

# La Lagrangiana del Modello Standard

## Fenomenologia delle Interazioni Forti

Diego Bettoni

Anno Accademico 2008-09

# Formalismo di Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0$$

$$j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

Corrente Conservata

$$\gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix} \quad \gamma^0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \Longrightarrow \quad \gamma^5 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix} \quad \mathcal{L} = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi$$

# Invarianza di Gauge

$$\Psi' = U\Psi$$

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - igA^\mu$$

$$\mathcal{D}'^\mu \Psi' = U(\mathcal{D}^\mu \Psi)$$

$$A^{\mu'} = -\frac{i}{g}(\partial^\mu U)U^{-1} + UA^\mu U^{-1}$$

Abeliana

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_2 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{W}^\mu$$

$$\delta W_i^\mu = \frac{1}{g_2} \partial^\mu \theta_i - \varepsilon_{ijk} \theta_j W_k^\mu$$

Non  
Abeliana

L'invarianza di gauge richiede l'introduzione di **bosoni vettoriali**, che agiscono da **quantità di nuove interazioni**. Nelle teorie di gauge **le simmetrie determinano le interazioni**.

# Le Simmetrie del Modello Standard

- Invarianza  $U(1)$ . Tutte le particelle hanno questo tipo di invarianza, legata all'elettromagnetismo. Richiede l'esistenza di un bosone vettoriale,  $B^\mu$ , la cui corrispondenza con il fotone verrà stabilita in seguito.
- Invarianza  $SU(2)$ . Corrisponde ad una invarianza di gauge locale non abeliana (isospin debole). Richiede l'esistenza di tre bosoni vettoriali,  $W_i^\mu$ , uno per ogni generatore di  $SU(2)$ . Le particelle fisiche hanno cariche elettriche definite.

$$W^+ = (-W^1 + iW^2)/\sqrt{2} \quad W^- = (-W^1 - iW^2)/\sqrt{2} \quad W^0 = W^3$$

- Invarianza  $SU(3)$ . Richiede l'esistenza di otto bosoni vettoriali  $G_a^\mu$ , i gluoni, il cui scambio dà origine all'interazione forte, descritta dalla Cromodinamica Quantistica (QCD).

# La Lagrangiana

- Per ottenere la lagrangiana del modello standard si parte dalla lagrangiana per particelle libere e si sostituisce la derivata con la derivata covariante. Distingueremo due parti:
  - $\mathcal{L}_{\text{gauge}}$  energie cinetiche dei campi di gauge
  - $\mathcal{L}_{\text{ferm}}$  derivata covariante  $\rightarrow$  energie cinetiche dei fermioni
- Bisogna specificare poi le particelle e le loro proprietà di trasformazione sotto le tre simmetrie interne.
- Notazione

# Leptoni

$$e_R^- = P_R \psi_{e^-} \quad e_L^- = P_L \psi_{e^-}$$

Gli stati left-handed e right-handed si trasformano diversamente sotto trasformazioni di  $SU(2)$  elettrodebole: gli elettroni R sono singoletti di  $SU(2)$ , mentre gli elettroni L appartengono a doppietti insieme ai neutrini L.

$$e_R^- \quad \text{singoletto di } SU(2) \quad L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \text{doppietto di } SU(2)$$

- Le rotazioni in  $SU(2)$  elettrodebole trasformano elettroni L in neutrini L e viceversa.
- Spin ordinario: operatori di salita e di discesa (vettori).
- Isospin forte: pioni (vettori).
- Isospin debole: bosoni W, connettono i membri di un isodoppietto
- $e_R$  non è connesso ad altri stati da transizioni elettrodeboli.
- $p, q, r=1,2$  es:  $L_p L_1 = \nu_{eL}$ ,  $L_2 = e^-_L$ .

# Quarks

$$Q_{L\alpha} = \begin{pmatrix} u_\alpha \\ d_\alpha \end{pmatrix}_L \quad d_{R\alpha}, u_{R\alpha}$$

- Indice  $\alpha$  descrive come il quark trasforma sotto  $SU(3)$  di colore.
- La rappresentazione di base è un tripletto.  $\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3$  o  $r, g, b$ .
- Colore (es.  $r$ ) e anticolore (es.  $\bar{r}$ ). Singoletto (  $\bar{r}r + \bar{g}g + \bar{b}b$  )
- Tutti i leptoni sono singoletti di colore.
- Tutti i quark sono tripletti di colore.
- I gluoni generano le transizioni da un colore all'altro: analogamente ai fotoni sono i quanti dell'interazione forte, ma contrariamente ai fotoni hanno carica di colore.
- Ci sono 8 gluoni “bi-colorati” (es.  $\bar{b}g$ ): rappresentazione di ottetto di  $SU(3)$  di colore.

