

Fizikalni praktikum V: Sunkovna jedrska magnetna resonanca

Žan Ambrožič

10. 12. 2025

1 Uvod

Magnetni moment jedra je vzporeden z njegovo vrtilno količino:

$$\boldsymbol{\mu} = \gamma \boldsymbol{\Gamma}, \quad (1)$$

kjer je γ giromagnetno razmerje. V zunanjem magnetnem polju \mathbf{B}_0 dobimo navor na magnetni moment:

$$\mathbf{N} = \gamma \boldsymbol{\Gamma} \times \mathbf{B}_0 = \dot{\boldsymbol{\Gamma}}. \quad (2)$$

Opazimo, da vrtilna količina precedira okrog smeri magnetnega polja s frekvenco, ki je neodvisna od kota med magnetnim poljem in magnetnim momentom in se imenuje Larmorjeva frekvenca:

$$\omega_L = \gamma B_0. \quad (3)$$

Naj magnetno polje kaže v z -smeri ($\mathbf{B}_0 = B_z \hat{\mathbf{z}}$). Magnetni moment snovi na prostorninsko enoto je magnetizacija:

$$\mathbf{M} = \frac{1}{V} \sum_i \boldsymbol{\mu}_i. \quad (4)$$

Dobimo hitrost spremjanja vektorja magnetizacije:

$$\dot{\mathbf{M}} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}_0, \quad (5)$$

ki prav tako precedira okrog magnetnega polja z Larmorjevo frekvenco. V ravnovesju je magnetizacija vzporedna z zunanjim magnetnim poljem, saj se pravokotni členi posameznih magnetnih momentov medsebojno odštejejo.

1.1 Kratkorajna motnja v statičnem homogenem magnetnem polju

Če za kratek čas T poleg polja \mathbf{B}_0 vključimo še polje $\mathbf{B}_1 = B_1 \hat{\mathbf{x}}$, katerega jakost niha z $\omega_L = \gamma B_0$, se polarni kot (Θ) med \mathbf{M} in \mathbf{B}_1 poveča, magnetizacija pa začne precedirati.

Uporabimo sistem, ki se okloli z -osi vrti z Larmorjevo frekvenco. V laboratorijskem sistemu lahko linearno polarizirano magnetno polje radiofrekvenčnega izvora zapišemo kot vsoto dveh krožno polariziranih komponent:

$$\mathbf{B}_1 = B_{10} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{B_{10}}{2} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ \sin(\omega_L t) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{B_{10}}{2} \begin{bmatrix} \cos(\omega_L t) \\ -\sin(\omega_L t) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (6)$$

prva komponentna je v vrtečem se sistemu statična (v smeri x' -osi), medtem ko se druga v njem hitro vrti in ima zato zanemarljiv vpliv na magnetizacijo. Ker polje oscilira z Larmorjevo frekvenco, se magnetizacija v vrtečem se sistemu le odkloni za kot Θ (ne precedira okoli te osi). Sunek $\pi/2$ obrne magnetizacijo iz ravnovesne z/z' -osi v y' -os, kjer v vrtečem sistemu ne čuti zunanjega navora, vendar ne smemo pozabiti na enačbo 4. Označimo s ϕ še azimutalno koordinato v vrtečem se sistemu

(pozitivno glede na y' -os). Magnetni momenti jeder izgubijo fazno povezavo hitreje, kot se vrnejo v ravnovesno lego glede na z/z' -os. Ker je pojav posledica interakcij med magnetnimi momenti (in ne zunanjih sil), ta relaksacijski čas imenujemo spinsko-spinski (T_2 , pojav je eksponenten):

$$M_{x'y'}(t) = M_{x'y'}(0)e^{-t/T_2} \quad (7)$$

Zaradi izgubljanja fazne povezave mora biti dolžina sunka dosti krajsa od spinsko-spinskega relaksacijskega časa. Manjša se tudi polarni kot, zato se magnetizacija v smeri z/z' -osi povečuje:

$$M(t)_{z/z'} = M_{z/z',\text{eq}} - (M_{z/z',\text{eq}} - M_{z/z'}(0))e^{-t/T_1}, \quad (8)$$

kjer je T_1 spinsko-mrežni relaksacijski čas, $M_{z/z',\text{eq}}$ pa magnetizacija v z/z' smeri v termičnem ravnovesju. Ta pojav je posledica interakcij z magnetnimi momenti jeder in elektronov v atomih.

