

# Fizikalni praktikum V: Sunkovna jedrska magnetna resonanca

Žan Ambrožič

10. 12. 2025

## 1 Uvod

Magnetni moment jedra je vzporeden z njegovo vrtilno količino:

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{\Gamma}, \quad (1)$$

kjer je  $\gamma$  giromagnetno razmerje. V zunanjem magnetnem polju  $\mathbf{B}_0$  dobimo navor na magnetni moment:

$$\mathbf{N} = \gamma \boldsymbol{\Gamma} \times \mathbf{B}_0 = \dot{\boldsymbol{\Gamma}}. \quad (2)$$

Opazimo, da vrtilna količina precedira okrog smeri magnetnega polja s frekvenco, ki je neodvisna od kota med magnetnim poljem in magnetnim momentom in se imenuje Larmorjeva frekvenca:

$$\omega_L = \gamma B_0. \quad (3)$$

Naj magnetno polje kaže v  $z$ -smeri ( $\mathbf{B}_0 = B_z \hat{\mathbf{z}}$ ). Magnetni moment snovi na prostorninsko enoto je magnetizacija:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \sum_i \boldsymbol{\mu}_i. \quad (4)$$

Dobimo hitrost spreminjanja vektorja magnetizacije:

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_0, \quad (5)$$

ki prav tako precedira okrog magnetnega polja z Larmorjevo frekvenco. V ravnovesju je magnetizacija vzporedna z zunanjim magnetnim poljem, saj se pravokotni členi posameznih magnetnih momentov medsebojno odštejejo.

### 1.1 Kratkorajna motnja v statičnem homogenem magnetnem polju

Če za kratek čas  $T$  poleg polja  $\mathbf{B}_0$  vključimo še polje  $\mathbf{B}_1 = B_1 \hat{\mathbf{x}}$ , katerega jakost niha z  $\omega_L = \gamma B_0$ , se polarni kot ( $\Theta$ ) med  $\mathbf{M}$  in  $\mathbf{B}_1$  poveča, magnetizacija pa začne precedirati.

Uporabimo sistem, ki se okloži  $z$ -osi vrti z Larmorjevo frekvenco. V laboratorijskem sistemu lahko linearno polarizirano magnetno polje radiofrekvenčnega izvora zapišemo kot vsoto dveh krožno polariziranih komponent:

$$\mathbf{B}_1 = B_{10} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{B_{10}}{2} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ \sin(\omega_L t) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{B_{10}}{2} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ -\sin(\omega_L t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

prva komponentna je v vrtečem se sistemu statična (v smeri  $x'$ -osi), medtem ko se druga v njem hitro vrti in ima zato zanemarljiv vpliv na magnetizacijo. Ker polje oscilira z Larmorjevo frekvenco, se magnetizacija v vrtečem se sistemu le odkloni za kot  $\Theta$  (ne precedira okoli te osi). Sinek  $\pi/2$  obrne magnetizacijo iz ravnovesne  $z/z'$ -osi v  $y'$ -os, kjer v vrtečem sistemu ne čuti zunanjega navora, vendar ne smemo pozabiti na enačbo 4. Označimo s  $\phi$  še azimutalno koordinato v vrtečem se sistemu

(pozitivno glede na  $y'$ -os). Magnetni momenti jeder izgubijo fazno povezavo hitreje, kot se vrnejo v ravnovesno lego glede na  $z/z'$ -os. Ker je pojav posledica interakcij med magnetnimi momenti (in ne zunanjih sil), ta relaksacijski čas imenujemo spinsko-spinski ( $T_2$ , pojav je eksponenten):

$$M_{x'y'}(t) = M_{x'y'}(0)e^{-t/T_2} \quad (7)$$

Zaradi izgubljanja fazne povezave mora biti dolžina sunka dosti krajša od spinsko-spinskega relaksacijskega časa. Manjša se tudi polarni kot, zato se magnetizacija v smeri  $z/z'$ -osi povečuje:

$$M(t)_{z/z'} = M_{z/z',eq} - (M_{z/z',eq} - M_{z/z'}(0))e^{-t/T_1}, \quad (8)$$

kjer je  $T_1$  spinsko-mrežni relaksacijski čas,  $M_{z/z',eq}$  pa magnetizacija v  $z/z'$  smeri v termičnem ravnovesju. Ta pojav je posledica interakcij z magnetnimi momenti jeder in elektronov v atomih.

