DOKAZI NEKATERIH TRDITEV IN IZREKOV

Izrek 0.1. Število računskih operacij $(+, -, \cdot, :)$ za rešitev zgornjetrikotnega sistema Ux = c je n^2 .

Dokaz. V algoritmu obratne substitucije vse *for* nadomestimo z vsotami, znotraj vsakega *for* pa preštejemo število računskih operacij, ki jih izvedemo. Število operacij je enako:

$$1 + \sum_{i=1}^{n-1} \left(\sum_{j=i+1}^{n} 2 + 1 \right) = 1 + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^{n} 2 + \sum_{i=1}^{n-1} 1 = 1 + \left(\sum_{i=1}^{n-1} 2(n-i) \right) + (n-1)$$

$$= 1 + \left(\sum_{i=1}^{n-1} 2(n-i) \right) + (n-1) = 1 + 2 \frac{(n-1)n}{2} + n - 1$$

$$= 1 + (n-1)n + (n-1) = n^2,$$

kjer smo v četrti enakosti uporabili enakost $\sum_{j=1}^p j = \frac{p(p+1)}{2}.$