

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 1. stopnja

Žan Jarc

**Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti**

Delo diplomskega seminarja

Mentorica: prof. dr. Damjana Kokol Bukovšek

Somentor: asist. dr. Aleš Toman

Ljubljana, 2021

## KAZALO

1. Uvod	4
2. Indeks Standard & Poor's 500	5
2.1. Izračun indeksa S&P 500	5
2.2. Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas	7
3. Chicago Board Option Exchange Volatility Index	8
3.1. Izračun indeksa VIX	8
3.2. Analiza gibanja indeksa VIX	11
3.3. Gibanje indeksov VIX in S&P 500	12
3.4. Terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX	14
3.5. Opcije na vrednost indeksa VIX	19

## Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

### POVZETEK

V povzetku na kratko opiši vsebinske rezultate dela. Sem ne sodi razlaga organizacije dela – v katerem poglavju/razdelku je kaj, pač pa le opis vsebine.

### Angleški naslov dela

### ABSTRACT

Prevod zgornjega povzetka v angleščino.

**Math. Subj. Class. (2010):** navedi vsaj eno klasifikacijsko oznako – dostopne so na [www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html](http://www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html)

**Ključne besede:** navedi nekaj ključnih pojmov, ki nastopajo v delu

**Keywords:** angleški prevod ključnih besed

## 1. UVOD

Finančni trg sestavljajo vrednostni papirji, katerih vrednosti se v času spreminjajo. Zaradi spreminjanja vrednosti vsak vrednostni papir ali pa portfelj papirjev ustvarja donose in izgube. Če donos ali izgubo delimo z začetno vrednostjo papirja ali portfelja, temu rečemo donosnost, ki je izražena v odstotkih in je lahko pozitivna ali negativna. Razpršenost donosnosti je lahko večja ali manjša. Standardnemu odklonu porazdelitve donosnosti rečemo volatilnost vrednostnega papirja ali portfelja.

Investitorji lahko s pomočjo informacije o volatilnosti potencialne naložbe ugotovijo kako tvegana je njihova investicija. Pri vlaganju v finančno naložbo z nizko volatilnostjo se pričakuje, da bodo donosi investicije morda nizki, vendar precej netvegani, medtem ko nam lahko investicija v finančno naložbo z visoko volatilnostjo prinese višje donose, vendar tudi večje tveganje.

Finančni instrumenti na osnovi volatilnosti so bili zasnovani, da vlagateljem ponudijo možnost, da trgujejo z razpršenostjo in s tem zavarujejo svoj portfelj pred nenadnimi nihaji. V svojem delu diplomskega seminarja se bom posvetil Chicago Board Option Exchange (CBOE) Volatility Indexu oz. indeksu VIX. Indeks VIX je bil razvit za napovedovanje pričakovane volatilnosti in se izračunava s pomočjo podatkov o nakupnih in prodajnih opcijah na ameriški indeks Standard & Poor's 500.



## 2. INDEKS STANDARD & POOR'S 500

Indeks Standard & Poor's 500 ali indeks S&P 500 je pokazatelj stanja v ameriškem gospodarstvu, ~~ki se najpogosteje uporablja~~. Prva objava indeksa je bila 4. marca 1957 s strani družbe S&P Dow Jones Indices. Pri izračunu indeksa uporabljajo 500 največjih ameriških podjetij, ki najbolj reprezentativno predstavljajo ameriško gospodarstvo (če v ameriškem gospodarstvu 20 odstotni delež predstavljajo industrijska podjetja, bodo tudi indeksove kapitalizacije predstavljala 20 odstotni delež industrijska podjetja). Vrednost indeksa se na borznih trgih pojavlja pod kratico GSPC, SPX,... Najbolj znana podjetja, ki so vključena v indeks S&P 500 so Apple, Alphabet, General Motors, Goldman Sachs,...

Ocenjuje se, da je bila decembra 2020 skupna vrednost vseh investicij, odvisnih od vrednosti indeksa, 13,5 bilijard dolarjev [vir spglobal.com].

Zaradi tako velike alokacije sredstev, so za vlagatelje zanimivi finančni instrumenti, ki bi jih obvarovali pred padcem vrednosti indeksa in posledično vseh investicij, odvisnih od vrednosti indeksa.

**2.1. Izračun indeksa S&P 500.** Indeks S&P 500 je kapitalsko utežen. To pomeni, da spremembe vrednosti delnic podjetij z višjo tržno kapitalizacijo bolj vplivajo na spremembe vrednosti indeksa, kot spremembe vrednosti delnic podjetij z nižjo tržno kapitalizacijo. Kapitalsko uteženost opazimo tudi iz formule za izračun S&P 500 indeksa.

$$\text{S\&P 500} = \sum_{i=1}^{500} \frac{P_i \cdot Q_i}{D},$$

kjer je:

- $P_i$  cena delnice  $i$ -tega podjetja.
- $Q_i$  število razpoložljivih delnic za trgovanje  $i$ -tega podjetja.

Pri izračunu indeksa uporabimo le število delnic, s katerimi se lahko prosto trguje, in ne ~~kar~~ celotne tržne kapitalizacije podjetja, saj se z določenim delom delnic podjetja ne more trgovati, ker so te vezane za nagrajevanje zaposlenih. V primeru podjetja Apple je tržna kapitalizacija podjetja približno 2.465 milijard dolarjev, medtem ko je prosta tržna kapitalizacija podjetja (angl. free-float market capitalization) približno 2.439 milijard dolarjev. ~~(podatek za dan 15. 8. 2021, [vir markets.ft.com])~~

Zaradi dveh razlogov se pri izračunu uporablja tudi deljitelj  $D$ :

- Če bi samo seštevali proste tržne kapitalizacije podjetij, bi dobili ogromno število, izraženo v dolarjih. Z deljenjem dobimo manjše število brez enot.
- Podjetje je lahko iz različnih razlogov odstranjeno iz izračuna indeksa in ga nadomesti primernejše podjetje. Deljitelj poskrbi, da zaradi takih postopkov ne prihaja do velikih sprememb indeksa, ki ne bi bile osnovane na resničnih spremembah na trgu.