## 1.2 Nehomogeno magnetno polje

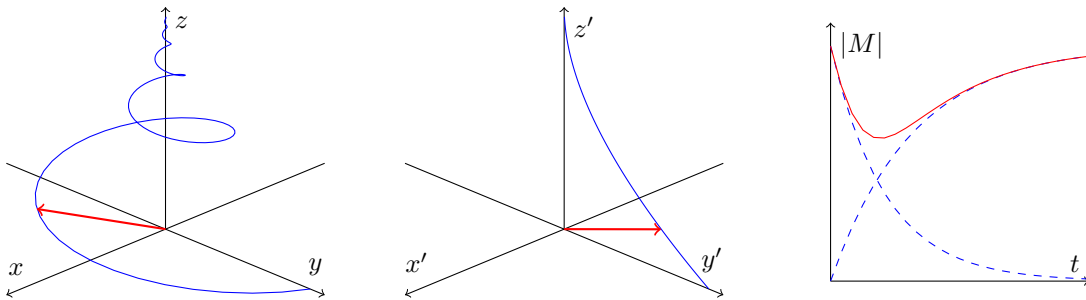
Imejmo polje  $\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) = (0, 0, B_z(\mathbf{r}))$ . V vrtečem se sistemu moramo sedaj upoštevati še razliko med povprečnim poljem in poljem na mestu  $\mathbf{r}$ :

$$\Delta B_z(\mathbf{r}_i) = B_z(\mathbf{r}_i) - \langle B_z \rangle. \quad (9)$$

Frekvence precesij so sedaj različne v različnih smereh, zato se fazna povezava še oslabi, projekcija magnetizacije na  $x'y'$  ravnino pa ne pada več eksponentno s časom  $T_2$ , zato uporabimo drug karakteristični čas  $T_2^*$ , ki ga lahko ocenimo ob predpostavki  $T_2 \gg T_2^*$  (magnetni momenti se raztresijo predvsem zaradi nehomogenosti polja). Magnetizacija se poravnava z  $z/z'$ -osjo, ko se povprečni magnetni moment obrne pravokotno na  $y'$ -os, tj. za  $\pi/2$  po sunku, sledi:

$$\gamma \Delta B_z T_2^* \approx \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Zaradi razpršenosti smeri magnetnih momentov je težje izmeriti tudi sam  $T_2$ . Takoj po sunku  $\pi/2$  je magnetni moment poravnan z  $y'$ -osjo in precedira s frekvenco  $\omega_i = \gamma \Delta B_z(\mathbf{r}_i)$ . V času  $\tau$  se moment zasučje za  $\phi_i(\tau) = \omega_i \tau$ , z obrnitvijo zunanjega magnetnega polja pa bi obrnili precesijo in po  $2\tau$  bi bil magnetni moment zopet poravnan z  $y'$ -osjo, toda to v praksi ni izvedljivo. Namesto tega uporabimo sunek  $\pi$ , ki magnetni moment obrne okoli osi  $x'$ :  $\phi_i(\tau) \rightarrow \pi - \phi_i(\tau)$  in ohrani smer precesije, dobimo pa želeno orientacijo:  $\phi_i(2\tau) = \pi$ . Tako se lahko z zaporednimam sunkoma  $\pi/2$  in  $\pi$  znebimo razpršenosti zaradi nehomogenosti, efekt nortanjih polj pa ostane. Merimo spinski odmev, katerega amplituda pada kot  $\exp(-\tau/T_2)$ . Obračanje smeri precesije je ekvivalentno časovno obrnjenemu razpadu. Širina spinskega odmeva je zato  $2T_2^*$ .



Skica 1: Poravnava in velikost magnetizacije po sunku  $\pi/2$ .

## 2 Pripomočki

- Elektromagnet z napajalnikom,

- stojalo za vzorce s tuljavami,
- krmilnik,
- osciloskop,
- vzorci vodovodne vode in vode z ioni.

