

# Finančni instrumenti osnovani na razpršenosti

Žan Jarc

Mentorica: prof. dr. Damjana Kokol Bukovšek

Somentor: dr. Aleš Toman

Fakulteta za matematiko in fiziko

24. maj 2020

## Vsebina predstavitve:

- Volatilnost trga
- Indeks Standard & Poor's 500
- Indeks volatilitnosti
- Primer izračuna indeksa VIX
- Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX
- VIX terminske pogodbe
- VIX opcije

- **Finančni trg** sestavljajo vrednostni papirji, katerih vrednosti se v času spreminjajo.
- Zaradi spreminjanja vrednosti vsak vrednostni papir ali pa portfelj papirjev ustvarja donose in izgube.
- Če donos ali izgubo delimo z začetno vrednostjo papirja ali portfelja, temu rečemo **donosnost**, ki je izražena v odstotkih in je lahko pozitivna ali negativna.
- Razpršenost donosnosti je lahko večja ali manjša. Standardnemu odklonu porazdelitve donosnosti rečemo **volatilnost**.

- Investitorji lahko s pomočjo informacije o volatilnosti potencialne naložbe ugotovijo, kako tvegana je njihova investicija.
- Pri vlaganju v finančno naložbo z nizko volatilnostjo se pričakuje, da bodo donosi investicije morda nizki, vendar precej netvegani, medtem ko nam lahko investicija v finančno naložbo z visoko volatilnostjo prinese višje donose, vendar tudi večje tveganje.
- Finančni inštrumenti na osnovi volatilnosti so bili zasnovani, da vlagateljem ponudijo možnost, da trgujejo z razpršenostjo in s tem zavarujejo svoj portfelj pred nenadnimi nihaji.

# Izračun indeksa Standard & Poor's 500

- **Indeks Standard & Poor's 500** ali indeks **S&P 500** je pokazatelj stanja v ameriškem gospodarstvu, ki se najpogosteje uporablja.
- Je kapitalizacijsko utežen indeks:

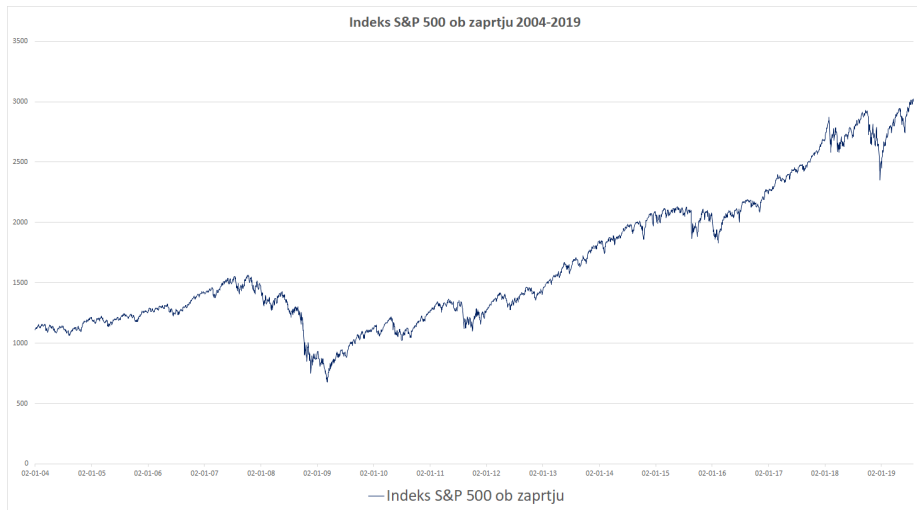
$$\text{S\&P 500} = \sum_{i=1}^{500} \frac{P_i \cdot Q_i}{D},$$

- $P_i$  cena delnice  $i$ -tega podjetja.
- $Q_i$  število razpoložljivih delnic za trgovanje  $i$ -tega podjetja.
- Pri izračunu uporablja tudi delitelj  $D$  (angl. *divisor*).

