

CENTRO UNIVERSITÁRIO FEI
RAFAEL ZACARIAS PALIERINI

**ELABORAÇÃO DE SIMULAÇÕES ASSOCIADAS A NOVAS EXPERIÊNCIAS NO
LABORATÓRIO DE FÍSICA 1**

São Bernardo do Campo

2021

RAFAEL ZACARIAS PALIERINI

**ELABORAÇÃO DE SIMULAÇÕES ASSOCIADAS A NOVAS EXPERIÊNCIAS NO
LABORATÓRIO DE FÍSICA 1**

Relatório Final de Iniciação Didática apresentado ao Centro Universitário FEI, como parte dos requisitos do Programa PIBIC-FEI. Orientado pela Prof. Eliane de Fátima Chinaglia.

São Bernardo do Campo

2021

RESUMO

Existe uma necessidade de uma mudança na formação de engenharia, sendo necessário tornar o aluno mais ativo sobre o seu aprendizado, com auxílio de simulações e outras ferramentas. Essas simulações podem contribuir para os laboratórios de física. Dessa forma os alunos poderão trabalhar de forma mais prática e eficiente alguns conteúdos que demandam mais tempo para compreendê-los. Neste projeto foi desenvolvido uma simulação para comparar dados experimentais com dados simulados, tendo como objetivo auxiliar nos estudos de movimento balístico, incluindo a resistência do ar no movimento. Utilizando Python como linguagem de programação e o *tkinter* como biblioteca de interface gráfica, o foco foi criar um software capaz de ser intuitivo para o aluno de engenharia e obter resultados bem próximos da realidade. Foi comparado alguns resultados experimentais com resultados da simulação e foi possível notar alguns aspectos experimentais importantes durante a coleta de dados com o Tracker nas atividades realizadas nas aulas de laboratório de física. É possível que o *tracking* automático seja comprometido caso a cor da esfera seja bem próxima da cor do cenário de fundo. Quando o *tracking*, é comprometido, os resultados de posição, velocidade e aceleração em função do tempo também ficam comprometidos. É necessário ter um objeto que se destaque bem no cenário para evitar problemas com o *tracking*. Usando o programa desenvolvido neste projeto, foi possível simular as grandezas cinemáticas (posição, velocidade e aceleração) e compará-las com os dados experimentais obtidos do *Tracker*. A partir deste estudo foi possível avaliar o efeito da resistência do ar no movimento dos objetos que foram estudados.

Palavras-chave: Engenharia. Aprendizado. Simulações. Tracker. Python. Movimento Balístico. Resistência do Ar. Método Numérico.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	–	Trajectoria do movimento balísticos sem resistência do ar	10
Figura 2	–	Trajectoria do movimento balísticos com resistência do ar	12
Figura 3	–	Comparações dos movimentos de $F_{air} \propto v$, $F_{air} \propto v^2$ e $F_{air} \propto v, v^2$ com dados experimentais	13
Figura 4	–	Dados e ordem das colunas para exportação dos dados do Tracker	20
Figura 5	–	FEI - Projectile Motion Simulation	24
Figura 6	–	Resultados obtidos no Tracker para a bola de isopor	26
Figura 7	–	Resultados obtidos no Tracker para a bola de plástico	27
Figura 8	–	Resultados obtidos no Tracker para a bola de futebol	28
Figura 9	–	Resultados obtidos no Tracker para a bola de vôlei	29
Figura 10	–	Resultados obtidos no Tracker para a bola de basquete	30
Figura 11	–	Resultados da simulação com a bola de isopor	31
Figura 12	–	Resultados da simulação com a bola de plástico	32
Figura 13	–	Resultados da simulação com a bola de futebol	33
Figura 14	–	Resultados da simulação com a bola de vôlei	34
Figura 15	–	Resultados da simulação com a bola de basquete	35

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	–	Dados utilizados para a trajetória sem resistência do ar	10
Tabela 2	–	Dados utilizados para a trajetória com resistência do ar	11
Tabela 3	–	Dados das bolas gravadas	19
Tabela 4	–	Parâmetros da simulação da trajetória em Python	22
Tabela 5	–	Velocidade e ângulo iniciais de cada bola obtidos no Tracker	25
Tabela 6	–	Possíveis valores de C para as bolas simuladas	36

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
2.1	LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS	9
2.1.1	Movimento balístico sem resistência do ar	9
2.1.2	Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade do objeto	10
2.1.3	Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade quadrada do objeto	12
2.1.4	Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade linear e à velocidade quadrada do objeto	13
2.1.5	Runge-Kutta de 4ª ordem	15
2.2	PROGRAMAÇÃO DA SIMULAÇÃO	16
2.2.1	Biblioteca matplotlib	17
2.2.2	Biblioteca numpy	17
2.2.3	Biblioteca os	17
2.2.4	Biblioteca sys	17
2.2.5	Biblioteca time	18
2.2.6	Biblioteca tkinter	18
2.2.7	biblioteca webbrowser	18
2.3	SISTEMA OPERACIONAL	18
3	METODOLOGIA	19
3.1	PRÉ-REQUISITOS	19
3.2	GRAVAÇÕES	19
3.3	EXPERIMENTOS NO TRACKER	19
3.4	SIMULAÇÃO EM PYTHON	20
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	25
4.1	RESULTADOS DO TRACKER	25
4.2	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM PYTHON	31
5	CONCLUSÕES	37
6	TRABALHOS APRESENTADOS EM SIMPÓSIOS NACIONAIS	38
7	PRÓXIMOS PASSOS	39

REFERÊNCIAS	40
------------------------------	-----------

1 INTRODUÇÃO

Há muito tempo a formação em engenharia é desenvolvida apenas em sua parte técnica. Porém, uma nova abordagem vem sendo discutida sobre o desenvolvimento de competências do aluno. Para isso, é fundamental que o estudante demonstre um protagonismo no seu próprio aprendizado, necessitando dessa forma uma substituição das salas tradicionais por novos ambientes que permitam a aplicação de aprendizagens ativas (1, 2, 3).

Os laboratórios normalmente são utilizados para aulas pontuais, facilitando para aluno compreender algum conceito de maneira mais clara. Portanto, é interessante o desenvolvimento de novas ferramentas que complementem e estejam diretamente interligadas às aulas teóricas.

Durante os estudos de cinemática, é esperado que o aluno trabalhe com movimentos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais. Modelos que utilizam movimentos bidimensionais são bem recorrentes e existem algumas formas de abordá-los. O mais utilizado é o movimento bidimensional sem atrito do ar.

Quando o atrito do ar é desconsiderado, o cálculo é facilitado. Isto ocorre principalmente quando os alunos estão realizando estudos sobre o movimento balístico. Porém, não é sempre que o atrito do ar pode ser desconsiderado em problemas reais. É necessário que o futuro engenheiro saiba trabalhar perfeitamente com o movimento bidimensional com atrito do ar.

Existem várias formas de calcular o atrito do ar. Neste projeto para a análise do movimento bidimensional foi escolhido uma força de atrito proporcional à velocidade e à velocidade quadrada do objeto. Como estamos considerando o atrito $\propto v$, uma vez que será abordado o movimento de objetos com baixa velocidade, o aluno poderá alcançar resultados muito mais próximos da realidade e inclusive realizar uma comparação mais apurada entre o resultado simulado e o resultado experimental.

No movimento balístico, o atrito do ar reduz a altura e o alcance (4). Também é notável uma alteração na trajetória parabólica devido à resistência do ar. Quanto maior for a resistência do ar, menor será o alcance (5).

Considerando as dificuldades para o aluno realizar estes cálculos em sala de aula, foi planejado a criação de uma ferramenta que fosse capaz de auxiliar os alunos durante os estudos no movimento balístico com uma força de atrito proporcional à velocidade do objeto. Esta ferramenta é um software que possui como função principal a possibilidade de projetar várias trajetórias do movimento balístico com uma força de atrito proporcional à velocidade do objeto.

As condições de simulação deverão ser introduzidos pelos alunos e para cada condição será possível comparar as várias trajetórias simuladas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Como o objetivo do projeto é aprimorar o ensino de Física 1 através de simulações e experiências no laboratório, é preciso aprimorar as metodologias dos conteúdos vistos nesta disciplina. O primeiro conteúdo escolhido para o desenvolvimento de uma simulação foi o lançamento de projéteis. Os alunos estão habituados a realizarem cálculos desconsiderando a resistência do ar. Portanto, será possível para o aluno analisar a diferença entre o modelo simplificado, em que a resistência do ar é desprezada, e o modelo com uma força de atrito proporcional à velocidade do objeto.

2.1 LANÇAMENTO DE PROJÉTEIS

Segundo Halliday (4), “*Considere uma partícula que se move em um plano vertical com uma velocidade inicial \vec{v}_0 e com uma aceleração constante, igual à aceleração de queda livre \vec{g} , dirigida para baixo. Uma partícula que se move dessa forma é chamada de projétil (o que significa que é projetada ou lançada), e o movimento é chamado de movimento balístico.*”

2.1.1 Movimento balístico sem resistência do ar

O livro do Halliday (4) foi utilizado como base para compreender como funciona o movimento balístico sem resistência do ar. Halliday divide os movimentos em movimento horizontal e movimento vertical. É possível calcular o deslocamento horizontal e vertical do projétil em função do tempo, respectivamente através das equações:

$$x - x_0 = v_{0x}t \quad (\text{com } v_{0x} = v_0 \cos \theta_0) \quad (1)$$

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (\text{com } v_{0y} = v_0 \sin \theta_0) \quad (2)$$

É importante ressaltar que Halliday também diz que não existe aceleração na direção horizontal, logo a velocidade horizontal v_x é constante e igual ao valor inicial v_{0x} durante toda trajetória (4).