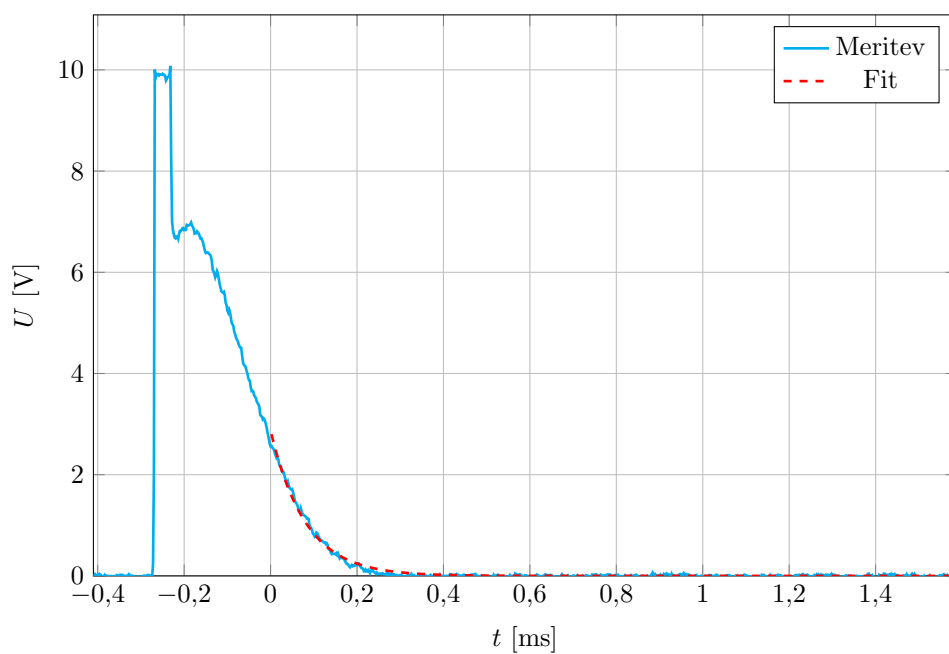
### 3 Naloga

1. Za vzorec vode s primešanimi paramagnetnimi ioni poišči signal proste precesije po sunku  $\pi/2$  in signal spinskega odmeva po zaporedju sunkov  $\pi/2$  in  $\pi$ . Z opazovanjem širine signala proste precesije in signala spinskega odmeva poišči takšno lego sonde, da bo magnetno polje v področju vzorca čim bolj homogeno. Iz obeh širin izračunaj  $T_2^*$  in oceni nehomogenost magnetnega polja v vzorcu.
2. Z opazovanjem odvisnosti signala proste precesije med dvema sunkoma  $\pi/2$  določi relaksacijski čas  $T_1$  za vzorec vode s primešanimi paramagnetnimi ioni in za vzorec vodovodne vode.
3. Za vodo s primešanimi paramagnetnimi ioni poišči odvisnost višine signala spinskega odmeva od presledka  $\tau$  med sunkoma  $\pi/2$  in  $\pi$  ter določi spinsko-spinski relaksacijski čas ( $T_2$ ).

