

KONVERGENCA SOR

Trditev 0.1. Velja $\rho(R_{SOR(w)}) \geq |w - 1|$. Torej je potreben pogoj za konvergenco $0 < w < 2$.

Dokaz. Velja:

$$\begin{aligned}\det(R_{SOR(w)}) &= \det\left((D - w\tilde{L})^{-1}((1 - w)D + w\tilde{U})\right) \\ &= \det\left((I - wD\tilde{L})^{-1}D^{-1}D((1 - w) + wD^{-1}\tilde{U})\right) \\ &= \det\left((I - wD\tilde{L})^{-1}\right) \det\left((1 - w) + wD^{-1}\tilde{U}\right) \\ &= 1 \cdot (1 - w)^n = (1 - w)^n\end{aligned}$$

Ker je $\det(R_{SOR(w)})$ produkt lastnih vrednosti matrike $R_{SOR(w)}$, mora biti vsaj ena lastna vrednost absolutno večja ali enaka $|1 - w|$, kar dokaže trditev. \square