


UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 1. stopnja

Žan Jarc

**Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti**

Delo diplomskega seminarja

Mentorica: prof. dr. Damjana Kokol Bukovšek   
Somentor: asist. dr. Aleš Toman

Ljubljana, 2020

## KAZALO

1. Uvod	4
2. Indeks Standard & Poor's 500	5
2.1. Izračun indeksa S&P 500	5
2.2. Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas	6
3. Chicago Board Option Exchange Volatility Index	7
3.1. Izračun VIX	7
3.2. Gibanje indeksov VIX in S&P 500	9
3.3. VIX terminski posli	10
3.4. VIX opcije	10

## Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

### POVZETEK

V povzetku na kratko opiši vsebinske rezultate dela. Sem ne sodi razlaga organizacije dela – v katerem poglavju/razdelku je kaj, pač pa le opis vsebine.

### Angleški naslov dela

### ABSTRACT

Prevod zgornjega povzetka v angleščino.

**Math. Subj. Class. (2010):** navedi vsaj eno klasifikacijsko oznako – dostopne so na [www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html](http://www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html)

**Ključne besede:** navedi nekaj ključnih pojmov, ki nastopajo v delu

**Keywords:** angleški prevod ključnih besed



## 1. UVOD

Razpršenost, disperzija ali volatiliteta trga je volatiliteta donosov finančnih instrumentov/naložb. Volatiliteta nam implicira pričakovano razliko od pričakovanih donosov. V času stabilnega finančnega trga bo volatiliteta nizka, visoka volatiliteta pa se bo pojavila v času velikega nihanja finančnega trga.

Investitorji lahko s pomočjo informacije o volatiliteti potencialne naložbe ugotovijo, kako tvegana je ta investicija. Pri investiranju v finančno naložbo z nizko volatiliteto, se pričakuje, da bodo donosi investicije nizki, vendar precej netvegani, medtem ko nam lahko investicija v finančno naložbo z visoko volatiliteto prinese višje donose, a s tem prinaša večje tveganje. Finančni instrumenti na osnovi razpršenosti so bili zasnovani, da vlagateljem ponudijo možnost, da trgujejo z razpršenostjo in s tem zavarujejo svoj portfelj pred nenadnimi nihaji. V svojem diplomskem delu se bom posvetil CBOE Volatility Indexu oziroma VIX.

VIX je bil razvit za napovedovanje pričakovane volatiliteti in se izračunava s skupnimi in prodajnimi opcijami ameriškega indeksa Standard & Poor's 500.



## 2. INDEKS STANDARD & POOR'S 500

Indeks Standard & Poor's 500 ali indeks S&P 500 je najbolj uporabljena referenčna vrednost za splošen ameriški trg. Indeks je bil prvič objavljen 4. 3. 1957 s strani družbe S&P Dow Jones Indices. Pri izračunu indeksa se uporabi 500 največjih ameriških podjetij, ki najbolj reprezentativno predstavljajo ameriško gospodarstvo (če je v ameriškem gospodarstvu 20% industrijskih podjetij, bo tudi v množici podjetij, ki sestavljajo indeks 20% industrijskih podjetij.) Najbolj znana podjetja, ki so vključena v S&P 500 so Apple, Alphabet, General Motors, Goldman Sachs,... Vrednost indeksa se na borznih trgih pojavlja pod kratico SPX,...

**2.1. Izračun indeksa S&P 500.** S&P 500 indeks je kapitalsko otežen, torej da spremembe vrednosti delnic podjetij z višjo tržno kapitalizacijo bolj vplivajo na spremembe vrednosti indeksa, kot pa podjetja z nižjo. Kapitalsko oteženost se opazi tudi s formule za izračun S&P 500 indeksa.

