

1. Найти сумму ряда:

$$1) \sum_1^{\infty} \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)}; \quad 2) \sum_1^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+2)}; \quad 3) \sum_1^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)(2n+5)};$$

$$4) \sum_1^{\infty} (\sqrt{n+2} - 2\sqrt{n+1} + \sqrt{n}); \quad 5) \sum_2^{\infty} \ln(1 - \frac{1}{n^2}).$$

2. Исследовать ряд на сходимость:

$$1) \sum_1^{\infty} (n+1) \operatorname{arctg} \frac{1}{n+2}; \quad 2) \sum_1^{\infty} \frac{5^{2n}(n!)^3}{(3n)!}; \quad 3) \sum_1^{\infty} 3^{-n} \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}; \quad 4) \sum_1^{\infty} \left(\frac{3n^3-2}{3n^3+4}\right)^n;$$

$$5) \sum_1^{\infty} \frac{(2n)!}{n! \cdot (n+1)! \cdot 3^{2n}}; \quad 6) \sum_1^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{n^2+4n+5}; \quad 7) \sum_1^{\infty} \sqrt{\frac{3n+4}{5n+1}}; \quad 8) \sum_1^{\infty} \frac{(2n)!!}{n!} \cdot \operatorname{arctg} \frac{1}{3^n};$$

$$9) \sum_1^{\infty} \left(\cos \frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{n^2}; \quad 10) \sum_1^{\infty} \left(\frac{n-1}{n+1}\right)^n; \quad 11) \sum_1^{\infty} \frac{(2n+1)!!}{1 \cdot 4 \cdot \dots \cdot (3n+1)}; \quad 12) \sum_1^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n+2}}{\sqrt{n+3}}\right)^{\frac{n^3}{2}};$$

$$13) \sum_1^{\infty} (n^2+2) \cdot \ln \frac{n^2+1}{n^2}; \quad 14) \sum_1^{\infty} \frac{n! \cdot (2n+1)!}{(3n)!}; \quad 15) \sum_1^{\infty} 2^n \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}; \quad 16) \sum_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(n^2+1)}{n^3+2};$$

$$17) \sum_1^{\infty} \frac{\sin^2 3n}{n \cdot \sqrt[5]{n}}; \quad 18) \sum_3^{\infty} \frac{1}{n \cdot \ln n}; \quad 19) \sum_1^{\infty} n^3 \cdot e^{-n^4}; \quad 20) \sum_3^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{\ln n}}; \quad 21) \sum_1^{\infty} (-1)^{n-1} \cdot \frac{\sqrt[3]{n+1}}{\sqrt{n+2}};$$

$$22) \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n^2 \cdot 2^n}{3^n+1}; \quad 23) \sum_3^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \cdot \ln(n+1)}; \quad 24) \sum_3^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot n}{(n+1) \sqrt{n+2}} \cdot \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}; \quad 25) \sum_3^{\infty} \frac{(-n)^n}{(2n)!};$$

$$26) \sum_3^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot (2n)!!}{(n+1)^n}; \quad 27) \sum_3^{\infty} (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \cdot \frac{2^n+n^2}{3^n+n^3}; \quad 28) \sum_3^{\infty} \frac{(-1)^n \cdot \sin 3n}{n \cdot \ln(n+1) \cdot \ln^2(n+2)};$$

$$29) \sum_1^{\infty} (-1)^n \cdot \left(1 - \cos \frac{\pi}{\sqrt{n}}\right); \quad 30) \sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{\operatorname{arctg} \frac{\pi}{\sqrt{n}}}{n}.$$

3. Доказать абсолютную сходимость:

$$1) \sum_1^{\infty} \frac{\sin(2n + \frac{\pi}{4})}{n \cdot \sqrt[3]{n+2}}; \quad 2) \sum_1^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}(-n)^n}{\sqrt[4]{2n^6+3n+1}}; \quad 3) \sum_1^{\infty} \frac{\cos(\frac{\pi n}{4})}{(n+2) \cdot \sqrt{\ln^3(n+3)}}; \quad 4) \sum_2^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \ln^2 n}{2^n};$$

$$5) \sum_1^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[5]{n}} \cdot \arcsin \frac{\pi}{4n}.$$

4. Найти радиус сходимости и интервал сходимости степенного ряда:

$$1) \sum_1^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n \sqrt{n}}; \quad 2) \sum_1^{\infty} (x+2)^n \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n; \quad 3) \sum_1^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{2n+1}; \quad 4) \sum_1^{\infty} (x+3)^n \frac{\sqrt[3]{2n+1} - \sqrt[3]{2n-1}}{\sqrt{n}};$$

$$5) \sum_1^{\infty} \sqrt{\frac{n^4+3}{n^3+4n}} (x+2)^n; \quad 6) \sum_1^{\infty} n^n \cdot x^n; \quad 7) \sum_1^{\infty} (n+1) \frac{x^n}{4^{n+2}}.$$