**Метод граничных элементов для расчета медленного течения вязкой жидкости под действием массовых сил**

Закиев И.И.

*Научный руководитель − канд. физ.-мат. наук, доцент Марданов Р.Ф.*

Институт математики и механики им. Н.И.Лобачевского, 89770570118,   
E-mail: [zakiev.02@gmail.com](mailto:zakiev.02@gmail.com),

Задачи расчета движения вязкой жидкости имеют большое количество практических приложений. Движение жидкости происходит под действием внешних сил, которые подразделяют на два основных вида: поверхностные и массовые. К поверхностным силам относятся силы давления, силы трения с твердой поверхностью и т.п. Они учитываются при решении задач постановкой соответствующих граничных условий на границе расчетной области. Массовые силы действуют на каждую частицу сплошной среды. Их учет происходит путем добавления дополнительного слагаемого в правую часть уравнения движения. К таким силам относятся, например, сила тяжести, электромагнитные силы, действующие на движущуюся плазму и т.п. Так же в виде массовых сил можно учесть силы межфазного взаимодействия в задачах расчета движения многофазных сред.

Настоящая работа посвящена изучению плоского двумерного течения вязкой жидкости с учетом действия массовых сил в случае малых чисел Рейнольдса. В этом случае течение можно рассматривать в рамках приближения модели Стокса[[1]](#endnote-1) . Задача сводится к решению неоднородного бигармонического уравнения для функции тока :

 (1)

правая часть которого определяется заданным распределением компонент  и  вектора массовых сил в каждой точке расчетной области. Уравнение (1) эквивалентно системе уравнений

 (2)

для решения которой используем метод граничных элементов (МГЭ). После аппроксимации границы  набором  линейных граничных элементов, расчетной области  набором  областных элементов, а искомых на границе и заданных в области функций – кусочно постоянными функциям со значениями на граничных элементах  и  в областных элементах решение  системы (2) согласно МГЭ можно записать в следующем виде[[2]](#endnote-2):





где − точка в области или на границе ;  − внешняя нормаль к границе ;

, − функции Грина; − функция следующего вида:



где  − внутренний к области  угол в точке , лежащей на границе .

Исследование поставленной задачи разделено на два части. Вначале, для тестирования численного метода, были рассмотрены задачи, для которых удается построить аналитическое решение. Проведенные сравнительные расчеты показали хорошую точность результатов числовых расчетов. Во второй части были рассмотрены задачи, в которых не существует аналитического решения. Исследованы случаи, когда функции распределений массовых сил в расчетной области имеет разрыв первого рода вдоль некоторой линии.

1. Хаппель Дж., Бреннер Г. Гидродинамика при малых числах Рейнольдса. Пер. с англ. М. 1976. 631 с. [↑](#endnote-ref-1)
2. Camp C.V., Gipson G.S. Boundary Element Analysis of Nonhomogeneous Biharmonic Phenomena. Berlin, 1992. 268 p. [↑](#endnote-ref-2)