Segundo Halliday (4), é possível obter a equação da trajetória eliminando o tempo t nas equações (1) e (2). Dessa forma, obtêm-se a seguinte equação

$$y(x) = (\tan \theta_0)x - \frac{gx^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad (3)$$

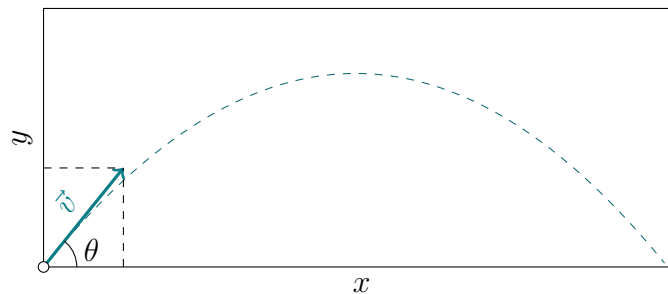
demonstrando que esta equação de segundo grau é da forma $y = ax + bx^2$. E o gráfico da equação da trajetória é exatamente este mostrada na figura 1 utilizando os seguintes dados da tabela 1.

Tabela 1 – Dados utilizados para a trajetória sem resistência do ar

v_0	10,0m/s
g	9,8m/s ²
θ	50,0°

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 1 – Trajetória do movimento balísticos sem resistência do ar



Fonte: Rafael Zacarias Palierini “adaptado de” avghighschoolstudent, 2014, Disponível em: <<https://tex.stackexchange.com/questions/215773/projectile-motion-diagram-using-pgfplots-tikz>>. Acesso em: 22 jul. 2020.

2.1.2 Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade do objeto

O software desenvolvido neste projeto tem como uma das bases uma força de atrito proporcional a velocidade do objeto. “O artigo Lançamento oblíquo com resistência do ar: Uma análise qualitativa” (6) foi utilizado como base para calcular a resistência do ar proporcional à velocidade do objeto. Segundo Freire (6), “foi considerado que a partícula, uma vez lançada, estará sob ação da força peso

$$\mathbf{F} = -mg\hat{j} \quad (g = \text{constante}), \quad (4)$$

e de uma força de atrito do ar, que será supostamente proporcional à velocidade

$$\mathbf{f} = -b\mathbf{v}, \quad (5)$$

onde $b > 0$ é constante.”

Freire também afirma que a equação de movimento newtoniana da partícula é dada por

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{1}{m}(\mathbf{F} + \mathbf{f}) = -\beta \left(\frac{g}{\beta}\hat{j} + \mathbf{v} \right), \quad (6)$$

sendo β o parâmetro de atrito do ar, que é igual a $\frac{b}{m}$ (6).

Passando este problema para componentes cartesianas e calculando as integrais de forma adequada, será obtido as seguintes equações para aceleração, velocidade e posição respectivamente:

$$a_x(t) = -\beta v_0 \cos \theta, \quad (7)$$

$$a_y(t) = -\beta \left(v_0 \sin \theta + \frac{g}{\beta} \right), \quad (8)$$

$$v_x(t) = (v_0 \cos \theta) e^{-\beta t}, \quad (9)$$

$$v_y(t) = \left(v_0 \sin \theta + \frac{g}{\beta} \right) e^{-\beta t} - \frac{g}{\beta}, \quad (10)$$

$$x(t) = v_0 \cos \theta \left(\frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta} \right), \quad (11)$$

$$y(t) = \left(v_0 \sin \theta + \frac{g}{\beta} \right) \left(\frac{1 - e^{-\beta t}}{\beta} \right) - \frac{g}{\beta} t. \quad (12)$$

É possível obter a equação da trajetória realizando o mesmo processo realizado para adquirir a equação (3) sem resistência do ar. Para isso basta eliminar o tempo das equações (11) e (12) e colocar y em função de x . Obtendo então a seguinte equação.

$$y(x) = \left(\tan \theta + \frac{g}{\beta v_0 \cos \theta} \right) x + \frac{g}{\beta^2} \ln \left(1 - \frac{\beta x}{v_0 \cos \theta} \right). \quad (13)$$

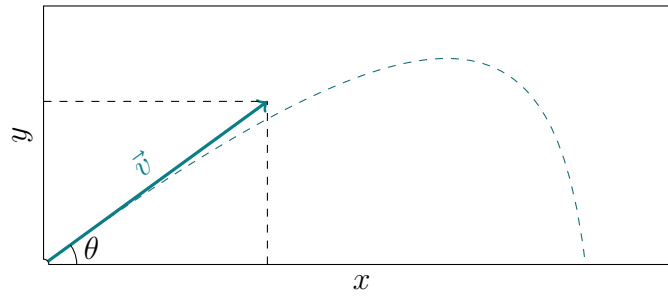
A figura 2 apresenta o gráfico desta equação com os dados da tabela 2.

Tabela 2 – Dados utilizados para a trajetória com resistência do ar

β	2
v_0	22,0m/s
g	9,8m/s ²
θ	35,0°

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 2 – Trajetória do movimento balísticos com resistência do ar



Fonte: Rafael Zacarias Palierini “adaptado de” avghighschoolstudent, 2014, Disponível em: <<https://tex.stackexchange.com/questions/215773/projectile-motion-diagram-using-pgfplots-tikz>>. Acesso em: 22 jul. 2020.

2.1.3 Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade quadrada do objeto

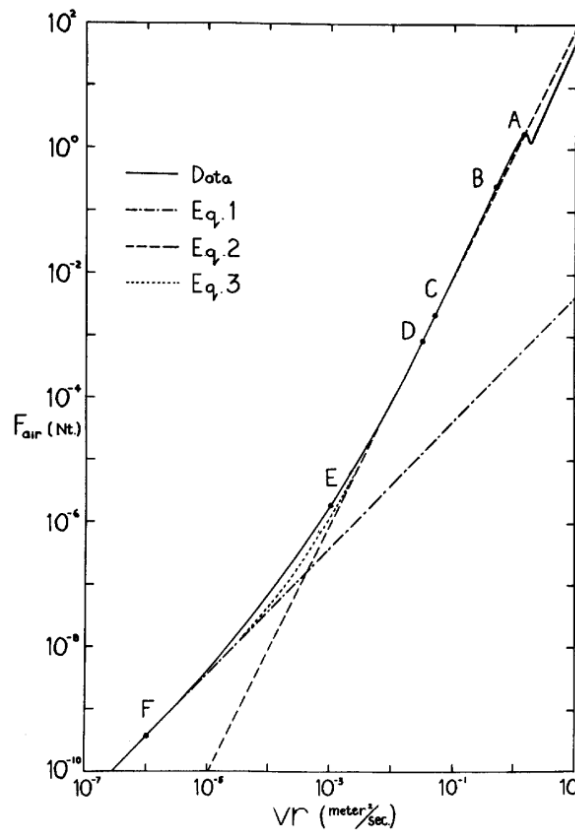
O estudo do movimento com uma resistência do ar proporcional à velocidade do objeto entrega resultados mais condizentes da realidade dentro de certas condições experimentais. No artigo “The physics of air resistance” de James A. Lock (7), ele argumenta que a preferência pela utilização do método linear ao invés do quadrático se origina primariamente de uma simplicidade para calcular ao invés da necessidade de descrever com precisão e de maneira apropriada o fenômeno físico de cada dia. Ele demonstra em um gráfico como funciona a relação de ambas as resistências do ar e que ambas coexistem como pode ser observado na figura 3. As equações (14 - 16) representam respectivamente as equações *Eq.1*, *Eq.2*, *Eq.3* do artigo da James A. Lock (7), onde r é o raio da esfera e A e B são coeficiente associados ao meio no qual o movimento balístico ocorre.

$$\vec{F}_{air} = A\vec{v}r, \quad \text{se } vr \text{ for menor ou similar à } 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}. \quad (14)$$

$$\vec{F}_{air} = B\vec{v}^2r^2, \quad \text{se } vr \text{ for maior ou similar à } 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}. \quad (15)$$

$$\vec{F}_{air} = A\vec{v}r + B\vec{v}^2r^2, \quad \text{junção das duas forças de atrito.} \quad (16)$$

Figura 3 – Comparações dos movimentos de $F_{air} \propto v$, $F_{air} \propto v^2$ e $F_{air} \propto v, v^2$ com dados experimentais



Fonte: James A. Lock, 1982.

No artigo “Projéteis com Resistência do Ar Quadrática na Velocidade” (8), Leal Ferreira diz “Para velocidades da ordem de m/s, até suficientemente inferiores à velocidade do som, a resistência do ar é bem representada como proporcional ao quadrado da velocidade, estabelecida por Newton”. Isso indica que também há um limite para a relação vr continuar utilizando uma velocidade quadrada. Esse limite é dito no próprio artigo de James A. Lock (7) como sendo menor ou similar à $1.5 \text{ m}^2/\text{s}$. Portanto essa é uma informação importante e que deve ser considerada pelo aluno de engenharia.

2.1.4 Movimento balístico com uma resistência do ar proporcional à velocidade linear e à velocidade quadrada do objeto

Para poder trabalhar com a resistência do ar proporcional à velocidade linear e velocidade quadrada, foi optado por utilizar de um método numérico para obter os resultados. Já

que a equação diferencial que rege o movimento é não linear e não possui solução analítica, o método numérico utilizado foi o Runge-Kutta de 4ª ordem (9).

Halliday diz que “de acordo com a segunda lei de Newton a relação entre a força \vec{F}_{res} total que age sobre um corpo de massa m e a aceleração \vec{a} produzida pela força é dada pela equação”(4)

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a}. \quad (17)$$

Isso implica que a soma de todas as forças que regem o movimento do projétil resulta em $m\vec{a}$. Portanto, levando em consideração a equação 16 e a força peso $-mg\hat{j}$, a equação 18 representa o a força resultante sobre o movimento.

$$\vec{F}_{res} = m\vec{a} = -mg\hat{j} - A\vec{v}r - B\vec{v}^2r^2 \quad (18)$$

Porém, ainda é preciso saber o que A e B representam. Freire(6) disse anteriormente que a força de atrito do ar para uma velocidade linear é dada pela equação 5. Isso implica que na $-Ar = -b$.

Segundo a lei de Stokes(10), a força de atrito do ar proporcional à velocidade do objeto é dada pela equação 19

$$\vec{F}_{stokes} = -6\pi\eta r\vec{v} \quad (19)$$

Relacionando $-A\vec{v}r$ com \vec{F}_{stokes} descobrimos que a lei de stokes se encaixa perfeitamente para o cálculo da $F_d \propto v$ como demonstrado na equação 20

$$-Ar == -6\pi\eta r\vec{v} = -b \quad (20)$$

O próximo passo é descobrir quem é $-Br^2$. No livro “Fundamentos de Física - Volume 1 - Mecânica” de Halliday (4) é dito que a força de arrasto é dada pela equação 21

$$\vec{F}_{halliday} = \frac{1}{2}C\rho A v^2 \quad (21)$$

onde A é a área da seção reta do corpo perpendicular a \vec{v} .