- Nel modello standard non ci sono neutrini R:
  - Sperimentalmente si osservano solo  $\nu_L$ .
  - Massa dei neutrini molto piccola (ma non nulla, v. oscillazioni).
  - Se in natura ci sono neutrini  $\nu_R$  o sono molto pesanti, oppure interagiscono molto debolmente.
- I fermioni R e L sono stati messi in diversi multipletti di  $SU(2)$  elettrodebole: questo implica violazione della parità, in quanto la teoria risulta non invariante rispetto all'inversione dello spin lungo la direzione di moto. Questo è il modo in cui la violazione della parità emerge dal modello standard, ma non ne dà una spiegazione fondamentale.
- La stessa teoria si può applicare alle altre due famiglie di fermioni:  $(\nu_\mu, \mu, c, s)$  e  $(\nu_\tau, \tau, t, b)$ .
  - L'universo consiste di fermioni della prima generazione.
  - Le altre famiglie sono prodotte in interazioni di raggi cosmici o agli acceleratori.
  - Non esiste una spiegazione dell'esistenza di tre famiglie di particelle con gli stessi numeri quantici e le stesse interazioni.



# Lagrangiana di Quark e Leptoni

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \rightarrow \bar{\psi}\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu\psi$$

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu - ig_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i - ig_3 \frac{\lambda^a}{2} G_\mu^a$$

- $B_\mu$  è il campo necessario a mantenere l'invarianza di gauge  $U(1)$ .  $g_1$  è la costante di accoppiamento introdotta ad hoc.  $Y$  è il generatore di  $U(1)$ , costante, ma in linea di principio diverso per i diversi fermioni.
- Considerazioni analoghe valgono per i termini di  $SU(2)$  e  $SU(3)$ . Vengono introdotti rispettivamente 3 e 8 bosoni vettoriali per garantire l'invarianza di gauge.  $\tau^i W_\mu^i = \tau^1 W_\mu^1 + \tau^2 W_\mu^2 + \tau^3 W_\mu^3$
- $\mathcal{D}_\mu$  dà risultato nullo quando agisce su uno stato fermionico di diversa forma matriciale. Per esempio  $\tau^i W^i$  è una matrice  $2 \times 2$  in  $SU(2)$  e dà zero se agisce su  $e_R, u_R, d_R$ .

$$\mathcal{L}_{\text{ferm}} = \sum_f \bar{f} \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu f$$

$$f = L, e_R, Q_L, u_R, d_R$$

# Gauging the Global Symmetries

Lagrangiana di Dirac (termini cinetici) per la prima generazione:

$$\mathcal{L} = \bar{e}_R \gamma^\mu \partial_\mu e_R + \bar{e}_L \gamma^\mu \partial_\mu e_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu \partial_\mu \nu_L$$

Mettiamo  $e_L$  e  $\nu_L$  in un doppietto,  $e_R$  in un singoletto.

$$L \rightarrow e^{i\vec{\tau} \cdot \vec{\theta}/2} L$$

$$e_R \rightarrow e_R$$

Simmetria Globale  $SU(2)$

$$L \rightarrow e^{i\beta} L$$

$$e_R \rightarrow e^{i\beta'} e_R$$

Simmetria Globale  $U(1)$

Rendiamo locali le simmetrie introducendo i potenziali  $W_i^\mu$  e  $B^\mu$  e sostituendo  $\partial^\mu$  con la derivata covariante  $\mathcal{D}^\mu$  (operazione di “gauging”).

In questo modo si ottiene lo stesso risultato.

Alcuni tentativi di estensione del modello standard vengono fatti in questo modo, aggiungendo particelle e simmetrie e facendo poi il “gauging”.