### 4 Metodologija

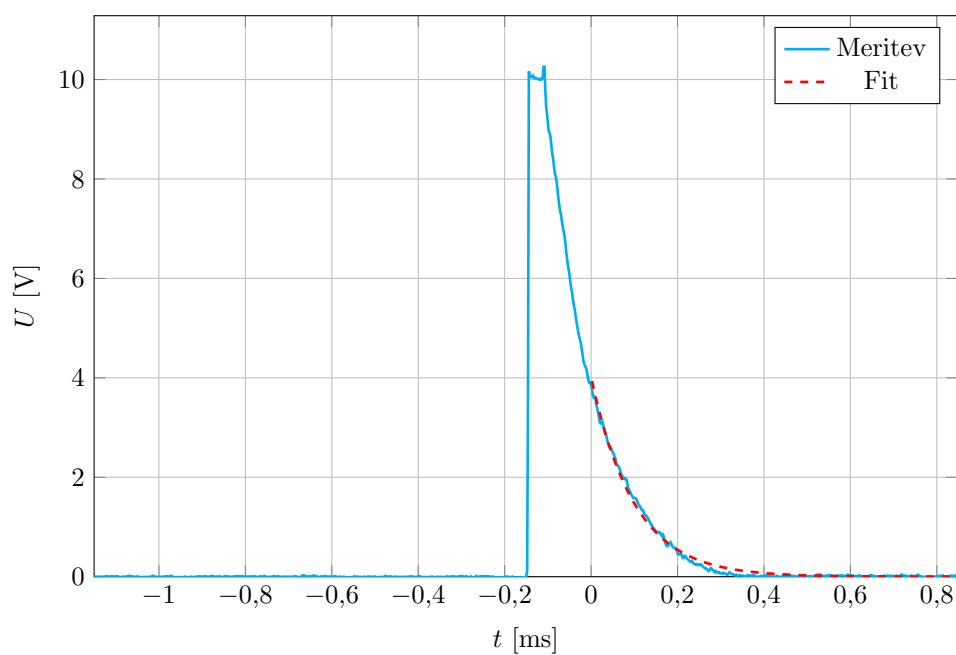
Vklopimo hlajenje elektromagneta, v merilno glavo vstavimo vzorec ionov in v načinu FID (*free induction decay*) sunek  $\pi/2$  in fazne detekcije na osciloskopu gledamo signal proste precesije. Spreminjamo tok skozi tuljavo, dokler ne najdemo maksimuma periode signala proste precesije (takrat se precesijska frekvenca protonskih magnetnih momentov najbolj ujema z lastno frekvenco tuljave). Nato v načinu diodne detekcije s spreminjanjem dolžine sunka poiščemo največjo amplitudo signala proste precesije (takrat imamo res sunek, ki obrne momente za  $\pi/2$ ). Ojačenje in filter prilagodimo tako, da dobimo ne preveč zašumljen signal znotraj meje (da zgoraj ni odrezan zaradi maksimuma). Iz pojemanja lahko določimo  $T_2^*$ . Nato prestavimo spektrometer v način spinskega odmeva (SE - *spin echo*) in nastavimo še drugi sunek (najprej na  $\pi/2$  daleč od prvega sunka, nato še na  $\pi/2$  kmalu za prvim sunkom).  $T_1$  določimo z drugim sunkom  $\pi/2$ , gledamo, kako bližina prvega sunka vpliva na amplitudo signala proste precesije po drugem (če se momenti še ne poravnajo nazaj, je amplituda po drugem sunku nižja). Z opazovanjem spinskega odmeva (poravnava v stanje po prvem sunku, ki sledi zaporednima sunkoma  $\pi/2$  in  $\pi$ ) določimo še  $T_2$  (dalj časa, kot mine med sunkoma, bolj se sistem še poravna z magnetnim poljem, saj medsebojne interakcije vplivajo na precesijo momentov).  $T_2^*$ , ki je posledica nehomogenosti polja, lahko določimo tudi s širino signala spinskega odmeva. Postopek ponovimo še na vodovodni vodi, le da so tam časovne skale daljše,  $T_2$  pa ne moremo izmeriti s to postavitvijo, saj je difuzija na teh časovnih skalah že nezanemarljiva.

## 5 Analiza



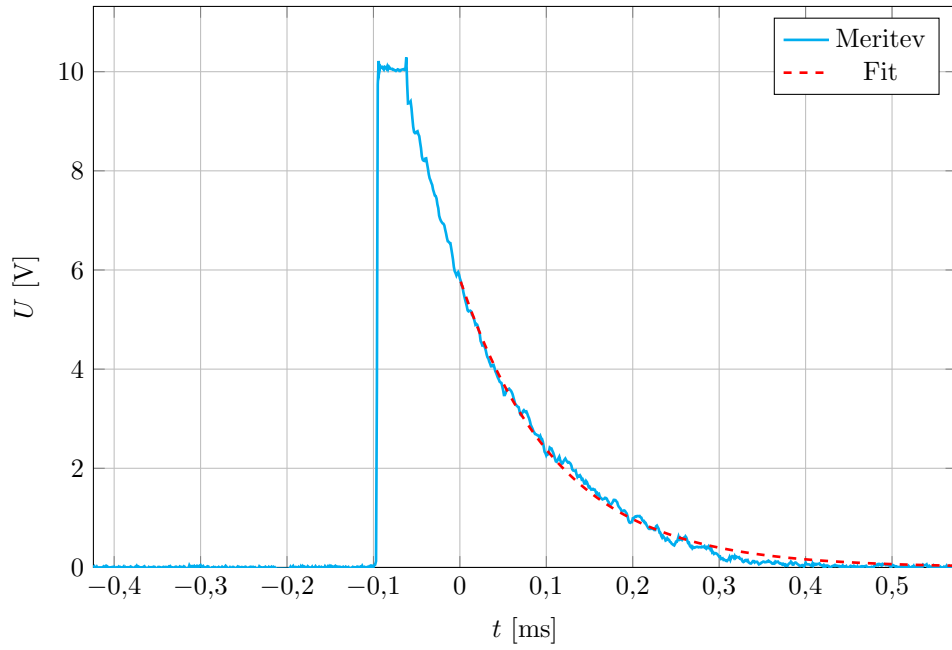
Graf 1: Signal proste precesije starih ionov.