Porém, como a intenção é trabalhar com objetos esféricos, foi feita a substituição de A pela área da circunferência, dada por πr^2 . Portanto, se for dito que $-Br^2 = -c$ para simplificar, é válido dizer que $B = \frac{1}{2}C\rho\pi$. A equação 22 demonstra que foi possível descobrir qual era o parâmetro de atrito do ar para v^2 .

$$-Br^2 = -c = -\frac{1}{2}C\rho\pi r^2 \quad (22)$$

E como $\vec{F}_{res} = m\vec{a}$, ao dividir ambos os lados por m , foi chamado de γ o parâmetro de atrito do ar proporcional à velocidade quadrada, ou seja $\gamma = \frac{c}{m}$. A equação 23 representa o resultado final da equação em que será aplicado o método de Runge-Kutta de 4ª ordem.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = -g\hat{j} - \beta(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) - \gamma(v_x^2 + v_y^2)^{\frac{1}{2}}(v_x\hat{i} + v_y\hat{j}) \quad (23)$$

2.1.5 Runge-Kutta de 4ª ordem

Com a equação pronta, é o momento de aplicar o método de Runge-Kutta de 4ª ordem. O método irá calcular quais as velocidades $v_{x_{i+1}}$ e $v_{y_{i+1}}$ através das equações (24 - 40).

$$v_{x_{i+1}} = v_{x_i} + \frac{1}{6}(K_{1x} + 2K_{2x} + 2K_{3x} + K_{4x})h \quad (24)$$

$$v_{y_{i+1}} = v_{y_i} + \frac{1}{6}(K_{1y} + 2K_{2y} + 2K_{3y} + K_{4y})h \quad (25)$$

$$K_{1x} = f(t_i, v_{x_i}) = -\beta v_{x_i} - \gamma(v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2)^{\frac{1}{2}}v_{x_i} \quad (26)$$

$$K_{1y} = f(t_i, v_{y_i}) = -g - \beta v_{y_i} - \gamma(v_{x_i}^2 + v_{y_i}^2)^{\frac{1}{2}}v_{y_i} \quad (27)$$

$$R_{1x} = v_{x_i} + K_{1x}\frac{h}{2} \quad (28)$$

$$R_{1y} = v_{y_i} + K_{1y}\frac{h}{2} \quad (29)$$

$$K_{2x} = f(t_i + \frac{h}{2}, R_{1x}) = -\beta R_{1x} - \gamma(R_{1x}^2 + R_{1y}^2)^{\frac{1}{2}}R_{1x} \quad (30)$$

$$K_{2y} = f(t_i + \frac{h}{2}, R_{1y}) = -g - \beta R_{1y} - \gamma(R_{1x}^2 + R_{1y}^2)^{\frac{1}{2}}R_{1y} \quad (31)$$

$$R_{2x} = v_{x_i} + K_{2x}\frac{h}{2} \quad (32)$$

$$R_{2y} = v_{y_i} + K_{2y}\frac{h}{2} \quad (33)$$

$$K_{3_x} = f(t_i + \frac{h}{2}, R_{2_x}) = -\beta R_{2_x} - \gamma(R_{2_x}^2 + R_{2_y}^2)^{\frac{1}{2}} R_{2_x} \quad (34)$$

$$K_{3_y} = f(t_i + \frac{h}{2}, R_{2_y}) = -g - \beta R_{2_y} - \gamma(R_{2_x}^2 + R_{2_y}^2)^{\frac{1}{2}} R_{2_y} \quad (35)$$

$$R_{3_x} = v_{x_i} + K_{3_x} h \quad (36)$$

$$R_{3_y} = v_{y_i} + K_{3_y} h \quad (37)$$

$$K_{4_x} = f(t_i + h, R_{3_x}) = -\beta R_{3_x} - \gamma(R_{3_x}^2 + R_{3_y}^2)^{\frac{1}{2}} R_{3_x} \quad (38)$$

$$K_{4_y} = f(t_i + h, R_{3_y}) = -g - \beta R_{3_y} - \gamma(R_{3_x}^2 + R_{3_y}^2)^{\frac{1}{2}} R_{3_y} \quad (39)$$

$$t_{i+1} = t_i + h \quad (40)$$

É importante ressaltar que h é o passo dado entre um instante de tempo e o próximo.

Após calcular as velocidades desejadas pelo método do Runge-Kutta de 4ª ordem. Basta substituir cada valor de v_x e v_y nas equações 41 e 42.

$$a_x(t) = \frac{dv_x}{dt} = -\beta v_x - \gamma(v_x^2 + v_y^2)^{\frac{1}{2}} v_x \quad (41)$$

$$a_y(t) = \frac{dv_y}{dt} = -g - \beta v_y - \gamma(v_x^2 + v_y^2)^{\frac{1}{2}} v_y \quad (42)$$

Por fim, basta descobrir os valores das posições x e y . Para isso, pode-se supor que no intervalo de tempo h considerando o movimento é retilíneo uniformemente variado(MRUV). Assim, podemos usar as equações 43 e 44.

$$x(t) = x_0 + v_x t + \frac{a_x t^2}{2} \quad (43)$$

$$y(t) = y_0 + v_y t + \frac{a_y t^2}{2} \quad (44)$$

2.2 PROGRAMAÇÃO DA SIMULAÇÃO

A programação é uma etapa muito importante no desenvolvimento deste projeto. A linguagem escolhida para trabalhar foi Python. Portanto, está sendo consultado a documentação oficial da linguagem no Python Docs (11).

Existem alguns fatores que impactaram para a escolha do Python como linguagem do projeto. Python é uma linguagem *Open-Source*, livre para qualquer um utilizar. Python também já é uma linguagem presente na grade curricular de Engenharia e vem crescendo bastante ao longo dos anos. Outro fator que contribuiu para a escolha do Python é o fato de ele ser

uma linguagem simples e ao mesmo tempo muito poderosa, sendo excelente para quem está começando a programar.

Outro fator determinante para a escolha do Python foi justamente o Anaconda Navigator (12). O Anaconda Navigator já vem com todas as bibliotecas utilizadas no desenvolvimento pré-instaladas. Isto torna mais fácil para caso o aluno deseje utilizar a simulação em sua máquina pessoal, bastando apenas instalar o Anaconda Navigator e executar o Jupyter Notebook (13) através dele.

As bibliotecas utilizadas na simulação foram *matplotlib*, *numpy*, *os*, *sys*, *time*, *tkinter* e *webbrowser*.

2.2.1 Biblioteca matplotlib

Esta biblioteca é responsável por desenhar os gráficos que serão plotados. É possível mover os gráficos e amplia-los com mouse utilizando o *matplotlib*.

2.2.2 Biblioteca numpy

A *numpy* foi utilizada para facilitar o trabalho com equações que necessitam de funções trigonométricas.

2.2.3 Biblioteca os

Para poder encontrar os caminhos dos diretórios de cada máquina, é necessário um algoritmo que converse com o sistema operacional e informe ao código da simulação em qual local está a pasta com os arquivos essenciais para o funcionamento da simulação. A biblioteca *os* é responsável por esta tarefa.

2.2.4 Biblioteca sys

Esta biblioteca atua em conjunto com a biblioteca *os* para poder localizar aonde estão os outros trechos de códigos utilizados na simulação.

2.2.5 Biblioteca *time*

O tempo é extremamente importante e para garantir a estabilidade da simulação que trabalha com algumas funções que são chamadas de forma assíncrona, utiliza-se o *time* para garantir que a tarefa seja finalizada e então prosseguir com o código. Desta forma, diminui-se consideravelmente as chances de que o programa feche por algum problema de assíncronismo.

2.2.6 Biblioteca *tkinter*

O grande destaque vai para o *tkinter*. A biblioteca de interface gráfica é a grande responsável por possibilitar a disposição de todos os elementos gráficos vistos na tela, animações, entrada e saída dados, tudo isso através de uma única janela.

2.2.7 biblioteca *webbrowser*

A biblioteca *webbrowser* foi a última biblioteca adicionada e de forma bem simples, apenas para criar uma função para chamar o navegador padrão do sistema operacional e abrir o link do repositório no GitHub do projeto (14).

2.3 SISTEMA OPERACIONAL

A simulação foi desenvolvida completamente em Windows e não é garantido que a simulação funcione em outros sistemas. Portanto, recomenda-se ao aluno que for utilizar a simulação esteja em um ambiente cujo o sistema operacional seja o Windows.

3 METODOLOGIA

3.1 PRÉ-REQUISITOS

Como o objetivo é tornar a metodologia mais ativa, é necessário que o aluno também possa realizar os seus estudos. Portanto todos os experimentos realizados foram feitos utilizando ferramentas e materiais que qualquer aluno deve possuir. Os experimentos foram gravados na resolução de 1280x720 *pixels* (720p HD) à 30 *frames per second*. Hoje, a maioria dos *smartphones* suporta gravações na resolução de 1920x1080 *pixels* à 30 *frames per second*. Ou seja, é garantido que os alunos conseguirão realizar a parte experimental. As bolas utilizadas nas gravações dos experimentos foram providenciadas pelo Centro Universitário FEI. A tabela 3 demonstra quais foram as bolas utilizadas e alguns dados relevantes para o estudo do movimento.

Tabela 3 – Dados das bolas gravadas

Tipo da bola	Raio (cm)	Massa (g)	Local de Gravação
Bolinha de isopor	1,7	0,603	Casa
Bolinha de plástico	2,9	22,244	Calçada (Centro Universitário FEI)
Bola de futebol	15,4	420,0	Calçada (Centro Universitário FEI)
Bola de vôlei	13,0	268,0	Campo aberto (Centro Universitário FEI)
Bola de basquete	15,2	521,0	Quadra (Centro Universitário FEI)

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

3.2 GRAVAÇÕES

É recomendado que a gravação seja feita de forma adequada, evitando ter um fundo muito "poluído". Encontrar um parede de cor sólida e utilizar uma esfera que se destaque durante todo o movimento é muito importante para facilitar a utilização do Tracker. Isto deve evitar com que o aluno enfrente problemas de imprecisão durante o *auto-tracking*.

