres :

- l'état des puits : | humide | imbibé
- Résultats du sondage : grande | peu | aucune trace de pétrole

Représenter ce problème de décision à l'aide d'un diagramme d'influence.

- a- Composante graphique:
- Décisions
 - D = Faire un forage (70\$) | Pas de forage
 - T = Sondage sismique = Oui (10\$) | Non
- Variables
 - O = Etat du puits = sec | humide | imbibé
 - R = Rés. sondage = grande | peu | aucune trace de pétrole
- Utilités
 - C = Coût du test
 - U = Gain du forage



b- Composante numérique :

Utilités

■ U(D,O)

| | O=sec | 0=hum. | O=imb. |
|-------------|-------|--------|--------|
| D=Forage | -70 | 50 | 200 |
| D=PasForage | 0 | 0 | 0 |

C(T)

| T=Oui | T=non |
|-------|-------|
| -10 | 0 |

Probabilités

P(O)

| O=sec | 0=hum. | O=imb. |
|-------|--------|--------|
| 0.5 | 0.3 | 0.2 |

■ P(R|O)

| | O=sec | 0=hum. | O=imb. |
|-----------|-------|--------|--------|
| R = aucun | 0.6 | 0.3 | 0.1 |
| R = peu | 0.3 | 0.4 | 0.4 |
| R = grand | 0.1 | 0.3 | 0.5 |

■ Faut-il faire un forage?

$$EU({\sf D=PasForage})=0$$

$$EU({\sf D=Forage})=\sum_O U({\sf D=Forage},{\sf O})P(O)$$

$$EU({\sf D=Forage})=0.5*-70+0.3*50+0.2*200=+20$$

$$MEU(D|T=Non) = Max(0, +20) = +20$$

Si l'on ne fait pas de test, la meilleure décision est de forer ■ Faut-il faire un sondage sismique?

$$P(O|\mathsf{R} = \mathsf{auc.}) \ \alpha \ P(\mathsf{R} = \mathsf{auc.}|O) P(O) = [0.6\ 0.3\ 0.1] * [0.5\ 0.3\ 0.2]$$

$$P(O|\mathsf{R} = \mathsf{auc.}) \ \alpha \ [0.3\ 0.09\ 0.02]$$

$$P(O|\mathsf{R} = \mathsf{auc.}) = [0.3\ 0.09\ 0.02] / 0.41 = [0.732\ 0.22\ 0.049]$$

$$EU(\mathsf{D} = \mathsf{For.}|\mathsf{R} = \mathsf{auc.}) = \sum_O U(\mathsf{D} = \mathsf{For.}, O) P(O|\mathsf{R} = \mathsf{auc.})$$

$$EU(\mathsf{D} = \mathsf{For.}|\mathsf{R} = \mathsf{auc.}) = -30.5$$

- et on continue pour toutes les valeurs de (D,R) pour obtenir la table EU(D|R, T=oui)
- Faut-il faire un sondage sismique? (fin)

$$MEU(D|R,\mathsf{T=oui}) = [87.5\ 32.9\ 0]$$

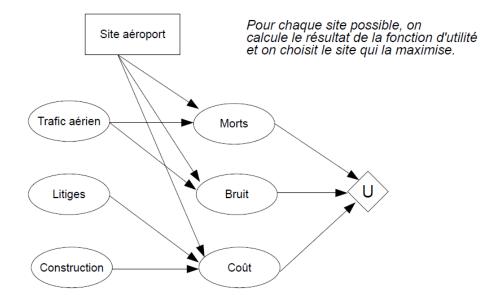
$$MEU(D|\mathsf{T=oui}) = \sum_{S} MEU(D|S,\mathsf{T=oui})P(R) - C(\mathsf{T=oui})$$

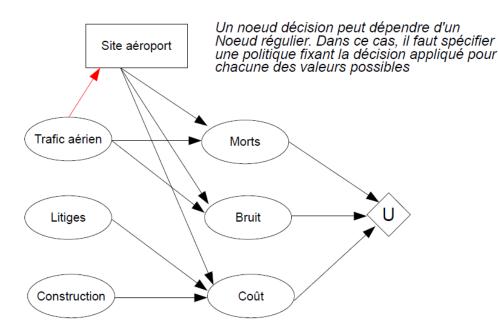
$$MEU(D|\mathsf{T=oui}) = +22.5$$

$$MEU(D|\mathsf{T=oui}) = 22.5 > MEU(D|\mathsf{T=non}) = 20$$

Il faut faire le sondage!

