

# Enostavno Simpsonovo pravilo - napaka

Fakulteta za računalništvo in informatiko  
Univerza v Ljubljani

28. november 2021

# Napaka $E$ pri enostavnem Simpsonovem pravilu

Taylorjeva polinoma stopnje 4 za funkcijo  $f$  v točki  $a$  z  $\Delta = h$  oz.  $\Delta = 2h$  sta:

$$f(a+h) \approx f(a) + hf'(a) + \frac{h^2}{2!}f''(a) + \frac{h^3}{3!}f^{(3)}(a) + \frac{h^4}{4!}f^{(4)}(a),$$

$$f(a+2h) \approx f(a) + 2hf'(a) + 2h^2f''(a) + \frac{4h^3}{3}f^{(3)}(a) + \frac{h^4}{3}f^{(4)}(a).$$

Seštejemo in dobimo, da je  $\frac{h}{3} [f(a) + 4f(a+h) + f(a+2h)]$  približno

$$2hf(a) + 2h^2f'(a) + \frac{4}{3}h^3f''(a) + \frac{2}{3}h^4f^{(3)}(a) + \frac{5}{18}h^5f^{(4)}(a) \quad (1)$$

Integriramo Taylorjev polinom

$$p_4(x) = f(a) + (x-a)f'(a) + \frac{(x-a)^2}{2!}f''(a) + \frac{(x-a)^3}{3!}f^{(3)}(a) + \frac{(x-a)^4}{4!}f^{(4)}(a)$$

stopnje 4 za  $f(x)$  in dobimo

$$\int_a^{a+2h} f(x) dx \approx 2hf(a) + 2h^2f'(a) + \frac{4}{3}h^3f''(a) + \frac{2}{3}h^4f^{(3)}(a) + \frac{4}{15}h^5f^{(4)}(a). \quad (2)$$

Primerjamo (1) in (2). Torej imamo pri osnovnem pravilu napako približno

$$\boxed{-\frac{1}{90}h^5f^{(4)}(\xi)}, \quad \xi \in [a, b]$$