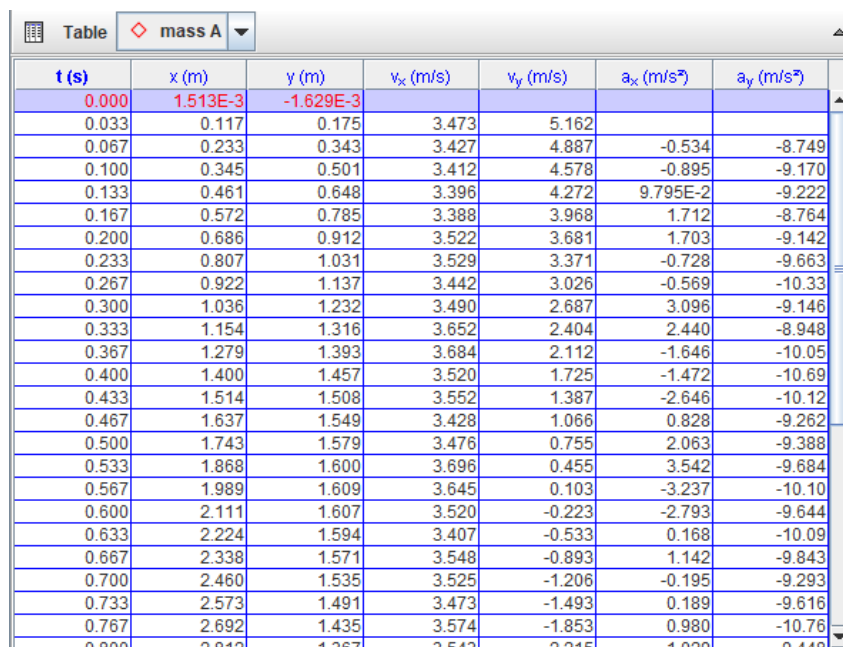
3.3 EXPERIMENTOS NO TRACKER

Após a realização da gravação do movimento das bolas, é feito a análise do movimento utilizando o software gratuito Tracker Video Analysis and Modeling Tool (15). O Tracker possui uma ferramenta de *auto-tracking* para capturar objetos em movimento através de um

vídeo. Definindo os eixos de coordenadas cartesianas sobre a esfera no exato momento em que ela é lançada e indicando uma linha de referência com uma calibração para o Tracker poder calcular a distância nos eixos x e y , o Tracker é capaz de retornar dados como sua posição, velocidade e aceleração em cada instante em componentes x e y .

Para poder avançar para o próximo passo, é necessário que o aluno exporte os dados obtidos pelo Tracker no formato *.csv* (*comma-separated values*). Para fazer isso o aluno deve garantir que os dados que o Tracker irá exportar estejam na ordem correta. Para que o programa de simulação importe corretamente os dados, a ordem de exportação deve ser tempo, x , y , v_x , v_y , a_x e a_y como é demonstrado na figura 4.

Figura 4 – Dados e ordem das colunas para exportação dos dados do Tracker



t (s)	x (m)	y (m)	v_x (m/s)	v_y (m/s)	a_x (m/s ²)	a_y (m/s ²)
0.000	1.513E-3	-1.629E-3	3.473	5.162	9.795E-2	-9.222
0.033	0.117	0.175	3.473	5.162		
0.067	0.233	0.343	3.427	4.887	-0.534	-8.749
0.100	0.345	0.501	3.412	4.578	-0.895	-9.170
0.133	0.461	0.648	3.396	4.272	9.795E-2	-9.222
0.167	0.572	0.785	3.388	3.968	1.712	-8.764
0.200	0.686	0.912	3.522	3.681	1.703	-9.142
0.233	0.807	1.031	3.529	3.371	-0.728	-9.663
0.267	0.922	1.137	3.442	3.026	-0.569	-10.33
0.300	1.036	1.232	3.490	2.687	3.096	-9.146
0.333	1.154	1.316	3.652	2.404	2.440	-8.948
0.367	1.279	1.393	3.684	2.112	-1.646	-10.05
0.400	1.400	1.457	3.520	1.725	-1.472	-10.69
0.433	1.514	1.508	3.552	1.387	-2.646	-10.12
0.467	1.637	1.549	3.428	1.066	0.828	-9.262
0.500	1.743	1.579	3.476	0.755	2.063	-9.388
0.533	1.868	1.600	3.696	0.455	3.542	-9.684
0.567	1.989	1.609	3.645	0.103	-3.237	-10.10
0.600	2.111	1.607	3.520	-0.223	-2.793	-9.644
0.633	2.224	1.594	3.407	-0.533	0.168	-10.09
0.667	2.338	1.571	3.548	-0.893	1.142	-9.843
0.700	2.460	1.535	3.525	-1.206	-0.195	-9.293
0.733	2.573	1.491	3.473	-1.493	0.189	-9.616
0.767	2.692	1.435	3.574	-1.853	0.980	-10.76

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Para selecionar quais dados você deve exportar, basta clicar em *Table* e escolher os tipos de dados. Para organizar as colunas o aluno pode arrastar no próprio Tracker cada coluna para organizar os dados para a ordem de exportação.

3.4 SIMULAÇÃO EM PYTHON

O início do projeto foi com a criação de um componente que possuía as equações já vistas no artigo de Freire (6) com resistência do ar proporcional somente à \vec{v} no formato de classes. Com o tempo esse componente, que é uma classe de equações, se expandiu e atual-

mente ele possui as equações sem a resistência do ar, equações de Freire (6) e equações para calcular a resistência do ar proporcional à v e v^2 através do método numérico de Runge-Kutta de 4ª ordem.

Após finalizar a implementação das equações, foi testado o comportamento das equações de Freire (6) com gráficos plotados pela biblioteca do *matplotlib* (16). Com a base do código construída, iniciou-se o processo de implementação deste código em interface gráfica. Foi decidido realizar uma alteração na biblioteca que seria utilizada para montar a simulação em Python. A troca foi de *vPython* para o *tkinter*. Inicialmente seria utilizado *vPython* e a grande razão por trás desta mudança é justamente pelo *tkinter* ser uma biblioteca mais atualizada do que o *vPython*. Como o *tkinter* pode trabalhar com *canvas*, que basicamente é uma tela de pintura, não será um problema desenvolver uma simulação com ele já que será possível desenhar no *canvas* e atualiza-lo logo em seguida com um novo desenho. A única diferença é que a simulação não será em 3D e sim em 2D. Como o software irá trabalhar com movimento balístico, não houve problemas com essa substituição.

Outro lado positivo do *tkinter* é o fato de ele ser uma ótima biblioteca de interface gráfica para iniciantes e com documentação no Python Docs (11). Os alunos terão acesso ao código fonte do software e poderão observar como o *tkinter* se comporta por trás de um software com uma interface moderna e responsiva. Isto fará com que os alunos também criem maior interesse pelo Python, incentivando uma maior utilização da linguagem durante o curso de Engenharia.

Por padrão, a tela inicial da simulação espera parâmetros para calcular a trajetória através do método numérico. Os parâmetros com suas unidades podem ser vistos na tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros da simulação da trajetória em Python

Símbolo	Tipo do parâmetro	Unidade
β	Parâmetro de atrito do ar $\propto v$	1/s
γ	Parâmetro de atrito do ar $\propto v^2$	1/m
θ	Ângulo de lançamento	graus
v_0	Velocidade inicial	m/s
g	Aceleração da gravidade	m/s ²
t_0	Tempo inicial	s
t_1	Tempo final	s
Passo (trajetória de Freire)	Espaço entre pontos	m
Passo (outras equações)	Espaço entre pontos	s
Limite de queda	Menor valor da posição y após a esfera ser lançada	m
Limite de tempo	Tempo máximo que a simulação irá percorrer a partir do instante inicial com $t_0 = 0$	s
r	Raio da esfera	m
m	Massa da esfera	kg
η	Viscosidade do meio	Pa·s
C	Coeficiente de arraste	
ρ	Densidade volumétrica do meio	kg/m ³

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Ao abrir a simulação pela primeira vez, o usuário já se depara com muitas informações. A figura 5 apresenta a tela de simulação.

É possível calcular utilizando as equação de Freire, clicando no botão “ $F_v \propto v$ ” e retornar para o numérico clicando no botão que será substituído no mesmo lugar pelo botão “ $F_v \propto v, v^2$ ”.

Ao lado esquerdo é possível ver uma lista de botões, que vai de “**TRAJETÓRIA**” até “**AJUDA**”. Cada botão é responsável por selecionar e alternar qual é a função que se deseja realizar. Cada vez que selecionado uma opção, a simulação irá trocar o gráfico e talvez as entradas de dados exigidas pelo usuário para corresponder com a opção selecionada. Para confirmar que está calculando o que deseja, basta olhar o nome do gráfico.

Para importar os dados do Tracker basta clicar no botão “**IMPORTAR**” e uma janela irá se abrir para selecionar qual arquivo .csv(*comma-separated values*) deseja importar. Selecionando o arquivo desejado a simulação irá importar os valores ponto a ponto e plotará todos os pontos em seus respectivos gráficos. É importante que caso o usuário deseje importar todos os dados desde posição até aceleração, ele deve realizar a importação através da trajetória. O mesmo se aplica para o botão de “**CALCULAR**”

Em caso de desejar exportar uma simulação, o aluno pode introduzir no campo do nome qual a simulação que ele deseja exportar e clicando no botão “**EXPORTAR**”, será criado um arquivo com o nome da simulação no formato *.csv* (*comma-separated values*) na pasta do simulador.

Caso o aluno queira remover uma simulação, basta colocar no campo do “**NOME**” qual a simulação ele deseja remover e então clicar em “**REMOVER**”.

Existe um outro botão “**LIMPAR**”. Este botão limpa todas as simulações daquele gráfico em específico. Caso o aluno deseje limpar todos os gráficos, ele pode ir na opção de ajuda e remover todos os gráficos com um único botão.