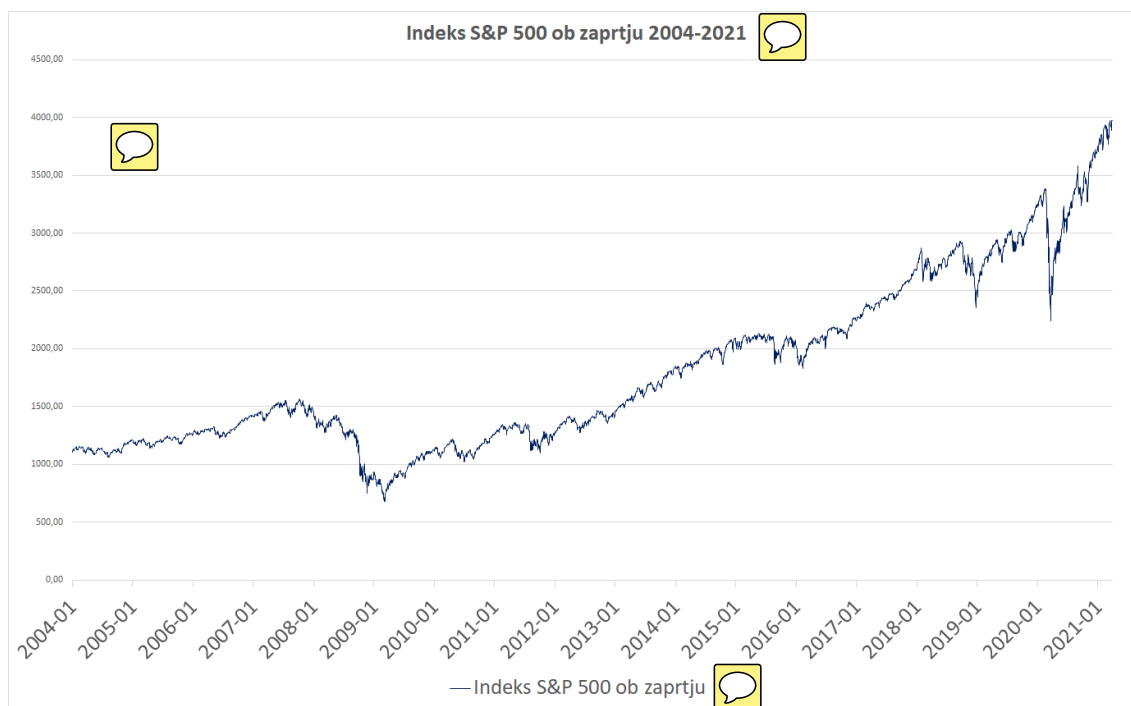
S&P Dow Jones Indices ne razkriva, kako izračunavajo deljitelj, vendar lahko podatek o vrednosti deljitelja izračunamo samostojno, če poznamo trenutno vrednost indeksa S&P 500 ter cene ~~vseh 500 delic~~ in proste tržne kapitalizacije njihovih podjetij. Vrednost deljitelja junija 2021 je bila približno 8.452 milijarde dolarjev [vir ycharts.com].

**2.2. Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas.** Na sliki 1 lahko opazimo, da je indeks S&P 500 v obdobju 2004-2020, razen redkih izjem, rasel. Opaženi so samo trije večji padci; finančna kriza leta 2008, nenadni padec indeksa pozno leta 2018 in padec indeksa marca 2020 zaradi negotovosti ob izbruhu svetovne epidemije Covid-19.

Medtem ko je bil padec leta 2018 kratkotrajen in se je vrednost indeksa vrnila nazaj na vrednosti pred padcem v nekaj mesecih in celo prvič presegla mejo 3.000, je finančna kriza leta 2008 pustila veliko dolgotrajnejše posledice, saj se je indeks vrnil na predkrizne vrednosti šele leta 2013, skoraj 5 let po zlomu finančnega sistema.

Čeprav je bil padec indeksa marca leta 2020 največji v zgodovini (vrednost indeksa S&P 500 je iz zgodovinsko najvišje vrednosti 3.380 padla za skoraj 33% na vrednost 2.290), je bil le ta, podobno kot leta 2018, kratkotrajen. Indeks je nadohnel izgubljeno vrednost v le 5 mesecih.

Pregled gibanja vrednosti indeksa v zadnjih 15 letih nakazuje, da indeks S&P 500 ni le uporaben za reprezentacijo ameriškega gospodarstva, ampak tudi predstavlja dobro dolgoročno investicijo. Direktno v indeks ne moremo investirati, lahko pa izoblikujemo portfelj delnic, ki je ekvivalenten sestavi indeksa. Kupovanje delnic 500 podjetij je drago in zamudno, zato na trgu obstajajo alternative; to so termenske pogodbe in opcije na vrednosti indeksa S&P 500.



SLIKA 1. Gibanje indeksa S&P 500 v obdobju 2004-2021, Vir: Yahoo finance



### 3. CHICAGO BOARD OPTION EXCHANGE VOLATILITY INDEX

**CBOE Volatility Index** ali indeks VIX je bil razvit leta 1993 in se s spreminjeno metodologijo iz leta 2003 uporablja še danes. Indeks prikazuje 30-dnevno pričakovano volatilitnost indeksa S&P 500 in se izračuna s pomočjo nakupih in prodajnih opcij na indeks S&P 500, ki se ne splačajo (angl. *out-of-the-money*). Da lahko indeks prikazuje res 30-dnevno pričakovano volatilitnost, za izračun vzamemo vse prej omenjene opcije, ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni.

Indeks S&P 500 s svojimi vrednostmi zelo hitro odraža stanje na trgu in je zato eden najbolj opazovanih indeksov v finančnem svetu. Zaradi svoje popularnosti, obstaja več tipov opcij na vrednost indeksa S&P 500, ki se razlikujejo po oznaki, trajanju, dnevu poravnave in multiplikatorju:

- Mesečne opcije na vrednost indeksa S&P 500. Veljajo za tradicionalne opcije in jih najdemo pod oznako SPX. Opcije se poravnajo vsak tretji petek v mesecu dopoldne (angl. *AM-settled*). Multiplikator 100 dolarjev.
- Tedenske opcije (angl. *Weeklys*) in opcije ob koncu tedna (angl. *End of Month*). Medtem ko so tedenske opcije poravnajo vsak ponedeljek, sredo in petek popoldne (angl. *PM-settled*), se opcije ob koncu meseca poravnajo popoldne zadnji dan v mesecu. Obe vrsti opcij imata multiplikator 100 dolarjev in oznako SPXW.
- Mini S&P 500 opcije (angl. *Mini-SPX Index Options*). Opcije z oznako XSP, ki se poravnajo vsak petek popoldne, z multiplikatorjem 10 dolarjev.



Vse našteje opcije so evropske in so, podobno kot večina opcij na vrednost indeksa, denarno poravnane.

**3.1. Izračun indeksa VIX.** Kot že omenjeno, se pri izračunu indeksa VIX upoštevajo vse nakupne in prodajne opcije na indeks S&P 500, ki se ne splačajo in zapadejo čez več kot 23 dni in manj kot 37 dni. Za vsako opcijo določimo njen čas zapadlosti  $T$  po formuli:



$$T = \frac{M_{\text{danasnji dan}} + M_{\text{dan poravnave}} + M_{\text{ostali dnevi}}}{\text{minute v letu}},$$

kjer je:

- $M_{\text{danasnji dan}}$  preostalo število minut do polnoči današnjega dneva.
- $M_{\text{dan poravnave}}$  je število minut od polnoči do 9:30 po vzhodnoameriškem času (angl. *US East Coast Time*) za mesečne opcije na indeks S&P 500 ali pa število minut od polnoči do 16:00 po vzhodnoameriškem času za tedenske opcije na indeks S&P 500.
- $M_{\text{ostali dnevi}}$  pa je število minut preostalih dnevov do zapadlosti posamezne opcije.