$$U_0 = (2,870 \pm 0,012) \text{ V}, \tau = (0,0810 \pm 0,0005) \text{ ms} = T_2^*$$



Graf 2: Signal proste precesije novih ionov.

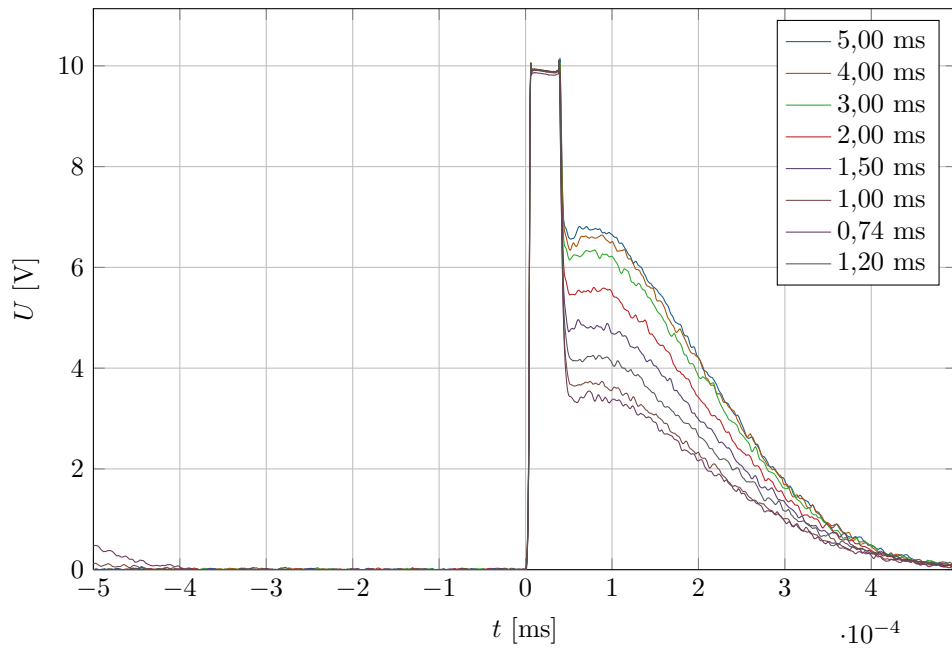
$$U_0 = (4,01 \pm 0,02) \text{ V}, \tau = (0,0998 \pm 0,0007) \text{ ms} = T_2^*$$