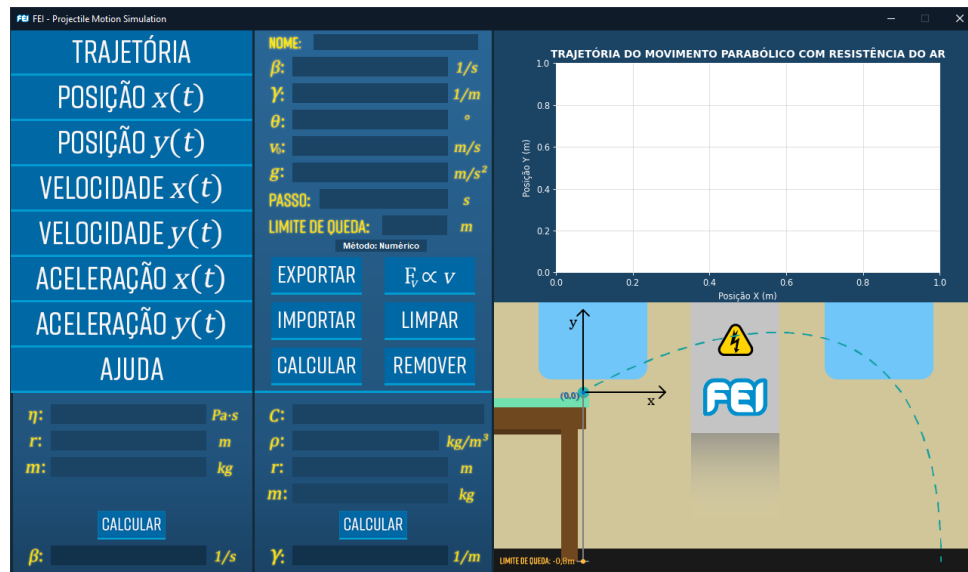
Na opção de ajuda, o aluno também pode encontrar informações sobre a simulação, assim como um botão com o ícone do GitHub que ao ser clicado redireciona o aluno automaticamente para a página do repositório oficial do projeto na plataforma.

O gráfico foi desenvolvido para permitir ao aluno algumas funcionalidades como a de ampliar ou diminuir o zoom, movimentar o gráfico arrastando com o mouse para melhor precisão e múltiplas plotagens com legendas.

Na parte de baixo da tela de simulação, existem duas calculadoras, uma para β e outra para γ . Cada calculadora requer a entrada de dados para poder encontrar quais são os valores teóricos estimados de atrito do meio.

Por fim, existe uma imagem para orientar o aluno a utilizar a simulação, mostrando o sistema de referência que deve ser considerado. A simulação pode ser encontrada e baixada gratuitamente em <https://github.com/Zakonildo/FEI-Projectile-Motion-Simulation>.

Figura 5 – FEI - Projectile Motion Simulation



Fonte: Rafael Zacarias Palierini

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 RESULTADOS DO TRACKER

Após as gravações serem realizadas, foi feito o *auto-tracking* de cada bola para extrair quais eram as posições, velocidades e acelerações em componentes x e y para cada instante ao longo da trajetória da bola. Também foi extraído a velocidade inicial e o ângulo de lançamento de cada bola para utiliza-los futuramente como parâmetros iniciais na simulação.

A tabela 5 e as figuras 6 - 10 demonstram os resultados obtidos de cada bola através do Tracker.

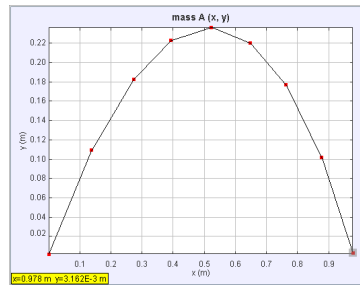
Tabela 5 – Velocidade e ângulo iniciais de cada bola obtidos no Tracker

Tipo da bola	Velocidade inicial (m/s)	Ângulo de lançamento (graus)
Bolinha de isopor	3,273	33,6
Bolinha de plástico	8,177	121,5
Bola de futebol	6,572	122,1
Bola de vôlei	8,520	120,6
Bola de basquete	6,222	56,1

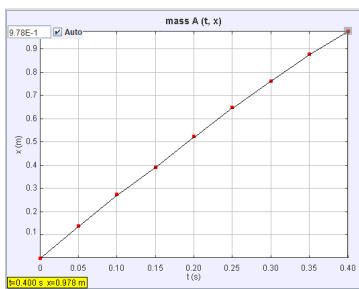
Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 6 – Resultados obtidos no Tracker para a bola de isopor

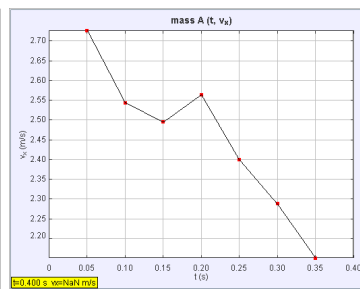
(a) Trajetória



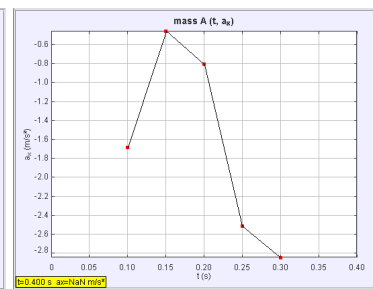
(b) Posição x em função do tempo



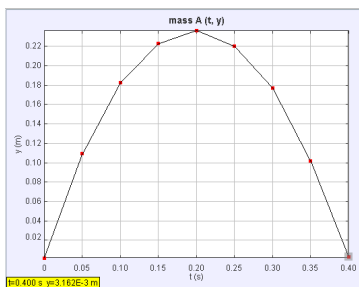
(c) Velocidade v_x em função do tempo



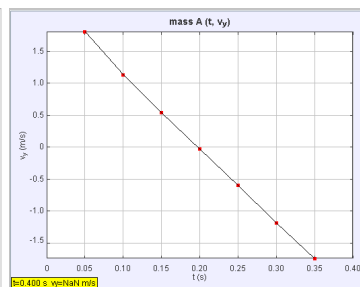
(d) Aceleração a_x em função do tempo



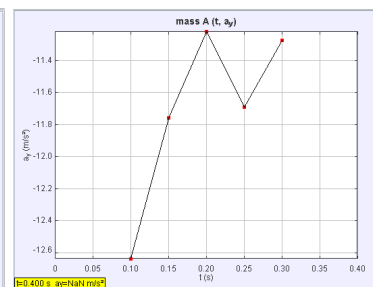
(e) Posição y em função do tempo



(f) Velocidade v_y em função do tempo



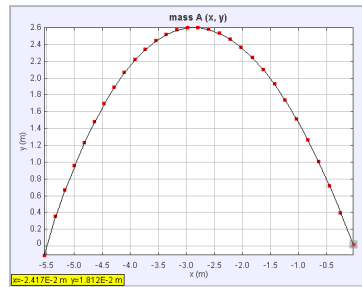
(g) Aceleração a_y em função do tempo



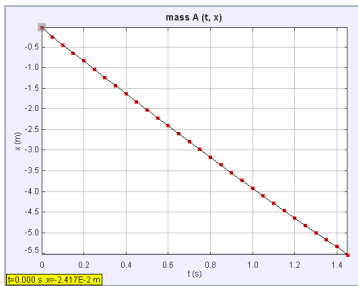
Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 7 – Resultados obtidos no Tracker para a bola de plástico

