

## Prawdopodobieństwo na matematyce dyskretnej

### Wartość oczekiwana

Niech  $X$  będzie zmienną losową typu dyskretnego. Wartością oczekiwaną nazywa się sumę iloczynów wartości tej zmiennej losowej oraz prawdopodobieństw z jakimi są one przyjmowane. Jeżeli dyskretna zmienna losowa  $X$  przyjmuje wartości  $x_1, x_2, \dots, x_n$  z prawdopodobieństwami wynoszącymi odpowiednio  $p_1, p_2, \dots, p_n$ , to wartość oczekiwana  $\mathbb{E}X$  zmiennej losowej  $X$  wyraża się wzorem

$$\mathbb{E}X = \sum_{i=1}^n x_i p_i. \quad (1)$$

Wariancja – klasyczna miara zmienności.

Intuicyjnie utożsamiana ze zróżnicowaniem zbiorowości; jest średnią arytmetyczną kwadratów odchyłeń (różnic) poszczególnych wartości cechy od wartości oczekiwanej.

Wariancja zmiennej losowej  $X$ , oznaczana jako  $\text{Var}[X]$  lub  $D^2(X)$ , zdefiniowana jest wzorem:

$$\text{Var}[X] = \mathbb{E}[(X - \mu)^2],$$

gdzie:

$\mathbb{E}[\dots]$  to wartość oczekiwana (??) zmiennej losowej podanej w nawiasach kwadratowych,

$\mu$ ; jest wartością oczekiwaną zmiennej  $X$ .[?]

### Przykład

Obliczmy wariancję dla rzutu symetryczną kostką do gry

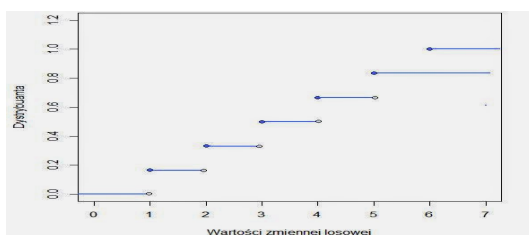
$$\begin{aligned} D^2(X) &= \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}X)^2] = \mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}X)^2 = \\ &= \sum_{i=1}^6 \frac{i^2}{6} - \left(\sum_{i=1}^6 \frac{i}{6}\right)^2 = \frac{1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36}{6} \\ &\quad - \left(\frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6}{6}\right)^2 = \frac{91}{6} - \frac{49}{4} = \frac{35}{12} \end{aligned}$$

### Dystrybuenta

Niech  $\mathbb{P}$  będzie rozkładem prawdopodobieństwa na prostej. Funkcję  $F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  daną wzorem

$$F(t) = \mathbb{P}((-\infty, t]) \quad (2)$$

nazywamy dystrybuentą rozkładu  $\mathbb{P}$ .[?]



Dystrybuenta (??) dla rzutu kostką

Rozkład prawdopodobieństwa w postaci tabeli

$x$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
$P(x)$	$p_1$	$p_2$	$\dots$	$p_n$

Taki rozkład przyaje się dla skończonych zmiennych losowych dyskretnych o niskich  $n$ , w przypadkach gdy wzór na prawdopodobieństwo jest zbyt skomplikowany

Przydatne symbole:

$\phi, \Omega, \psi, \int, \iint, \mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{Z}, \lim_{n \rightarrow \infty}$  itd.

# Bibliography

- [1] <https://pl.wikipedia.org/wiki/Wariancja>
- [2] <https://pl.wikipedia.org/wiki/Dystrybuanta>