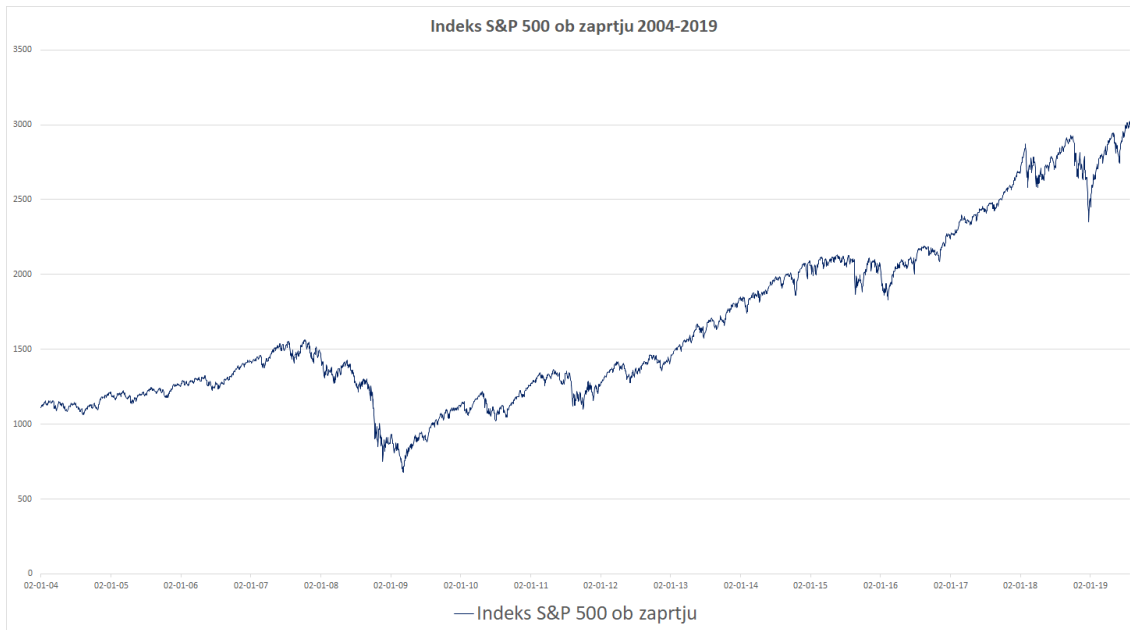
$$S\&P\ 500 = \sum_i \frac{P_i \times Q_i}{\text{Divisor}},$$

kjer je  $P_i$  cena delnice in  $Q_i$  število razpoložljivih delnic za trgovanje tega podjetja. Pri izračunu indeksa se uporabi le število delnic, s katerimi se lahko trguje in ne kar celotno tržno kapitalizacijo podjetja, saj se z določenim delom delnic podjetja ne more trgovati, saj so te vezane za nagrajevanje zaposlenih (free-float market capitalization). V primeru Apple, je tržna kapitalizacija podjetja približno 1130 milijard € medtem ko je free-float tržna kapitalizacija podjetja približno 900 milijard €.

Divisor se pri izračunavi uporablja iz dveh razlogov:

- če bi samo seštevali free-float tržne kapitalizacije podjetij, bi dobili ogromno število,
- podjetje je lahko iz različnih razlogov odstranjeno iz kalkulacije indeksa in ga nadomesti primernejše podjetje. Divisor poskrbi, da zaradi takih postopkov ne prihaja do velike spremembe indeksa.

S&P Dow Jones Indices ne razkriva, kako izračunava divisor, vendar lahko podatek o vrednosti divisorja izračunamo samostojno, če poznamo trenutno vrednost indeksa S&P 500. Trenutno se ta vrednost giblje okoli 7,5 milijard €.



SLIKA 1. Gibanje indeksa S&P 500 2004-2019, vir: Yahoo finance

**Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas.** Tako lahko opazimo, je indeks **S&P 500** **skozi leta** 2004-2019 skoraj vedno rasel, opažena sta samo dva večja padca, finančna kriza leta 2008 in nenadni padec indeksa pozno leta 2018. Medtem, ko je bil padec leta 2018 kratkotrajen in se je vrednost indeksa vrnila nazaj na vrednosti pred padcem in celo preseglo mejo 3000, pa je finančna kriza pustila veliko dolgotrajnejše posledice, saj se je indeks vrnil na predkrizne vrednosti šele leta 2013, skoraj 5 let po **kolapsu** finančnega sistema. **Analiza vrednosti** indeksa v zadnjih 15 letih potrjuje, da Standard & Poor's 500 indeks ni le uporaben za reprezentacijo ameriškega gospodarstva ampak tudi predstavlja dobro dolgoročno **investicijo**, ki jo zagovarja tudi **Warren Buffet**.