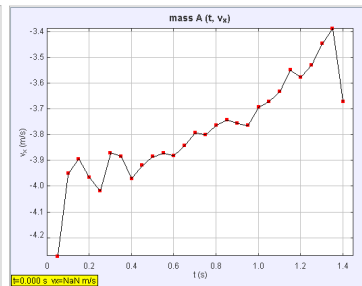
(a) Trajetória



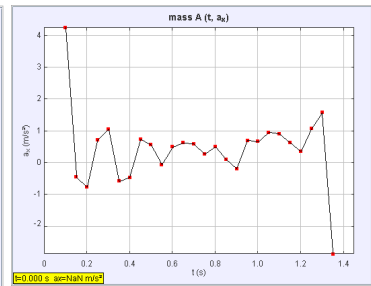
(b) Posição x em função do tempo



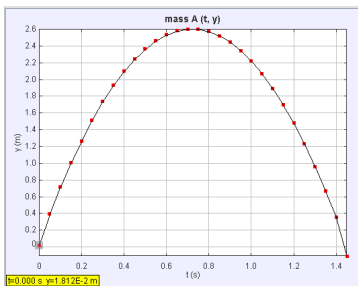
(c) Velocidade v_x em função do tempo



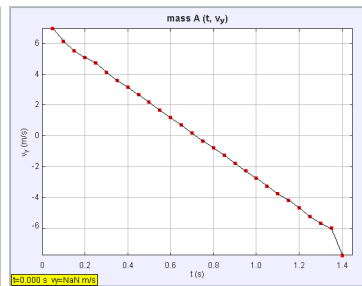
(d) Aceleração a_x em função do tempo



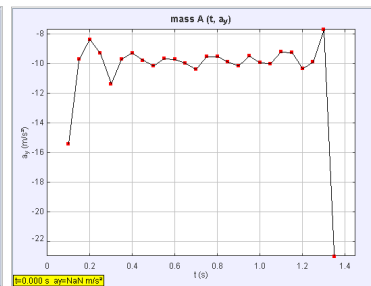
(e) Posição y em função do tempo



(f) Velocidade v_y em função do tempo



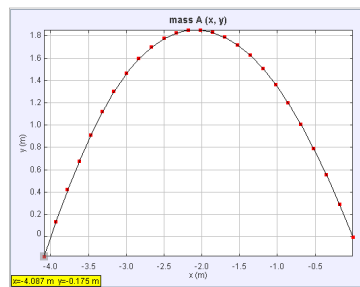
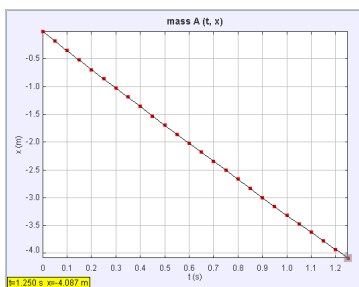
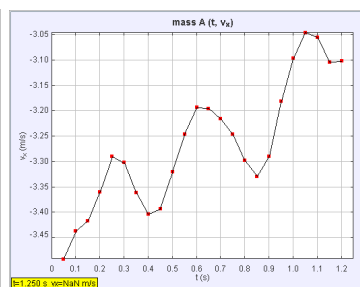
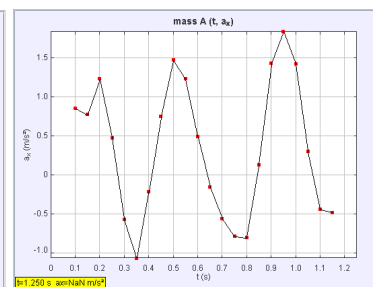
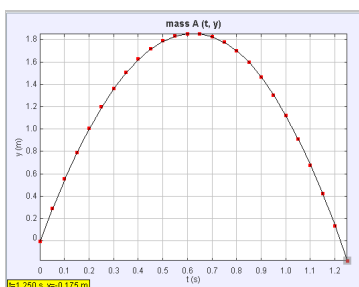
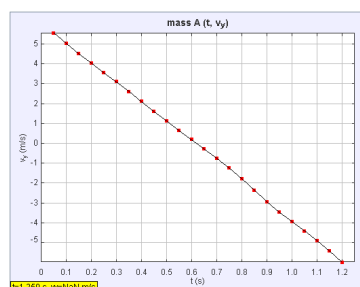
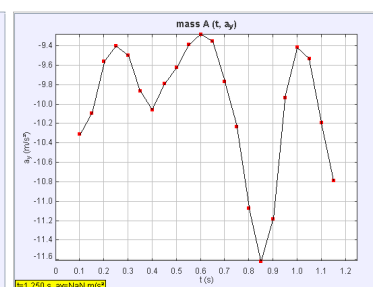
(g) Aceleração a_y em função do tempo



Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 8 – Resultados obtidos no Tracker para a bola de futebol

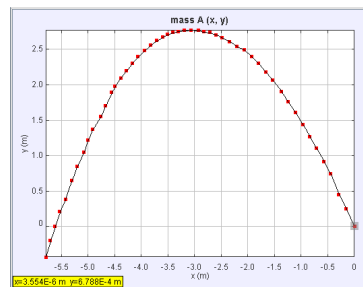
(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo(c) Velocidade v_x em função do tempo(d) Aceleração a_x em função do tempo(e) Posição y em função do tempo(f) Velocidade v_y em função do tempo(g) Aceleração a_y em função do tempo

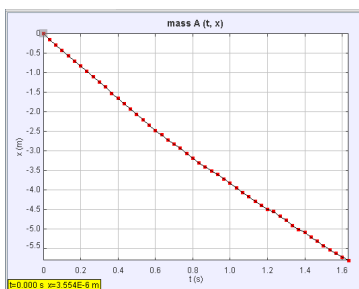
Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 9 – Resultados obtidos no Tracker para a bola de vôlei

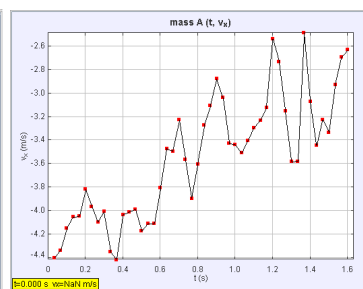
(a) Trajetória



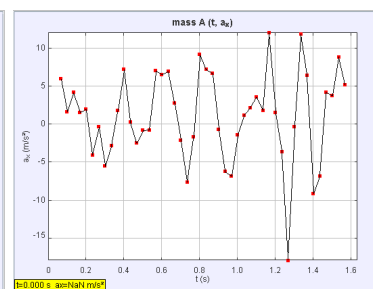
(b) Posição x em função do tempo



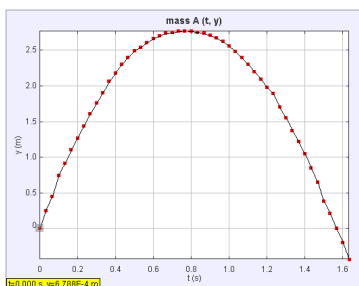
(c) Velocidade v_x em função do tempo



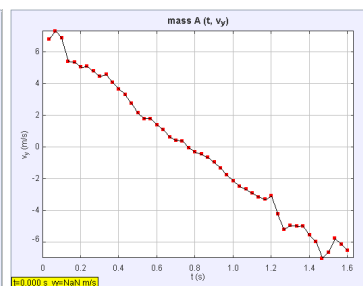
(d) Aceleração a_x em função do tempo



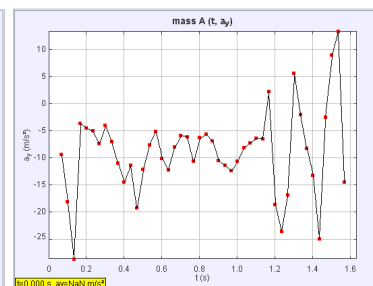
(e) Posição y em função do tempo



(f) Velocidade v_y em função do tempo



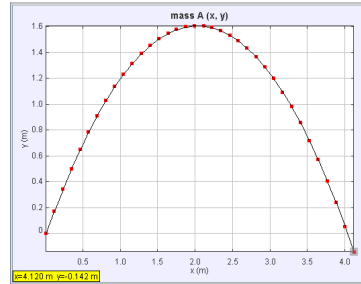
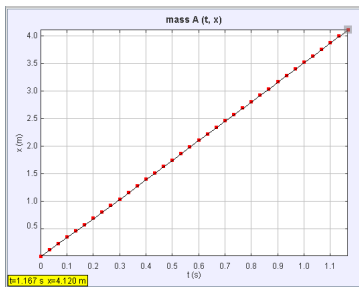
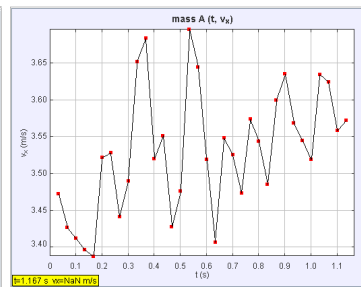
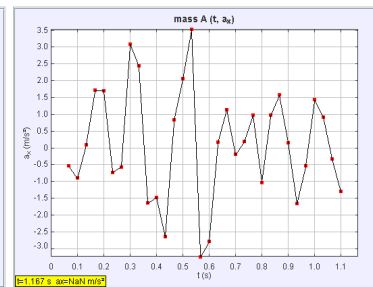
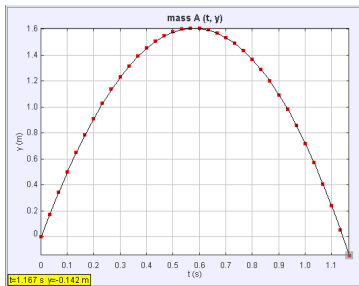
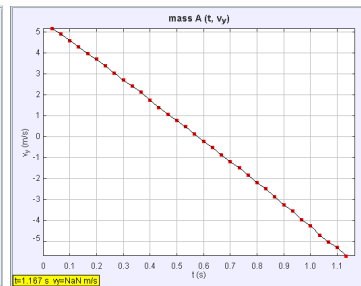
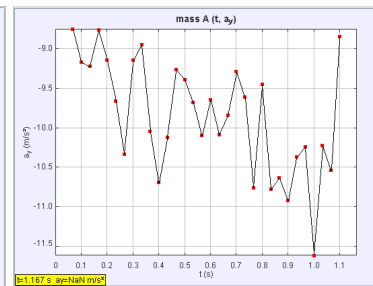
(g) Aceleração a_y em função do tempo



Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 10 – Resultados obtidos no Tracker para a bola de basquete

(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo(c) Velocidade v_x em função do tempo(d) Aceleração a_x em função do tempo(e) Posição y em função do tempo(f) Velocidade v_y em função do tempo(g) Aceleração a_y em função do tempo

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

É preciso observar que os resultados de velocidade inicial e ângulo de lançamento são estimativas iniciais, uma vez que o Tracker possui imprecisão em seus cálculos decorrente de não ser possível calcular o instante exato pois não é comum e não foram realizadas gravações com taxas extremamente altas de *frames per second*. Portanto, será feito ajuste com base na diferença entre a velocidade dos pontos dados pelo Tracker e também uma adaptação nos ângulos de lançamento podendo variar ± 5 graus. Sempre levando em consideração a precisão do Tracker

Outro ponto a ser observado é que todas as bolas mantiveram uma relação vr menor ou similar à $1,5 \text{ m}^2/\text{s}$. Assim, como mencionado por James A. Lock (7), espera-se que os experimentos dependam de $\vec{F}_{air} \propto v, v^2$. Vale a pena observar também que em alguns casos os dados

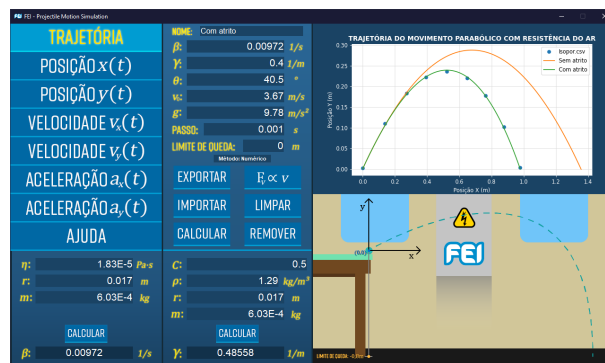
da velocidade e da aceleração em função do tempo flutuaram bastante como consequência dessas grandezas serem calculadas pelo Tracker. Pequenas flutuações na determinação da posição podem acarretar maiores flutuações na velocidade e maiores ainda na aceleração.

4.2 RESULTADOS DA SIMULAÇÃO EM PYTHON

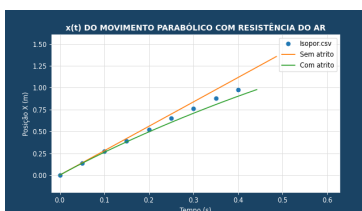
A simulação permite observar e comparar os dados experimentais com os simulados. Portanto, os dados do Tracker foram importados para dentro da simulação para poder realizar os ajustes na trajetória simulada com base na trajetória experimental. As figuras 11 - 15 representam as simulações realizadas para cada uma das bolas.