1.2 Nehomogeno magnetno polje

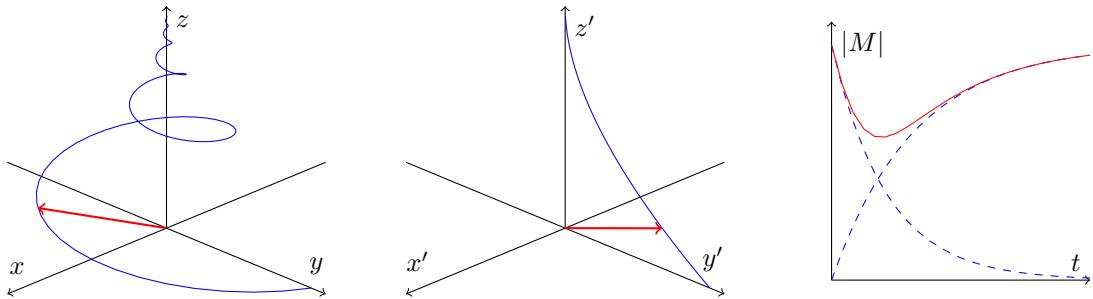
Imejmo polje $\mathbf{B}_0(\mathbf{r}) = (0, 0, B_z(\mathbf{r}))$. V vrtečem se sistemu moramo sedaj upoštevati še razliko med povprečnim poljem in poljem na mestu \mathbf{r} :

$$\Delta B_z(\mathbf{r}_i) = B_z(\mathbf{r}_i) - \langle B_z \rangle. \quad (9)$$

Frekvence precesij so sedaj različne v različnih smereh, zato se fazna povezava še oslabi, projekcija magnetizacije na $x'y'$ ravnino pa ne pada več eksponentno s časom T_2 , zato uporabimo drug karakteristični čas T_2^* , ki ga lahko ocenimo ob predpostavki $T_2 \gg T_2^*$ (magnetni momenti se raztresejo predvsem zaradi nehomogenosti polja). Magnetizacija se poravna z z/z' -osjo, ko se povprečni magnetni moment obrne pravokotno na y' -os, tj. za $\pi/2$ po sunku, sledi:

$$\gamma \Delta B_z T_2^* \approx \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

Zaradi razpršenosti smeri magnetnih momentov je težje izmeriti tudi sam T_2 . Tako po sunku $\pi/2$ je magnetni moment poravnан z y' -osjo in precedira s frekvenco $\omega_i = \gamma \Delta B_z(\mathbf{r}_i)$. V času τ se moment zasuče za $\phi_i(\tau) = \omega_i \tau$, z obrnitvijo zunanjega magnetnega polja pa bi obrnil magnetni moment in po 2τ bi bil magnetni moment zopet poravnан z y' -osjo, toda to v praksi ni izvedljivo. Namesto tega uporabimo sunek π , ki magnetni moment obrne okoli osi x' : $\phi_i(\tau) \rightarrow \pi - \phi_i(\tau)$ in ohrani smer precesije, dobimo pa želeno orientacijo: $\phi_i(2\tau) = \pi$. Tako se lahko z zaporednim sinkoma $\pi/2$ in π znebimo razpršenosti zaradi nehomogenosti, efekt nortanjih polj pa ostane. Merimo spinski odmev, katerega amplituda pada kot $\exp(-\tau/T_2)$. Obračanje smeri precesije je ekvivalentno časovno obrnjenu razpadu. Širina spinskega odmeva je zato $2T_2^*$.



Skica 1: Poravnavanje in velikost magnetizacije po sunku $\pi/2$.

2 Priporočki

- Elektromagnet z napajalnikom,

- stojalo za vzorce s tuljavami,
- krmilnik,
- osciloskop,
- vzorci vodovodne vode in vode z ioni.