# Opcije na vrednost indeksa S&P 500

- Indeks S&P 500 ni le uporaben za reprezentacijo ameriškega gospodarstva ampak tudi predstavlja dobro dolgoročno investicijo.
- Direktno v indeks ne moremo investirati, lahko pa izoblikujemo portfelj delnic, ki je ekvivalenten sestavi indeksa.
- Kratica SPX.
- Je denarno poravnana opcija in je evropskega tipa.
- Tedenske in mesečne opcije.
- Pogodbeni množitelj 100 \$.

# Vrednosti indeksa S&P 500



- Indeks **Cboe Volatility Index** ali **VIX** je bil razvit za napovedovanje pričakovane volatilnosti.
- Indeks prikazuje 30 dnevno pričakovano volatilnost nakupnih in prodajnih opcij na indeks S&P 500, ki se ne splačajo (angl. *out-of-the-money*) in ki zapadejo čez več kot 23 in manj kot 37 dni.
- Odraža pričakovanje investorjev, kako bo trg nihal v prihodnjih 30 dneh.



# Primer izračuna indeksa VIX (1)

- Izračun vrednosti indeksa VIX na dan 4. marca 2020.
- Vrednost indeksa S&P 500 je bila na ta dan 3089,78, vrednost indeksa VIX pa 31,99.
- Zaradi lažje preglednosti, uporabimo za izračun le opcije na vrednost indeksa S&P 500, ki zapadejo čez 27 ali 31 dni.

Datum zapadlosti	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Izvršilna vrednost	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije
2020-04-06	1280	1292,2	1800	0,65	0,95
2020-04-06	1180,4	1192,6	1900	0,9	1,2
2020-04-06	1130,4	1142,6	1950	1,05	1,35
2020-04-06	1080,9	1093,1	2000	1,25	1,55
2020-04-06	1031,2	1043,5	2050	1,5	1,8
2020-04-06	981,3	993,6	2100	1,75	2,05
2020-04-06	931,7	944	2150	2,1	2,4
2020-04-06	882,2	894,5	2200	2,55	2,85
2020-04-06	832,8	845,1	2250	3,1	3,4

# Primer izračuna indeksa VIX (2)

Datum zapadlosti	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija prodajne opcije	Izvršilna vrednost	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije	Povprečna premija nakupne opcije	Povprečna premija prodajne opcije	Absolutna razlika povprečne premije nakupne in prodajne opcije	Minimalna razlika	T	R	F
2020-03-31	86,6	87,6	3085	84,7	85,9	87,1	85,3	1,80	1,80	0,004543	0,015849	3086,80
2020-04-06	94,1	95,4	3085	92,5	93,7	94,75	93,1	1,65	1,65	0,004726	0,008577	3086,65

- **$T$  čas zapadlosti**

$$T = \frac{M_{\text{današnji dan}} + M_{\text{dan poravnave}} + M_{\text{ostali dnevi}}}{\text{minute v letu}},$$

- **$R$  netvegana obrestna mera** glede na krivuljo donosnosti ameriških zakladnih obveznic
- **$F$  terminska vrednost indeksa, določena na osnovi premij indeksnih opcij**

$$F = K \cdot e^{RT} \cdot (c - p)$$

- Za vsak dan zapadlosti opcij določimo  $K_0$ , ki je prva izvršilna vrednost opcije, manjša ali enaka od izračunane vrednosti  $F$  za tisti dan.

# Primer izračuna indeksa VIX (3)

- Pri izbiri nakupnih opcij, ki bodo uporabljene za izračun indeksa VIX, so primerne le tiste z izvršilno vrednostjo večjo ali enako  $K_0$ . Najprej se izberejo tiste nakupne opcije, ki imajo izvršilno vrednost takoj nad  $K_0$ . Nadaljujemo iskanje primernih nakupnih opcij z višjo izvršilno vrednostjo, ki imajo nakupno premijo večjo od 0. Ko se pri iskanju pojavita dve zaporedni opciji z nakupno premijo enako nič, se iskanje konča in nobena nakupna opcija z višjo izvršilno vrednostjo ni vključena za izračun indeksa.