Čas do zapadlosti opcije je torej izražen kot delež leta, določen na minuto natančno.



Za vse opcije, ki zapadejo na isti dan, se izračuna za tveganje nevtralna obrestna mera  $R$ , glede na krivuljo donosa ameriških zakladnih obveznic.



Vse opcije, ki zapadejo na isti dan, uredimo po velikosti izvršilne cene  $K_i$  in poiščemo tisto opcijo, pri kateri je absolutna razlika  $|c_i - p_i|$  nakupne in prodajne premije opcije najmanjša. Z izvršilno ceno  $K$  in nakupno ter prodajno premijo izbrane opcije  $|c - p|$  lahko izračunamo terminsko vrednost indeksa, določeno na osnovi premij indeksnih opcij  $F$  (angl. forward index level derived from index option prices):

$$F = K \cdot e^{R \cdot T} \cdot (c - p)$$

Za vsak dan zapadlosti opcij določimo  $K_0$ , ki je izvršilna cena opcije, ki je prva manjša ali enaka od izračunane vrednosti  $F$  za tisti dan.

Pri izbiri prodajnih opcij, ki bodo uporabljene za izračun indeksa VIX, so primerne le tiste z izvršilno ceno manjšo od  $K_0$ . Najprej se izberemo tiste prodajne opcije, ki imajo izvršilno ceno takoj pod  $K_0$ . Nadaljujemo iskanje primernih prodajnih opcij z nižjo izvršilno ceno, ki imajo nakupno premijo večjo od 0. Ko se pri iskanju pojavita dve zaporedni opciji z nakupno premijo enako nič, se iskanje konča in nobena prodajna opcija z nižjo izvršilno ceno ni vključena za izračun indeksa.

Podoben postopek se opravi tudi za iskanje primernih nakupnih opcij, le da se pri tem iskanju upošteva le opcije z izvršilno ceno večjo od  $K_0$ . V izračun se vključijo najprej tiste nakupne opcije, ki imajo izvršilno ceno takoj nad  $K_0$  in nato še vse ostalo z višjo izvršilno ceno in nakupno premijo večje od 0. Kot pri izbiri prodajnih opcij, se iskanje nakupnih opcij za izračun indeksa konča, ko se pri razvrščanju naleti na dve zaporedni nakupni opciji z nakupno premijo enako 0.

S tem postopkom so izbrane vse prodajne in nakupne opcije, ki bodo upoštevane pri izračunu indeksa VIX.

Za  $i$ -to opcijo določimo  $K_i$  kot izvršilno ceno izbrane opcije in  $\Delta K_i$  kot:

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$$

ter  $Q(K_i)$  kot povprečje nakupne in prodajne premije  $i$ -te opcije.

Z izračunanimi vrednostmi za vsak dan izračunamo:

$$\sigma_j^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left( \frac{F}{K_0} - 1 \right)^2, \quad j = 23, 24, \dots, 37$$

Za končni izračun indeksa VIX moramo izračunati 30-dnevno uteženo povprečje  $\sigma_j^2$ :

$$\text{VIX} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ \sum_{j=23}^{37} T_j \sigma_j^2 |N_j - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}},$$

kjer je:

- $N_j$  število minut do zapadlosti opcije, ki zapade čez  $j$  dni,
- $N_{\text{leto}}$  število minut v letu ( $365 \cdot 1440 = 525.600$ ),
- $N_{\text{mesec}}$  število minut v mesecu ( $30 \cdot 1440 = 43.200$ ).



3.1.1. *Primer izračuna indeksa VIX na 30. marca 2021.* Da bo izračun indeksa VIX enostavnejši, so v izračunu indeksa VIX na 30. marca 2021 uporabljene le opcije, ki zapadejo na 26. aprila 2021 ali 30. aprila 2021.

Datuma zapadlosti opcij sta izbrana tako, da ena polovica opcij zapade prej kot v 30 dneh (opcije zapadejo čez 27 dni), druga polovica pa pozneje kot v 30 dneh (opcije zapadejo čez 31 dni).

Izračunana časa zapadlosti za opcije, ki zapadejo na 26. 4. 2021 ali 30. 4. 2021 sta  $T_1 = 0,004543379$  in  $T_2 = 0,004726027$ .

Pri izračunu se uporabi mesečna za tveganje nevtralna obrestna mera  $R = 0,01\%$ .

Datum zapadlosti	Izvršilna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Izvršilna vrednost	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna razlika povprečne premije nakupne in prodajne opcije
26.4.2021	60,8	61,7	3960	62,9	63,8	61,25	63,35	2,1
30.4.2021	68,5	69	3960	70,8	71,4	68,75	71,1	2,35



SLIKA 2. Tabela opcij z najmanjšo absolutno razliko povprečne premije nakupne in prodajne opcije



Kot predstavljeno na sliki 3, za vsak datum zapadlosti opcij, najdemo tisto za katero je absolutna razlika  $|c - p|$  nakupne in prodajne premije najmanjša. V primeru izračuna sta minimalni absolutni razliki  $|c_1 - p_1| = 2,1$  ter  $|c_2 - p_2| = 2,35$ .

Za vsak datum zapadlosti opcij izračunamo tudi terminsko vrednost indeksa, določeno na osnovi premij indeksnih opcij  $F$ . Za datum zapadlosti 26. april 2021 je  $F_1 = 3.957,90$ , za datum zapadlosti 30. april 2021 pa je  $F_2 = 3.957,65$ . S tem določimo tudi  $K_0$  za oba datuma zapadlosti,  $K_{0,1} = K_{0,2} = 3.955$ . V izračun bodo vključene vse nakupne opcije z večjo ali enako izvršilno ceno od 3.955 in nakupno premijo večjo od 0 ter vse prodajne opcije z nižjo ali enako izvršilno ceno od 3.955 in nakupno premijo večjo od 0.


$\sigma_1^2 = 0,0569863$  znaša doprinos nakupnih in prodajnih opcij, ki zapadejo 26. april 2021 in  $\sigma_2^2 = 0,695247$  znaša doprinos nakupnih in prodajnih opcij, ki zapadejo 30. april 2021.

Ob ustrezni 30-dnevni utežitvi povprečij  $\sigma_1^2$  in  $\sigma_2^2$  znaša izračunana vrednost indeksa VIX na dan 30. marca 2021:

$$VIX \approx 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ T_1 \sigma_1^2 |N_{27} - N_{meseč}| + T_2 \sigma_2^2 |N_{31} - N_{meseč}| \right\}} \cdot \frac{N_{leto}}{N_{meseč}} = 19,77.$$

Kljub temu, da so bile pri izračunu indeksa VIX uporabljene le opcije z datumom zapadlosti 26. in 30. april 2021, je izračunana vrednost zelo dober približek dejanski vrednosti indeksa VIX, ki je na dan 30. marec 2021 ob zaprtju znašal 19,40.


