Universidad de La Laguna

Grado en Ingeniería Informática
Computabilidad y Algoritmia
Curso 2024-2025

Hoja de problemas

Tema 4: Máquinas de Turing

1. Construir una máquina de Turing que compruebe si dos palabras del alfabeto $\Sigma = \{0, 1, 2\}$ son iguales. Las dos palabras estarán separadas por el símbolo "#".

2. Construir una máquina de Turing que reconozca el lenguaje $L = \{wcw \mid w \in \{a, b\}^*\}$.

3. Construir una máquina de Turing que enumere sobre su cinta todos los números enteros en binario, en orden numérico ascendente cuando comience con la configuración $(q_1, ƀ0ƀ)$. Es decir, la máquina se ejecutaría de la forma siguiente:

   $$(q_1, ƀ0ƀ) \vdash (q_1, ƀ1ƀ) \vdash (q_1, ƀ10ƀ) \vdash (q_1, ƀ11ƀ) \ldots$$

   Obsérvese que la máquina nunca para.

4. Construir una máquina de Turing que enumere sobre su cinta todos los enteros binarios en orden numérico ascendente separados por blancos y que comience la ejecucion con $(q_1, ƀ0ƀ)$.

5. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$.

6. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{a^n b^n c^m \mid n \geq 0, m \geq n\}$.

7. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$.

8. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{w \mid w = w^{-1}\}$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.

9. Construir una máquina de Turing que acepte las cadenas sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b, c\}$ que no tienen ninguna “a” en su primera mitad y ninguna “b” en su segunda mitad. Las cadenas de longitud impar no deben ser aceptadas.

10. Construir una máquina de Turing que acepte el lenguaje $L = \{w \mid$ la longitud de w es par$\}$ sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$.

11. Construir una máquina de Turing de tres pistas que determine si el número binario que está en la primera pista es menor, igual o mayor que el de la segunda. Si es menor, escribir el caracter “L” sobre la tercera pista; si es igual, escribir el caracter “E” sobre la tercera pista; y si es mayor, escribir el caracter “G” sobre la tercera pista.

12. Sea $L = \{w \in \{0\}^* \mid$ la longitud de w es divisible por 2 o $3\}$. Construir una máquina de Turing no determinista que acepte L y que sólo mueva su cabeza a la derecha. ¿Se podría hacer lo mismo con una máquina de Turing determinista?

13. Construir una máquina de Turing multi-cinta que acepte el lenguaje formado por el conjunto de cadenas con el mismo número de ceros que de unos.

14. Construir una máquina de Turing que multiplique por dos un número binario. Al detenerse, la máquina deberá haber sustituido el número por el resultado y la cabeza lectora quedará apuntando al dígito más a la izquierda.

15. Construir una máquina de Turing multi-cinta que acepte el lenguaje $L = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$.

16. Construir una máquina de Turing que reconozca el lenguaje siguiente:

$$L = \{a^n\ b^m\ c^{n*m} \mid n, m \geq 1\}$$

Antes de diseñar la máquina, explicar brevemente el modo de funcionamiento que se planea para la misma. Para cada transición o conjunto de transiciones de la máquina de Turing describir lo que se pretende hacer con las transiciones en cuestión. Dibujar el diagrama de transiciones de la máquina.

17. Construir una máquina de Turing que reconozca el lenguaje $L = \{w \mid n_a(w) = n_b(w)\}$, sobre el alfabeto $\Sigma = \{a, b\}$, donde $n_a(w)$ representa el número de aes presentes en la cadena w y $n_b(w)$ el número de bes, respectivamente.

    Antes de diseñar la máquina, explicar brevemente el modo de funcionamiento que se propone para la misma. Para cada transición o conjunto de transiciones de la máquina de Turing describir lo que se pretende hacer con las transiciones en cuestión. Dibujar el diagrama de transiciones de la máquina.

18. Considere la siguiente afirmación:

    Si L es un lenguaje regular, entonces existe una máquina de Turing que reconoce las cadenas $w \in L$.

    Si la afirmación es falsa, demuéstrelo, y si es cierta demuestre una cota superior para el número de pasos de cómputo que utiliza la máquina de Turing para reconocer las cadenas de L.

19. Considere la siguiente afirmación:

    Si M es una máquina de Turing que reconoce un lenguaje independiente del contexto, entonces M para ante cualquier cadena que se le proporcione como entrada.

    Si la afirmación es cierta, demostrarla. Si es falsa, refutarla mediante un contraejemplo.

20. Sean L_1, L_2 y L_3 lenguajes. Se define la operación $\odot(L_1, L_2, L_3)$ como el lenguaje formado por las palabras que pertenecen al menos a dos de sus argumentos. Responda a las siguientes cuestiones, si lo hace afirmativamente, demostrando la afirmación y si en sentido negativo, aportando un contraejemplo.

    a) ¿Es la operación $\odot$ una operación de cierre en la familia de los lenguajes recursivos?

    b) ¿Es la operación $\odot$ una operación de cierre en la familia de los lenguajes recursivamente enumerables?