Datum zapadlosti	Izvršilna vrednost	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije
2020-03-31	4100	SPXW200331C04100000	0	0,1
2020-03-31	4000	SPXW200331C04000000	0	0,05
2020-03-31	3900	SPXW200331C03900000	0	0,15
2020-03-31	3850	SPXW200331C03850000	0	0,15
2020-03-31	3800	SPXW200331C03800000	0	0,15
2020-03-31	3750	SPXW200331C03750000	0	0,2
2020-03-31	3700	SPXW200331C03700000	0	0,2
2020-03-31	3675	SPXW200331C03675000	0	0,2
2020-03-31	3650	SPXW200331C03650000	0,05	0,25
2020-03-31	3640	SPXW200331C03640000	0,05	0,25

# Primer izračuna indeksa VIX (4)

- Podoben postopek se opravi tudi za iskanje primernih prodajnih opcij, le da se pri tem iskanju upošteva le opcije z izvršilno vrednostjo manjšo ali enako  $K_0$ . V izračun se vključijo najprej tiste prodajne opcije, ki imajo izvršilno vrednost takoj pod  $K_0$  in nato še vse ostale z nižjo izvršilno vrednostjo in nakupno premijo večje od 0. Kot pri izbiri nakupnih opcij, se iskanje prodajnih opcij za izračun indeksa končna, ko se pri razvrščanju naleti na dve zaporedni prodajni opciji, z nakupno premijo enako 0.

Datum zapadlosti	Izvršilna vrednost	Prodajna opcija	Nakupna premija prodajne opcije	Prodajna premija prodajne opcije
2020-03-31	1200	SPXW200331P01200000	0,05	0,25
2020-03-31	1300	SPXW200331P01300000	0,1	0,3
2020-03-31	1350	SPXW200331P01350000	0,1	0,3
2020-03-31	1400	SPXW200331P01400000	0,15	0,35
2020-03-31	1425	SPXW200331P01425000	0,15	0,35
2020-03-31	1450	SPXW200331P01450000	0,2	0,4
2020-03-31	1475	SPXW200331P01475000	0,2	0,4

# Primer izračuna indeksa VIX (5)

- S tem postopkom so izbrane vse prodajne in nakupne opcije, ki bodo upoštevane pri izračunu indeksa VIX.
- Za  $i$ -to opcijo z izvršilno ceno  $K_i$  določimo  $\Delta K_i$  kot:

$$\Delta K_i = \frac{K_{i+1} - K_{i-1}}{2}$$

- Za vsak čas zapadlosti  $T_j$  izračunamo  $\sigma_j^2$ :

$$\sigma_j^2 = \frac{2}{T_j} \sum_i \frac{\Delta K_i}{K_i^2} e^{R_j T_j} Q(K_i) - \frac{1}{T_j} \left( \frac{F_j}{K_0} - 1 \right)^2, \quad \text{za } j = 23, 24, \dots, 37,$$

kjer je  $Q(K_i)$  povprečje nakupne in prodajne premije  $i$ -te opcije.

# Primer izračuna indeksa VIX (6)

Datum zapadlosti	Izvršilna cena	Nakupna opcija	Nakupna premija nakupne opcije	Prodajna premija nakupne opcije	Doprinos opcije po izvršilni ceni
2020-04-06 00:00:00.000	3090	SPXW200406C03090000	90,9	92,1	0,0000479
2020-04-06 00:00:00.000	3095	SPXW200406C03095000	87,8	89	0,0000461
2020-04-06 00:00:00.000	3100	SPXW200406C03100000	84,6	85,9	0,0000444
2020-04-06 00:00:00.000	3105	SPXW200406C03105000	81,5	82,8	0,0000426
2020-04-06 00:00:00.000	3110	SPXW200406C03110000	78,5	79,7	0,0000409
2020-04-06 00:00:00.000	3115	SPXW200406C03115000	75,5	76,7	0,0000392
2020-04-06 00:00:00.000	3120	SPXW200406C03120000	72,5	73,7	0,0000375
2020-04-06 00:00:00.000	3125	SPXW200406C03125000	69,6	70,8	0,0000359
2020-04-06 00:00:00.000	3130	SPXW200406C03130000	66,8	67,9	0,0000344
2020-04-06 00:00:00.000	3135	SPXW200406C03135000	64	65,1	0,0000328
2020-04-06 00:00:00.000	3140	SPXW200406C03140000	61,2	62,3	0,0000313

