

## KONVERGENCA ITERATIVNIH METOD ZA LINEARNE SISTEMIE

**Trditev 0.1.** Naj bo  $\|\cdot\|$  neka matrična norma, za katero je  $\|R\| < 1$ . Potem zaporedje

$$x_{m+1} = Rx_m + c$$

konverigra proti rešitvi sistema  $Ax = b$  za poljuben začetni približek  $x_0$ .

*Dokaz.* Naj bo  $x^*$  točna rešitev sistema  $Ax = b$  oz.  $x = Rx + c$ . Potem velja

$$\begin{aligned}\|x_{m+1} - x^*\| &= \|R(x_m - x^*)\| \leq \|R\| \|x_m - x^*\| \leq \|R\|^2 \|x_{m-1} - x^*\| \\ &\leq \dots \leq \|R\|^m \|x_0 - x^*\|.\end{aligned}$$

Iz  $\|R\| < 1$  sledi  $\lim_m \|R\|^m = 0$  in zato zaporedje  $x_{m+1}$  konvergira za vsak  $x_0$ . □