**3.2. Analiza gibanja indeksa VIX.** Vlagatelj za pravilno interpretacijo dnevne vrednosti indeksa VIX potrebuje pretekle vrednosti indeksa, ki mu omogočijo oceniti, ali je dnevna vrednost indeksa visoka/nizka in kakšne vrednosti indeksa VIX lahko pričakuje v prihodnosti.

 **sliki 3** so prikazani intervali vrednosti indeksa VIX, za vsa leta med obdobjem od 2004 do 2021, razdeljeni po percentilih (za 100. percentil privzamemo maksimum vrednosti indeksa v opazovanem obdobju).

Če so bile razlike med 5. in 100. percentilom vse do leta 2008 majhne (v letu 2004 je indeks dosegel svoj maksimum pri vrednosti 21,58 in je bil le za 8,95 višji od vrednosti 5. percentila), je indeks VIX v času gospodarske krize dosegel tudi do tedaj zgodovinski vrh, 80,86. Dolgotrajnemu obdobju nizke volatilitet indeksa je sledilo kratkotrajno obdobje visoke volatilitet.

Intervali vrednosti indeksa VIX so se po letu 2008 postopoma ožali. V letu 2017 je bila najvišja vrednost indeksa 16,04, medtem ko je bila vrednost 5. percentila 9,52.


Podobno kot pred gospodarsko krizo leta 2008, je bilo pred letom 2020 obdobje nizke volatilitet indeksa. Zaradi strahu na finančnem trgu ob začetku epidemije Covid-19 v letu 2020, se je vrednost indeksa VIX v mesecu marcu dvignila vse do 82,69 in s tem presegla zgodovinski vrh vrednosti indeksa v letu 2008.

V letu 2020 se je tudi realizirala najvišja razlika med 5. in 100. percentilom vrednosti indeksa VIX, ki je znašala 69,08. 

Obdobje analize	Število opazovanj	5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%	100%
Jan 2004 - Mar 2021	4.339	10,88	11,63	13,13	16	21,72	28,67	36,53	82,69
2004	252	12,63	13,05	14,29	15,33	16,55	18,14	18,98	21,58
2005	252	10,76	11,09	11,67	12,52	13,65	14,86	15,65	17,74
2006	251	10,52	10,78	11,35	12	13,65	16,25	17,76	23,81
2007	251	10,34	10,99	13,12	16,43	21,68	25,27	26,52	31,09
<b>2008</b>	<b>253</b>	<b>18,48</b>	<b>19,64</b>	<b>21,56</b>	<b>25,1</b>	<b>40,82</b>	<b>61,22</b>	<b>68,01</b>	<b>80,86</b>
2009	252	21,04	21,97	24,27	28,57	39,54	45,51	47,88	56,65
2010	252	16,45	17,26	18,31	21,72	25,33	29,67	33,87	45,79
2011	252	15,8	16,04	17,4	20,72	31,57	36,25	39,28	48
2012	250	14,36	15,03	15,73	17,52	19,05	21,53	22,4	26,66
2013	252	12,3	12,52	12,98	13,75	14,99	16,71	17,52	20,49
2014	252	11,31	11,64	12,33	13,67	15,12	17,27	19,62	25,27
2015	252	12,35	12,74	13,77	15,32	18,36	22,51	26,06	40,74
2016	252	11,74	12,08	13,1	14,31	17,46	22,33	25,07	28,14
2017	251	9,52	9,72	10,09	10,85	11,66	12,73	14,32	16,04
2018	251	11,06	11,76	12,64	15,49	19,91	23,35	25,59	37,32
2019	252	12,29	12,6	13,23	14,87	16,9	19,26	20,37	25,45
<b>2020</b>	<b>253</b>	<b>13,61</b>	<b>15,3</b>	<b>22,54</b>	<b>26,7</b>	<b>33,17</b>	<b>42,8</b>	<b>57,31</b>	<b>82,69</b>
2021*	59	19,23	19,97	21,25	22,37	24,34	28,57	30,24	37,21


\* podatki do 31. marca 2021

SLIKA 3. Vrednosti indeksa VIX za obdobje 2004 - 2021, vir: Yahoo finance

3.3. Gibanje indeksov VIX in S&P 500. Če z grafom primerjamo časovni vrsti vrednosti indeksa S&P 500 in indeksa VIX,  opazimo, da bo v času rasti indeksa S&P 500 volatilnost nizka, v času padca pa visoka. Podobno hitro opazimo, če primerjamo vrednosti indeksov VIX in S&P 500.


Kljub temu, se lahko na finančnem trgu realizira obdobje, ko so dnevne spremembe obeh indeksov pozitivne, ki pa ne traja več kot nekaj dni (najdaljše zaporedje dni, ko so bile dnevne spremembe obeh indeksov pozitivne, je trajalo le 3 dni med 6. in 8. junijem 2016). V obdobju pozitivnih dnevnih sprememb obeh indeksov investorju pričakujejo povišano volatilnost vrednosti indeksa S&P 500 v prihodnosti, čeprav se trenutna vrednost indeksa viša.

Iz  slike 4 sta tudi razvidni dve lastnosti gibanja vrednosti indeksa VIX:

- Porazdelitev vrednosti indeksa VIX so pozitivne ukrivljene (angl. *positively skewed*). Vrednost indeksa se le v malo primerih poveča, a v teh primerih je rast vrednosti visoka, medtem ko so padci indeksa veliko bolj pogosti, so pa zato padci manjši. Vrednosti indeksa se v času nepogostih rasti povečujejo zelo hitro, v pogostejših časih padanja vrednosti, pa so padci majhni.
- Vrednosti indeksa VIX se po vsakem dvigu/padcu normalizirajo. Pravimo, da je  anje vrednosti indeksa *mean-reverting*.

