LASTNE VREDNOSTI - OSNOVNO

Trditev 0.1. Lastne vrednosti matrike A so vse različne ničle karakterističnega polinoma

$$p_A(\lambda) := \det(A - \lambda I).$$

Dokaz. Pogoj $Av = \lambda v$ lahko preoblikujemo v $v \in \ker(A - \lambda I)$. Torej mora biti $0 = \det(A - \lambda I)$. $\square$

Trditev 0.2. Če ima matriki $A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ podobni, potem imate iste lastne vrednosti. Če je S podobnosta matrika in v lastni vektor A, ki pripada lastni vrednosti λ, potem je Sv lastni vektor matrike B.

Dokaz. Velja

$$\begin{aligned}\det(A - \lambda I) &= \det(S^{-1}S(A - \lambda I)) = \det(S(A - \lambda I)S^{-1}) \\ &= \det(SAS^{-1} - \lambda I) = \det(B - \lambda I),\end{aligned}$$

kjer smo v drugi enakosti uporabili $\det(XY) = \det(YX)$.

Če je $Av = \lambda v$, potem je

$$(SAS^{-1})(Sv) = SAv = \lambda Sv$$

in zato $B(Sv) = \lambda Sv$. $\square$