

UNIVERZA V LJUBLJANI
FAKULTETA ZA MATEMATIKO IN FIZIKO

Finančna matematika – 1. stopnja

Žan Jarc

Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

Delo diplomskega seminarja

Mentorica: prof. dr. Damjana Kokol Bukovšek

Somentor: asist. dr. Aleš Toman

Ljubljana, 2021

KAZALO

1. Uvod	4
2. Indeks Standard & Poor's 500	4
2.1. Izračun indeksa S&P 500	4
2.2. Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas	6
2.3. Opcije na vrednost indeksa S&P 500	6
3. Indeks volatilnosti čikaške borze opcij	7
3.1. Izračun indeksa VIX	8
3.2. Analiza gibanja vrednosti indeksa VIX	11
3.3. Gibanje indeksov VIX in S&P 500	12
3.4. Terminalske pogodbe na vrednost indeksa VIX	14
3.5. Opcije na vrednost indeksa VIX	18
Literatura	20

Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

POVZETEK

V povzetku na kratko opiši vsebinske rezultate dela. Sem ne sodi razlaga organizacije dela – v katerem poglavju/razdelku je kaj, pač pa le opis vsebine.

Angleški naslov dela

ABSTRACT

Prevod zgornjega povzetka v angleščino.

Math. Subj. Class. (2010): navedi vsaj eno klasifikacijsko oznako – dostopne so na www.ams.org/mathscinet/msc/msc2010.html

Ključne besede: navedi nekaj ključnih pojmov, ki nastopajo v delu

Keywords: angleški prevod ključnih besed

1. UVOD

Finančni trg sestavljajo vrednostni papirji, katerih vrednosti se v času spreminjajo. Zaradi spreminjanja vrednosti vsak vrednostni papir ali pa portfelj papirjev ustvarja donose ali izgube. Če donos ali izgubo delimo z začetno vrednostjo papirja ali portfelja, temu rečemo donosnost, ki je izražena v odstotkih in je lahko pozitivna ali negativna. Razpršenost donosnosti je lahko večja ali manjša. Standardnemu odklonu porazdelitve donosnosti rečemo volatilnost vrednostnega papirja ali portfelja.

Investitorji lahko s pomočjo informacije o volatilnosti potencialne naložbe ugotovijo, kako tvegana je njihova investicija. Pri vlaganju v finančno naložbo z nizko volatilnostjo se pričakuje, da bodo donosi investicije morda nizki, vendar precej netvegani, medtem ko nam lahko investicija v finančno naložbo z visoko volatilnostjo prinese višje donose, vendar tudi večje tveganje.

Finančni instrumenti na osnovi volatilnosti so bili zasnovani, da vlagateljem ponudijo možnost, da trgujejo z razpršenostjo in s tem zavarujejo svoj portfelj pred nenadnimi nihaji. V svojem delu diplomskega seminarja se bom posvetil indeksu volatilnosti (angl. *volatility index*) čikaške borze opcij (Chicago Board Option Exchange, CBOE), za katerega se pogosto uporablja tudi ime indeks VIX. Indeks VIX je bil razvit za napovedovanje pričakovane volatilnosti in se izračunava s pomočjo podatkov o nakupnih in prodajnih opcijah na ameriški delniški indeks Standard & Poor's 500.

V prvem delu bomo opisali indeks S&P 500, kako je izračunan, prikazali njegovo gibanje skozi čas in opisali opcije na indeks. Nato bomo podobno naredili še za indeks VIX. V nadaljevanju bomo še analizirali gibanja obeh indeksov in opisali termenske pogodbe in opcije na indeks VIX, s katerimi se lahko vlagatelji zavarujejo pred padcem indeksa S&P 500.

2. INDEKS STANDARD & POOR'S 500

Indeks Standard & Poor's 500 ali indeks S&P 500 je najpogosteje uporabljeni pokazatelj stanja v ameriškem gospodarstvu. Prva objava indeksa je bila 4. marca 1957 s strani družbe S&P Dow Jones Indices. Pri izračunu indeksa uporabljajo podatke o 500 največjih ameriških podjetij, ki najbolj reprezentativno predstavljajo ameriško gospodarstvo. Če na primer v ameriškem gospodarstvu 20 odstotni delež predstavljajo industrijska podjetja, bo tudi skupna kapitalizacija v indeks vključenih industrijskih podjetij predstavljala 20 odstotkov celotne kapitalizacije indeksa). Vrednost indeksa se na borznih trgih pojavljajo pod kratico GSPC, SPX,... Najbolj znana podjetja, ki so vključena v indeks S&P 500 so Apple (6,27% delež kapitalizacije v indeksu), Alphabet (6,72%), General Motors (0,16%), Goldman Sachs (0,36%), ... (vir slickcharts.com)

2.1. Izračun indeksa S&P 500. Indeks S&P 500 je kapitalsko utežen. To pomeni, da spremembe vrednosti delnic podjetij z višjo tržno kapitalizacijo bolj vplivajo na spremembe vrednost indeksa, kot spremembe vrednosti delnic podjetij z nižjo tržno kapitalizacijo. Kapitalsko uteženost opazimo tudi iz formule za izračun vrednosti

I_{500} indeka S&P 500.

$$I_{500} = \sum_{i=1}^{500} \frac{P_i \cdot Q_i}{D},$$

kjer je:

- P_i cena delnice i -tega podjetja.
- Q_i število za trgovanje razpoložljivih delnic i -tega podjetja.
- D indeksni delitelj (angl. *Index Divisor*).

Pri izračunu indeksa uporabimo le tiste delnice, s katerimi se lahko prosto trguje, in ne kar celotne tržne kapitalizacije podjetja, saj se z določenim delom delnic podjetja ne more trgovati, ker so te namenjene za nagrajevanje zaposlenih. V primeru podjetja Apple je tržna kapitalizacija podjetja približno 2 465 milijard dolarjev, medtem ko je bila prosta tržna kapitalizacija podjetja (angl. **free-float market capitalization**) približno 2 439 milijard dolarjev (**vir gurufocus.com**).

Zaradi dveh razlogov se pri izračunu uporablja tudi indeksni delitelj D :

- Če bi samo seštevali proste tržne kapitalizacije podjetij, bi dobili ogromno število, izraženo v dolarjih. Z deljenjem dobimo manjše število brez enot.
- Podjetje je lahko iz različnih razlogov odstranjeno iz izračuna indeksa in ga nadomesti primernejše podjetje. Indeksni delitelj poskrbi, da zaradi takih sprememb v sestavi indeksa ne prihaja do velikih sprememb indeksa, ki ne bi bile osnovane na resničnih spremembah na trgu.

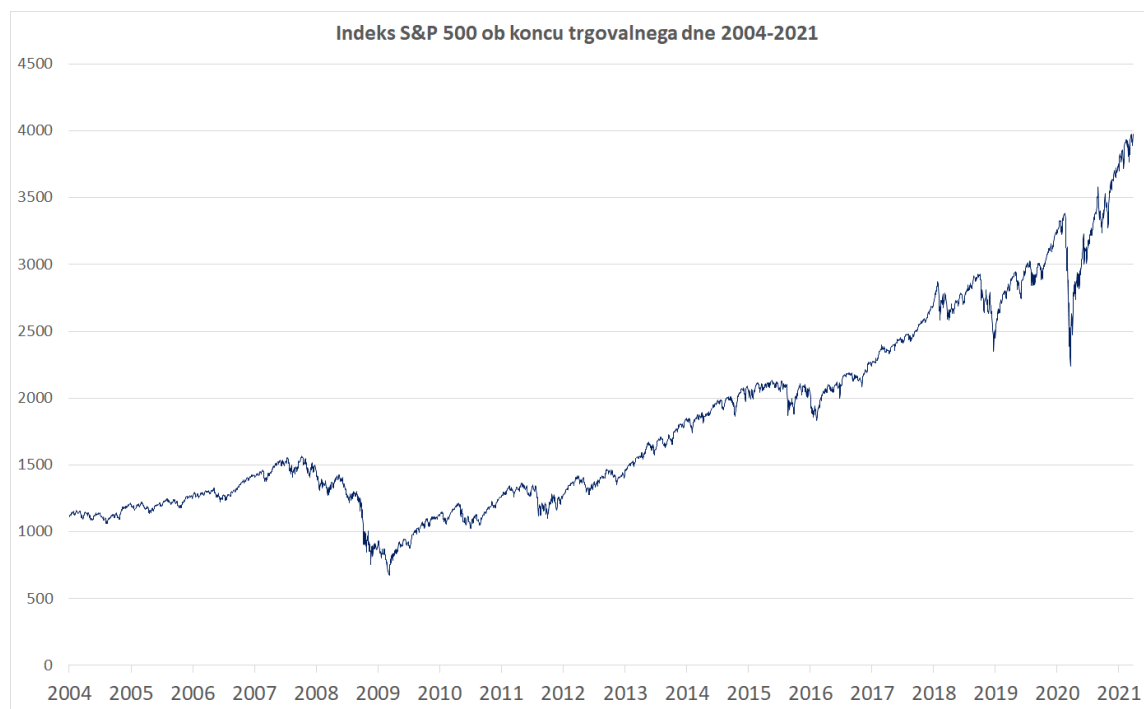
Družba S&P Dow Jones Indices ne razkriva, kako izračunavajo indeksni delitelj, vendar lahko podatek o vrednosti indeksnega delitelju izračunamo sami, če poznamo trenutno vrednost indeksa S&P 500 ter cene in število prostih delnic vseh 500 podjetij, ki sestavljajo indeks. Vrednost delitelja junija 2021 je bila približno 8 452 milijarde dolarjev (**vir ycharts.com**).