### 3. CHICAGO BOARD OPTION EXCHANGE VOLATILITY INDEX

CBOE Volatility Index ali VIX je bil razvit leta 1993 in se s spremenjeno metodologijo leta 2003 uporablja še danes. Indeks prikazuje 30 dnevno pričakovano volatilnost trga in se izračuna s pomočjo kupih in prodajnih opcij S&P 500, ki se ne izplačajo (out-of-the-money). Da lahko indeks prikazuje res 30 dnevno pričakovano volatilnost, se za izračun vzame vse prej omenjene opcije, ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni. Vrednost indeksa pod odražajo nizko volatilnost trga in posledično, nezaskrbljenost investorjev, medtem ko vrednosti indeksa nad 30 implicirajo visoko volatilnost trga in zaskrbljenost. Indeks s svojimi vrednostmi zelo hitro odraža stanje na trgu in je zato eden najbolj opazovanih indeksov v finančnem svetu.

**3.1. Izračun VIX.** Kot že omenjeno, se pri izračunavi VIX vzamejo v zakup vse out-of-the-money nakupne in prodajne opcije na indeks S&P 500, ki pa zapadejo čez manj kot 23 dni in več kot 37 dni. V splošnem je formula za izračun indeksa sledeča:

$$\sigma^2 = \frac{2}{T} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT} Q(K_i) - \frac{1}{T} \left( \frac{F}{K_0} - 1 \right)^2$$

$$VIX = \sigma^2 \times 100$$

kjer je:

- $T$  čas do zapadlosti opcije
- $F$  (forward index level derived from index option prices)
- $K_0$  prva izvršna cena pod  $F$
- $K_i$  izvršna cena  $i$ -te out-of-the-money opcije
- $\Delta K_i$  polovica razlike med  $K_{i+1}$  in  $K_{i-1}$
- $R$  netvegana obrestna mera do zapadlosti
- $Q(K_i)$  polovica razlike med ponudbeno (ask) in prodajno ceno (bid) opcije z izvršno ceno  $K_i$

(1) Za vsako opcijo določimo njen  $T$  po formuli:

$$T = (M_{\text{danasnji dan}} + M_{\text{dan poravnave}} + M_{\text{ostali dnevi}}) / \text{minutevletu}$$

kjer so

- $M_{\text{danasnji dan}}$  preostale minute do polnoči današnjega dne
- $M_{\text{dan poravnave}}$  minute do 9.30 za standardne S&P opcije ali minute do 16.00 za tedenske opcije
- $M_{\text{ostali dnevi}}$  minute preostalih dnevov do datuma zapadlosti opcije


(2) based on U.S. Treasury yield curve...

(3) (Forward index level derived from index option prices) Za izračun  $F$  se najprej določi (for each contract month) tisto izklicno ceno za opcijo, pri kateri je absolutna razlika med nakupno in prodajno ceno opcije najmanjša.  $F$  se izračuna po enačbi:

$$F = \text{Izklicna cena} \times e^{RT} \times (\text{Nakupna cena} - \text{Prodajna cena})$$

(4) (For each contract month) se določi tudi  $K_0$ , ki je izklicna cena enaka ali takoj pod (forward index level)  $F$ .

(5) Pri izbiri prodajnih opcij, ki bodo uporabljene za izračun indeksa VIX primerne le tiste z izklicno ceno  $K_0$ . Najprej se izberejo tiste prodajne

opcije, ki imajo izklicno ceno takoj pod  $K_0$ . Nato se nadaljuje iskanje primernih prodajnih opcij z nižjo izklicno ceno, ki imajo kupno ceno (bid) večjo od 0. Ko se pri iskanju pojavita dve zaporedni opciji z nakupno ceno enako nič se iskanje konča in nobena prodajna opcija z nižjo izklicno ceno ni vključena za izračun indeksa.

- (6) Podoben postopek se opravi tudi za iskanje primernih nakupnih opcij, le da se pri tem iskanju upošteva le opcije z izklicno ceno  $> K_0$ . V izračun se vključijo najprej tiste nakupne opcije, ki imajo izklicno ceno takoj nad  $K_0$  in nato še vse ostalo z višjo izklicno ceno in nakupno ceno (bid) večje od 0. Kot pri izbiri prodajnih opcij, se iskanje nakupnih opcij za izračun indeksa konča, ko se pri razvrščanju naleti na dve zaporedni nakupni opciji, z nakupno ceno enako 0.