Exemple 9:





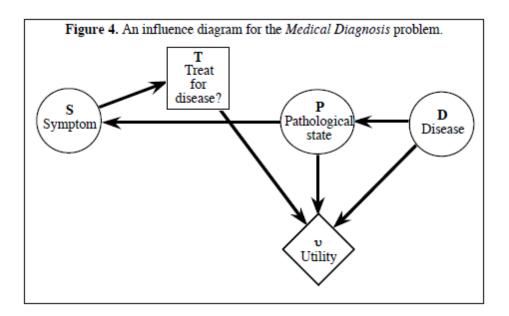
- Les nœuds hasards représentent les variables aléatoires. Par exemple, l'agent peur être incertain au coût de construction, au volume du trafic aérien, aux litiges possibles,...
- L'action site aéroport peut prendre autant de valeurs qu'il y a de sites. Le choix du site influe sur le coût, la sécurité, le bruit qui en résulte. Le nœud d'utilité a pour parent tous les nœuds hasards qui influent sur le résultat et qui affectent la fonction d'utilité.
- Le nœud d'utilité a pour parent toutes les variables qui décrivent le résultat qui affecte directement l'utilité.

Remarques:

- 1- Il existe des nœuds d'utilité ordinaires tels que leurs parents sont de nœuds hasards ou des nœuds de décision et des nœuds super-utilité tels que leurs parents sont des nœuds d'utilités ordinaires. Usuellement, un nœud de super utilité est pondéré par la somme des utilités des nœuds ordinaires.
- 2- Dans le cas des décisions séquentielles, un nœud de décision peut avoir comme parent un autre nœud de décision.

Exemple 10:

A physician is trying to decide on a policy for treating patients suspected of suffering from a disease D. D causes a pathological state P that in turn causes symptom S to be exhibited. The physician first observes whether or not a patient is exhibiting symptom S. Based on this observation, she either treats the patient (for D and P) or not. The physician's utility function depends on her decision to treat or not, the presence or absence of disease D, and the presence or absence of pathological state P. The prior probability of disease D is 10%. For patients known to suffer from D, 80% suffer from pathological state P. On the other hand, for patients known not to suffer from D, 15% suffer from P. For patients known to suffer from P, 70% exhibit symptom S. And for patients known not to suffer from P, 20% exhibit symptom S. We assume D and S are probabilistically independent given P. Table I shows the physician's utility function.



The Conditional Probability Functions P(D), P(PID), and P(SIP)

| Γ | | P(D) | P() | PID) |] | P | P(: | SIP) | 9 | S |
|---|----|------|-----|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|
| L | D | (δ) | (| π) | p | ~p | (| σ) | S | ~S |
| ſ | d | .10 | | d | .80 | .20 | | p | .70 | .30 |
| l | ~d | .90 | D | ~d | .15 | .85 | P | ~p | .20 | .80 |

| P | hysician's | States | | | | | | | |
|-----|--|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|--|--|--|--|
| | Utilities Has pathological state (p) No pathological state (~p | | cal state (~p) | | | | | | |
| | (υ) | Has disease (d) | No disease (~d) | Has disease (d) | No disease (~d) | | | | |
| Act | Treat (t) | 10 | 6 | 8 | 4 | | | | |
| 3 | Not treat (~t) | 0 | 2 | 1 | 10 | | | | |

In the influence diagram in Figure 4, there are 3 random variables, S, P, and D; there is one decision variable T; and there is one utility function υ . There are no arcs that point to D—this means we have a prior probability distribution for D associated with D. There is one arc that points to P from D—this means we have the conditional probability distribution for P given D associated with P. There is one arc that points to S from P—this means we have a conditional distribution for S given P associated with S. There is only one arc that points to T from S—this means that the physician knows the true value of S (and nothing else) when she has to decide whether to treat the patient or not. Finally, there are three arcs that point to υ from T, P, and D—this means that the utility function υ depends on the values of T, P, and D. Table 2 shows the conditional probability distributions for the random variables. These are readily available from the statement of the problem. The utility function υ is also available from the statement of the problem (Table I).

Remarques:

- 1- Il existe des nœuds d'utilité ordinaires tels que leurs parents sont de nœuds hasards ou des nœuds de décision et des nœuds super-utilité tels que leurs parents sont des nœuds d'utilités ordinaires. Usuellement, un nœud de super utilité est pondéré par la somme des utilités des nœuds ordinaires.
- 2- Dans le cas des décisions séquentielles, un nœud de décision peut avoir comme parent un autre nœud de décision.