2.2. Gibanje indeksa S&P 500 skozi čas. Slika 1 prikazuje vrednosti indeksa S&P 500 v obdobju od leta 2004 do leta 2021. Na sliki lahko opazimo, da je vrednost indeksa, razen v redkih izjemah, rastla. Opaženi so samo trije večji padci; finančna kriza leta 2008, nenadni padec indeksa pozno leta 2018 in padec indeksa marca 2020 zaradi negotovosti ob izbruhu svetovne epidemije covida-19.

Medtem ko je bil padec leta 2018 kratkotrajen in se je vrednost indeksa vrnila nazaj na vrednosti pred padcem v nekaj mesecih in celo prvič presegla mejo 3000, je finančna kriza leta 2008 pustila veliko dolgotrajnejše posledice, saj se je indeks vrnil na predkrizne vrednosti šele leta 2013, skoraj 5 let po zlomu finančnega sistema.

Čeprav je bil padec indeksa marca leta 2020 največji v zgodovini (vrednost indeksa S&P 500 je iz zgodovinsko najvišje vrednosti 3380 padla za skoraj 33% na vrednost 2290), je bil le ta, podobno kot leta 2018, kratkotrajen. Indeks je nadoknadil izgubljeno vrednost v le 5 mesecih.

Pregled gibanja vrednosti indeksa v zadnjih 18 letih nakazuje, da indeks S&P 500 ni uporaben le za reprezentacijo ameriškega gospodarstva, ampak ~~predstavlja~~ predstavlja dobro dolgoročno investicijo. Direktno v indeks ne moremo investirati, lahko pa izoblikujemo portfelj delnic, ki je po sestavi ekvivalenten sestavi indeksa. Ker pa je kupovanje delnic 500 podjetij ~~je~~ drago in zamudno, ~~zato~~ na trgu obstajajo alternative; to so termske pogodbe in opcije na vrednosti indeksa S&P 500.



SLIKA 1. Gibanje vrednosti indeksa S&P 500 v obdobju 2004-2021,
Vir: Yahoo finance

2.3. Opcije na vrednost indeksa S&P 500. Indeks S&P 500 s svojimi vrednostmi zelo hitro odraža stanje na trgu in je zato eden najbolj opazovanih indeksov v finančnem svetu. Zaradi svoje popularnosti, obstaja več tipov opcij na

vrednost indeksa S&P 500, ki se razlikujejo po oznaki, zapadlosti, dnevu poravnave in multiplikatorju:

- Mesečne opcije na vrednost indeksa S&P 500. Veljajo za tradicionalne opcije in jih najdemo pod oznako SPX. Opcije se poravnajo vsak tretji petek v mesecu v dopoldanskih urah (angl. *AM-settled*). Multiplikator je 100 dolarjev.
- Tedenske opcije (angl. *Weeklys*) in opcije ob koncu meseca (angl. *End of Month*). Medtem ko so tedenske opcije poravnajo vsak ponedeljek, sredo in petek v popoldanskih urah (angl. *PM-settled*), se opcije ob koncu meseca poravnajo popoldne zadnji dan v mesecu. Obe vrsti opcij imata multiplikator 100 dolarjev in oznako SPXW.
- Mini S&P 500 opcije (angl. *Mini-SPX Index Options*). Opcije z oznako XSP, ki se poravnajo vsak petek popoldne, z multiplikatorjem 10 dolarjev.

Vse naštetе opcije so evropske in so, podobno kot večina indeksnih opcij, denarno poravnane.

2.3.1. Primer poravnave opcije na vrednost indeksa S&P 500. Oglejmo si primer poravnave mesečne nakupne opcije na vrednost indeksa S&P 500. Vrednost indeksa S&P 500 na dan 4. maja 2021 je bila 4 164,66 in povprašana premija za avgustovsko nakupno opcijo z izvršilno ceno 4 250 je znašala 100,44 dolarjev. Zaradi multiplikatorja 100 dolarjev za nakup nakupne opcije plačamo $100 \cdot 10,44\$ = 10\,044\$$. Če bi držali svojo pozicijo vse do zapadlosti opcije, bi se 20. avgusta 2021, na dan poravnave avgustovskih opcij na S&P 500, opcije poravnale na vrednosti 4 412,14. S tem bi bilo izplačilo nakupnih opcij:

$$(4\,412,14 - 4\,250) \cdot 100\$ = 16\,214\$,$$

naš dobiček pa:

$$16\,214\$ - 10\,044\$ = 6\,170\$.$$

Ocenjuje se, da je bila decembra 2020 skupna vrednost vseh zvedenih finančnih instrumentov, odvisnih od vrednosti indeksa S&P 500, 13,5 bilijard dolarjev (vir spglobal.com). Zaradi tako velike alokacije sredstev so za vlagatelje koristni finančni instrumenti, ki bi jih obvarovali pred padcem vrednosti indeksa in posledično vseh investicij, odvisnih od vrednosti indeksa.

3. INDEKS VOLATILNOSTI ČIKAŠKE BORZE OPCIJ

Indeks volatilnosti čikaške borze opcij ali indeks VIX je bil razvit leta 1993 in se s spremenjeno metodologijo iz leta 2003 uporablja še danes. Indeks prikazuje 30-dnevno pričakovano volatilnost indeksa S&P 500 in se izračuna s pomočjo nakupih in prodajnih opcij na indeks S&P 500, ki se ne splačajo (angl. *out-of-the-money*). Da lahko indeks prikazuje res 30-dnevno pričakovano volatilnost, za izračun njegove vrednosti uporabimo vse prej omenjene opcije, ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni.

3.1. Izračun indeksa VIX. Kot že omenjeno, se pri izračunu vrednosti indeksa VIX upoštevajo vse nakupne in prodajne opcije na indeks S&P 500, ki se ne splačajo in zapadejo čez več kot 23 dni in manj kot 37 dni. Za vsako opcijo določimo njen čas do zapadlosti T po formuli:

$$T = \frac{M_{\text{danasnji dan}} + M_{\text{dan poravnave}} + M_{\text{ostali dnevi}}}{\text{minute v letu}} \quad (1)$$

kjer je:

- $M_{\text{danasnji dan}}$ preostalo število minut do polnoči današnjega dneva.
- $M_{\text{dan poravnave}}$ je število minut od polnoči do 9:30 po vzhodnoameriškem času (angl. **US East Coast Time**) za mesečne opcije na indeks S&P 500 ali pa število minut od polnoči do 16:00 po vzhodnoameriškem času za tedenske opcije na indeks S&P 500.
- $M_{\text{ostali dnevi}}$ pa je število minut preostalih dnevov do zapadlosti posamezne opcije.

Čas do zapadlosti opcije je torej izražen kot delež leta, določen na minuto natančno.

Za vsak čas do zapadlosti **T** iz krivulje donosnosti ameriških zakladnih obveznic določimo pripadajočo netvegano obrestno mero **R**.

Vse nakupne in prodajne opcije, ki zapadejo na isti dan, uredimo po velikosti izvršilne cene K_i in poiščemo tisti par nakupne in prodajne opcije z enako izvršilno ceno, pri kateri je absolutna razlika $|c_i - p_i|$ med premijo nakupne in prodajne opcije najmanjša. Z izvršilno ceno K in absolutno razliko $|c - p|$ med premijo nakupne ter prodajne opcije lahko izračunamo terminsko vrednost indeksa, določeno na osnovi premij indeksnih opcij F (angl. **forward index level derived from index option prices**) po predpisu:

$$F = K + e^{RT} \cdot (c - p) \quad (2)$$

Nato za vsak dan zapadlosti opcij določimo najvišjo izvršilno ceno K_0 , ki je še manjša ali enaka od izračunani terminski vrednosti indeksa F za tisti dan.