Rhoads v svojem delu *Trading VIX Derivates* iz leta 2011 predlaga sledečo formulo za izračun predvidene 30 dnevne spremembe indeksa S&P 500 glede na dnevno vrednost indeksa VIX:

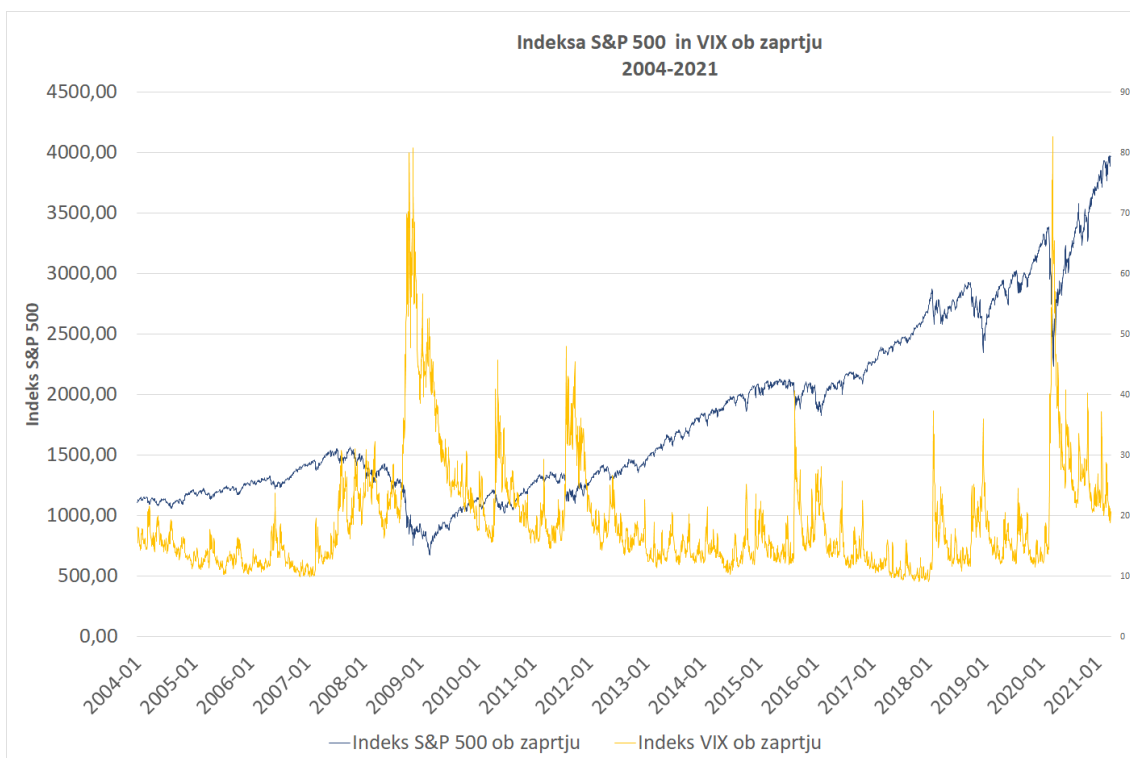
$$\Delta\%S\&P\ 500 = \frac{VIX}{\sqrt{12}}$$

Z dnevno vrednostjo indeksa VIX npr. 25, lahko pričakujemo, da se bo čez 30 dni, vrednost indeksa S&P 500 spremenila za  $\frac{25}{\sqrt{12}} = 7,21\%$ . 

Kot je nazorno razvidno iz slike 5 so dnevne spremembe indeksov negativno korelirane. Negativno korelacijo je dokazal že Whaley v svojem članku leta 2009 (*Understanding the VIX*). Še več, Whaley je dokazal, da je negativna korelacija med dnevnimi spremembami indeksov bolj izrazita v primeru, ko je dnevna sprememba indeksa S&P 500 negativna.

Negativna korelacija je najbolj opazna v času finančne krize 2008, ko je vrednost indeksa S&P 500 padla iz 1.565,15 oktobra 2008 na 676,53 točke marca 2009, medtem ko je VIX v istem časovnem okvirju zrasel iz 16,12 na 49,68 točke (celo dosegal vrednosti vse do 80,86 točk novembra 2009).

Vrednosti indeksa VIX v času rasti indeksa S&P 500 (angl. *bull market*) ostajajo nizke, saj vlagatelji ne bodo pretirano investirali v nakupne opcije na vrednost indeksa S&P 500, ampak pogosteje v delnice ali investicijske sklade. V obdobju padca vrednosti indeksa S&P 500 (angl. *bear market*), se zelo močno poveča povpraševanje za nakup prodajnih opcij, posledično premije za nakup prodajnih opcij postanejo dražje in vrednost indeksa VIX se zviša.

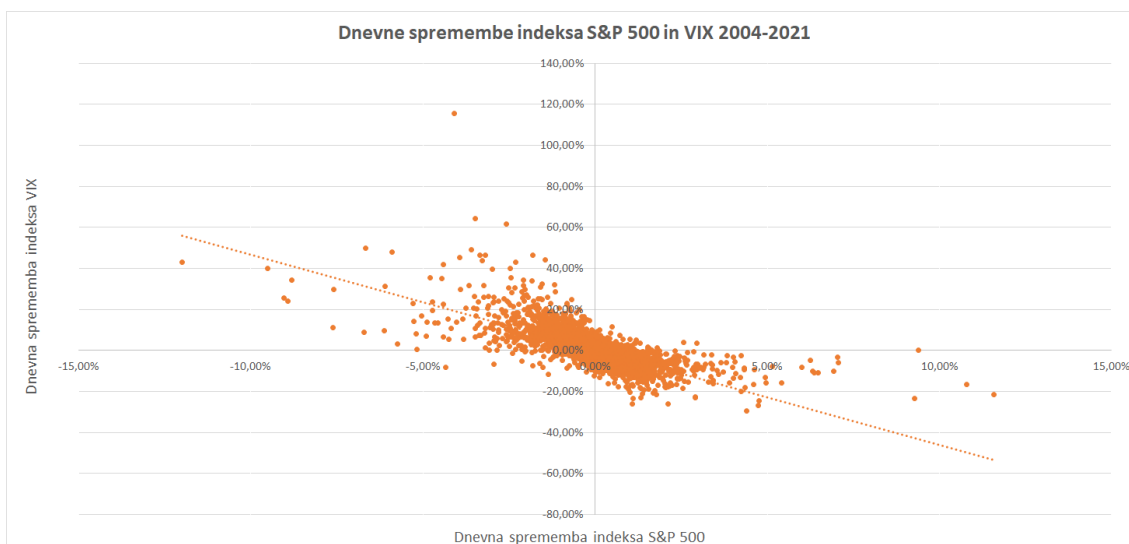


SLIKA 4. **Indeksa** VIX in S&P 500 v obdobju 2004-2021, vir: Yahoo finance

Z vlaganjem v vrednosti indeksa VIX, se lahko investor zavaruje pred nenadnim padcem vrednosti indeksa S&P 500 in celotnega ameriškega in svetovnega gospodarstva, vendar direktne investicije v indeks VIX niso možne, saj je le indeks, izračunan s pomočjo opcij na vrednost indeksa S&P 500, ki se ne **izplačajo**.

Medtem ko je v praksi ~~cele~~ mogoče upravljati portfelj delnic, ki zelo natančno **replicira** donos indeksa S&P 500 (nekateri investicijski skladi počnejo ravno to), je to za indeks VIX tudi v teoriji nemogoče.

Zato obstajajo različni finančni instrumenti, katerih izplačila so odvisna od vrednosti indeksa VIX, **terminski posli** na vrednost indeksa VIX in opcije na vrednost indeksa VIX, investitorji pa lahko tudi vlagajo **investicijske sklade volatilnosti** (angl. **exchange-traded funds ETF**).