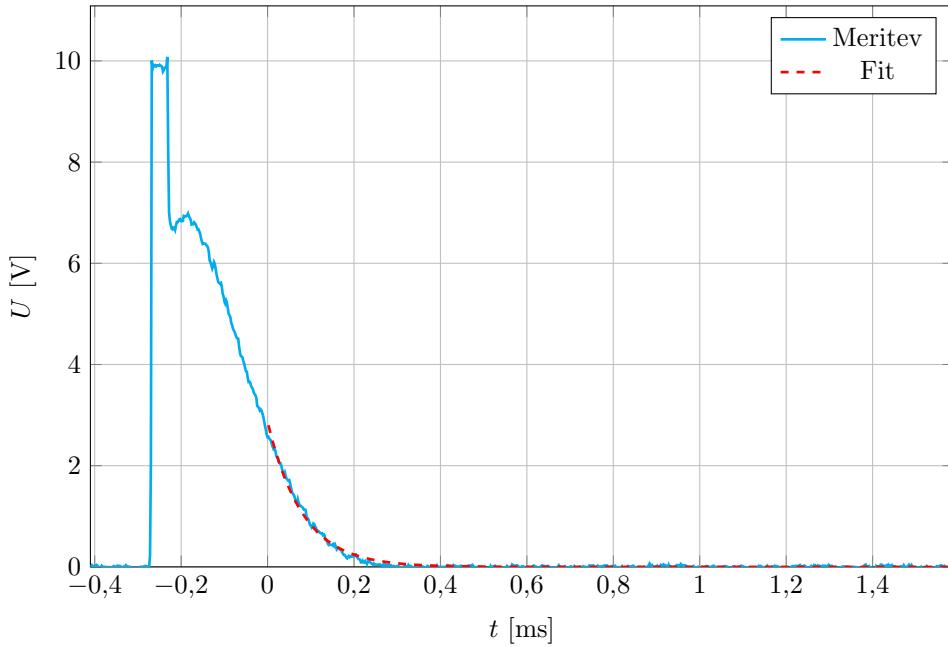
3 Naloga

1. Za vzorec vode s primešanimi paramagnetnimi ioni poišči signal proste precesije po sunku $\pi/2$ in signal spinskega odmva po zaporedju sunkov $\pi/2$ in π . Z opazovanjem šitine signala proste precesije in signala spinskega odmova poišči takšno lego sonde, da bo magnetno polje v področju vzorca čim bolj homogeno. Iz obeh širin izračunaj T_2^* in oceni nehomogenost magnetnega polja v vzorcu.
2. Z opazovanjem odvisnosti signala proste preceije med dvema sunkoma $\pi/2$ določi relaksacijski čas T_1 za vzorec vode s primešanimi paramagnetnimi ioni in za vzorec vodovodne vode.
3. Za vodo s primešanimi paramagnetnimi ioni poišči odvisnost višine signala spinskega odmova od presledka τ med sunkoma $\pi/2$ in π ter določi spinsko-spinski relaksacijski čas (T_2).