Pri izbiri prodajnih opcij, ki jih bomo uporabili za izračun indeksa VIX, so primerne le tiste z izvršilno ceno manjšo ali enako K_0 . Najprej ~~se~~ izberemo tiste prodajne opcije, ki imajo izvršilno ceno ~~takoj pod ali~~ enako K_0 . Nadaljujemo iskanje primernih prodajnih opcij z **nižjo** izvršilno ceno, ki imajo ponujeno premijo večjo od 0. Ko se pri iskanju pojavita dve zaporedni opciji z ponujeno premijo enako nič, iskanje končamo in nobene prodajne opcije z nižjo izvršilno ceno ne vključimo **za** izračun indeksa.

Podoben postopek opravimo tudi za iskanje primernih nakupnih opcij, le da pri tem iskanju upoštevamo le opcije z izvršilno ceno večjo ali enako K_0 . V izračun ~~se~~ vključimo najprej tiste nakupne opcije, ki imajo izvršilno ceno ~~takoj nad ali~~ enako K_0 , in nato še vse **ostalo** z višjo izvršilno ceno in povprašano premijo **večje** od 0. Kot pri izbiri prodajnih opcij se iskanje nakupnih opcij za izračun indeksa konča, ko naletimo na dve zaporedni nakupni opciji z povprašano premijo enako 0.

S tem postopkom izberemo vse prodajne in nakupne opcije, ki jih bomo upoštevali pri izračunu indeksa VIX.

Za i -to vključeno opcijo določimo K_i kot izvršilno ceno izbrane opcije in ΔK_i kot:

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2} \quad (3)$$

ter $Q(K_i)$ kot povprečje ponujene in povprašane premije i -te opcije.

Z izračunanimi vrednostmi za vsak dan izračunamo:

$$\sigma_j^2 = \frac{2}{T_j} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT_j} Q(K_i) - \frac{1}{T_j} \left(\frac{F_j}{K_{0,j}} - 1 \right)^2, \quad j = 23, 24, \dots, 37 \quad (4)$$

Za končni izračun indeksa VIX moramo izračunati 30-dnevno uteženo povprečje vrednosti σ_j^2 :

$$\text{VIX} = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ \sum_{j=23}^{37} T_j \sigma_j^2 |N_j - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}}, \quad (5)$$

kjer je:

- N_j število minut do zapadlosti opcije, ki zapade čez j dni,
- N_{leto} število minut v letu ($365 \cdot 1440 = 525.600$),
- N_{mesec} število minut v mesecu ($30 \cdot 1440 = 43.200$).

3.1.1. Primer izračuna indeksa VIX. Oglejmo si primer izračuna vrednosti indeksa VIX na dan 30. marca 2021. Da bo izračun indeksa VIX enostavnejši, so v izračunu indeksa uporabljene le opcije, ki zapadejo 26. aprila 2021 ali 30. aprila 2021. Datum zapadlosti opcij sta izbrana tako, da ena polovica opcij zapade prej kot v 30 dneh (opcije zapadejo čez 27 dni), druga polovica pa pozneje kot v 30 dneh (opcije zapadejo čez 31 dni). Izračunana časa zapadlosti za opcije, ki zapadejo na 26. 4. 2021 ali 30. 4. 2021, ob času izračuna ob 10:00 po vzhodnoameriškem času, znašata $T_1 = 0,004543379$ in $T_2 = 0,004726027$.

Do tveganja nevtralna mesečna obrestna mera za obe zapadlosti je $R = 0,01\%$.

V tabeli 1 in 2 je predstavljen nabor parov opcij na indeks S&P 500, ki so bili uporabljeni za izračun indeksa VIX. Za oba datuma zapadlosti, sta poudarjena tista para opcij, za katero je absolutna razlika $|c - p|$ med premijo nakupne in prodajne opcije najmanjša. V primeru izračuna sta minimalni absolutni razliki $|c_1 - p_1| = 2,1$ ter $|c_2 - p_2| = 2,35$.

Za vsak datum zapadlosti opcij izračunamo tudi terminsko vrednost indeksa, določeno na osnovi premij indeksnih opcij F . Za datum zapadlosti 26. april 2021 je $F_1 = 3957,90$, za datum zapadlosti 30. april 2021 pa je $F_2 = 3957,65$. S tem določimo tudi K_0 za oba datuma zapadlosti, $K_{0,1} = K_{0,2} = 3955$.

V izračun bodo vključene vse nakupne opcije z večjo ali enako izvršilno ceno od 3955 in nakupno premijo večjo od 0 ter vse prodajne opcije z nižjo ali enako izvršilno ceno od 3955 in nakupno premijo večjo od 0.

TABELA 1. Pari opcij na indeks S&P 500 z datumom zapadlosti 26. april 2021

Datum zapadlosti	Povprašana premija nakupne opcije	Ponujena premija nakupne opcije	Izvršilna vrednost	Povprašana premija prodajne opcije	Ponujena premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna povprečne nakupne in prodajne premije razlika
26.4.2021	80,4	81,3	3930	52,7	53,4	80,85	53,05	27,8
26.4.2021	76,9	77,9	3935	54,2	54,9	77,4	54,55	22,85
26.4.2021	73,6	74,5	3940	55,8	56,6	74,05	56,2	17,85
26.4.2021	70,3	71,2	3945	57,5	58,3	70,75	57,9	12,85
26.4.2021	67	68	3950	59,2	60	67,5	59,6	7,9
26.4.2021	63,9	64,8	3955	61,1	61,9	64,35	61,5	2,85
26.4.2021	60,8	61,7	3960	62,9	63,8	61,25	63,35	2,1
26.4.2021	57,8	58,7	3965	64,8	65,7	58,25	65,25	7
26.4.2021	54,8	55,7	3970	66,8	67,8	55,25	67,3	12,05
26.4.2021	51,9	52,8	3975	69	69,9	52,35	69,45	17,1
26.4.2021	49,2	50	3980	71,2	72,2	49,6	71,7	22,1
26.4.2021	46,5	47,3	3985	73,5	74,5	46,9	74	27,1

TABELA 2. Pari opcij na indeks S&P 500 z datumom zapadlosti 30. april 2021

Datum zapadlosti	Povprašana premija nakupne opcije	Ponujena premija nakupne opcije	Izvršilna vrednost	Povprašana premija prodajne opcije	Ponujena premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna povprečne nakupne in prodajne premije razlika
30.4.2021	84,5	85,3	3935	61,9	62,5	84,9	62,2	22,7
30.4.2021	81,3	82	3940	63,6	64,2	81,65	63,9	17,75
30.4.2021	77,9	78,7	3945	65,3	65,9	78,3	65,6	12,7
30.4.2021	74,7	75,4	3950	67,1	67,7	75,05	67,4	7,65
30.4.2021	71,6	72,3	3955	68,9	69,5	71,95	69,2	2,75
30.4.2021	68,5	69	3960	70,8	71,4	68,75	71,1	2,35
30.4.2021	65,5	66	3965	72,7	73,4	65,75	73,05	7,3
30.4.2021	62,5	63	3970	74,8	75,4	62,75	75,1	12,35
30.4.2021	59,6	60,1	3975	76,9	77,5	59,85	77,2	17,35
30.4.2021	56,8	57,3	3980	79,1	79,7	57,05	79,4	22,35
30.4.2021	54	54,5	3985	81,3	82	54,25	81,65	27,4

Doprinos nakupnih in prodajnih opcij, ki zapadejo 26. april 2021 znaša:

$$\sigma_1^2 = \frac{2}{T_1} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT_1} Q(K_i) - \frac{1}{T_1} \left(\frac{F_1}{K_{0,1}} - 1 \right)^2 = 0,569863$$

in doprinos nakupnih in prodajnih opcij, ki zapadejo 30. april 2021 znaša:

$$\sigma_2^2 = \frac{2}{T_2} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{RT_2} Q(K_i) - \frac{1}{T_2} \left(\frac{F_2}{K_{0,2}} - 1 \right)^2 = 0,695247$$

Ob ustrezni 30-dnevni utežitvi povprečij σ_1^2 in σ_2^2 znaša izračunana vrednost indeksa VIX na dan 30. marca 2021:

$$VIX \approx 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ T_1 \sigma_1^2 |N_{27} - N_{mesec}| + T_2 \sigma_2^2 |N_{31} - N_{mesec}| \right\}} \cdot \frac{N_{leto}}{N_{mesec}} = 19,77.$$

Čeprav so bile pri izračunu indeksa VIX uporabljene le opcije z datumom zapadlosti 26. ali 30. april 2021, je izračunana vrednost zelo blizu dejanski vrednosti indeksa VIX, ki je na dan 30. marec 2021 ob koncu trgovanja znašal 19,40.