Exemple 11:

La pollution de l'environnement concerne la pollution de l'air, la pollution des sols et la pollution des eaux.

- 1- La pollution de l'air peut être causée par l'effet de serre, les véhicules, les industries qui entraînent la libération de matière chimique dans l'atmosphère, l'agriculture qui est responsable en partie de l'effet de serre et du réchauffement climatique. La pollution de l'air peut aussi avoir une origine naturelle comme les éruptions volcaniques qui produisent du dioxyde de soufre et des cendres. La pollution de l'air semble avoir des conséquences sur la santé de nombreux êtres vivants et l'extermination de certaines espèces animales.
- 2°) La pollution de l'eau peut concerner les eaux superficielles (rivières, plans d'eau) et les eaux souterraines. Elle est provoquée par l'industrie. Ces deux types de pollution des eaux ont des conséquences sur la faune et la flore.
- 3) La pollution du sol peut être provoquée par des emplois abusifs d'insecticides ou d'engrais chimiques.

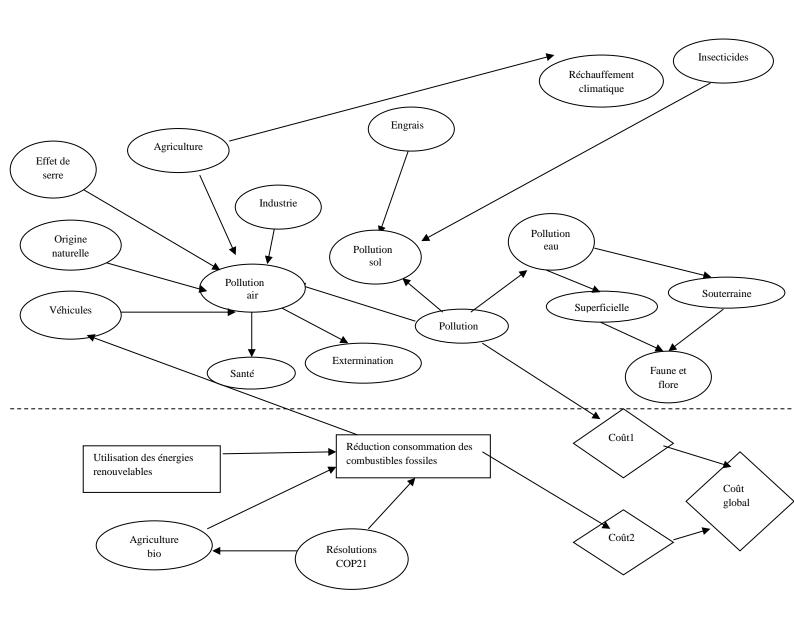
Partie1:

- a- Représentez ces connaissances à l'aide d'un réseau Bayésien en spécifiant la composante graphique et la composante numérique pour deux nœuds (une racine et un nœud ayant des parents).
- b- Dans les cas où le graphe obtenu présente une boucle, transformez-le en un arbre de jonction afin de pouvoir appliquer l'algorithme de propagation adéquat.

Partie 2:

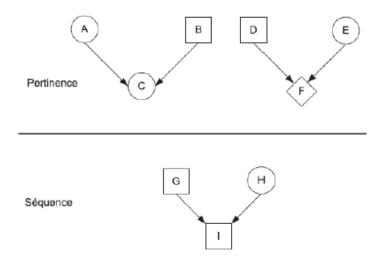
Les résolutions de la COP21 incitent à réduire la consommation de combustibles fossiles pour les transports, en consommant des produits issus de l'agriculture biologique, en privilégiant les énergies renouvelables.

c-Représentez l'ensemble de ces connaissances sous forme d'un diagramme d'influence.



Construction des diagrammes d'influence :

Il n'existe pas vraiment de stratégie pour construire les diagrammes d'influence. Étant donné que le but est de structurer une décision qui n'est pas toujours facile, la meilleure façon pour en construire un est de commencer par faire une version simple du diagramme et par la suite d'ajouter les détails nécessaires jusqu'à ce que le diagramme renferme tous les aspects importants du problème.



Evaluation des diagrammes d'influence :

Les actions sont sélectionnées en évaluant dans le réseau chaque valeur possible du nœud décision. Une fois que le nœud décision a une valeur, il se comporte alors comme un nœud hasard auquel une variable d'observation a été effectuée.

L'algorithme est le suivant :

- 1- Positionner les variables d'observation de l'état courant,
- 2- Pour chaque valeur possible de nœud de décision :
 - a. Affecter cette valeur au nœud de décision,
 - b. Calculer les probabilités a posteriori pour les nœuds parents du nœud d'utilité en appliquant un algorithme d'inférence probabiliste standard,
 - c. Calculer l'utilité résultante,
- 3- Retourner l'action ayant l'utilité la plus élevée.