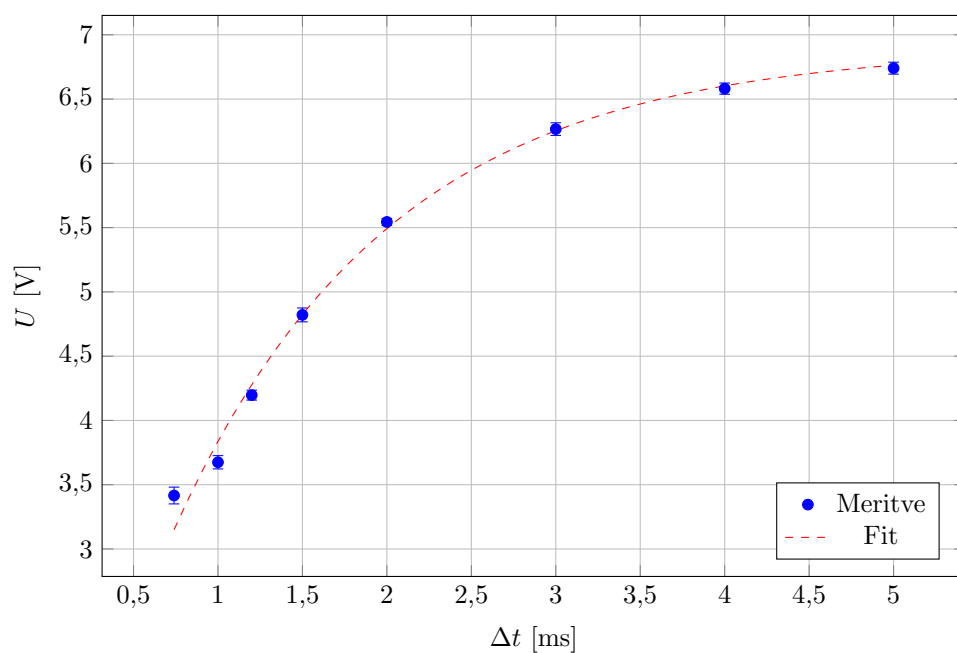


Graf 3: Signal proste precesije vodovodne vode.

$$U_0 = (5,82 \pm 0,02) \text{ V}, \tau = (0,1119 \pm 0,0006) \text{ ms} = T_2^*$$

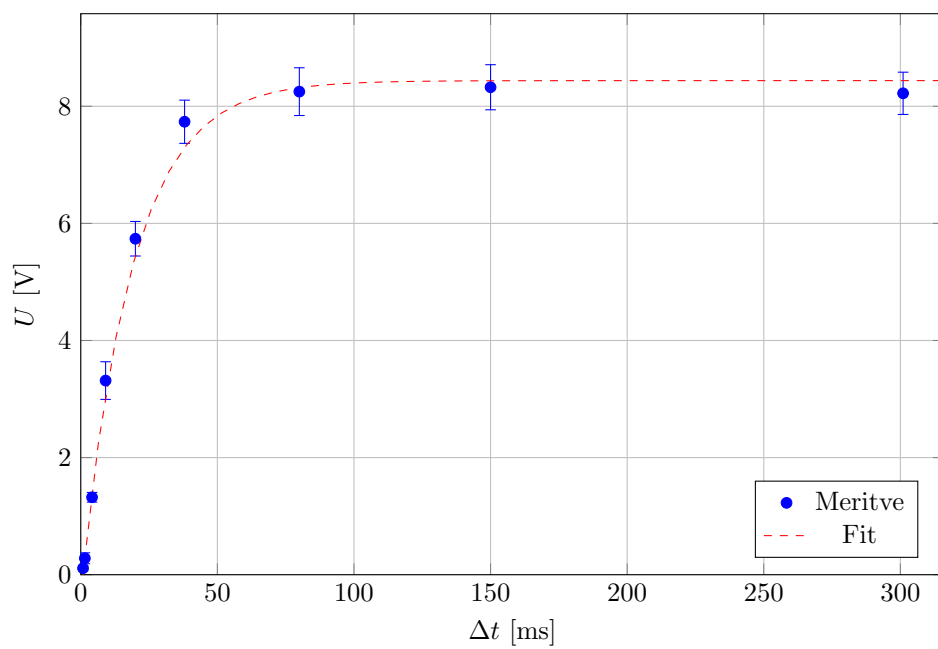
Za oceno nehomogenosti polja iz vseh treh meritev dobimo okoli (red velikosti)  $\sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$ .

Graf 4: Drugi sunek  $\pi/2$  za stari vzorec z ioni v odvisnosti od zakasnitve med sunkoma.