3.2. Analiza gibanja vrednosti indeksa VIX. Vlagatelj za pravilno interpretacijo dnevne vrednosti indeksa VIX potrebuje pretekle vrednost indeksa, ki mu omogočijo oceniti, ali je dnevna vrednosti indeksa visoka ali nizka in kakšne vrednosti indeksa VIX lahko pričakuje v prihodnosti.

V tabeli 3 so prikazani intervali vrednosti indeksa VIX, za vsa leta med obdobjem od 2004 do 2021, razdeljeni po percentilih (za 0. in 100. percentil privzamemo minimum in maksimum vrednosti indeksa v opazovanem obdobju).

Če so bile razlike med 5. in 95. percentilom vse do leta 2008 majhne (v letu 2004 je bila vrednost 5. percentila indeksa 12,63, medtem ko je bila vrednost 95. percentila 18,95), je indeks VIX v času finančne krize leta 2008 dosegel do tedaj zgodovinski vrh, 80,86. Dolgotrajnemu obdobju nizke volatilitnosti indeksa je sledilo kratkotrajno obdobje visoke volatilitnosti.

Intervali vrednosti indeksa VIX so se po letu 2008 postopoma ožali. V letu 2017 je bila vrednost 95. percentila 14,32, medtem ko je bila vrednost 5. percentila 9,52.

Podobno kot pred gospodarsko krizo leta 2008, je bilo pred letom 2020 obdobje nizke volatilitnosti indeksa S&P 500. Zaradi strahu na finančnem trgu ob začetku epidemije covid-19 v letu 2020, se je vrednost indeksa VIX v mesecu marcu dvignila vse do 82,69 in s tem presegla zgodovinski vrh iz leta 2008. Čeprav je indeks v letu 2020 presegel zgodovinski vrh, je bila razlika med 5. in 95. percentilom vrednosti indeksa v letu 2008 še vedno večja kot v letu 2020. Opaženo tudi sovpada z gibanjem vrednosti indeksa S&P 500 v opazovanih obdobjih. Kot že omenjeno je indeks S&P 500 po finančni krizi leta 2008 potreboval skoraj 5 let, da je dosegel vrednosti pred krizo, medtem ko je kljub najvišjemu padcu vrednosti v letu 2020 potreboval le 5 mesecev, da je nadoknadil izgubljeno. Ekvivalentno je vrednost indeksa VIX v letu 2008 najprej dosegla svoj vrh in se nato počasi spuščala, saj je bilo obdobje na finančnem trgu negotovo in posledično volatilno, vrednosti indeksa v letu 2020 pa so se po začetnem šoku hitreje začele nižati kot v letu 2008.

TABELA 3. Vrednosti indeksa VIX za obdobje 2004 - 2021, vir: Yahoo finance

Obdobje analize	Število opazovanj	0%	5%	10%	25%	50%	75%	90%	95%	100%
Jan 2004 - Mar 2021	4339	9,14	10,88	11,63	13,13	16	21,72	28,67	36,53	82,69
2004	252	11,23	12,63	13,05	14,29	15,33	16,55	18,14	18,98	21,58
2005	252	10,23	10,76	11,09	11,67	12,52	13,65	14,86	15,65	17,74
2006	251	9,90	10,52	10,78	11,35	12	13,65	16,25	17,76	23,81
2007	251	9,89	10,34	10,99	13,12	16,43	21,68	25,27	26,52	31,09
2008	253	16,30	18,48	19,64	21,56	25,1	40,82	61,22	68,01	80,86
2009	252	19,47	21,04	21,97	24,27	28,57	39,54	45,51	47,88	56,65
2010	252	15,45	16,45	17,26	18,31	21,72	25,33	29,67	33,87	45,79
2011	252	14,62	15,8	16,04	17,4	20,72	31,57	36,25	39,28	48
2012	250	13,45	14,36	15,03	15,73	17,52	19,05	21,53	22,4	26,66
2013	252	11,30	12,3	12,52	12,98	13,75	14,99	16,71	17,52	20,49
2014	252	10,32	11,31	11,64	12,33	13,67	15,12	17,27	19,62	25,27
2015	252	11,95	12,35	12,74	13,77	15,32	18,36	22,51	26,06	40,74
2016	252	11,27	11,74	12,08	13,1	14,31	17,46	22,33	25,07	28,14
2017	251	9,14	9,52	9,72	10,09	10,85	11,66	12,73	14,32	16,04
2018	251	9,15	11,06	11,76	12,64	15,49	19,91	23,35	25,59	37,32
2019	252	11,54	12,29	12,6	13,23	14,87	16,9	19,26	20,37	25,45
2020	253	12,10	13,61	15,3	22,54	26,7	33,17	42,8	57,31	82,69
2021*	59	18,86	19,23	19,97	21,25	22,37	24,34	28,57	30,24	37,21

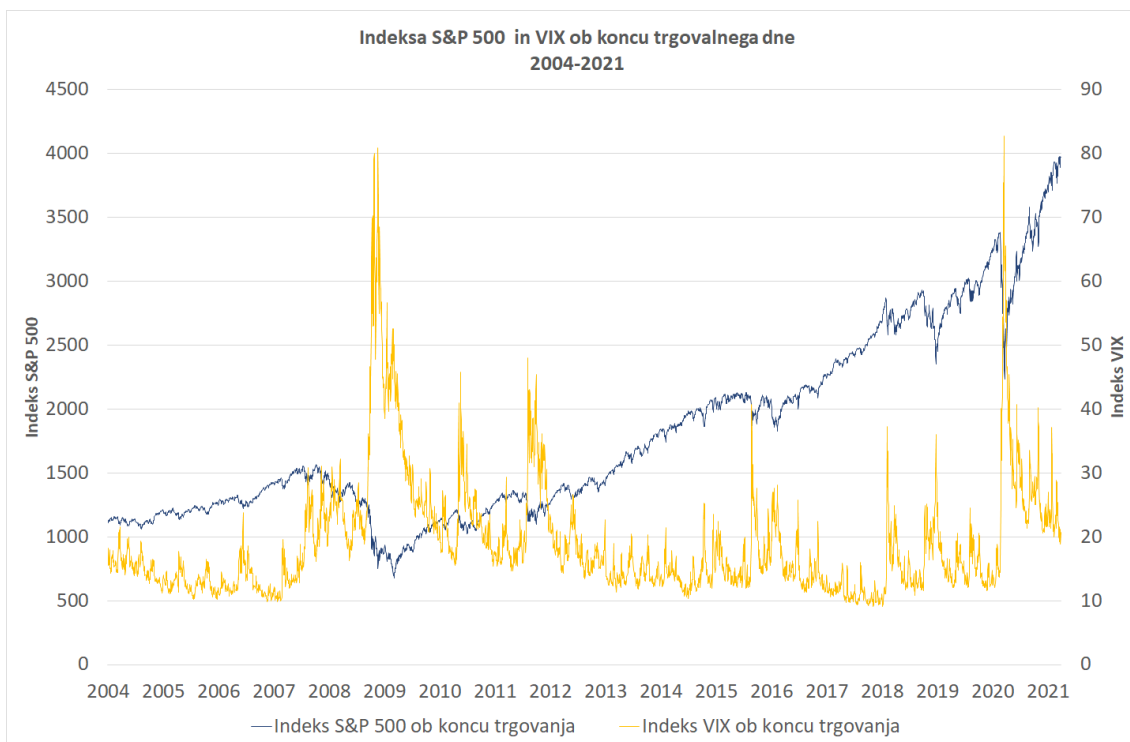
*podatki do 31. marca 2021

3.3. Gibanje indeksov VIX in S&P 500. Na sliki 2 primerjamo časovni vrsti vrednosti indeksa S&P 500 in indeksa VIX. Opazimo, da je bila v času rasti indeksa S&P 500 volatiliteta indeksa S&P 500 nizka, v času padca pa visoka. Podobno hitro opazimo, če primerjamo vrednosti indeksov VIX in S&P 500.

