Econometrics with Python

Olivér Nagy

John von Neumann University - MNB Institute
Central Bank of Hungary

2023. szeptember 21.

Általános információk

- Ajánlott irodalom:
  - Hayashi, F. (2000). Econometrics. Princeton University Press
  - Wasserman, L. (2010). All of Statistics: A Concise Corse in Statistical Inference. Springer
  - Hansen, B. (2022). Econometrics. Princeton University Press
  - Taleb, N. N. (2023). Statistical Consequences of Fat Tails: Real World Preasymptotics, Epistemology, and Applications. STEM Academic Press

Várható érték

Várható érték: $\mathbb{E}(X) = \mathbb{E}\,X = \int x\,dF(x) = \int x f(x)\,dx = \mu = \mu_X$

A lusta statisztikus szabály (LOTUS)

Ha $Y = g(X)$, akkor:

$$\mathbb{E}(Y) = \mathbb{E}(g(X)) = \int g(x) f(x)\,dx$$

Várható érték tulajdonságok

1. Ha $X_1, \ldots, X_n$ véletlen változók és $a_1, \ldots, a_n$ konstans értékek, akkor:

$$\mathbb{E}\left(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} a_i\,\mathbb{E}(X_i)$$

2. Ha $X_1, \ldots, X_n$ **függetlenek** akkor:

$$\mathbb{E}\left(\prod_{i=1}^{n} X_i\right) = \prod_{i=1}^{n} \mathbb{E}(X_i)$$

Variancia

Variancia: $\mathbb{V}(X) = \mathbb{V}\,X = \mathbb{E}(X-\mu)^2 = \int (x-\mu)^2 f(x)\,dx = \sigma_X^2$

Szórás: $sd(X) = \sqrt{\mathbb{V}(X)} = \sigma_X$

Variancia tulajdonságok

Feltéve, hogy a variancia jól definiált, akkor a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

1. $\mathbb{V}(X) = \mathbb{E}(X^2) - \mu^2$
2. Ha **a** és **b** konstans értékekek akkor:
   $\mathbb{V}(\mathbf{a}X + \mathbf{b}) = \mathbf{a}^{\mathbf{2}}\,\mathbb{V}(X)$
3. Ha $X_1, ..., X_n$ **függetlenek** és $a_1, ..., a_n$ konstans értékek, akkor:

$$\mathbb{V}\Big(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i\Big) = \sum_{i=1}^{n} a_i^{\mathbf{2}}\,\mathbb{V}(X_i)$$

Kovariancia és korreláció

Ha X és Y véletlen változók, akkor a **kovariancia** és a **korreláció** az X és Y között fennálló **lineáris** kapcsolat erősségét méri.

Kovariancia: $Cov(X, Y) = \mathbb{E}((X - \mu_X)(Y - \mu_Y))$

Korreláció: $\rho = \rho_{X,Y} = \rho(X, Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$, ahol $-1 \leq \rho(X, Y) \leq 1$

Nem független véletlen változók varianciája

- Ha $X_1, ..., X_n$ véletlen változók és $a_1, ..., a_n$ konstans értékek, akkor:

$$\mathbb{V}(\sum_{i=1}^{n} a_i X_i) = \sum_{i=1}^{n} a_i^2 \, \mathbb{V}(X_i) + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=i+1}^{n} a_i a_j Cov(X_i, X_j)$$

Minta tulajdonságok

Ha $X_1, ..., X_n$ véletlen változók akkor a **minta átlag ($\overline{X}_n$)**:

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1} {}_n X_i$$

és a **minta variancia**(S_n^2):

$$S_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (X_i - \overline{X}_n)^2$$

Theorem

*Ha $X_1, ..., X_n$ független, azonos eloszlású (**iid.**) véletlen változók és $\mu = \mathbb{E}(X_i)$, valamint $\sigma^2 = \mathbb{V}(X_i)$ akkor:*

$$\mathbb{E}(\overline{X}_n) = \mu,\ \mathbb{V}(\overline{X}_n) = \frac{\sigma^2}{n},\ \mathbb{E}(S_n^2) = \sigma^2$$

Momentumok

Centrális momentum: X véletlen változó k.-ik centrális momentuma:

$$\mu_k \equiv \mathbb{E}([X-\mu]^k)$$

Studentization / Standardization: Ha X véletlen változó μ várható értékkel és σ^2 varianciával, akkor X **standardizált** transzformáltja (Z):

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

Ferdeség / Skewness: Ha X véletlen változó, akkor a **ferdesége**

$$\mathbb{E}(Z^3) = \frac{\mathbb{E}([X-\mathbb{E}(X)]^3)}{\mathbb{E}([X-\mathbb{E}(X)]^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_3}{(\sigma^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Csúcsosság / Kurtosis: Ha X véletlen változó, akkor a **csúcsossága**

$$\mathbb{E}(Z^4) = \frac{\mathbb{E}([X-\mathbb{E}(X)]^4)}{\mathbb{E}([X-\mathbb{E}(X)]^2)^2} = \frac{\mu_4}{(\sigma^2)^2}$$