Comparaison entre les arbres de décision et les diagrammes d'influence :

Les diagrammes d'influence sont excellents pour représenter des structures de décisions de base, mais ils cachent beaucoup de détails. Pour obtenir plus de détails, nous pouvons utiliser les arbres de décisions. Nous allons utiliser la même nomenclature dans les arbres de décisions que celle utilisée dans les diagrammes d'influence : un rectangle représentant une décision et un cercle un événement aléatoire. Les branches qui sortent du rectangle représentant les choix que le décideur peut prendre, et les branches qui sortent d'un cercle les résultats possibles que l'événement aléatoire peut prendre. Le troisième élément utilisé dans les diagrammes d'influence, le noeud de gain, est indiqué à la fin de chaque branche.

Considérons le diagramme d'influence 2.1, lequel analyse la décision de rester ou de partir en vacances au Japon. Si ce même diagramme était représenté par un arbre de décisions, il serait l'équivalent d'un diagramme d'influence détaillé, comme l'indique la figure 2.4.

L'arbre de décisions se fait de gauche à droite, mais peut aussi se faire de haut en bas. La décision est représentée dans le premier rectangle à gauche. Les deux premières branches représentent les alternatives possibles : partir en vacances au Japon ou rester à Québec. Si on choisit de partir en vacances, on doit considérer qu'il existe un risque,

L'exemple 6 peut être représenté sous forme d'un arbre de décision comme suit :

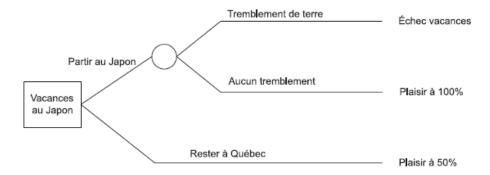


Fig. 2.4 – Arbre de décision simple avec différentes valeurs comme résultat final.

il peut y avoir un tremblement de terre ou pas. S'il y a un tremblement de terre, nos vacances sont gâchées totalement, mais s'il n'y a pas de tremblement de terre, nous aurons alors du plaisir à 100%. D'un autre côté, si on décide de rester à Québec, c'est-à-dire si on prend la deuxième branche, alors on ne prend aucun risque. Dans ce cas, on aura du plaisir à seulement 50% puisqu'on n'est pas parti en vacances.

Un arbre de décisions contient tous les choix qu'un décideur peut faire, ainsi que les résultats de tous les possibles chemins existants dans l'arbre. Dans les arbres de décisions, il est utile de penser que les noeuds sont dans un ordre chronologique (de gauche à droite ou de haut en bas). Généralement, le premier élément d'un arbre est un noeud de décision. Les diagrammes d'influence et les arbres de décision sont deux modèles graphiques utilisés dans les systèmes de prise de décision.

Les arbres de décisions permettent de monter plus d'informations que les diagrammes d'influence. Néanmoins, ils explosent rapidement du point de vue de la taille des problèmes traités.

Les diagrammes d'influence sont préconisés pour être utilisés par des experts. Ils permettent la modélisation des problèmes complexes.

Remarque:

Il est aisé de transformer un diagramme d'influence en un arbre de décision. Par contre, la transformation inverse est plus difficile.

4- Conclusion

L'aide à la décision nécessite des formalismes efficaces pour modéliser et raisonner sur des connaissances et préférences des utilisateurs :

- Modèles logiques
 - Facilité d'élicitation
 - Adaptés aux nouvelles applications (commerce électronique, systèmes de recommandation,...).
- Modèles graphiques
 - Interprétables, compactes,
 - Inférence : des algorithmes existent

Les diagrammes d'influence sont remarquables car ils constituent un moyen efficace de visualiser divers résultats dans le processus de prise de décision; ils montrent quelles variables peuvent être directement influencées par le décideur et lesquelles sont strictement affectées par des influences extérieures.

Sources:

Décision sous incertitude

Réseaux Bayésiens

Modèles étendus

Philippe Leray
Philippe.Leray@insa-rouen.fr

INSA Rouen - Département ASI - Laboratoire PSI (FRE CNRS 2645)

Hélène Fargier, Didier Dubois

mise à jour le 18 Mars 2009 fargier@irit.fr

Modèles logiques et graphiques pour l'aide à la décision

Karima SEDKI
Post-doctorante au LAMIH

14 Avril 2011