Kljub temu se lahko zgodi, da so dnevne spremembe obeh indeksov pozitivne, kar pa ne traja več kot nekaj dni (najdaljše zaporedje dni, ko so bile dnevne spremembe obeh indeksov pozitivne, je trajalo le 3 dni, med 6. in 8. junijem 2016). V obdobju pozitivnih dnevnih sprememb obeh indeksov investitorju pričakujejo povišano volatiliteto vrednosti indeksa S&P 500 v prihodnosti, čeprav se trenutna vrednost indeksa viša.

Iz slike 2 sta tudi razvidni dve lastnosti gibanja vrednosti indeksa VIX:

- Porazdelitev vrednosti indeksa VIX so asimetrične z daljšim repom v pozitivni smeri (angl. *positively skewed*). Vrednost indeksa se redkeje poveča, a v teh primerih je rast vrednosti visoka, medtem ko je padanje vrednosti indeksa bolj pogosto, so pa dnevni padci manjši. Vrednosti indeksa se v času občasnih rasti povečujejo zelo hitro, nato pa dlje časa postopoma padajo.
- Vrednosti indeksa VIX se po vsakem dvigu/padcu normalizirajo. Pravimo, da je gibanje vrednosti indeksa *mean-reverting*.



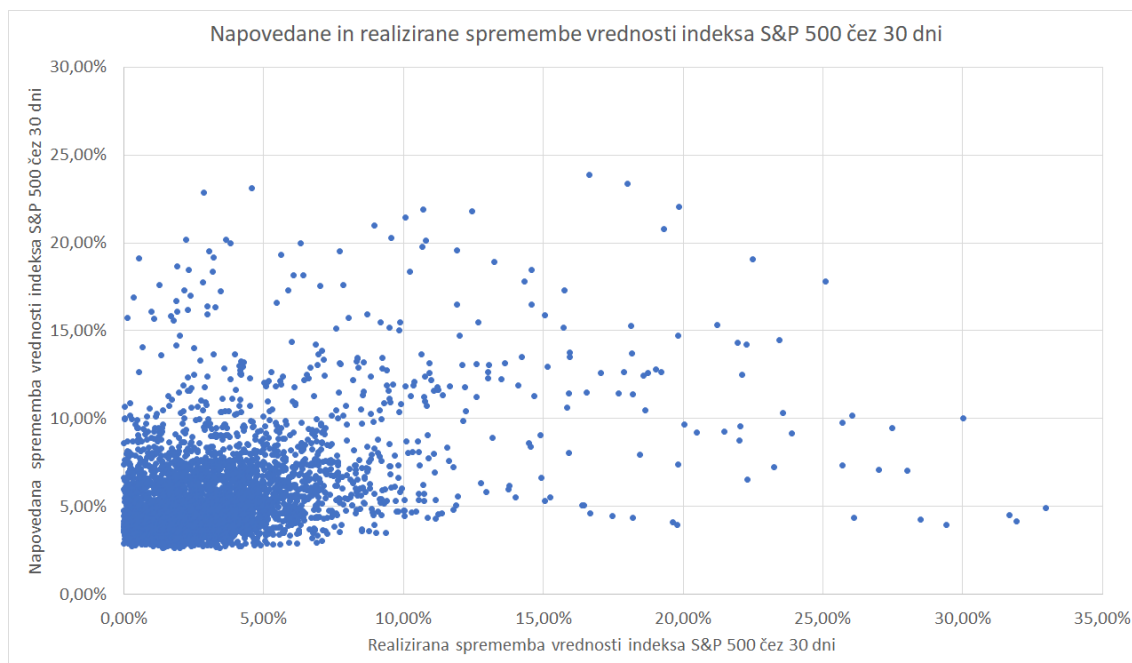
SLIKA 2. Vrednosti indeksa VIX in S&P 500 v obdobju 2004-2021, vir: Yahoo finance

Rhoads [4] predlaga sledečo formulo za izračun predvidene 30-dnevne spremembe indeksa S&P 500 glede na dnevno vrednost indeksa VIX:

$$\Delta_{\%} I_{500} = \frac{VIX}{\sqrt{12}} \quad (6)$$

Če trenutna vrednost VIX znaša 25, lahko pričakujemo, da se bo v 30 dneh, vrednost indeksa S&P 500 spremenila za $\frac{25}{\sqrt{12}} = 7,21\%$.

Slika 3 prikazuje realizirane 30-dnevne spremembe vrednosti indeksa S&P 500 in napovedane spremembe vrednosti indeksa z enačbo (6). Opazimo, da napovedane spremembe niso dober približek realiziranih sprememb. Napovedovanje 30-dnevnih sprememb vrednosti indeksa S&P 500 z vrednostmi indeksa VIX je neučinkovito zaradi dinamike, kako se vrednosti indeksov gibljeta. Večjo natančnost napovedovanja sprememb vrednosti indeksa S&P 500 z vrednostmi indeksa VIX bi dosegli, če bi napovedovali spremembe le za nekaj dni v naprej.



SLIKA 3. Razsevni diagram realiziranih in napovedanih 30-dnevnih sprememb indeksa S&P 500 v obdobju 2004-2021

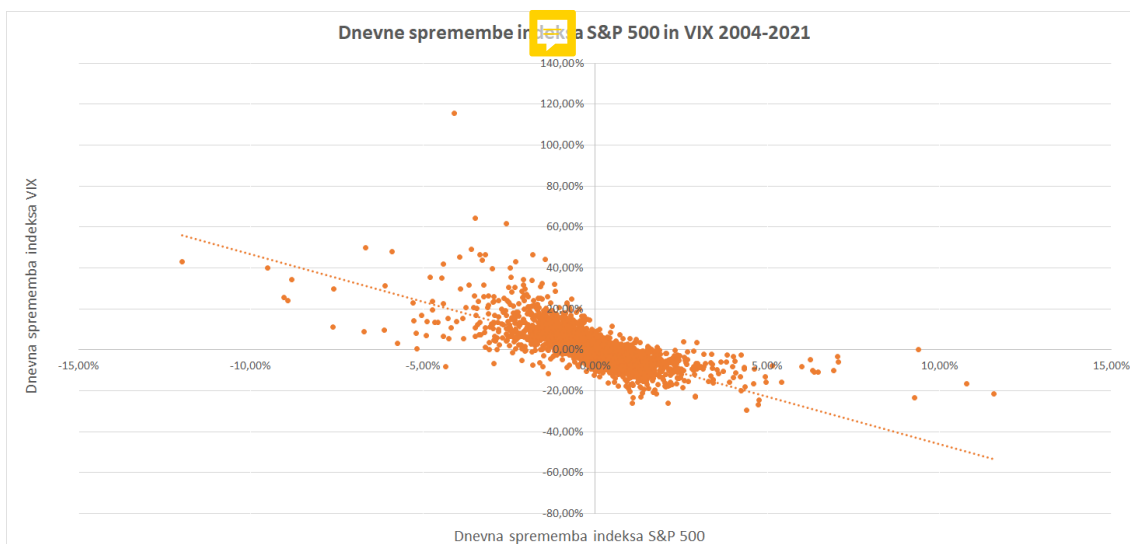
Slika 4 prikazuje dnevne spremembe indeksov S&P 500 in VIX. Iz slike vidimo, da so dnevne spremembe indeksov negativno korelirane. Negativno korelacijo je dokazal že Whaley [5] leta 2009. Še več, Whaley je dokazal, da je negativna korelacija med dnevnimi spremembami indeksov bolj izrazita v primeru, ko je dnevna sprememba indeksa S&P 500 negativna.

Da se indeksa gibljeta v nasprotnih smereh, je najbolj opazna v času finančne krize 2008, ko je vrednost indeksa S&P 500 padla iz 1 565,15 oktobra 2008 na 676,53 točke marca 2009, medtem ko je VIX v istem časovnem okvirju zrasel iz 16,12 na 49,68 točke (celo dosegal vrednosti vse do 80,86 točk novembra 2009).

Vrednosti indeksa VIX v času rasti indeksa S&P 500 (angl. *bull market*) ostajajo nizke, saj vlagatelji ne bodo pretirano investirali v nakupne opcije na vrednost indeksa S&P 500, ampak pogosteje v delnice ali investicijske sklade. V obdobju padca vrednosti indeksa S&P 500 (angl. *bear market*) se zelo močno poveča povpraševanje po prodajnih opcij, posledično premije za nakup prodajnih opcij narastejo in vrednost indeksa VIX se zviša.