4 Metodologija

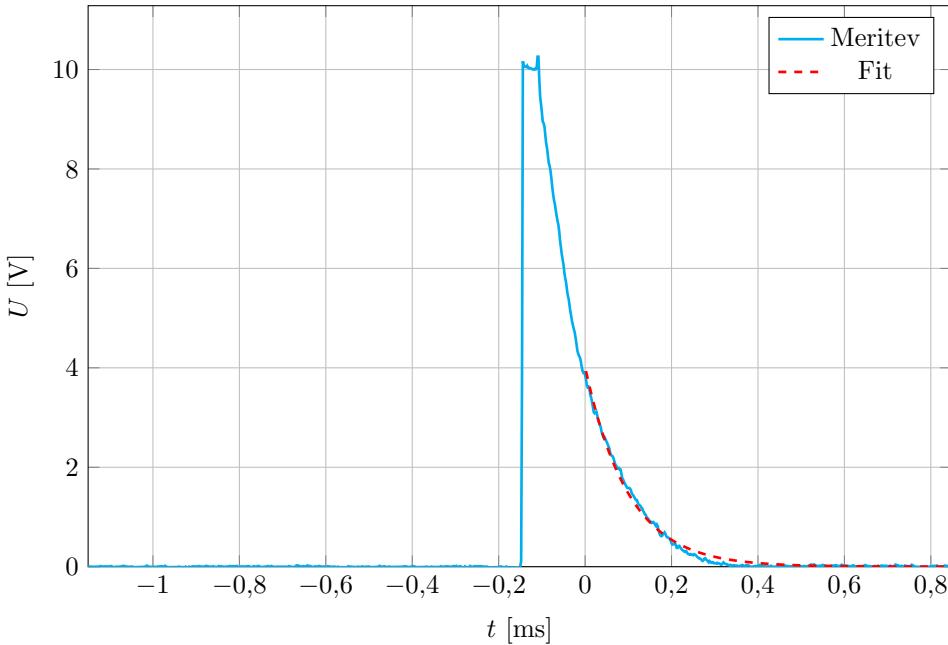
Vklopimo hlajenje elektromagneta, v merilno glavo vstavimo vzorec ionov in v načinu FID (*free induction decayen sunek $\pi/2$*) in fazne detekcije na osciloskopu gledamo signal proste precesije. Spreminjam tok skozi tuljavo, dokler ne najdemo maksimuma periode signala proste precesije (takrat se precesijksa frekvanca protonskih magnetnih momentov najbolje ujema z lastno frekvenco tuljave). Nato v načinu diodne detekcije s spremenjanjem dolžine sunka poiščemo največjo amplitudo signala proste precesije (takrat imamo res sunek, ki obrne momente za $\pi/2$). Ojačenje in filter prilagodimo tako, da dobimo ne preveč zašumljen signal znotraj meje (da zgoraj ni odrezan zaradi maksimuma). Iz pojemanja lahko določimo T_2^* . Nato prestavimo spektormeter v način spinskega odmova (SE - *spin echo*) in nastavimo še drugi sunek (najprej na $\pi/2$ daleč od prvega sunka, nato še na $\pi/2$ kmalu za prvim sunkom). T_1 določimo z drugim sunkom $\pi/2$, gledamo, kako bližina prvega sunka vpliva na amplitudo signala proste precesije po drugem (če se momenti še ne poravnajo nazaj, je amplituda po drugem sunku nižja). Z opazovanjem spinskega odmova (poravnava v stanje po prvem sunku, ki sledi zaporednima sunkoma $\pi/2$ in π) določimo še T_2 (dalj časa, kot mine med sunkoma, bolj se sistem še poravna z magnetnim poljem, saj medsebojne interakcije vplivajo na precesijo momentov). T_2^* , ki je posledica nehomogenosti polja, lahko določimo tudi s širino signala spinskega odmova. Postopek ponovimo še na vodovodni vodi, le da so tam časovne skale daljše, T_2 pa ne moremo izmeriti s to postavitvijo, saj je difuzija na teh časovnih skalah že nezanemarljiva.

5 Analiza



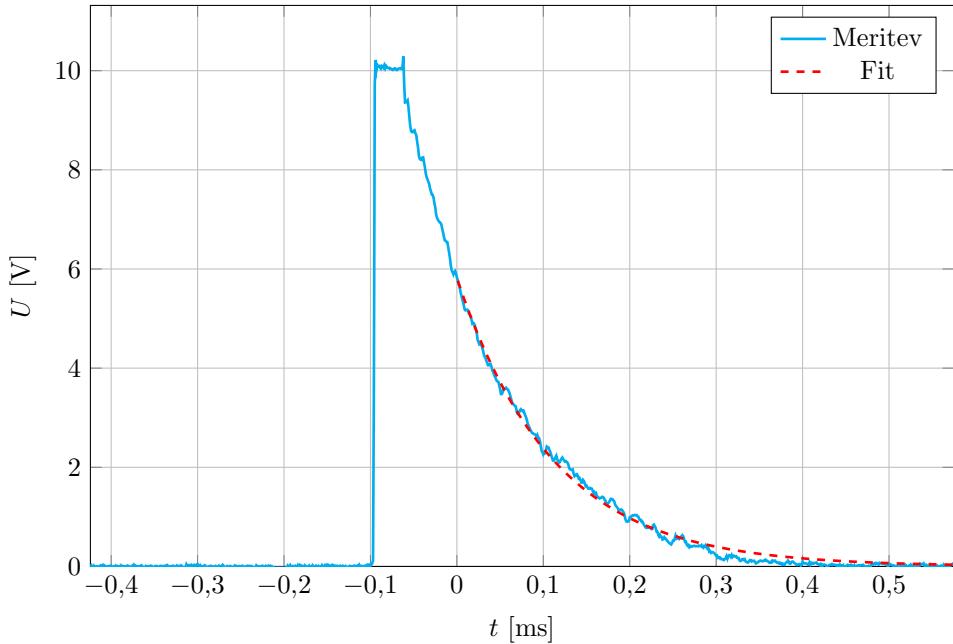
Graf 1: Signal proste precesije starih ionov.