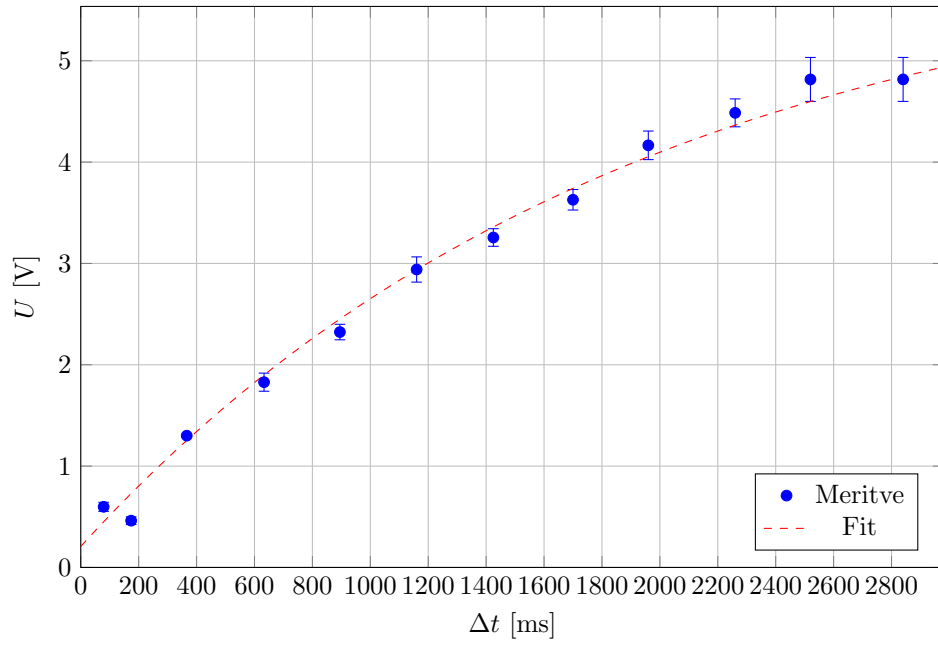
Graf 5: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka  $\pi/2$  od zakasnitve med sunkoma (stari ioni).

$$U_0 = (-6,7 \pm 0,2) \text{ V}, \tau = (1,29 \pm 0,05) \text{ ms} = T_1, U(0) = (6,90 \pm 0,05) \text{ V}$$



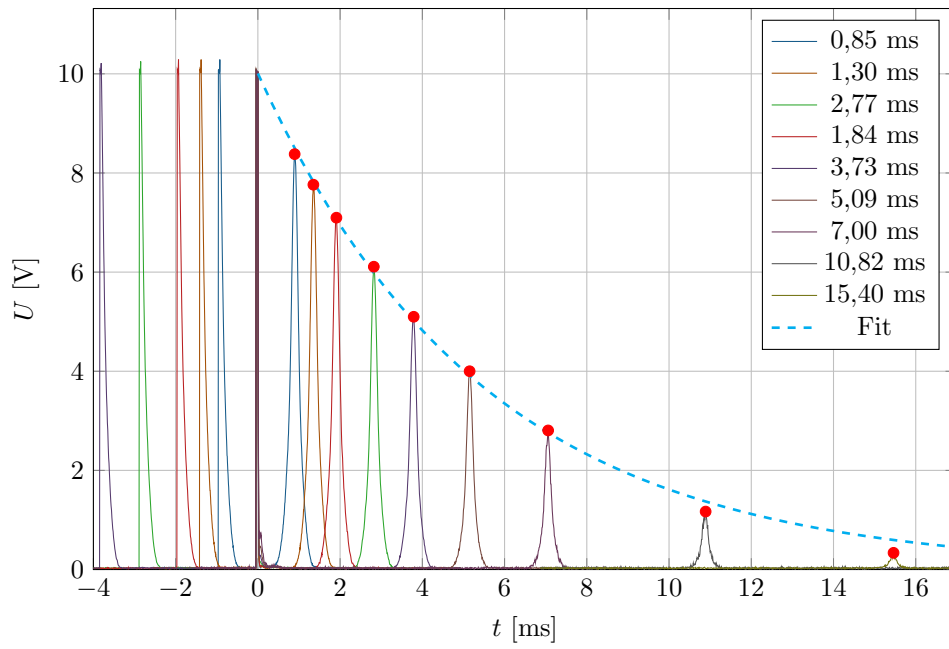
Graf 6: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka  $\pi/2$  od zakasnitve med sunkoma (novi ioni).

$$U_0 = (-8,7 \pm 0,2) \text{ V}, \tau = (18,7 \pm 1,2) \text{ ms} = T_1, U(0) = (8,4 \pm 0,2) \text{ V}$$