Z vlaganjem v vrednosti indeksa VIX, se lahko investor zavaruje pred nenadnim padcem vrednosti indeksa S&P 500 in celotnega ameriškega in svetovnega gospodarstva, vendar direktne investicije v indeks VIX niso možne, saj je le indeks, izračunan s pomočjo opcij na vrednost indeksa S&P 500, ki se ne splačajo.

Medtem ko je v praksi mogoče upravljati portfelj delnic, ki zelo natančno posnema donos indeksa S&P 500 (nekateri investicijski skladi počnejo ravno to), je to za indeks VIX tudi v teoriji nemogoče. Zato obstajajo različni finančni instrumenti, katerih izplačila so odvisna od vrednosti indeksa VIX, to so terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX in opcije na vrednost indeksa VIX, investitorji pa lahko tudi vlagajo v investicijske sklade volatilitnosti (angl. *volatility exchange-traded funds, volatility ETF*).



SLIKA 4. Razsewni diagram dnevne spremembe indeksa S&P 500 in VIX v obdobju 2004-2021, vir: Yahoo finance

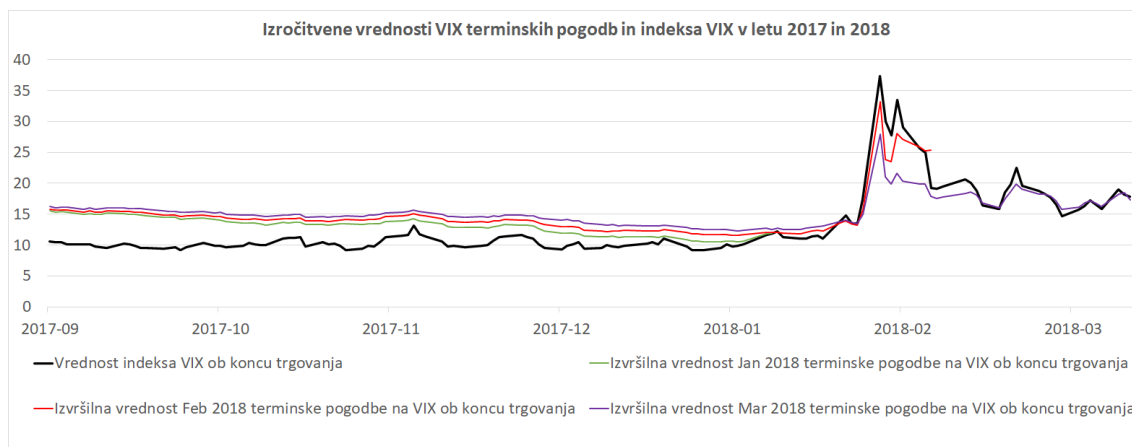
3.4. Terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX. Terminske pogodbe (angl. *VIX futures*) na vrednost indeksa VIX so bile prvič predstavljene leta 2004 in jih lahko najdemo pod oznako VX (mesečne terminske pogodbe) in VX01 do VX53 (tedenske terminske pogodbe).

Mesečne terminske pogodbe imajo ročnost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadajo opcije na vrednost indeksa S&P 500. Terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX so denarno poravnane z multiplikatorjem 1000 dolarjev.

Izročitvene vrednosti indeksa v terminskih pogodbah z bližanjem ročnosti konvergirajo k vrednosti VIX. Zaradi tega so kratkoročne terminske pogodbe veliko bolj občutljive na spremembe vrednosti indeksa VIX, kot pa tiste z daljšo ročnostjo. Pogodbe z daljšo ročnostjo imajo običajno tudi višjo izročitveno vrednost kot pa tiste

s krajšo ročnostjo. Stanju na trgu, ko so izročitvene vrednosti terminskih pogodb z daljšo ročnostjo višje od tistih s krajšo ročnostjo imenujemo *contango*. V nasprotnem primeru, ko so izročitvene vrednosti terminskih pogodb s krajšo ročnostjo višje od tistih z daljšo ročnostjo, tako stanje na trgu imenujemo *backwardation*.

Na sliki 5 so prikazane izročitvene vrednosti terminskih pogodb z različnimi ročnostmi v obdobju med letoma 2017 in 2018. Opazimo, da so bile izročitvene vrednosti terminskih pogodb vse do februarja 2018 višje od trenutne vrednosti indeksa VIX. To je *contango*. S padcem trga pa je vrednost indeksa VIX narasla in odnosi med trenutno in izročitvenimi vrednostmi indeksa VIX **je prešlo** v *backwardation*. Če primerjamo terminski pogodbi za februar in marec 2018, opazimo, da je bila izročitvena vrednost marčevske pogodbe do začetka februarja višja od februararske terminske pogodbe, po šoku na trgu pa je izročitvena vrednost februararske terminske pogodbe višja in je bila tudi bolj občutljiva na spremembe vrednosti indeksa VIX kot pa marčevska.



SLIKA 5. Gibanje izročitvenih vrednosti VIX mesečnih terminskih pogodb in vrednosti indeksa VIX, vir: CBOE

Terminske pogodbe se ob ročnosti ne poravnajo ~~vendar se ob zapadlosti ne poravnajo~~ z vrednostjo indeksa VIX na dan poravnave temveč z vrednostjo njemu sorodnega indeksa volatilitnosti za poravnave CBOE Volatility index settlement za katerega se pogosto uporablja ime indeks VRO.

Medtem ko se za izračun indeksa VIX uporabijo opcije na vrednost indeksa S&P 500, ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni, se za izračun vrednosti indeksa VRO uporabijo le opcije, ki zapadejo čez **30 dni**. Prav tako CBOE s svojim internim modelom določi interval izvršilnih cen nakupnih in prodajnih opcij, ki bodo uporabljeni v izračunu vrednosti indeksa (**model za izbiro opcij**, vključenih v izračun indeksa VRO ni javno objavljen, na voljo je le seznam opcij, ki so bile uporabljene za izračun indeksa VRO). Če se za izračun vrednosti indeksa VIX ne uporablja **opcij z nakupno** premijo 0, **so** pri izračunu vrednosti indeksa VRO takšne opcije ahko uporabijo.

Še ena razlika med izračunom vrednosti indeksa VIX in indeksa VRO je, da se za izračun indeksa VIX uporabi povprečje ponujene in povprašane premije posamezne opcije, medtem ko se za izračun vrednosti indeksa VRO uporabi vrednosti premij

ob začetku trgovalnega dne (angl. *opening price*) opcij.

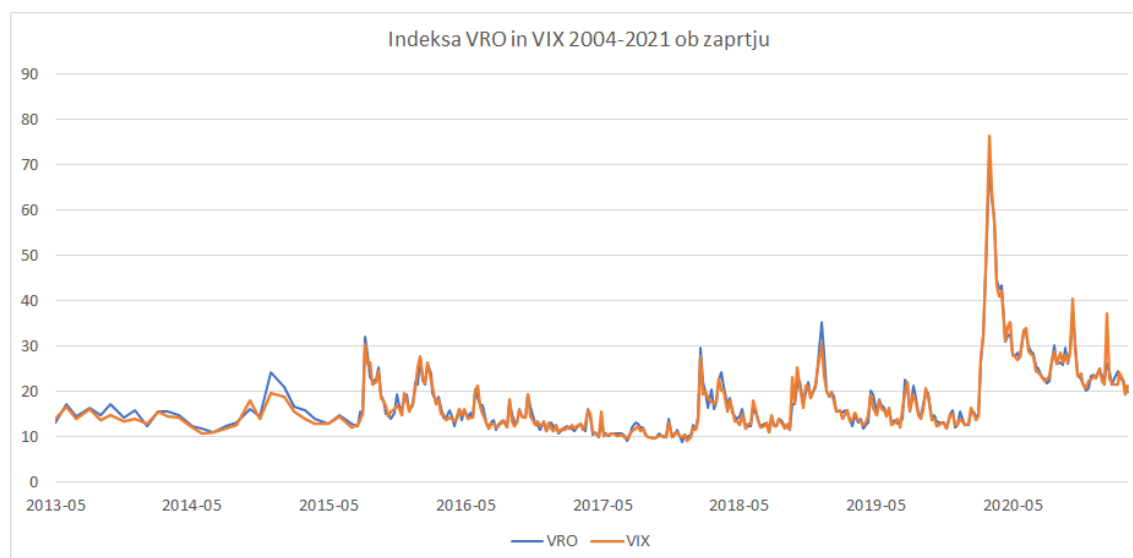
V večini primerov je situacija na trgu stabilna in posledično je indeks VIX nizek in izračitvene vrednosti indeksa v terminskih pogodbah so višje od trenutne vrednosti VIX. Če investitor meni, da bo prišlo do spremembe na trgu in s tem dviga vrednosti VIX, sklene dolgo pozicijo v terminski pogodbi. V primeru, da res pride do negotovosti na trgu in se vrednost indeksa VIX poveča, bo imel investitor dobiček, v nasprotnem primeru pa izgubo.