Figura 11 – Resultados da simulação com a bola de isopor

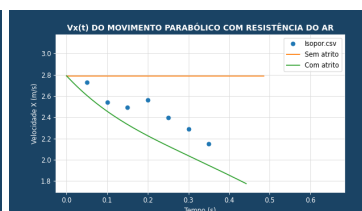
(a) Trajetória



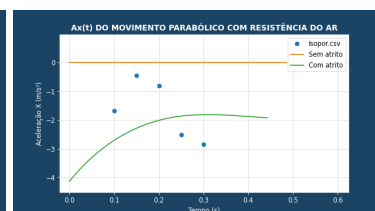
(b) Posição x em função do tempo



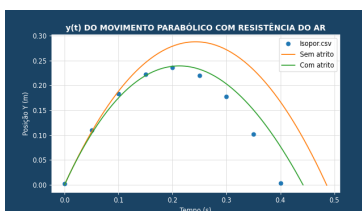
(c) Velocidade v_x em função do tempo



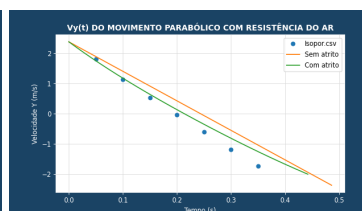
(d) Aceleração a_x em função do tempo



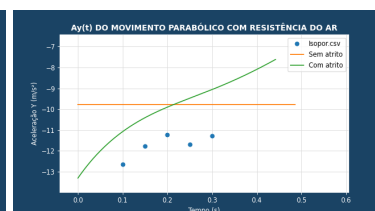
(e) Posição y em função do tempo



(f) Velocidade v_y em função do tempo



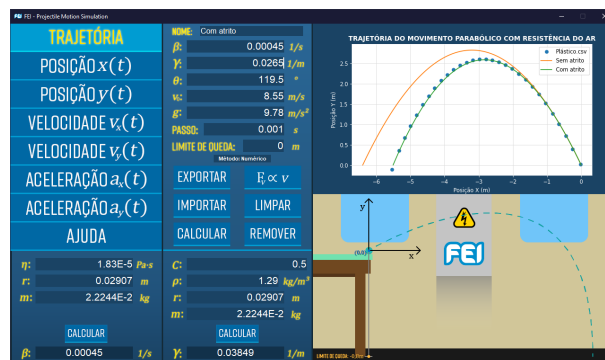
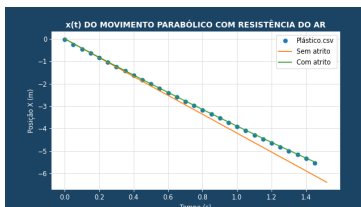
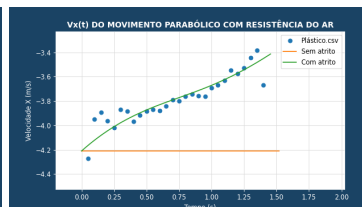
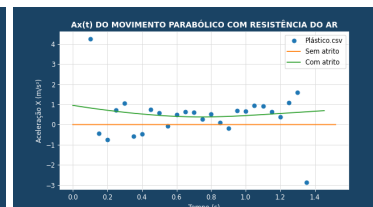
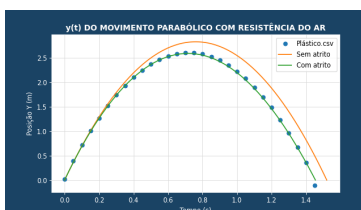
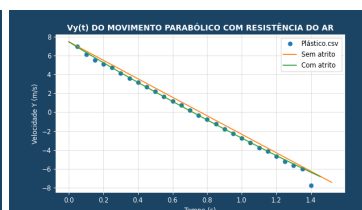
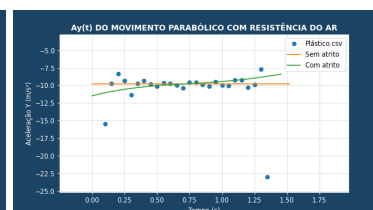
(g) Aceleração a_y em função do tempo



Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 12 – Resultados da simulação com a bola de plástico

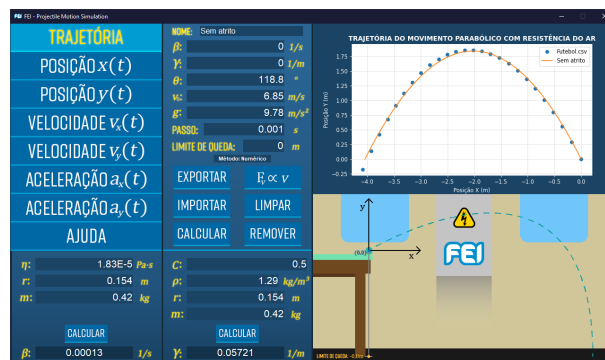
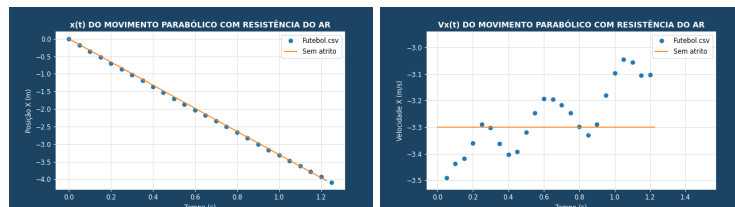
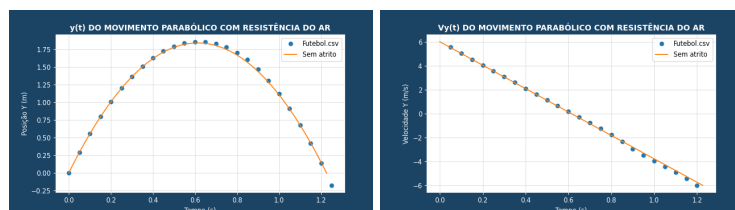
(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo(c) Velocidade v_x em função do tempo(d) Aceleração a_x em função do tempo(e) Posição y em função do tempo(f) Velocidade v_y em função do tempo(g) Aceleração a_y em função do tempo

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 13 – Resultados da simulação com a bola de futebol

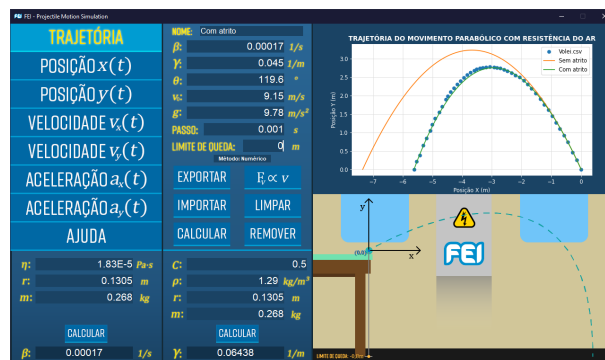
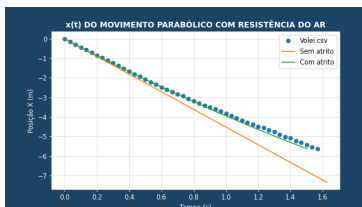
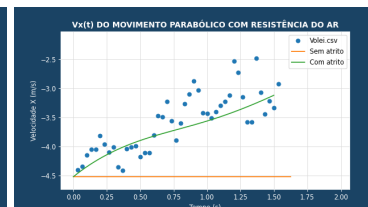
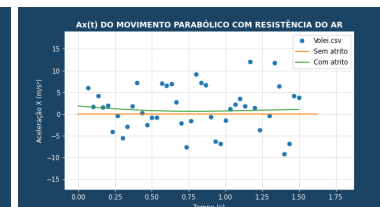
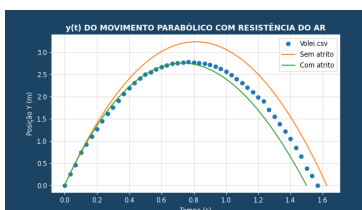
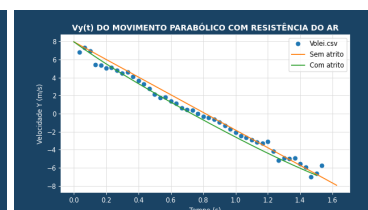
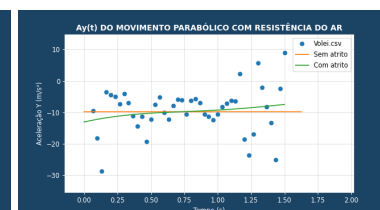
(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo (c) Velocidade v_x em função do tempo(d) Posição y em função do tempo (e) Velocidade v_y em função do tempo

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 14 – Resultados da simulação com a bola de vôlei

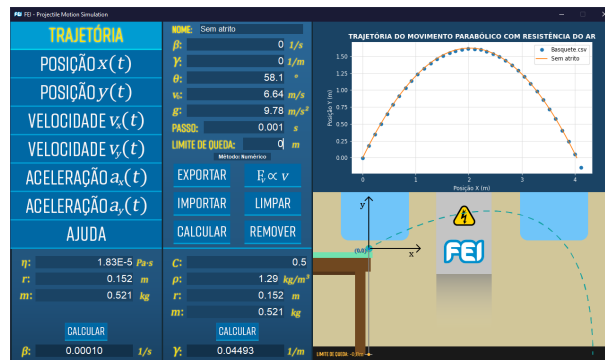
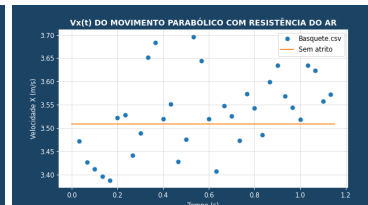
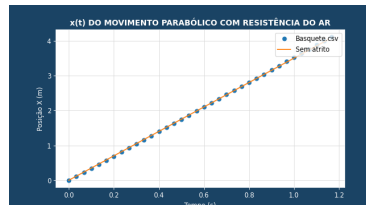
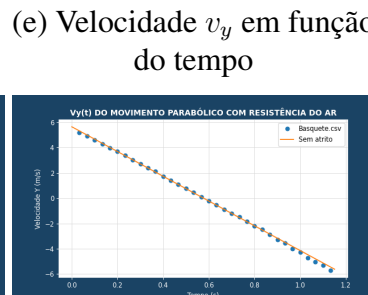
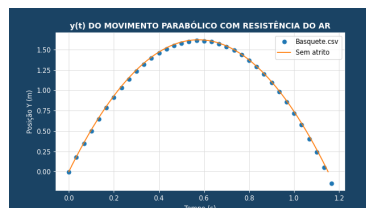
(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo(c) Velocidade v_x em função do tempo(d) Aceleração a_x em função do tempo(e) Posição y em função do tempo(f) Velocidade v_y em função do tempo(g) Aceleração a_y em função do tempo

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Figura 15 – Resultados da simulação com a bola de basquete

(a) Trajetória

(b) Posição x em função do tempo(d) Posição y em função do tempo

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

É importante observar que algumas trajetórias podem não se encaixar perfeitamente devido as bolas terem sido lançadas manualmente por uma pessoa. Portanto, fatores como a rotação da bola ou a força do vento no local do lançamento não estão sendo considerados.