# Lagrangiana Elettrodebole

- Poichè il termine in  $\partial^\mu$  è sempre presente verrà omissso (sottinteso).
- Tutti i calcoli in  $SU(2)$  verranno fatti solo per i leptoni.
- Poichè la parte di colore della funzione d'onda dei quark non agisce negli spazi  $U(1)$  ed  $SU(2)$  i quark si comportano nello stesso modo dei leptoni per le interazioni  $U(1)$  ed  $SU(2)$ .

# I Termini $U(1)$

$$-\mathcal{L}_{\text{ferm}}(U(1), \text{leptoni}) = \bar{L} i \gamma^\mu \left( i g_1 \frac{Y_L}{2} B_\mu \right) L + \bar{e}_R i \gamma^\mu \left( i g_1 \frac{Y_R}{2} B_\mu \right) e_R$$

$$\bar{L} \gamma^\mu L = \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L$$

$$-\mathcal{L}_{\text{ferm}}(U(1), \text{leptoni}) = \frac{g_1}{2} \left[ Y_L \left( \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \right) + Y_R \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right] B_\mu$$

# I Termini $SU(2)$

$$\begin{aligned}
 -\mathcal{L}_{\text{ferm}}(SU(2), \text{leptoni}) &= \bar{L} i \gamma^\mu \left( i g_2 \frac{\tau^i}{2} W_\mu^i \right) L \\
 &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - i W_\mu^2 \\ W_\mu^1 + i W_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\
 &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 & -\sqrt{2} W_\mu^+ \\ -\sqrt{2} W_\mu^- & -W_\mu^0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \nu_L \\ e_L \end{pmatrix} \\
 &= -\frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \quad \bar{e}_L) \gamma^\mu \begin{pmatrix} W_\mu^0 \nu_L & -\sqrt{2} W_\mu^+ e_L \\ -\sqrt{2} W_\mu^- \nu_L & -W_\mu^0 e_L \end{pmatrix} \\
 &= -\frac{g_2}{2} \left[ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^0 - \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ - \sqrt{2} \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^0 \right]
 \end{aligned}$$

# La Corrente Neutra

Interazione elettromagnetica di particelle con carica Q

$$\mathcal{L}_{\text{EM}} = QA_\mu [\bar{e}_L \gamma^\mu e_L + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R]$$

Ci sono termini con neutrini  $\left( -\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu - \frac{g_2}{2} W_\mu^0 \right) \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$

Assumiamo che il campo magnetico  $A_\mu$  sia la combinazione ortogonale:

$$A_\mu \propto g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0$$

$$Z_\mu \propto g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0$$

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

$$Z_\mu = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

Termini con gli elettroni:  $\bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left( -\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu + \frac{g_2}{2} W_\mu^0 \right) + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left( -\frac{g_1}{2} Y_R B_\mu \right)$

$$B_\mu = \frac{g_2 A_\mu + g_1 Y_L Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad W_\mu^0 = \frac{-g_1 Y_L B_\mu + g_2 Z_\mu}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

$$\begin{aligned} & -A_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[ \frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[ \frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \\ & -Z_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[ \frac{g_1^2 Y_L^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[ \frac{g_1^2 Y_R Y_L}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \right] \right\} \end{aligned}$$

Il termine in  $A_\mu$  deve rappresentare la corrente elettromagnetica.  
Il termine in  $Z_\mu$  rappresenta un'ulteriore interazione, da verificare sperimentalmente.

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_L}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

$$-e = \frac{g_1 g_2 Y_R}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}$$

$$Y_R = 2Y_L$$

$$Y_L = -e \frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}}{g_1 g_2}$$

Possiamo scegliere  $Y_L = -1$ , in quanto ogni cambiamento in  $Y_L$  può venire riassorbito da una ridefinizione di  $g_1$ .

$$Y_L = -1 \Rightarrow e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

La teoria che abbiamo sviluppato comprende l'interazione elettromagnetica per i soli elettroni e una nuova interazione di corrente neutra  $Z_\mu$  sia per gli elettroni che per i neutrini.



