

Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

Žan Jarc

Mentorica: prof. dr. Damjana Kokol Bukovšek

Somentor: dr. Aleš Toman

Fakulteta za matematiko in fiziko

24. marec 2020

Vsebina predstavitve:

- Volatilnost trga
- Indeks Standard & Poor's 500
- Indeks VIX
- VIX terminski posli (futures) in VIX opcije (options)
 - VIX terminski posli
 - VIX opcije

Volatilnost trga (1)

- **Finančni trg** sestavljajo vrednostni papirji, katerih vrednosti se v času spreminjajo.
- Zaradi spreminjanja vrednosti vsak vrednostni papir ali pa portfelj papirjev ustvarja donose in izgube.
- Če donos ali izgubo delimo z začetno vrednostjo papirja ali portfelja, temu rečemo **donosnost**, ki je izražena v odstotkih in je lahko pozitivna ali negativna.
- Razpršenost donosnosti je lahko večja ali manjša. Standardnemu odklonu porazdelitve donosnosti rečemo **volatilnost**.

- Investitorji lahko s pomočjo informacije o volatilnosti potencialne naložbe ugotovijo kako tvegana je njihova investicija.
- Pri vlaganju v finančno naložbo z nizko volatilnostjo se pričakuje, da bodo donosi investicije morda nizki, vendar precej netvegani, medtem ko nam lahko investicija v finančno naložbo z visoko volatilnostjo prinese višje donose, vendar tudi večje tveganje.
- Finančni inštrumenti na osnovi volatilnosti so bili zasnovani, da vlagateljem ponudijo možnost, da trgujejo z razpršenostjo in s tem zavarujejo svoj portfelj pred nenadnimi nihaji.

Izračun indeksa Standard & Poor's 500

- **Indeks Standard & Poor's 500** ali indeks **S&P 500** je pokazatelj stanja na ameriškem finančnem trgu, ki se najpogosteje uporablja.
- Je kapitalizacijsko utežen indeks.

$$\text{S\&P 500} = \sum_i \frac{P_i \cdot Q_i}{D},$$

- P_i cena delnice i -tega podjetja.
- Q_i število razpoložljivih delnic za trgovanje i -tega podjetja.
- Pri izračunavi uporablja tudi deljitelj D (angl. *divisor*).

Opcije na indeks S&P 500



- Indeks **Cboe Volatility Index** ali **VIX** je bil razvit za napovedovanje pričakovane volatilnosti.
- Indeks prikazuje 30 dnevno pričakovano volatilnost nakupnih in prodajnih opcij S&P 500, ki se ne **izplačajo** (angl. *out-of-the-money*), ki se zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni.
- Odraža pričakovanje trga, kako bo trg nihal v prihodnjih 30 dneh.

Primer izračuna indeksa VIX (1)

- Izračun vrednosti indeksa VIX na dan 4. marca 2020.
- Vrednost indeksa S& 500 je bila na ta dan 3089,78, vrednost indeksa VIX pa 31,99.
- Zaradi lažje preglednosti, uporabimo za izračun le opcije na vrednost indeksa S&P 500, ki zapadejo čez 27 ali 31 dni.