SLIKA 5. Korelacija dnevnih sprememb indeksov VIX in S&P 500 v obdobju 2004-2021, vir: Yahoo finance

**3.4. Terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX.** ~~VIX~~ terminske pogodbe (angl. *VIX futures*) so bile prvič predstavljene leta 2004 in jih lahko najdemo pod oznako VX (mesečne terminske pogodbe) in VX01 do VX53 (tedenske terminski pogodbe).

Izračitvene vrednosti terminske pogodbe z bližanjem ročnosti konvergirajo k vrednosti VIX. Zaradi tega so kratkoročne terminske pogodbe veliko bolj občutljive na spremembe vrednosti indeksa VIX, kot pa tiste z daljšo ročnostjo. Pogodbe z daljšo ročnostjo imajo tudi višjo izračitveno vrednost kot pa tiste s krajšo ročnostjo.



Mesečne terminske pogodbe imajo ročnost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadajo opcije na vrednost indeksa S&P 500. VIX terminske pogodbe so denarno poravnane z multiplikatorjem 1000 dolarjev, vendar se ob ~~zapadlosti~~ ne poravnajo z vrednostjo indeksa VIX na dan poravnave temveč z ~~dnevno~~ vrednostjo indeksa Cboe Volatility index settlement - VRO, ki je ~~SOQ (Special Opening Quotation)~~ za poravnavo VIX terminskih pogodb.

Medtem ko se za izračun indeksa VIX uporabijo opcije na vrednost indeksa S&P 500, ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni, se za izračun vrednosti indeksa VRO uporabijo le opcije, ki zapadejo čez 30 dni. Prav tako CBOE s svojim internim modelom določi interval izvršilnih cen nakupnih in prodajnih opcij, ki bodo uporabljeni v izračunu vrednosti indeksa (objavljeni je le seznam opcij, vključen v izračun indeksa VRO). Če se za izračun vrednosti indeksa VIX ne uporabljajo opcije z nakupno premijo 0, so ~~lahko~~ pri izračunu vrednosti indeksa VRO omenjene opcije uporabljene.

Še ena razlika med izračunom vrednosti indeksa VIX in indeksa VRO je, da se za izračun indeksa VIX uporabi povprečje ~~nakupne in prodajne~~ premije posamezne opcije, medtem ko se za izračun vrednosti indeksa VRO uporabi vrednosti premij ob začetku ~~trgovanja~~ (angl. *opening trading price*) opcij.



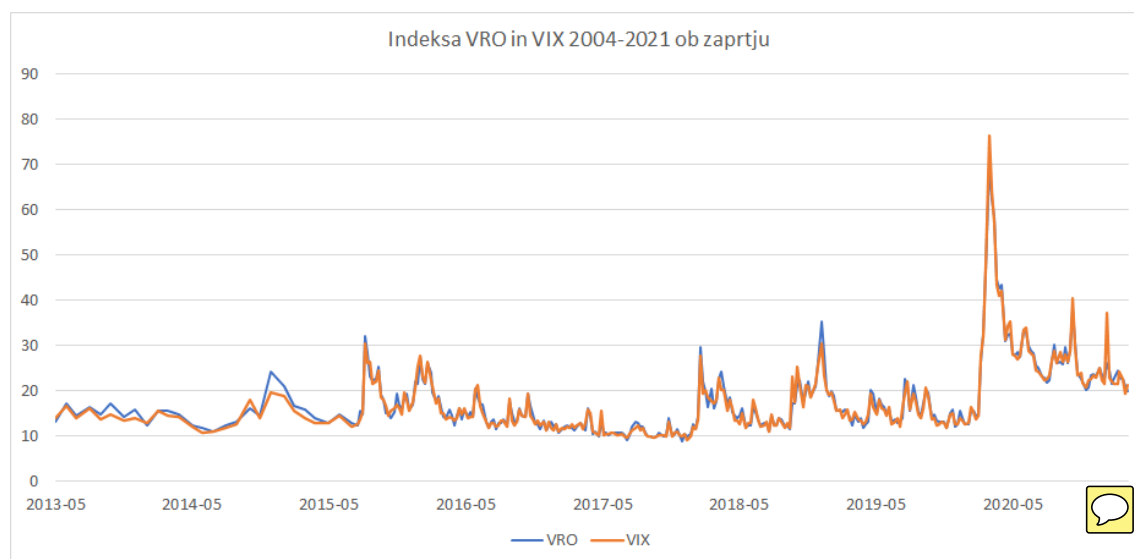
V večini primerov je situacija na trgu stabilna in posledično je indeks VIX nizek in vrednosti terminske pogodbe so višje od trenutne vrednosti VIX. Take situacije na trgu se imenujejo *contango*. Če investitor meni, da bo prišlo do spremembe na trgu in s tem dviga vrednosti VIX, sklene dolgo pozicijo v terminski pogodbi. V primeru, da res pride do negotovosti na trgu in se vrednost indeksa VIX poveča, bo imel investitor dobiček, v nasprotnem primeru pa izgubo.

V primeru, da je trg nestabilen in s tem vrednost indeksa VIX visoka, pa so izvršilne vrednosti terminskega posla nižje od vrednosti indeksa VIX. Tako stanje se imenujejo *backwardation*.

Zaradi razlik v izračunu vrednosti indeksov VIX in VRO, se lahko na dan poravnave terminske pogodbe vrednosti indeksa VIX indeksa VRO razlikujeta, s tem pa tudi izračun vrednosti po kateri se poravna terminska pogodba.

Opisan dogodek se je zgodil tudi v 18. maja 2011, o katerem je bil, zaradi svoje nenavadnosti, tudi napisan članek v Financial Times z naslovom *VIX settlement weirdness*. Nenavadno je bilo to, da je bila vrednost indeksa VIX ob odprtju 17,56, najvišja dnevna vrednost pa 17,68, terminske pogodbe pa so poravnale ob vrednosti 18,02.

Vrednosti indeksov VIX in VRO za obdobje od leta 2013 do 2021 so prikazane na sliki 6. Vrednosti indeksov sta večino časa enaka, z izjemo nekaterih krajših obdobj. Največja razlika je bila v 14. decembra 2014, ko je bila vrednost indeksa VRO 24,09 in vrednost indeksa VIX 19,44.



SLIKA 6. Gibanje vrednosti indeksov VRO in VIX, vir: CBOE

Takšna negotovost za vlagatelja predstavlja dodaten riziko njegove investicije. Prav zaradi se večina vlagateljev svoje terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX dan pred zapadlostjo proda in kupi terminsko pogodbo s kasnejšim datumom zapadlosti (angl. *futures roll*).