Definiamo:

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

$$\cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}$$

$\theta_W$  Angolo di mixing debole  
(angolo di Weinberg)

$$g_1 = \frac{e}{\cos \theta_W}$$

$$g_2 = \frac{e}{\sin \theta_W}$$

$g_1$  e  $g_2$  sono scritte in termini della costante nota  $e$  ( $e^2/4\pi \approx 1/137$ )  
e dell'angolo di mixing debole, da determinarsi sperimentalmente.

$$\sin \theta_W \approx 0.23$$

# Accoppiamento $\nu$ -Z

$$-\frac{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}}{2} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L = -\frac{g_2}{2 \cos \theta_W} Z_\mu \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L$$

$\frac{g_2}{2 \cos \theta_W}$  è la quantità da associare ad ogni vertice  $\nu_L$ -Z.  
“carica elettrodebole” del neutrino left-handed.

$$\begin{aligned} \sqrt{g_2^2 + g_1^2} &= \left[ \frac{e^2}{\cos^2 \theta_W} + \frac{e^2}{\sin^2 \theta_W} \right]^{1/2} \\ &= \left[ \frac{e^2}{\cos^2 \theta_W \sin^2 \theta_W} \right]^{1/2} \\ &= \frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \end{aligned}$$

# Accoppiamento e-Z

$$-Z_\mu \left\{ \bar{e}_L \gamma^\mu e_L \left[ \frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] + \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \left[ \frac{-g_1^2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \right] \right\}$$

$$\frac{g_1^2 - g_2^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} = \frac{e^2}{2\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} \left( \frac{1}{\cos^2 \theta_W} - \frac{1}{\sin^2 \theta_W} \right)$$

$$= \frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left( -\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right)$$

Accoppiamento  $e_L$

$$\frac{-g_1^2}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2}} = -\frac{e^2}{\cos^2 \theta_W} \frac{\cos \theta_W \sin \theta_W}{e}$$

$$= \frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left( -\sin^2 \theta_W \right)$$

Accoppiamento  $e_R$

$$\frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left( T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W \right)$$

Questa espressione dà la carica elettrodebole per ogni fermione, cioè l'intensità del suo accoppiamento allo  $Z$ .

$T_3^f$  è il generatore di  $T_3$  per ogni fermione  $f$ .

Per un singoletto ( $f=e_R, u_R, d_R$  ecc)  $T_3^f = 0$ .

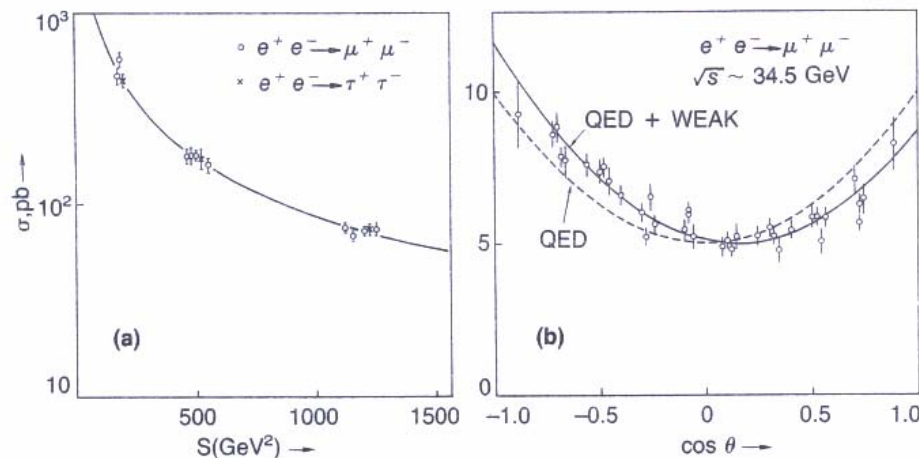
Per il membro superiore di un doppietto ( $f=\nu_L, u_L$  ecc)  $T_3^f = +1/2$ .

Per il membro inferiore di un doppietto ( $f=e_L, d_L$  ecc)  $T_3^f = -1/2$ .