$$U_0 = (2,870 \pm 0,012) \text{ V}, \tau = (0,0810 \pm 0,0005) \text{ ms} = T_2^*$$



Graf 2: Signal proste precesije novih ionov.

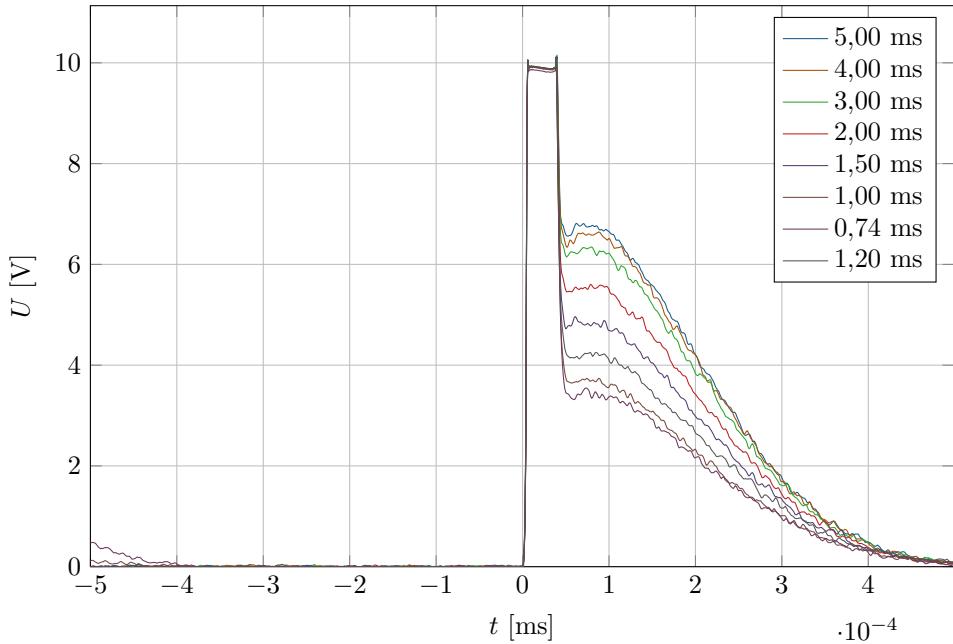
$$U_0 = (4,01 \pm 0,02) \text{ V}, \tau = (0,0998 \pm 0,0007) \text{ ms} = T_2^*$$