Datum zapadlosti	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Izvišna cena	Prodajna opcija	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna razlika povprečne premije nakupne in prodajne opcije
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C01800000	1280	1292,2	1800	SPXW200406P01800000	0,65	0,95	1286,1	0,8	1285,3
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C01900000	1180,4	1192,6	1900	SPXW200406P01900000	0,9	1,2	1186,5	1,05	1185,45
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C01950000	1130,4	1142,6	1950	SPXW200406P01950000	1,05	1,35	1136,5	1,2	1135,3
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02000000	1080,9	1093,1	2000	SPXW200406P02000000	1,25	1,55	1087	1,4	1085,6
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02050000	1031,2	1043,5	2050	SPXW200406P02050000	1,5	1,8	1037,35	1,65	1035,7
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02100000	981,3	993,6	2100	SPXW200406P02100000	1,75	2,05	987,45	1,9	985,55
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02150000	931,7	944	2150	SPXW200406P02150000	2,1	2,4	937,85	2,25	935,6
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02200000	882,2	894,5	2200	SPXW200406P02200000	2,55	2,85	888,35	2,7	885,65
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02250000	832,8	845,1	2250	SPXW200406P02250000	3,1	3,4	838,95	3,25	835,7
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02300000	783,8	796	2300	SPXW200406P02300000	3,7	4,1	789,9	3,9	786
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02350000	734,4	746,7	2350	SPXW200406P02350000	4,5	4,9	740,55	4,7	735,85
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02400000	685,4	697,7	2400	SPXW200406P02400000	5,5	6	691,55	5,75	685,8
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02425000	660,5	672,6	2425	SPXW200406P02425000	6,1	6,6	666,55	6,35	660,2
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02450000	637	649,2	2450	SPXW200406P02450000	6,8	7,3	643,1	7,05	636,05
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02475000	612,5	624,8	2475	SPXW200406P02475000	7,5	8	618,65	7,75	610,9
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02500000	588,4	600,7	2500	SPXW200406P02500000	8,4	8,9	594,55	8,65	585,9
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02525000	564,7	575,8	2525	SPXW200406P02525000	9,3	9,9	570,25	9,6	560,65
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02550000	541,6	552,6	2550	SPXW200406P02550000	10,3	11	547,1	10,65	536,45
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02575000	518,6	527,8	2575	SPXW200406P02575000	11,5	12,2	523,2	11,85	511,35
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02600000	495,2	503,4	2600	SPXW200406P02600000	12,8	13,5	499,3	13,15	486,15
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02625000	471,8	479,8	2625	SPXW200406P02625000	14,3	15	475,8	14,65	461,15
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02650000	448,5	456,3	2650	SPXW200406P02650000	15,9	16,7	452,4	16,3	436,1
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02660000	439,3	447	2660	SPXW200406P02660000	16,6	17,3	443,15	16,95	426,2
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02670000	430,4	437,9	2670	SPXW200406P02670000	17,4	18,1	434,15	17,75	416,4
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02675000	425,5	433,6	2675	SPXW200406P02675000	17,8	18,5	429,55	18,15	411,4
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02680000	421	428,4	2680	SPXW200406P02680000	18,1	18,9	424,7	18,5	406,2
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02690000	413,4	417,5	2690	SPXW200406P02690000	18,9	19,7	415,45	19,3	396,15
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02700000	404	408,1	2700	SPXW200406P02700000	19,8	20,5	406,05	20,15	385,9
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C02710000	385	389,1	2710	SPXW200406P02710000	20,7	21,3	387,05	21	376,05

Primer izračuna indeksa VIX (2)

Datum zapadlosti	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Izvršilna cena	Prodajna opcija	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna razlika povprečne premije nakupne in prodajne opcije	Minimalna razlika	T	R	F
2020-03-31 00:00:00.000	SPXW200331C03085000	86,6	87,6	3085	SPXW200331P03085000	84,7	85,9	87,1	85,3	1,80	1,80	0,004543	0,015849	3086,80
2020-04-06 00:00:00.000	SPXW200406C03085000	94,1	95,4	3085	SPXW200406P03085000	92,5	93,7	94,75	93,1	1,65	1,65	0,004726	0,008577	3086,65

- T čas zapadlosti**

$$T = \frac{M_{\text{današnji dan}} + M_{\text{dan poravnave}} + M_{\text{ostali dnevi}}}{\text{minute v letu}},$$

- R netvegana obrestna mera** glede na krivuljo donosa ameriških zakladnih obveznic
- F termska vrednost indeksa, določena na osnovi premij indeksnih opcij**

$$F = K \cdot e^{RT} \cdot (c - p)$$

- Za vsak dan zapadlosti opcij določimo K_0 , ki je prva izvršilna cena opcije, manjša ali enaka od izračunane vrednosti F za tisti dan.

Primer izračuna indeksa VIX (3)

- Pri izbiri prodajnih opcij, ki bodo uporabljene za izračun indeksa VIX, so primerne le tiste z izvršilno ceno manjšo ali enako K_0 . Najprej se izberejo tiste prodajne opcije, ki imajo **izklicno** ceno takoj pod K_0 . Nadaljujemo iskanje primernih prodajnih opcij z nižjo izvršilno ceno, ki imajo nakupno premijo večjo od 0. Ko se pri iskanju pojavita dve zaporedni opciji z nakupno premijo enako nič se iskanje konča in nobena prodajna opcija z nižjo izvršilno ceno ni vključena za izračun indeksa.