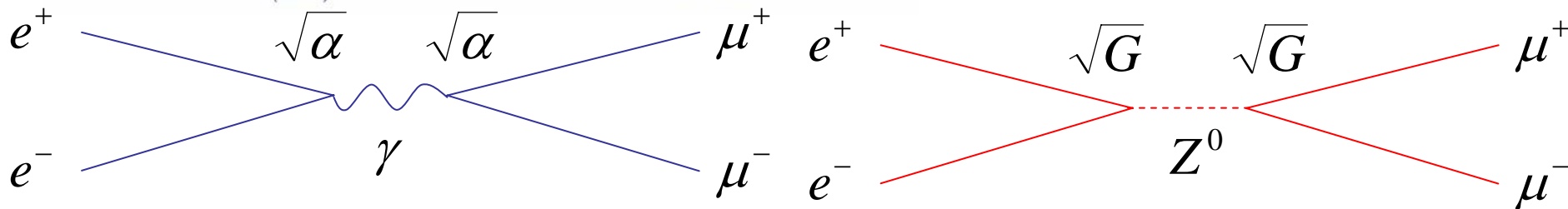
$Q_f$  è la carica elettrica del fermione in unità di  $e$ :  $Q_e=-1$ ,  $Q_\nu=0$ ,  $Q_u=2/3$ ,  $Q_d=-1/3$

Nella teoria elettrodebole sono presenti sia l'interazione elettromagnetica, mediata dal fotone, che la corrente debole neutra, mediata dal bosone  $Z^0$ , che si accoppia ad ogni fermione dotato di carica elettrica o isospin debole.

L'intensità dell'interazione della  $Z^0$  non è intrinsecamente piccola, ma si riduce a causa dell'elevato valore della sua massa che, al contrario del fotone, è diversa da zero.



Il processo  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$  (oppure  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-$ ) non è puramente elettromagnetico, ma c'è una **componente debole**, dovuta allo **scambio di una  $Z^0$** .



$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{d\sigma}{d\Omega}(QED) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(weak) + \frac{d\sigma}{d\Omega}(interference)$$

$$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$$

$$\frac{\alpha^2}{s} \qquad \qquad \qquad G^2 s \qquad \qquad \qquad \alpha G$$

L'asimmetria deriva dal **termine di interferenza**, l'effetto è dell'ordine del **10 % per  $s = 1000 \text{ GeV}^2$** .

# Corrente Carica

La parte  $U(1)$  della Lagrangiana contiene solo termini diagonali, mentre la parte  $SU(2)$  contiene anche termini non diagonali.

$$\mathcal{L}_{\text{ferm}} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L W_\mu^+ + \bar{e}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- \right] \quad \text{corrente carica}$$

$$\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L = \frac{1}{2} \bar{\nu} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) e \quad \text{interazione V-A}$$

Si prevede dunque l'esistenza dei bosoni carichi  $W^\pm$  e di correnti cariche associate ad essi. Le correnti cariche osservate hanno intensità molto minore da quella che ci si potrebbe aspettare:

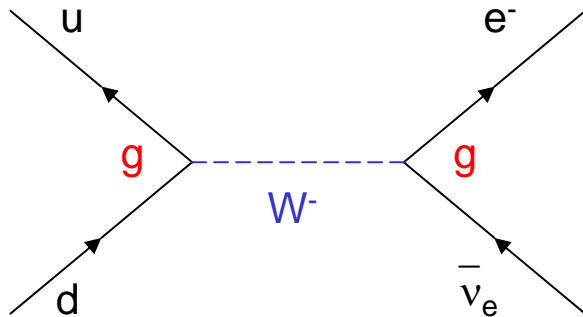
$$\frac{(g_2/\sqrt{2})^2}{4\pi} = \frac{(e^2/4\pi)}{2\sin^2 \theta_W} \approx \frac{2}{137}$$

# Esempio di Corrente Carica: il Decadimento $\beta$

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

$$\tau = 885.7 \pm 0.8 \text{ s}$$

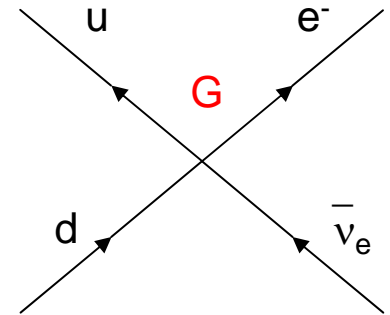
$$(d \rightarrow u + e^- + \bar{\nu}_e)$$



$$M_W = 80.425 \pm 0.038 \text{ GeV}/c^2$$



$$q^2 \ll M_W^2$$



L'interazione è praticamente puntiforme, descritta da un accoppiamento a 4 fermioni

$$G = \frac{g^2}{M_W^2}$$

Come nel caso delle correnti neutre le ampiezze dei processi di corrente carica vengono ridotte dall'elevato valore della massa del  $W^\pm$ .