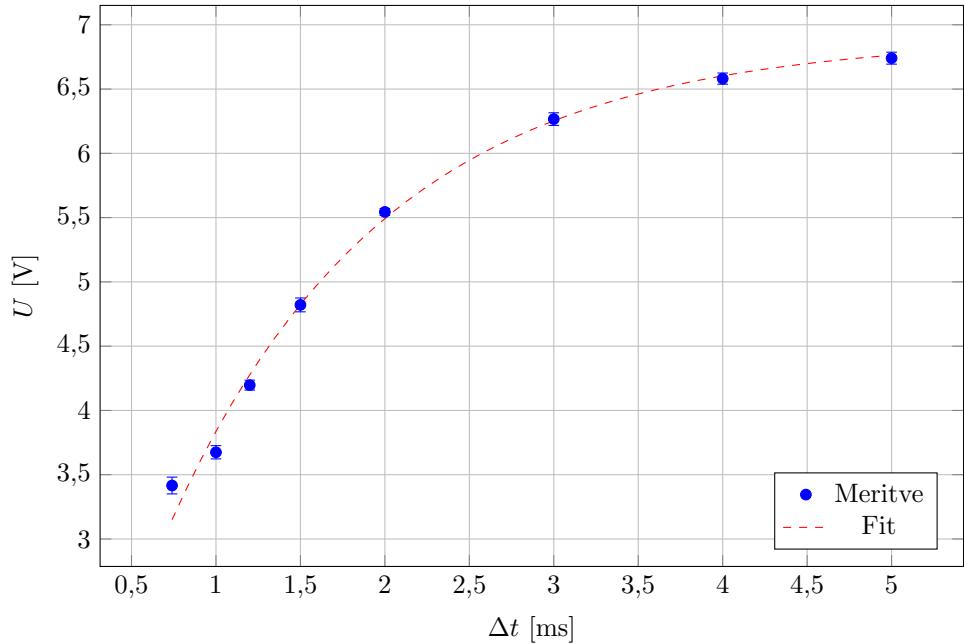


Graf 3: Signal proste precesije vodovodne vode.

$$U_0 = (5,82 \pm 0,02) \text{ V}, \tau = (0,1119 \pm 0,0006) \text{ ms} = T_2^*$$

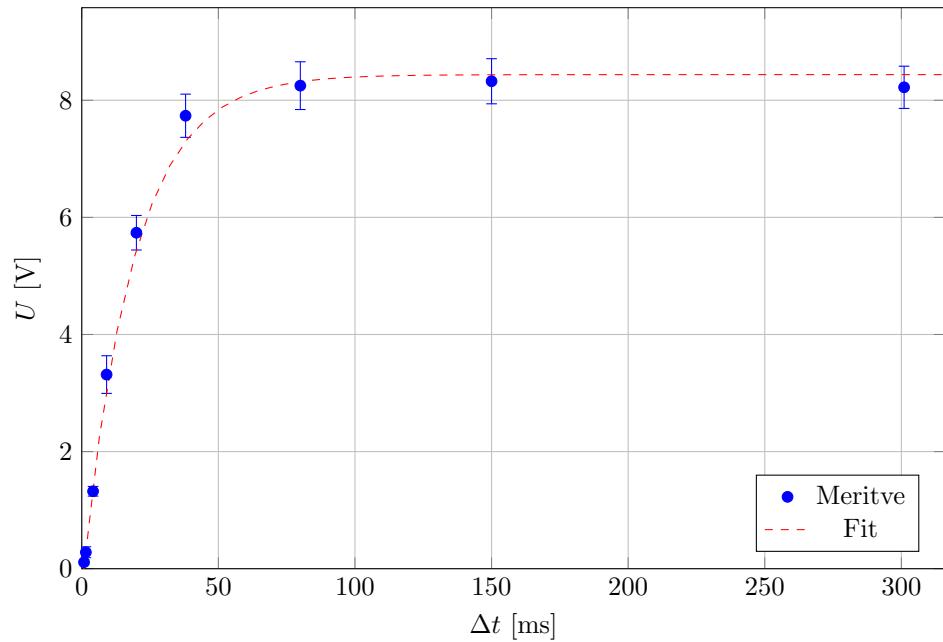
Za oceno nehomogenosti polja iz vseh treh meritev dobimo okoli (red velikosti) $\sim 5 \cdot 10^{-5} \text{ T}$.

Graf 4: Drugi sunek $\pi/2$ za stari vzorec z ioni v odvisnosti od zakasnitve med sunkoma.