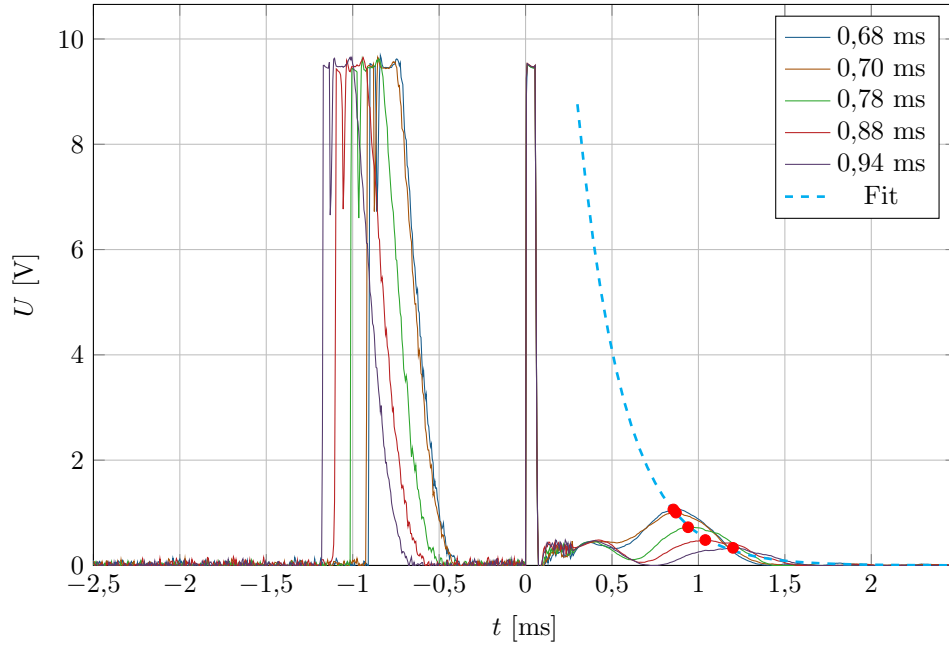
Graf 7: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka  $\pi/2$  od zakasnitve med sunkoma (vodovodna voda).

$$U_0 = (-6,0 \pm 0,4) \text{ V}, \tau = (1,9 \pm 0,2) \text{ s} = T_1, U(0) = (6,2 \pm 0,4) \text{ V}$$



Graf 8: Spinski odmev pri novem vzorcu ionov.

$U_0 = (10,01 \pm 0,15) \text{ V}, \tau = (5,48 \pm 0,16) \text{ ms}, T_2 = (11,0 \pm 0,3) \text{ ms}$   
 Povprečna širina vrhov (FWHM):  $(0,197 \pm 0,015) \text{ ms}$ , od tod sledi še druga ocena  $T_2^* = (0,099 \pm 0,007) \text{ ms}$ .



Graf 9: Spinski odmev pri starem vzorcu ionov (za čase malo po 0,1 ms uporabimo vgrajeno glajenje savgol\_filter (stopnja 3, okno dolžine 50)).

$$U_0 = (28 \pm 8) \text{ V}, \tau = (0,26 \pm 0,02) \text{ ms}, T_2 = (0,52 \pm 0,04) \text{ ms}$$

## 6 Rezultati

Izmerili smo relaksacijske čase vseh treh vzorcev (razen spinsko-spinskega ( $T_2$ ) vodovodne vode, saj je vpliv difuzije nezanemarljiv).  $T_2$  novega vzorca ionov smo lahko določili še s širino vrhov spinskega odmeva ( $T_2^* \ll T_2$ ) in časa sta se zelo dobro ujemala. Ocenili smo tudi nehomogenost magnetnega polja, ki je bila reda nekaj deset  $\mu\text{T}$ .

Vzorec	$T_1$ [ms]	$T_2$ [ms]	$T_2^*$ [ $\mu\text{s}$ ]
Stari ioni	$1,29 \pm 0,05$	$0,52 \pm 0,04$	$81,0 \pm 0,5$
Novi ioni	$18,7 \pm 1,2$	$11,0 \pm 0,3$	$99,8 \pm 0,7$
Vodovodna voda	$(1,9 \pm 0,2) \cdot 10^3$		$111,9 \pm 0,6$

Tabela 1: Relaksacijski časi za vse vzorce.