Datum zapadlosti	Izvršilna cena	Prodajna opcija	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije
2020-03-31 00:00:00.000	1200	SPXW200331P01200000	0,05	0,25
2020-03-31 00:00:00.000	1300	SPXW200331P01300000	0,1	0,3
2020-03-31 00:00:00.000	1350	SPXW200331P01350000	0,1	0,3
2020-03-31 00:00:00.000	1400	SPXW200331P01400000	0,15	0,35
2020-03-31 00:00:00.000	1425	SPXW200331P01425000	0,15	0,35
2020-03-31 00:00:00.000	1450	SPXW200331P01450000	0,2	0,4
2020-03-31 00:00:00.000	1475	SPXW200331P01475000	0,2	0,4

Primer izračuna indeksa VIX (4)

- Podoben postopek se opravi tudi za iskanje primernih nakupnih opcij, le da se pri tem iskanju upošteva le opcije z izvršilno ceno večjo od K_0 . V izračun se vključijo najprej tiste nakupne opcije, ki imajo izvršilno ceno takoj nad K_0 in nato še vse ostale z višjo izvršilno ceno in nakupno premijo večje od 0. Kot pri izbiri prodajnih opcij, se iskanje nakupnih opcij za izračun indeksa konča, ko se pri razvrščanju naleti na dve zaporedni nakupni opciji, z nakupno premijo enako 0.

Datum zapadlosti	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Izvršilna cena
2020-03-31 00:00:00.000	4100	SPXW200331C04100000	0	0,1
2020-03-31 00:00:00.000	4000	SPXW200331C04000000	0	0,05
2020-03-31 00:00:00.000	3900	SPXW200331C03900000	0	0,15
2020-03-31 00:00:00.000	3850	SPXW200331C03850000	0	0,15
2020-03-31 00:00:00.000	3800	SPXW200331C03800000	0	0,15
2020-03-31 00:00:00.000	3750	SPXW200331C03750000	0	0,2
2020-03-31 00:00:00.000	3700	SPXW200331C03700000	0	0,2
2020-03-31 00:00:00.000	3675	SPXW200331C03675000	0	0,2
2020-03-31 00:00:00.000	3650	SPXW200331C03650000	0,05	0,25
2020-03-31 00:00:00.000	3640	SPXW200331C03640000	0,05	0,25

Primer izračuna indeksa VIX (5)

- S tem postopkom so izbrane vse prodajne in nakupne opcije, ki bodo upoštevane pri izračunu indeksa VIX.
- Za i -to opcijo z izvršilno ceno K_i določimo $\blacksquare K_i$ kot:

$$\blacksquare K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$$

- Za vsak čas zapadlosti T_j izračunamo σ_j^2 :

$$\sigma_j^2 = \frac{2}{T_j} \sum_i \frac{\blacksquare K_i}{K_i^2} e^{R_j T_j} Q(K_i) - \frac{1}{T_j} \left(\frac{F_j}{K_0} - 1 \right)^2, \quad \text{za } j = 23, 24, \dots, 37,$$

kjer je $Q(K_i)$ povprečje nakupne in prodajne premije i -te opcije.

Primer izračuna indeksa VIX (6)

Datum zapadlosti	Izvršilna cena	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Doprinos opcije po izvršilni ceni
2020-04-06 00:00:00.000	3090	SPXW200406C03090000	90,9	92,1	0,0000479
2020-04-06 00:00:00.000	3095	SPXW200406C03095000	87,8	89	0,0000461
2020-04-06 00:00:00.000	3100	SPXW200406C03100000	84,6	85,9	0,0000444
2020-04-06 00:00:00.000	3105	SPXW200406C03105000	81,5	82,8	0,0000426
2020-04-06 00:00:00.000	3110	SPXW200406C03110000	78,5	79,7	0,0000409
2020-04-06 00:00:00.000	3115	SPXW200406C03115000	75,5	76,7	0,0000392
2020-04-06 00:00:00.000	3120	SPXW200406C03120000	72,5	73,7	0,0000375
2020-04-06 00:00:00.000	3125	SPXW200406C03125000	69,6	70,8	0,0000359
2020-04-06 00:00:00.000	3130	SPXW200406C03130000	66,8	67,9	0,0000344
2020-04-06 00:00:00.000	3135	SPXW200406C03135000	64	65,1	0,0000328
2020-04-06 00:00:00.000	3140	SPXW200406C03140000	61,2	62,3	0,0000313

$$\sigma_1^2 = 1,511730404, \sigma_2^2 = 1,677280934$$

Primer izračuna indeksa VIX (7)