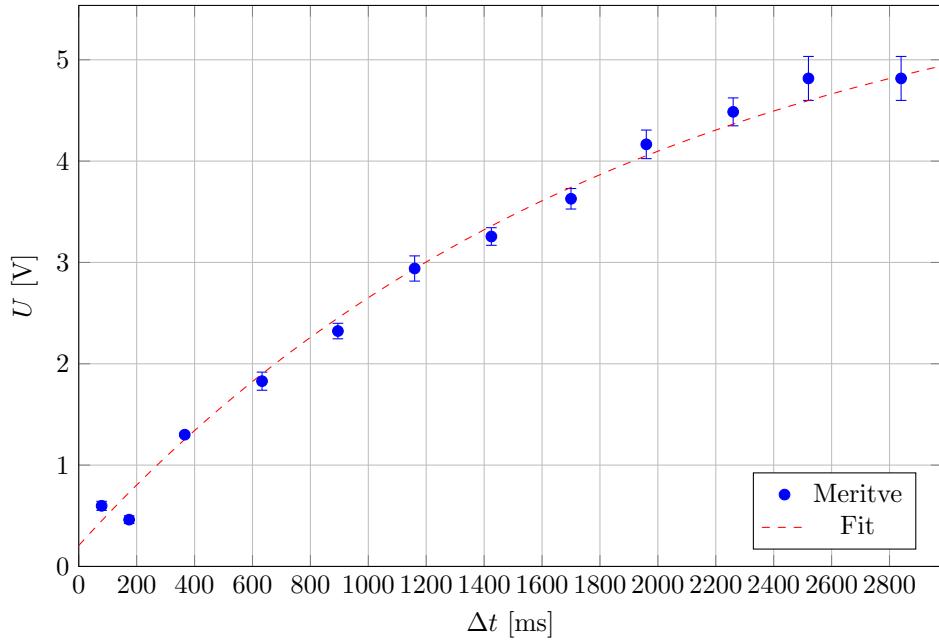
Graf 5: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka $\pi/2$ od zakasnitve med sunkoma (stari ioni).

$$U_0 = (-6,7 \pm 0,2) \text{ V}, \tau = (1,29 \pm 0,05) \text{ ms} = T_1, U(0) = (6,90 \pm 0,05) \text{ V}$$



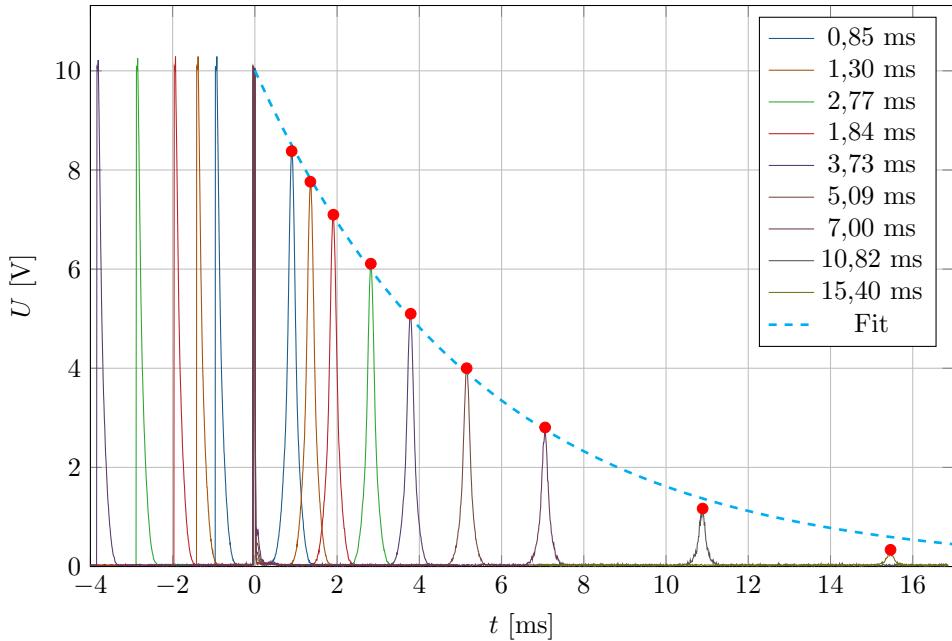
Graf 6: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka $\pi/2$ od zakasnitve med sunkoma (novi ioni).

$$U_0 = (-8,7 \pm 0,2) \text{ V}, \tau = (18,7 \pm 1,2) \text{ ms} = T_1, U(0) = (8,4 \pm 0,2) \text{ V}$$