S tem so pridobljene prodajne in nakupne opcije, ki bodo upoštevani pri izračuni indeksa.

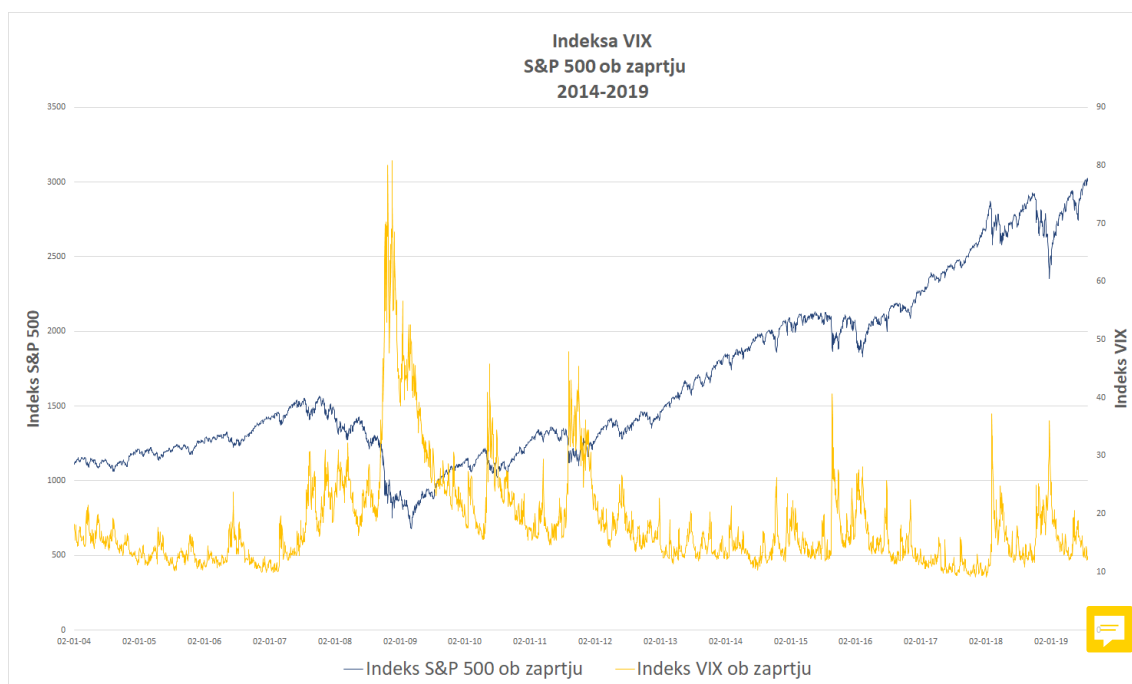
”30 day weighted average + primer” 





3.2. Gibanje indeksov VIX in S&P 500. Če primerjamo gibanje trga in volatilitnost, bo v času rasti volatilitnost nizka, v času padca pa visoka. Podobno hitro opazimo, če primerjamo vrednosti indeksov VIX in S&P 500. Kot je nazorno razvidno iz grafa 2 sta indeksa negativno korelirana. Negativna korelacija je bolj opazna v času finančne krize 2008, ko je vrednost indeksa S&P 500 padla oktobra 2008 iz 1565,15 na 676,53 točke marca 2009, medtem ko je VIX v istem časovnem okvirju zrasel iz 16,12 na 49,68 točke (celo dosegal vrednosti vse do 80,86 točk novembra 2009).

Z "aganjem" v VIX, se lahko investitor zavaruje pred nenadnim padcem indeksa S&P 500 in celotnega ameriškega in svetovnega gospodarstva, vendar direktne investicije v indeks VIX niso možne, saj je le indeks, izračunan iz ATM opcijami SPX. Zato obstajajo različni finančni instrumenti, katerih izplačila so odvisna od vrednosti VIX indeksa, VIX terminski posli in VIX opcije.