Sobre as trajetórias das figuras 13 e 15, o atrito não foi considerado devido ao fato de ser possível encontrar uma trajetória que se encaixasse com a trajetória experimental. Isto serve para o aluno refletir se a resistência do ar é desprezível ou não.

Outro detalhe a ser observado nas simulações é que o valor de γ utilizado não foi o mesmo do calculado. Isto porque o valor de γ é calculado com $C = 0.5$ e a intenção é fazer com que o aluno determine experimentalmente o valor de C baseado em ajustes no γ utilizado na simulação. A tabela 6 demonstra os valores de C para as figuras 11, 12 e 14.

Tabela 6 – Possíveis valores de C para as bolas simuladas

Tipo da bola	Valor de C
Bolinha de isopor	$\approx 0,41$
Bolinha de plástico	$\approx 0,34$
Bola de vôlei	$\approx 0,35$

Fonte: Rafael Zacarias Palierini

Também é preciso falar sobre as posições, velocidades e acelerações de cada bola. Para as bolas em que o atrito do ar foi considerado, os resultados são condizentes e razoáveis. A bola de isopor teve uma flutuação considerável. Isto aconteceu devido à leveza da bolinha, o que acabou tornando-a mais suscetível a influência de fatores externos como o vento do ambiente que não pode ser controlado.

O mesmo se aplica para a de vôlei, visto que ela foi arremessada em campo aberto. Das bolas de futebol e basquete, a de vôlei é a mais leve. Portanto, o impacto de outros fatores externos é mais notável. Também é possível notar que apesar da trajetória experimental de vôlei ter coincidido com a simulação, os resultados da posição y e velocidade v_x começaram a divergir dos experimentais após o ponto de máximo.

Observando a bola de plástico, os resultados simulados ficaram bem alinhados com os resultados experimentais utilizando os valores obtidos pelo Tracker como parâmetros iniciais. Portanto, as bolas que tiverem seus resultados flutuando demais, devem ser questionados e interpretados pelo aluno se o problema é com os parâmetros iniciais ou se a gravação precisa ser refeita.

Agora para as bolas em que o atrito do ar foi desconsiderado, nota-se uma questão a ser avaliada nas acelerações. Embora as posições batam em relação aos resultados experimentais, a velocidade v_x e as acelerações flutuam bastante. Portanto, talvez regravar utilizando uma taxa maior de quadros pode colaborar para obter resultados mais precisos e consequentemente reduzir a flutuação encontrada nos dados experimentais.

5 CONCLUSÕES

A simulação atendeu todas as expectativas e foi possível fazer um estudo eficiente e bem aprofundado sobre o movimento balístico. Abordar a resistência do ar em sala de aula era algo não usual de acontecer. Graças a simulação, essa barreira pode ser contornada e o aluno desenvolve, competências que o prepararão para resolver problemas de maneira mais autônoma, se tornando responsável pelo seu aprendizado.

A simulação reforça a ideia do aluno questionar os resultados e compreender o que cada parâmetro introduzido representa durante o cálculo e estudo do movimento. Dessa forma o aluno terá uma visão melhor sobre o movimento estudado, inclusive irá ensinar ao aluno de que não basta apenas aplicar a equação e que é necessário compreender o movimento e como ele é impactado por fatores externos. O aluno terá que raciocinar e solucionar pequenos problemas durante o estudo para validar se o que ele está simulando condiz com os dados experimentais e porque eles estão corretos.

Durante os últimos estágios de desenvolvimento da simulação, foi solicitado que um estudante de engenharia realizasse o processo de simulação dos dados experimentais do começo ao fim seguindo todos os passos relatados até aqui. O resultado foi muito positivo e o aluno ressaltou que o que mais impressionou foi a intuitividade da simulação e a possibilidade de comparar múltiplos gráficos com facilidade.

6 TRABALHOS APRESENTADOS EM SIMPÓSIOS NACIONAIS

Durante o desenvolvimento do projeto, ocorreu a 10ª edição do SICFEI(Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais de Extensão da FEI). Esta etapa foi extremamente importante para o projeto, nele foi possível planejar e reavaliar o desenvolvimento do projeto. Também foi a primeira vez que o projeto foi apresentado publicamente para as pessoas. Foi publicado um resumo (17) junto com vídeo (18) explicando e demonstrando a utilização da simulação.

Um resumo estendido deste trabalho foi submetido ao 24º SNEF(Simpósio Nacional de Ensino de Física). O projeto já foi inscrito e dois resumos já foram submetido, sendo um deles para publicação (19) e aguarda a decisão dos revisores.

7 PRÓXIMOS PASSOS

Como sugestão, seria para uma próxima etapa do projeto a criação outras simulações para outros conteúdos vistos nas disciplinas de Física em engenharia e juntar em um único *software* de simulação, dando ao aluno a opção de escolher o conteúdo.

REFERÊNCIAS

- 1 MEI/CNI, ABENGGE. Diretrizes para o Curso de Engenharia, 2018. Disponível em: <http://www.abenge.org.br/documentos/PropostaDCNABENGEMEI_CNI.pdf>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 2 RUGARCIA, A. et al. The Future of Engineering Education: Part 1. A vision for a new century. **Chemical Engineering Education**, v. 34, p. 16–25, dez. 2000.
- 3 WANKAT, Phillip C.; BULLARD, Lisa G. The Future of Engineering Education - Revisited. **Chemical Engineering Education**, v. 50, p. 19–28, jan. 2016.
- 4 HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física, Volume 1: Mecânica**. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2016. v. 1.
- 5 PEREIRA, Lúcia Resende; BONFIM, Valdair. Regiões de segurança em lançamento de projéteis. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO, v. 30, p. 3313.1–3313.8, set. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000300013&nrm=iso>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 6 FREIRE, Wilson Hugo C. et al. Lançamento oblíquo com resistência do ar: Uma análise qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO, v. 30, 2016. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000300013&nrm=iso>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 7 LOCK, James A. The physics of air resistance. **The Physics Teacher**, American Association of Physics Teachers, v. 20, 1982. Disponível em: <<https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.2340979>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 8 FERREIRA, G. F. Leal. Projéteis com Resistência do Ar Quadrática na Velocidade. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO, v. 23, 2001. Disponível em: <<https://aapt.scitation.org/doi/10.1119/1.2340979>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 9 MOLER, Cleve. **Classical Runge-Kutta ODE4**. [S.l.]: Massachusetts Institute of Technology: MIT OpenCourseWare, 28 jun. 2016. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Mva9UIz_wwA>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 10 KITTEL, Charles; KNIGHT, Walter D.; RUDERMAN, Malvin A. **Berkeley Physics Course. Volume 1, Mechanics**. 2. ed. Estados Unidos: McGraw-Hill, Inc, 1973. v. 1.
- 11 PYTHON. **Python 3.8.5 Documentation**. [S.l.: s.n.]. Disponível em: <<https://docs.python.org/3/>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 12 ANACONDA. **Anaconda Navigator - Anaconda Documentation**. [S.l.]: Anaconda, Inc. Disponível em: <<https://docs.anaconda.com/anaconda/navigator/>>. Acesso em: 21 mar. 2021.

- 13 JUPYTER. **Project Jupyter | Documentation**. [S.l.]: Jupyter. Disponível em: <<https://jupyter.org/documentation>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 14 PALIERINI, Rafael Zacarias. **FEI-Projectile-Motion-Simulation**. [S.l.: s.n.], 23 fev. 2021. Disponível em: <<https://github.com/Zakonildo/FEI-Projectile-Motion-Simulation>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 15 PHYSICS, Open Source. **Tracker - Video Analysis and Modeling Tool**. [S.l.]: Open Source Physics. Disponível em: <<https://physlets.org/tracker/>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 16 MATPLOTLIB. **Matplotlib: Python plotting - Matplotlib 3.3.0 documentation**. [S.l.: s.n.]. Disponível em: <<https://matplotlib.org/>>. Acesso em: 21 mar. 2021.
- 17 PALIERINI, Rafael Zacarias; CHINAGLIA, Eliane de Fátima. **SIMULAÇÕES DE MOVIMENTO BALÍSTICO COM RESISTÊNCIA DO AR**. 10. ed. [S.l.]: Simpósio de Iniciação Científica, Didática e de Ações Sociais de Extensão da FEI, 2020. Disponível em: <https://fei.edu.br/sites/artigos_sicfei_2020/084_SICFEI2020_ARTIGO.pdf>. Acesso em: 2 abr. 2021.
- 18 PALIERINI, Rafael Zacarias; CHINAGLIA, Eliane de Fátima. **SIMULAÇÕES DE MOVIMENTO BALÍSTICO COM RESISTÊNCIA DO AR - SICFEI 2020**. [S.l.]: Rafael Zacarias Palierini, 2020. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=BMqI1xr-VV4>>. Acesso em: 2 abr. 2021.
- 19 PALIERINI, Rafael Zacarias; CHINAGLIA, Eliane de Fátima; MASUNAGA, Sueli Hatsumi. **SIMULAÇÕES DE MOVIMENTO BALÍSTICO COM RESISTÊNCIA DO AR**. 24. ed. [S.l.: s.n.], 2021. Disponível em: <<https://sec.sbfisica.org.br/eventos/snef/xxiv/sys/resumos/T0266-1.pdf>>. Acesso em: 2 abr. 2021.