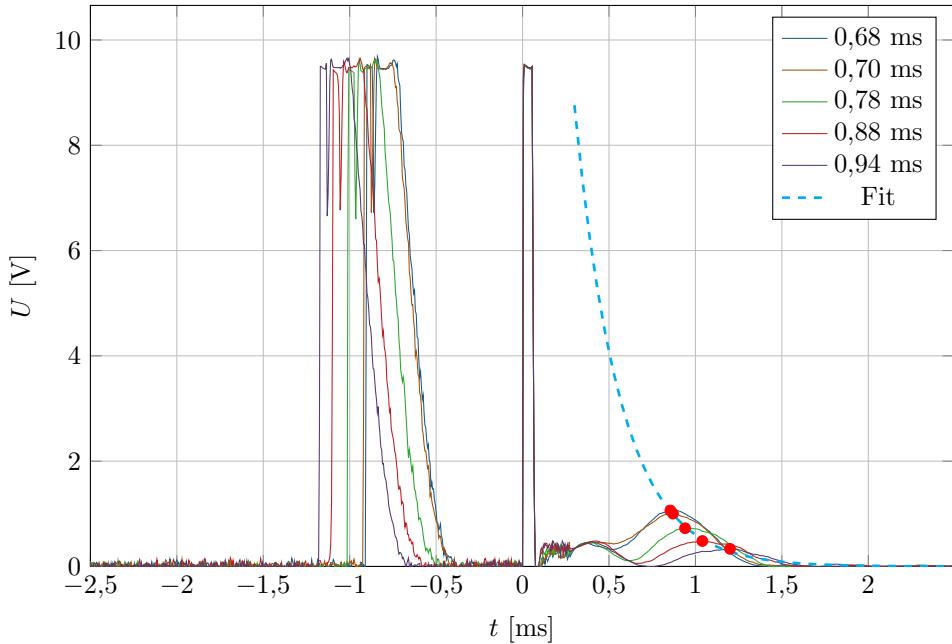
Graf 7: Odvisnost amplitude proste precesije drugega sunka $\pi/2$ od zakasnitve med sunkoma (vodovodna voda).

$$U_0 = (-6,0 \pm 0,4) \text{ V}, \tau = (1,9 \pm 0,2) \text{ s} = T_1, U(0) = (6,2 \pm 0,4) \text{ V}$$



Graf 8: Spinski odmev pri novem vzorcu ionov.

$U_0 = (10,01 \pm 0,15) \text{ V}, \tau = (5,48 \pm 0,16) \text{ ms}, T_2 = (11,0 \pm 0,3) \text{ ms}$
 Povprečna širina vrhov (FWHM): $(0,197 \pm 0,015) \text{ ms}$, od tod sledi še druga ocena $T_2^* = (0,099 \pm 0,007) \text{ ms}$.



Graf 9: Spinski odmev pri starem vzorcu ionov (za čase malo po 0,1 ms uporabimo vgrajeno glajenje savgol_filter (stopnja 3, okno dolžine 50)).

$$U_0 = (28 \pm 8) \text{ V}, \tau = (0,26 \pm 0,02) \text{ ms}, T_2 = (0,52 \pm 0,04) \text{ ms}$$

6 Rezultati

Izmerili smo relaksacijske čase vseh treh vzorcev (razen spinsko-spinskega (T_2) vodovodne vode, saj je vpliv difuzije nezanemarljiv). T_2 novega vzorca ionov smo lahko določili še s širino vrhov spinskega odmeva ($T_2^* \ll T_2$) in časa sta se zelo dobro ujemala. Ocenili smo tudi nehomogenost magnetnega polja, ki je bila reda nekaj deset μT .

Vzorec	T_1 [ms]	T_2 [ms]	T_2^* [μs]
Stari ioni	$1,29 \pm 0,05$	$0,52 \pm 0,04$	$81,0 \pm 0,5$
Novi ioni	$18,7 \pm 1,2$	$11,0 \pm 0,3$	$99,8 \pm 0,7$
Vodovodna voda	$(1,9 \pm 0,2) \cdot 10^3$		$111,9 \pm 0,6$

Tabela 1: Relaksacijski časi za vse vzorce.