$$\sigma_1^2 = 1,511730404, \sigma_2^2 = 1,677280934$$

# Primer izračuna indeksa VIX (7)

- Za končni izračun indeksa VIX moramo izračunati 30-dnevno uteženo povprečje  $\sigma_j^2$ :

$$VIX = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ \sum_{j=23}^{37} T_j \sigma_j^2 |N_j - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}},$$

kjer je:

- $N_j$  število minut do zapadlosti opcije, ki zapade čez  $j$  dni
- $N_{\text{leto}}$  število minut v letu ( $365 \cdot 1440 = 525.600$ )
- $N_{\text{mesec}}$  število minut v mesecu ( $30 \cdot 1440 = 43.200$ )

# Primer izračuna indeksa VIX (8)

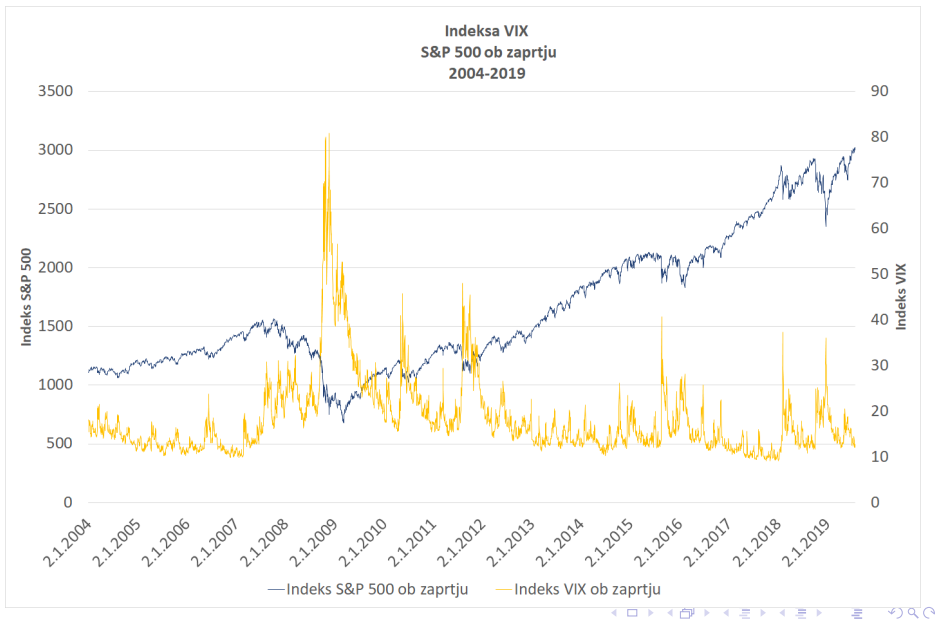
Za poenostavljen zgled lahko izračnemo indeks VIX kot:

$$VIX = 100 \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{37} - N_{23}} \left\{ T_1 \sigma_1^2 |N_{27} - N_{\text{mesec}}| + T_2 \sigma_2^2 |N_{31} - N_{\text{mesec}}| \right\} \cdot \frac{N_{\text{leto}}}{N_{\text{mesec}}}}$$