- Za končni izračun indeksa VIX moramo izračunati 30-dnevno uteženo povprečje σ_j^2 :

$$VIX = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ \sum_{j=23}^{37} T_j \sigma_j^2 |N_j - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}},$$

kjer je:

- N_j število minut do zapadlosti opcije, ki zapade čez j dni
- N_{leto} število minut v letu ($365 \cdot 1440 = 525.600$)
- N_{mesec} število minut v mesecu ($30 \cdot 1440 = 43.200$)

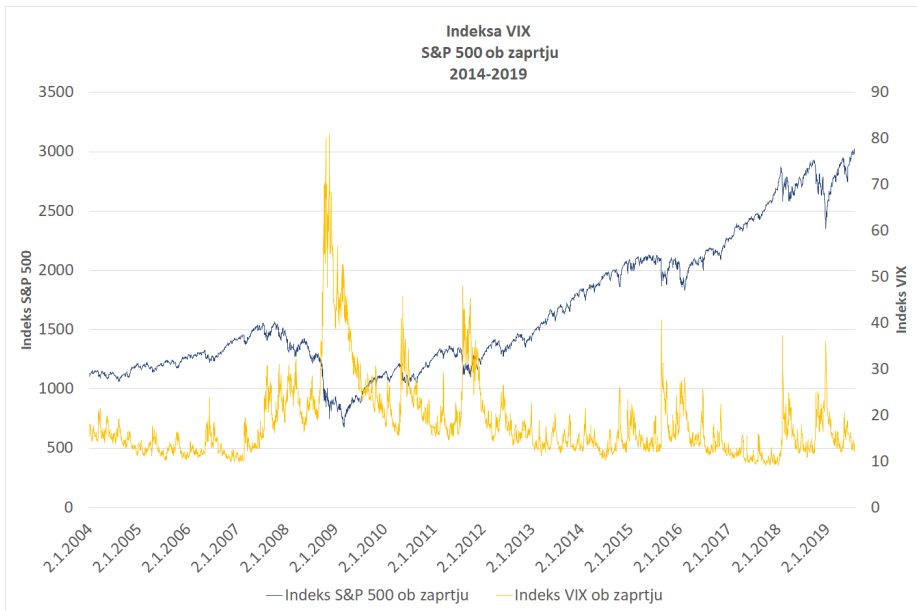
Primer izračuna indeksa VIX (8)

Za poenostavljen zgled lahko izračnemo indeks VIX kot:

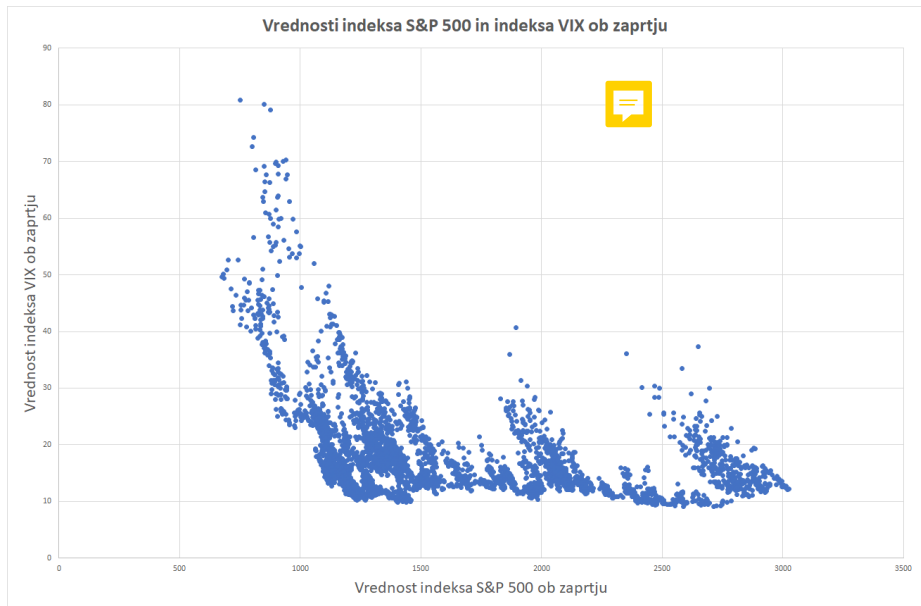
$$VIX = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ T_1 \sigma_1^2 |N_{27} - N_{\text{mesec}}| + T_2 \sigma_2^2 |N_{31} - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}}$$

$$VIX = 30,84$$

Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (1)



Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (2)



Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (3)