Ker je so terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX večino časa v *contango*, je vrednost terminske pogodbe s krajšo ročnostjo nižja kot pa vrednost terminskih pogodb z daljšo ročnostjo. S tem ko vlagatelj dan pred zapadlostjo terminske pogodbe

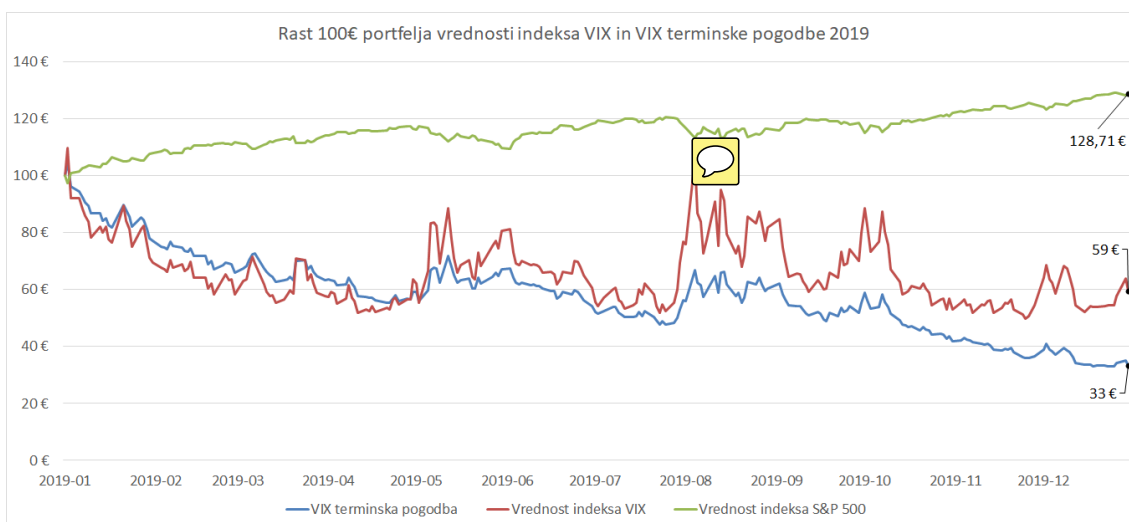


naredi *roll*, s prodajo stare in nakupom nove terminske pogodbe naredi dodaten strošek ~~svoje pozicije~~. Omenjen strošek se imenuje *cost of carry*, ki ga mora vlagatelj plačevati, če želi ohranjati svojo dolgo pozicijo.

Zaradi dodatnega stroška ohranjanja pozicije, je dolgoročno vlaganje v vrednost indeksa VIX neprofitabilno.

Neprofitabilnost dolgoročnega vlaganja v vrednost indeksa VIX ponazarja slika 7 na kateri je predstavljeno gibanje portfeljev indeksa VIX, ~~VIX~~ terminske pogodbe in indeksa S&P 500 v letu 2019. Portfelja indeksov VIX in S&P 500 sta teoretična, ~~medtem ko~~ za vrednost VIX terminske pogodbe privzamemo izračitvene vrednosti VIX terminskih pogodb s konstantnim datumom zapadlosti 1 mesec (vsak dan s prodajo deleža VIX terminske pogodbe, ki zapade v najbližjem mesecu in z nakupom deleža VIX terminske pogodbe, ki zapade čez 2 meseca ohranjamo konstantni datum zapadlosti).

V letu 2019 ni bilo nobenih volatilnih šokov na finančnih trgih, zato bi se nam ob investiciji 100 evrov v VIX terminske pogodbe ob začetku leta, realizira 67 odstotna letna izguba. V primeru investicije v indeks S&P 500 bi imeli ob koncu leta 2019 28,7 odstotni dobiček.



SLIKA 7. Gibanje vrednosti 100 evrskega portfelja VIX v letu 2019, vir: S&P Dow Jones Indices

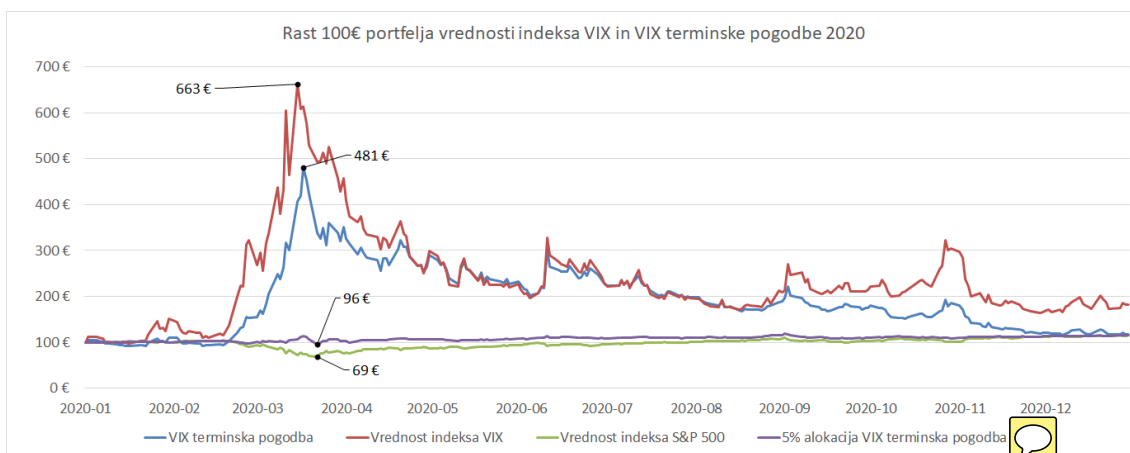
Ob pregledu podobne teoretične investicije ob začetku letu 2020, prikazane na sliki 8, bi se lahko investicija v VIX terminsko pogodbo povrnila z 381 odstotnim dobičkom, če bi svoj položaj prodali v sredini meseca marca, ko je indeks S&P 500 padel za 31 odstotkov, glede na vrednost ob začetku leta. Dogajanje v letu 2020 je zelo nazoren primer, kako bi lahko z investicijo v finančni instrument, katerega izplačilo je odvisno od vrednosti indeksa VIX, zaščitili vrednost svojega portfelja, ki je odvisen od vrednosti indeksa S&P 500.

Veliko bolj realno, kot investicija 100 evrov v VIX terminsko pogodbo in v indeks S&P 500, bi bila le 10 odstotna alokacija vrednosti investicije v VIX terminsko pogodbo. 90 evrov investicije v vrednost indeksa S&P 500 in 10 evrov investicije v VIX terminsko pogodbo, bi dvig vrednosti alokacije v VIX terminsko pogodbo nadomestil padec vrednosti portfelja zaradi padca vrednosti indeksa S&P 500 v mesecu





marcu, strošek dolge pozicije izpostavljenosti na vrednost indeksa VIX preko terminske pogodbe pa bi nadomestil dvig vrednosti indeksa S&P 500 v času okrevanja gospodarstva in obdobju nizke volatilnosti.