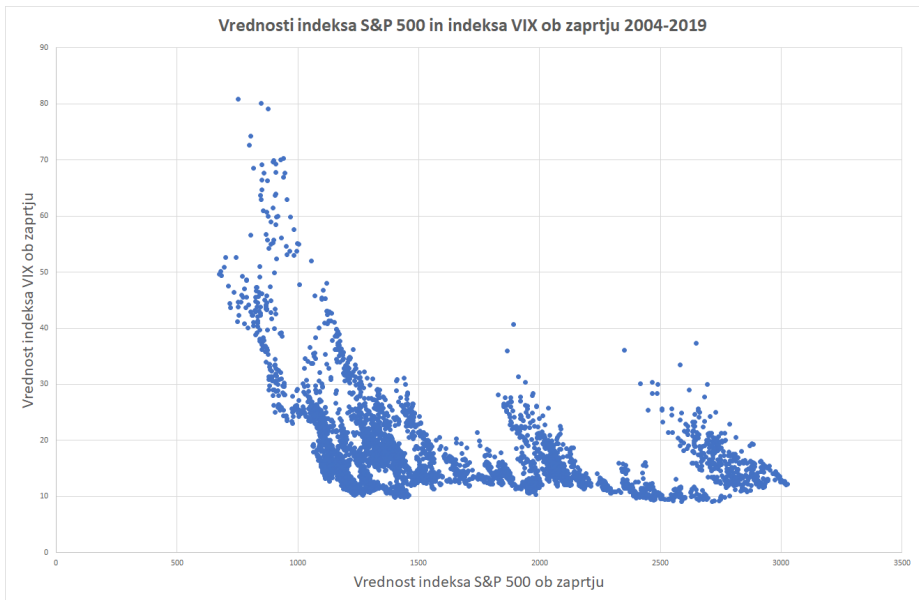
$$VIX = 30,84$$



# Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (1)

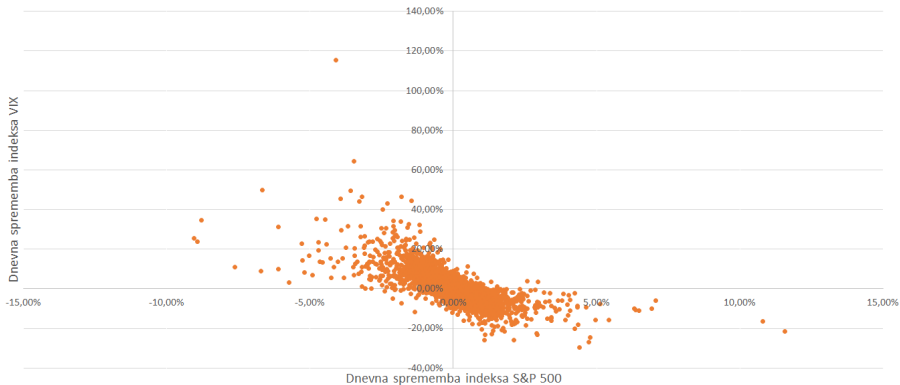


# Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (2)



# Primerjava vrednosti indeksov S&P 500 in VIX (3)

Dnevne spremembe indeksa S&P 500 in indeksa VIX 2004-2019



# VIX terminske pogodbe

- VIX terminske pogodbe (angl. *VIX futures*) so bili prvič predstavljeni leta 2004 in jih lahko najdemo pod oznako VX (mesečne terminski pogodbe) in VX01 do VX53 (tedenske terminski pogodbe). Izvršilne vrednosti terminske pogodbe z bližanjem ročnosti konvergirajo k vrednosti VIX.
- Pogodbeni množitelj 1000 \$.
- Terminske pogodbe imajo ročnost na sredo **zjutraj**, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadejo SPX opcije.
- Vrednost indeksa, s katero se določi znesek ni določen z vrednostjo indeksa VIX na dan poravnave, temveč z vrednostjo **volatility index settlement - VRO** (angl. *Special Opening Quotation*).

# Opcije na vrednost indeksa VIX

- VIX opcije so bile prvič na voljo leta 2006 in jih najdemo pod kratico VIX.
- Opcije so evropske in so denarno poravnane.
- Pogodbeni množitelj 100 \$.
- Imajo podobno kot terminske pogodbe, ročnost na sredo, ki je 30 dni pred petkom, ko zapadejo opcije na vrednost indeksa S&P 500.
- Vrednost opcij VIX je vezana na VIX terminski posel z enako ročnostjo in ne na vrednost indeksa VIX.