V primeru, da je trg nestabilen in s tem vrednost indeksa VIX visoka, pa so izvršilne vrednosti terminskega posla nižje od vrednosti indeksa VIX.

Zaradi razlik v izračunu vrednosti indeksov VIX in VRO se lahko na dan poravnave terminske pogodbe vrednosti indeksa VIX indeksa VRO razlikujeta, s tem pa tudi izračitvena vrednost po kateri se poravna terminska pogodba.



Vrednosti indeksov VIX in VRO za obdobje od leta 2013 do 2021 so prikazani na sliki 6. Vrednosti indeksov sta večino časa enaki, z izjemo nekaterih krajših obdobj. Največja razlika je bila v 14. decembra 2014, ko je bila vrednost indeksa VRO 24,09 in vrednost indeksa VIX 19,44.



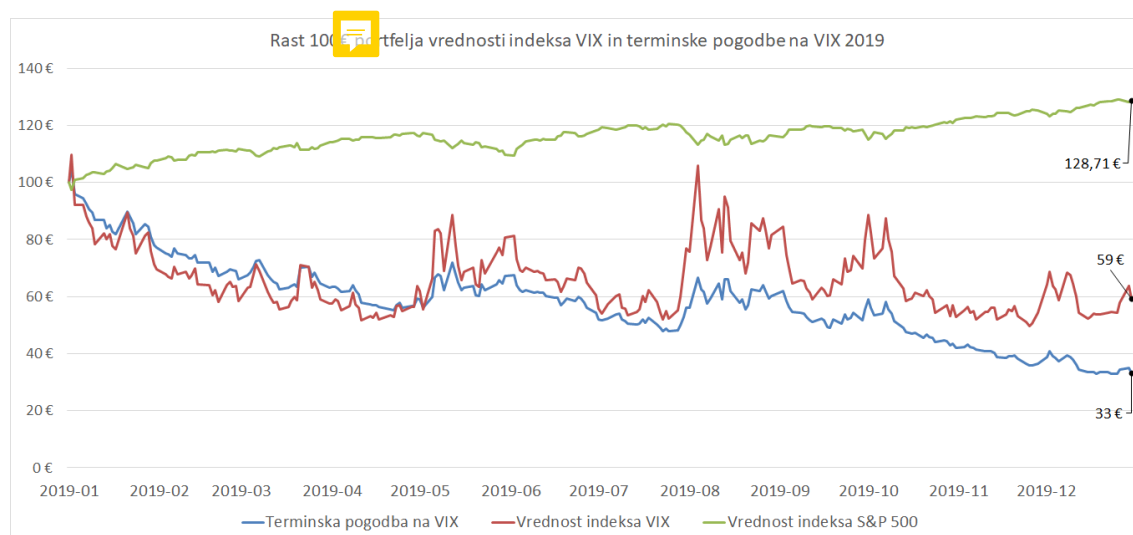
SLIKA 6. Gibanje vrednosti indeksov VRO in VIX v obdobju 2004-2021, vir: CBOE

Takšna dodatna negotovost za vlagatelja predstavlja dodaten riziko njegove investicije. Prav zaradi tega se večina vlagateljev svoje terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX dan pred ročnostjo proda in kupi terminsko pogodbo s kasnejšim datumom ročnosti (angl. *futures roll*).

Ker je so terminske pogodbe na VIX večino časa v *contagu*, je vrednost terminske pogodbe s krajšo ročnostjo nižja kot pa vrednost terminskih pogodb z daljšo ročnostjo. S tem ko vlagatelj dan pred zapadlostjo terminske pogodbe naredi zamenjavo, s prodajo stare in nakupom nove terminske pogodbe utrpi dodaten strošek. Omenjen strošek se imenuje *cost of carry*, ki ga mora vlagatelj plačevati, če želi ohranjati svojo dolgo pozicijo. Zaradi dodatnega stroška **ohranjevanja** pozicije, je dolgoročno vlaganje v vrednost indeksa VIX neprofitabilno.

Neprofitabilnost dolgoročnega vlaganja v vrednost indeksa VIX ponazarja slika 7, na kateri je predstavljeno gibanje portfeljev indeksa S&P 500, indeksa VIX in terminske pogodbe v letu 2019. Portfelja indeksov VIX in S&P 500 sta teoretična, njuni vrednosti sta vsak dan določeni tako, da ohranjata sorazmerje z vrednostjo posameznega indeksa. Za vrednost portfelja iz terminskih pogodb na vrednost indeksa VIX privzamemo izračitvene vrednosti terminskih pogodb na VIX s konstantnim datumom zapadlosti 1 mesec (vsak dan s prodajo deleža VIX terminske pogodbe, ki zapade v najbližjem mesecu in z nakupom deleža VIX terminske pogodbe, ki zapade čez 2 meseca ohranjamo konstantni datum zapadlosti).

V letu 2019 ni bilo večjih pretresov na finančnih trgih. Če bi na začetku leta investirali 100 evrov v portfelj, ki sledi indeksu S&P 500, bi ob koncu leta dosegli 28,7 odstotni dobiček. Z enako investicijo v portfelj, ki sledi indeksu VIX, bi ob koncu leta dosegli 41 odstotno izgubo. Če bi na začetku leta investirali 100 evrov v portfelj terminskih pogodb, bi ob koncu leta dosegli 67 odstotno letno izgubo.



SLIKA 7. Gibanje vrednosti treh portfeljev z začetno vrednostjo 100 evrov v letu 2019, vir: S&P Dow Jones Indices

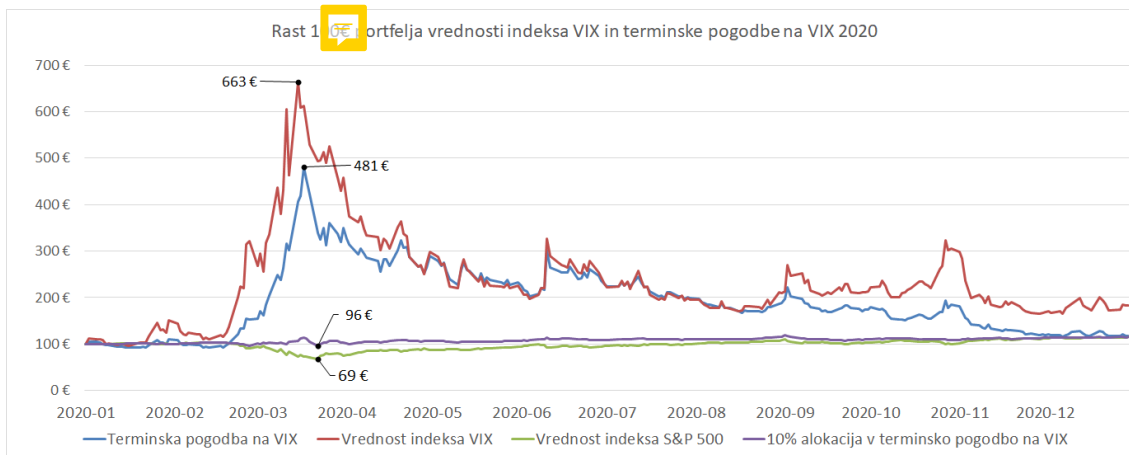
Slika 8 prikazuje gibanje vrednosti treh takšnih portfeljev z začetno vrednostjo 100 evrov v letu 2020. Ob koncu leta bi realizirali 15 odstotno donosnost z investicijo v portfelj, ki sledi indeksu S&P 500. Z enako investicijo v portfelj, ki sledi indeksu VIX, bi ob koncu leta dosegli 82 odstotno izgubo. Če bi na začetku leta investirali 100 evrov v terminsko pogodbo, bi ob koncu leta dosegli 17 odstotni dobiček.

Opazimo pa, da bi lahko investicija v portfelj, ki sledi indeksu VIX v sredini meseca marca, ko je indeks S&P 500 padel za 31 odstotkov, realizirala 563 odstotni dobiček. Podobno bi investicija v portfelj terminskih pogodb na VIX v mesecu marcu realizirala 381 odstotni dobiček.