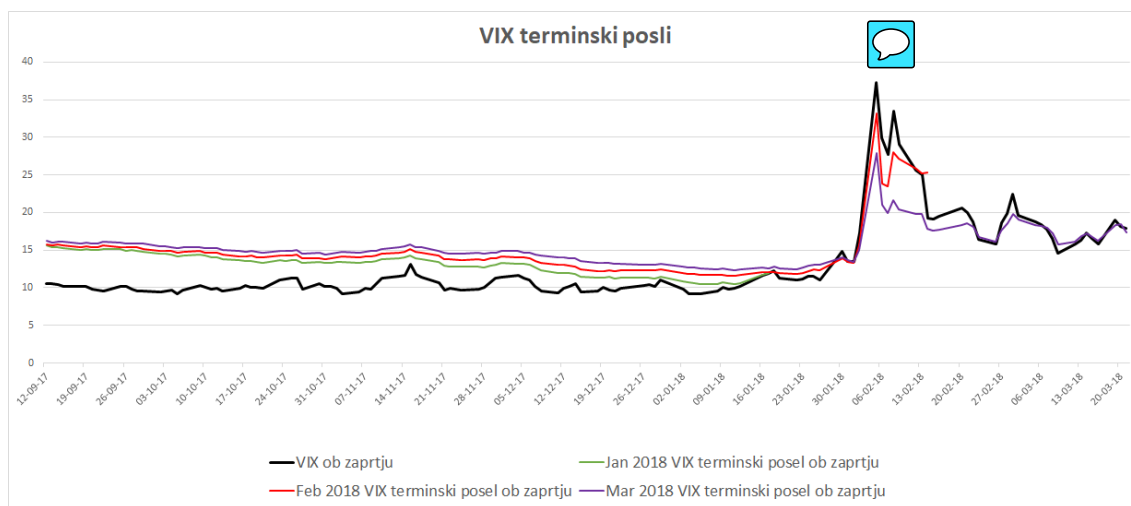


SLIKA 2. Indeksa VIX in S&P 500 2014-2019, vir: Yahoo finance



3.3. **VIX terminski posli.** VIX terminski posli so bili prvič predstavljeni leta 2004 in jih lahko najdemo pod **kratico** VX in VX01 do VX06. Terminski posli imajo **ročnost** na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadajo SPX opcije. Vrednosti terminskega posla **s časom** konvergiro k vrednosti VIX. Zaradi tega so kratkoročni terminski posli veliko bolj občutljivi na spremembe VIX, kot pa tisti z daljšo ročnostjo. Posli z daljšo ročnostjo imajo tudi višjo izročitveno **ceno** kot pa tisti z **nizko** ročnostjo. V večini primerov **bo** situacija na trgu stabilna in posledično bo VIX nizek in vrednosti terminskega posla so višje od vrednosti VIX. Take situacije na trgu se imenujejo **contango**. Če investitor meni, da bo prišlo do spremembe na trgu in s tem dvig vrednosti VIX, **se lahko** sklene **dolga pozicija** v terminskem poslu. V primeru negotovosti na trgu in povišanja vrednosti VIX bo imel investitor dobiček, v nasprotnem primeru pa izgubo.

V primeru, da je trg nestabilen in s tem VIX visok pa so vrednosti terminskega posla nižje od vrednosti VIX. Taka stanja se imenujejo "backwardation". Na grafu 3 je



SLIKA 3. **VIX terminski posli**, vir: Yahoo finance

nazorno prikazano obdobje, da so bile vrednosti terminskih poslov vse do februarja 2018 višje od vrednosti VIX indeksa. S padcem trga pa je VIX narasel in stanje na trgu je prešlo v "backwardation". Če **se primerja** terminska posla za februar in marec 2018, je **hitro opaženo**, da je bila vrednost **marčevskega posla do začetka februarja** višja od februararskega terminske posla, po šoku na trgu pa je vrednost februararskega terminske posla višja in je bila tudi bolj občutljiva na spremembe VIX kot pa marčevska.



3.4. **VIX opcije.** VIX opcije so bile prvič na voljo leta 2006 in jih najdemo pod **kratico** 2006. Opcije so evropske in imajo podobno kot terminski posli, ročnost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadejo SPX opcije. Medtem, ko so vrednosti VIX terminskih poslov neposredno vezane na vrednost indeksa VIX pa so VIX opcije vezane na **vrednost terminskega posla** z enako ročnostjo. Podobno kot pri terminskih poslih, se z sklenitvijo nakupne VIX opcije zavarujemo pred šokom na finančnem trgu.