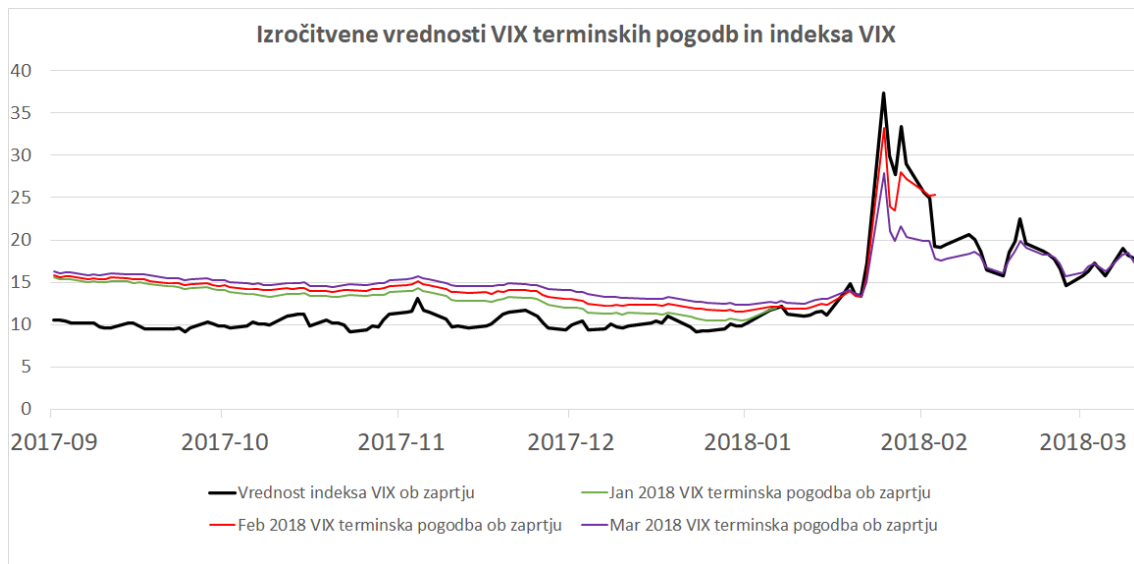


SLIKA 8. Gibanje vrednosti 100 evrskega portfelja VIX v letu 2020,  
vir: S&P Dow Jones Indices





Na sliki 9 je ~~nazorno~~ prikazano obdobje, ko so bile izročitvene vrednosti terminskih pogodb vse do februarja 2018 višje od trenutne vrednosti indeksa VIX. To je *contango*. S padcem trga pa je vrednost indeksa VIX narasla in **stanje na trgu** je prešlo v *backwardation*. Če primerjamo terminski pogodbi za februar in marec 2018, opazimo, da je bila izročitvena vrednost marčevske pogodbe do začetka februarja višja od februararske terminske pogodbe, po šoku na trgu pa je vrednost februararske terminske pogodbe višja in je bila tudi bolj občutljiva na spremembe vrednosti indeksa VIX kot pa marčevska.



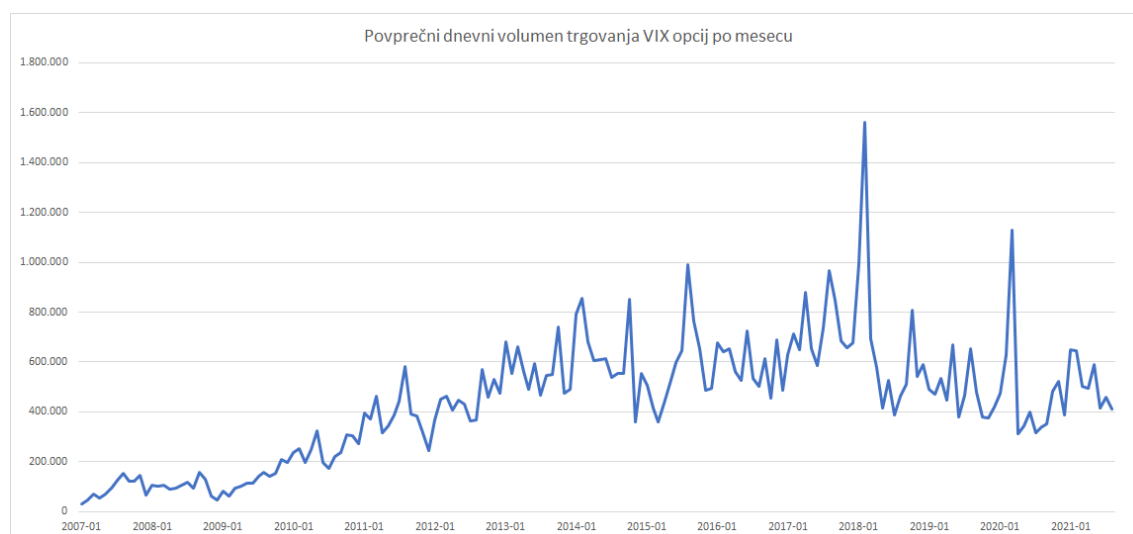
SLIKA 9. Gibanje izročitvenih vrednosti VIX mesečnih terminskih pogodb in vrednosti indeksa VIX, vir: Yahoo finance

**3.5. Opcije na vrednost indeksa VIX.** VIX opcije (angl. *VIX options*) so bile prvič na voljo leta 2006 in jih najdemo pod kratico VIX. Opcije so evropske in imajo podobno kot terminske pogodbe, ročnost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadejo opcije na vrednost indeksa S&P 500. Medtem, ko je multiplikator za terminsko pogodbo 1.000 dolarjev, je multiplikator pri VIX opcijah 100 dolarjev. Z letom 2009 so bile na trg tudi prvič ponujene tedenske VIX opcije. Uveljavila sta se izraza VIX opcije za tradicionalne, mesečne opcije na vrednost indeksa VIX in VIX tedenske opcije za tedenske opcije na vrednost indeksa VIX.

Medtem, ko so vrednosti VIX terminskih pogodb neposredno vezane na vrednost indeksa VIX, pa so VIX opcije vezane na vrednost terminske pogodbe z enako ročnostjo. Podobno kot pri terminskih pogodbah se z sklenitvijo nakupne VIX opcije zavarujemo pred šokom na finančnem trgu.

Na sliki 10 so predstavljeni povprečni dnevni volumni trgovanja z opcijami na vrednost indeksa VIX na mesec za obdobje od leta 2007 do leta 2021. Ker so bile VIX opcije prvič na voljo šele leta 2006, še niso bile uporabljene v masovnem številu v času gospodarske krize 2008. Vseeno se je povprečje dnevnega volumna trgovanja VIX opcij povečevalo in doseglo svoj vrh v času povišane volatilnosti na trgu februarja 2018.

Po letu 2018 se je volumen trgovanja zmanjšal vse do marca leta 2020, ko so vlagatelji zaradi negotovosti ob začetku epidemije Covid-19 "pograbili" po VIX opcijah.



SLIKA 10. Povprečni dnevni volumen trgovanja VIX opcij na mesec, vir: CBOE