



Zmienna dyskretna Niech X będzie zmienną losową typu dyskretnego. Wartością oczekiwaną nazywa się sumę iloczynów wartości tej zmiennej losowej oraz prawdopodobieństw z jakimi są one przyjmowane.

Jeżeli dyskretna zmienna losowa X przyjmuje wartości x_1, x_2, \dots, x_n z prawdopodobieństwami wynoszącymi odpowiednio p_1, p_2, \dots, p_n , to wartość oczekiwana $\mathbb{E}X$ zmiennej losowej X wyraża się wzorem

$$\mathbb{E}X = \sum_{i=1}^n x_i p_i. \quad (1)$$

Wariancja – klasyczna miara zmienności.

Intuicyjnie utożsamiana ze zróżnicowaniem zbiorowości; jest średnią arytmetyczną kwadratów odchyłeń (różnic) poszczególnych wartości cechy od wartości oczekiwanej.

Wariancja zmiennej losowej X , oznaczana jako $\text{Var}[X]$ lub $D^2(X)$, zdefiniowana jest wzorem:

$$\text{Var}[X] = \mathbb{E}[(X - \mu)^2],$$

gdzie:

$\mathbb{E}[\dots]$ jest wartością oczekiwaną zmiennej losowej podanej w nawiasach kwadratowych,

μ ; jest wartością oczekiwaną zmiennej X ;

Przykład

Obliczmy wariancję dla rzutu symetryczną kostką do gry

$$\begin{aligned} D^2(X) &= \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}X)^2] = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}X)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^6 \frac{i^2}{6} - \left(\sum_{i=1}^6 \frac{i}{6}\right)^2 = \frac{1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36}{6} \\ &\quad - \left(\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6}\right)^2 = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{35}{12} \end{aligned}$$