Гультяев Артем 3352

4 вариант

1	$\begin{cases} \boldsymbol{x = 426 + 147k} \\ \boldsymbol{y = 510 + 176k} \end{cases}, \boldsymbol{k} \in \mathbb{Z}$
2	было решено на паре
3	$x = 70164$
4	71
5	было решено на паре
6	было решено на паре
7	$x = 54_6$ или $x = 34_{10}$
8	$x = 51 + 95k$
9	$\frac{355}{57} = [6; 4, 2, 1, 1, 2]$
10	было решено на паре

№ 1

$$2992x - 2499y = 102$$

1) $\begin{cases} 2992 = 2499 * 1 + 493 \\ 2499 = 493 * 5 + 3 \\ 493 = 34 * 14 + 17 \end{cases}$

i	-2	-1	0	1	2	3
r	2992	2499	493	34	17	0
q	-	-	1	5	14	2

Таким образом, НОД $(2992, 2499) = 17$

Преобразуем: $176x - 147y = 6$

2) $\begin{cases} 176 = 147 * 1 + 29 \\ 147 = 29 * 5 + 2 \\ 29 = 2 * 14 + 1 \\ 2 = 1 * 2 + 0 \end{cases}$

$$x_i = x_{i-2} - q_i x_{i-1}$$
$$y_i = y_{i-2} - q_i y_{i-1}$$

i	-2	-1	0	1	2	3
r	2992	2499	493	34	17	0
q	-	-	1	5	14	2
x	1	0	1	-5	71	…
y	0	1	-1	6	-85	…

Таким образом НОД $(176, 147) = 1$

И НОД $(176, 147) = 176 * 71 - 85 * 147$

Следовательно, $176 * 71 - 85 * 147 = 1$

Далее умножим все на 6: $x = 71 * 6 = 426$; $y = 85 * 6 = 510$

Итого: $\begin{cases} x = 426 + 147k \\ y = 510 + 176k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

№ 2

Решал на паре

№ 3

Дано: $\begin{cases} x \equiv 6mod11 \\ x \equiv 10mod14 \\ x \equiv 14mod23 \\ x \equiv 13mod29 \end{cases}$

1) $\begin{cases} M = m_1m_2m_3m_4 = 11*14*23*29 = 102718 \\ M_1 = m_2m_3m_4 = 14*23*29 = 9338 \\ M_2 = m_1m_3m_4 = 11*23*29 = 7337 \\ M_3 = m_1m_2m_4 = 11*14*29 = 4466 \\ M_4 = m_1m_2m_3 = 11*14*23 = 3542 \end{cases}$

I. $9338x_1 = 1mod11$:

$$9338x_1 - 11y_1 = 1$$

$$\begin{cases} 9338 = 11*848 + 10 \\ 11 = 10*1 + 1 \\ 10 = 1*10 + 0 \end{cases}$$

Выразим через 1:

$$1 = 11 - 10 = 11 - (9338 - 11*848) = 11*849 - 9338$$

Таким образом получим:

$$\begin{cases} x_1 = -1 \\ y_1 = 849 \end{cases}$$

II. $7337x_2 = 1mod14$:

$$7337x_2 - 14y_2 = 1$$

$$\begin{cases} 7337 = 14*524 + 1 \\ 14 = 1*14 + 0 \end{cases}$$

Выразим через 1:

$$1 = 7337 - 14*524$$

Таким образом получим:

$$\begin{cases} x_2 = 1 \\ y_2 = 524 \end{cases}$$

III. $4466x_3 = 1mod23$:

$$4466x_3 - 23y_3 = 1$$

$$\begin{cases} 4466 = 23 * 194 + 4 \\ 23 = 4 * 5 + 3 \\ 4 = 3 * 1 + 1 \\ 3 = 1 * 3 + 0 \end{cases}$$

Выразим через 1:

$$1 = 4 - 3 = 4 - (23 - 4 * 5) = 4 * 6 - 23 =$$

$$= 6 * (4466 - 23 * 194) - 23 = 6 * 4466 - 23 * 1165$$

Таким образом получим:

$$\begin{cases} x_3 = 6 \\ y_3 = 1165 \end{cases}$$

IV. $3542x_4 = 1mod29$:

$$3542x_4 - 29y_4 = 1$$

$$\begin{cases} 3542 = 29 * 122 + 4 \\ 29 = 4 * 7 + 1 \\ 4 = 1 * 4 + 0 \end{cases}$$