Dogajanje v letu 2020 je zelo nazoren primer, kako bi lahko z investicijo v finančni instrument, katerega izplačilo je odvisno od vrednost indeksa VIX, zaščitili vrednost svojega portfelja, ki je odvisen od vrednosti indeksa S&P 500.

Investitor sam določi, kolikšen del sredstev bo vložil v posamezno vrsto portfelja. Veliko bolj realno, kot investicija enakih zneskov v terminske pogodbe na vrednost indeksa VIX in v indeks S&P 500, bi bila le 10 odstotna alokacija vrednosti investicije v terminsko pogodbo. Vijolična krivulja na sliki 8 prikazuje gibanje vrednosti

portfelja, v katerem smo na začetku leta 90 evrov investirali tako, da sledijo indeksu S&P 500, 10 evrov pa terminske pogodbe na VIX. Opazimo, da donos, ki ga ustvarja del portfelja, investiranega v indeksa S&P 500 nadomesti stroške investicije v terminske pogodbe na VIX. S tem ustvarimo portfelj, katerega vrednost počasi raste tudi preko zelo turbulentnih obdobjih.



SLIKA 8. Gibanje vrednosti portfeljev z začetno vrednostjo 100 evrov v letu 2020

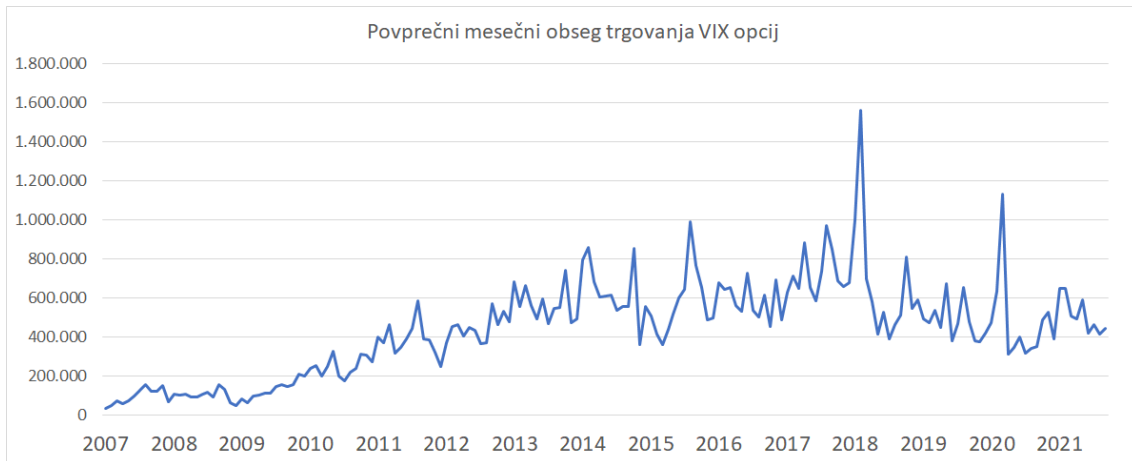
Terminske pogodbe na VIX (in v nadaljevanju tudi opcije na VIX) so namenjene ščitenu (angl. **textithedge**) portfelja, saj ob šoku na finančnem trgu ustvarijo donos, ki nadomesti padec investicije. Ker mora investitor ob dvigu vrednosti finančnih instrumentov na indeks VIX svojo pozicijo zapreti, omenjeni **finčni** primerni niso primerni za pasivnega investitorja.

3.5. Opcije na vrednost indeksa VIX. Opcije na vrednost indeksa VIX (angl. *VIX options*) so bile prvič na voljo leta 2006 in jih najdemo pod kratico VIX. Opcije so evropske in imajo podobno kot terminske pogodbe na VIX, zapadlost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadejo opcije na vrednost indeksa S&P 500. Medtem ko je multiplikator za terminsko pogodbo 1.000 dolarjev, je multiplikator pri opcijah na VIX 100 dolarjev. Z letom 2009 so bile na trg tudi prvič ponujene tedenske VIX opcije. Uveljavila sta se izraza VIX opcije za prvotne, mesečne opcije na vrednost indeksa VIX in VIX tedenske opcije za tedenske opcije na vrednost indeksa VIX.

Medtem ko so vrednosti terminskih pogodb na VIX neposredno vezane na vrednost indeksa VIX, pa so opcije na VIX vezane na vrednost VIX terminske pogodbe z enako ročnostjo (oziroma indeks VRO). Podobno kot pri terminskih pogodbah se z sklenitvijo nakupne VIX opcije zavarujemo pred šokom na finančnem trgu.

Na sliki 9 so predstavljeni povprečni mesečni volumni trgovanja z opcijami na vrednost indeksa VIX za obdobje od leta 2007 do leta 2021. Ker so bile VIX opcije prvič na voljo šele leta 2006, v času finančne krize v letu 2008 niso bile uporabljene v večjem obsegu. Vseeno se je povprečje mesečnega volumna trgovanja VIX opcij povečevalo in doseglo svoj vrh v času povišane volatilnosti na trgu februarja 2018.

Po rekordnem obsegu v februarju 2018 je obseg trgovanja z VIX opcijami upadel in ostal nizek vse do marca leta 2020, ko se je interes vlagateljev po VIX opcijah zaradi negotovosti ob začetku epidemije covida-19 povečal.



SLIKA 9. Povprečni mesečni obseg trgovanja VIX opcij, vir: CBOE

LITERATURA

- [1] E. Szado, *Selling VIX futures and options for portfolio enhancement*, Working paper, CBOE, Chicago, 2019
- [2] E. Szado, *The portfolio diversification potential of lon VIX futures nad options strategies*, Working paper, CBOE, Chicago, 2019
- [3] E. Szado, *VIX futures and options - a case study of portfolio diversification during the 2008 financial crisis*, Working paper, CBOE, Chicago, 2009
- [4] R. Rhoads, *Trading VIX derivatives: trading and hedging strategies using VIX futures, options, and exchange-traded notes*, John Wiley & Sons, New Jersey, 2011
- [5] R. Whaley, *Understanding the VIX*, The Journal of Portfolio Managment **35** (2009)
- [6] *VIX white paper*, v: Cboe, [ogled 17. 11. 2019], dostopno na <https://cdn.cboe.com/resources/vix/vixwhite.pdf>
- [7] *Vrednost indeksa S&P 500*, v: Yahoo finance, [ogled 31. 3. 2021], dostopno na <https://finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC/history?p=%5EGSPC>
- [8] *Vrednost indeksa VIX*, v: Yahoo finance, [ogled 31. 3. 2021], dostopno na <https://finance.yahoo.com/quote/%5EVIX/history?p=%5EVIX>
- [9] *Vrednost indeksa VRO*, v: CBOE, [ogled 26. 8. 2021], dostopno na https://www.cboe.com/us/futures/market_statistics/final_settlement_prices/
- [10] *Tržni deleži podjetij v indeksu S&P 500*, v: Slickcharts, [ogled 4. 9. 2021], dostopno na <https://www.slickcharts.com/sp500>
- [11] *Prosta tržna kapitalizacija podjetja Apple*, v: GuruFinance, [ogled 15. 8. 2021], dostopno na <https://www.gurufocus.com/term/FloatPercentageOfTSO/aapl/Float-Percentage-Of-Total-Shares-Outstanding/Apple>
- [12] *Vrednost indeksnega delitelja indeksa S&P 500*, v: ycharts, [ogled 15. 8. 2021], dostopno na https://ycharts.com/indicators/sp_500_divisor
- [13] *Vrednost finančnih inštrumentov, odvisnih od vrednosti indeksa S&P 500*, v: spglobal.com, [ogled 24. 8. 2021], dostopno na <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview>
- [14] *Izračitvene vrednosti terminskih pogodb na indeks VIX*, v: CBOE, [ogled 17. 11. 2019], dostopno na https://www.cboe.com/us/futures/market_statistics/historical_data/
- [15] *Izračitvena vrednost terminske pogodbe na indeks VIX s konstantnim datumom zapadlosti 1 mesec*, v: S&P Dow Jones Indices, [ogled 23. 8. 2021], dostopno na <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/strategy/sp-500-vix-short-term-index-mcap/#overview>
- [16] *Dnevni obseg trgovanja opcij na indeks VIX*, v: CBOE, [ogled 26. 8. 2021], dostopno na https://www.cboe.com/us/options/market_statistics/historical_data/