# I Termini Elettrodeboli con i Quark

La struttura di spin e di  $SU(2)$  per quark e leptoni è la stessa, per cui le conclusioni precedenti riguardanti i leptoni si applicano in maniera identica ai quark:

- Si accoppiano agli stessi bosoni di gauge  $W^\pm, Z^0, \gamma$ .
- Normale accoppiamento elettromagnetico al fotone.
- Accoppiamento di corrente carica che genera transizioni  $u_L \leftrightarrow d_L$ , mentre non ci sono transizioni di corrente carica per  $u_R$  e  $d_R$ .
- Interazioni di corrente neutra con accoppiamento:

$$\frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left( T_3^f - Q_f \sin^2 \theta_W \right)$$

$f$	$Q$	$T_3^f$
$u_L$	$+2/3$	$+1/2$
$d_L$	$-1/3$	$-1/2$
$u_R$	$+2/3$	$0$
$d_R$	$-1/3$	$0$



# La Lagrangiana QCD

$$\frac{g_3}{2} \bar{q}_\alpha \gamma^\mu \lambda_{\alpha\beta}^a G_\mu^a q_\beta \quad \begin{cases} \alpha, \beta = 1, 2, 3 \\ a = 1, \dots, 8 \end{cases}$$

- Contiene solo i quark, perchè i leptoni non hanno carica di colore.
- Nel caso elettrodebole i  $W^i$  sono in relazione a stati di carica elettrica perchè c'è interazione con il campo elettromagnetico. I gluoni sono neutri elettricamente, cioè non hanno interazione e.m.
- Poichè i generatori  $\lambda$  non sono tutti diagonali, l'interazione tra gluoni e quark cambia il colore dei quark.
- I gluoni e i quark sono confinati negli adroni.

# La Seconda e Terza Famiglia

$$\left\{ \begin{array}{c} \left( \begin{array}{c} \nu_e \\ e \\ u \\ d \end{array} \right) \end{array} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{array}{cc} \left( \begin{array}{c} \nu_\mu \\ \mu \\ c \\ s \end{array} \right) & \left( \begin{array}{c} \nu_\tau \\ \tau \\ t \\ b \end{array} \right) \end{array} \right\}$$

- Tutta la fenomenologia nota è consistente con queste sostituzioni
- Non sappiamo se ci sono altre famiglie, o altri quark o leptoni che non entrano in questo schema
- Tutti i fermioni delle tre famiglie sono stati osservati sperimentalmente.
- Lo stesso set di bosoni di gauge ( $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z^0$ ,  $g$ ) interagisce con tutti i fermioni delle tre famiglie:
  - lepton universality
  - u- and d- universality

# La Lagrangiana Fermione-Bosone di Gauge

$$\begin{aligned}\mathcal{L} = & \sum_{f=\nu,e,u,d} e Q_f (\bar{f} \gamma^\mu f) A_\mu \\ & + \frac{g_2}{\cos \theta_W} \sum_{f=\nu,e,u,d} \left[ \bar{f}_L \gamma^\mu f_L (T_f^3 - Q_f \sin^2 \theta_W) + \bar{f}_R \gamma^\mu f_R (-Q_f \sin^2 \theta_W) \right] Z_\mu \\ & + \frac{g_2}{\sqrt{2}} \left[ (\bar{u}_L \gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L) W_\mu^+ + \text{h.c.} \right] \\ & + \frac{g_3}{2} \sum_{q=u,d} \bar{q}_\alpha \gamma^\mu \lambda_{\alpha\beta}^a q_\beta G_\mu^a\end{aligned}$$

# Masse

- Per i fermioni un termine di massa sarebbe della forma  $m \bar{\psi}\psi$ .

$$m \bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$$

Poichè i fermioni L sono membri di un doppietto di  $SU(2)$  mentre i fermioni R sono singoletti, i termini  $\bar{\psi}_R\psi_L$  e  $\bar{\psi}_L\psi_R$  non sono singoletti in  $SU(2)$  e quindi non danno una lagrangiana invariante per trasformazioni di  $SU(2)$ .

- Per i bosoni di gauge i termini di massa sono del tipo

$$\frac{1}{2}m_B^2 B^\mu B_\mu$$

Anch'essi non sono invarianti per trasformazioni di gauge.

La risoluzione del problema passa attraverso il meccanismo di Higgs.