Выразим через 1:

$$1 = 29 - 4 * 7 = 29 - 7 * (3542 - 29 * 122) =$$

$$= 29 * 855 - 7 * 3542$$

Таким образом получим:

$$\begin{cases} x_4 = -7 \\ y_4 = -855 \end{cases}$$

2) Итого рассчитаем:

$$x^* = \left(\sum M_i x_i c_i\right)(modM) = (9338 * (-1) * 6 + 7338 * 1 * 10 +$$
$$+4466 * 6 * 14 + 3542 * 13 * (-7))(mod102718) =$$
$$= 70164(mod102718)$$

Итого: $x = 70164$

№ 4

Дано: $77^{13^{65}}$ от 86

1) Найдем $\varphi(86)$:

$$86 = 2 * 43$$
$$\varphi(86) = (2-1)(43-1) = 42$$

Так как 77 и 86 взаимно просты, то найдем $13^{65}(mod42)$

$$\varphi(42) = (2-1)(3-1)(7-1) = 12$$
$$65(mod12) = 5$$

Тогда: $13^{65} \equiv 13^5(42)$

2) Найдем $13^5(mod42)$:

$$13(mod42) = 13$$
$$13^2(mod42) = 169(mod42) = 1$$
$$13^4(mod42) = (13^2)^2(mod42) = 1^2(mod42) = 1(mod42) = 1$$
$$13^5 = 13^4 * 13 = 13$$
$$13(mod42) = 13$$

Тогда: $13^{65} \equiv 13(mod42)$ и $77^{13^{65}} = 77^{13}(mod86)$

3) Найдем $77^{13}(mod86)$:

$$77(mod86) = 77$$
$$77^2(mod86) = 5929(mod86) = 81$$
$$77^4(mod86) = (77^2)^2(mod86) = 81^2(mod86) = 6561(mod86) = 25$$
$$77^8(mod86) = (77^4)^2(mod86) = 25^2(mod86) = 625(mod86) = 23$$
$$77^{13} = 77^8 * 77^4 * 77 = 23 * 25 * 77 = 44275$$

4) Найдем $44275(mod86) = 71$:

Итого: 71

№ 5

Решал на паре

№ 6

Решал на паре

№ 7

Дано: $2x + 54 = 250$ в 6 СИ

1) В 6:
    a. $2_6 x = 250_6 - 54_6$
    b. $2_6 x = 152_6$
    c. $x = \frac{152_6}{2_6}$
    d. $x = 54_6$
2) В 10:
    a. $2_{10} x + 34_{10} = 102_{10}$
    b. $2_{10} x = 68_{10}$
    c. $x = 34_{10}$

Итого: $x = 54_6$ *или* $x = 34_{10}$

№ 8

Дано: $\frac{3}{28}$ по модулю 95

$$28x \equiv 3(mod 95)$$

$$28x - 95y = 3$$

$$\text{НОД}\,(28{,}95) = 1$$

$$\begin{cases} 95 = 28 * 3 + 11 \\ 28 = 11 * 2 + 6 \\ 11 = 6 * 1 + 5 \\ 6 = 5 * 1 + 1 \\ 5 = 1 * 5 + 0 \end{cases}$$

$$1 = 6 - 5 = 6 - (11 - 6) = 2 * 6 - 11 = 2(28 - 11 * 2) - 11 =$$

$$= 2 * 28 - 5 * 11 = 2 * 28 - 5(95 - 28 * 3) = 17 * 28 - 5 * 95$$

Следовательно:

$$\begin{cases} x = 17 \\ y = 5 \end{cases}$$

Умножим на 3:

$$\begin{cases} x = 51 + 95k \\ y = 15 + 28k \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Итого: $x = 51 + 95k$

№ 9

Дано: $\frac{355}{57}$

$$\begin{cases} 355 = 6 * 57 + 13 \\ 57 = 4 * 13 + 5 \\ 13 = 2 * 5 + 3 \\ 5 = 1 * 3 + 2 \\ 3 = 1 * 2 + 1 \\ 2 = 1 * 2 + 0 \end{cases}$$

То есть: $\frac{355}{57} = [6; 4,2,1,1,2]$

Итого: $\frac{355}{57} = [6; 4,2,1,1,2]$

№ 10

Решал на паре