

MEDIA MENGAJAR

MATEMATIKA

UNTUK SMP/MTs KELAS VIII

BAB 1

POLA BILANGAN



Sumber gambar: Shutterstock.com



BAB 1

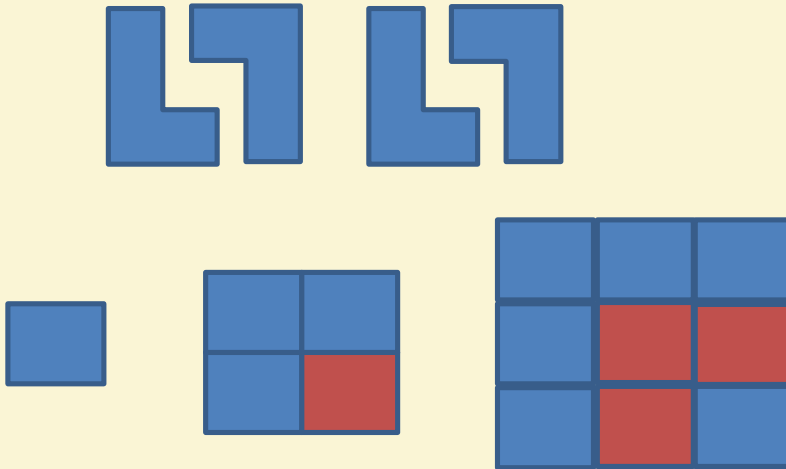
Pola Bilangan

- A. Pola Bentuk
- B. Pola Bentuk di Alam
- C. Pola Bilangan
- D. Menentukan Nilai Suku ke- n .
- E. Pola Bilangan Lainnya



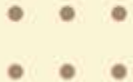
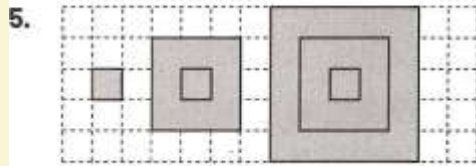
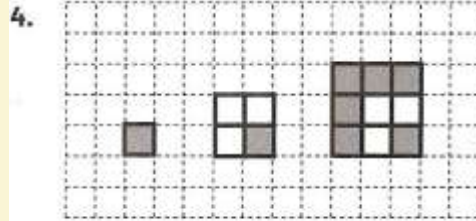
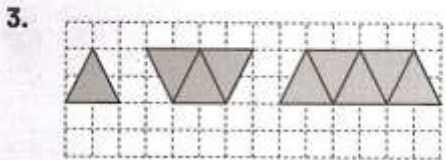
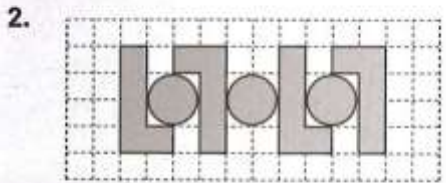
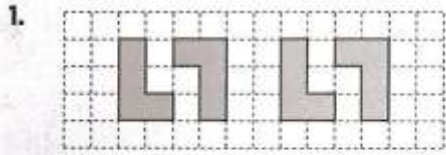
1.1 Pola Bentuk

Beberapa bangunan dan gedung dibentuk dengan pola tertentu. Bahkan piramida di Mesir dan batik memiliki pola bentuk. Perhatikan gambar berikut, gambarkan 3 bentuk selanjutnya.

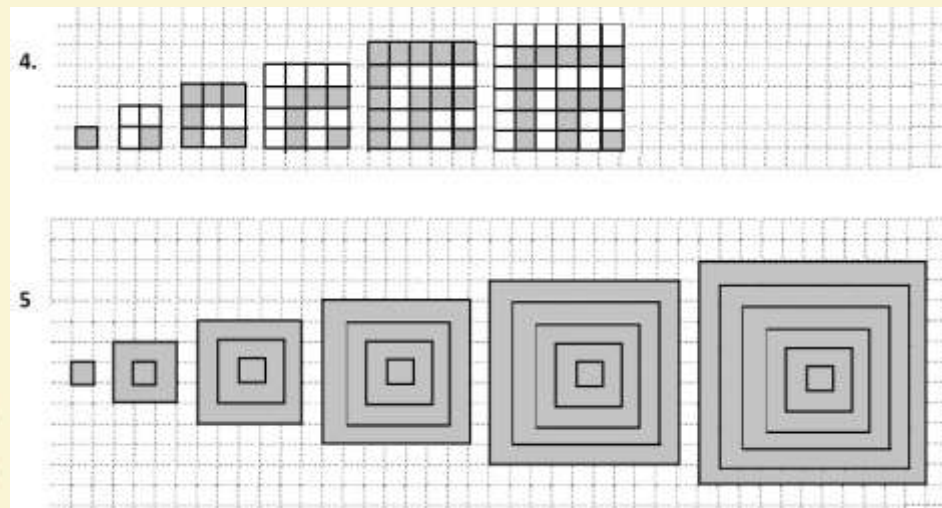
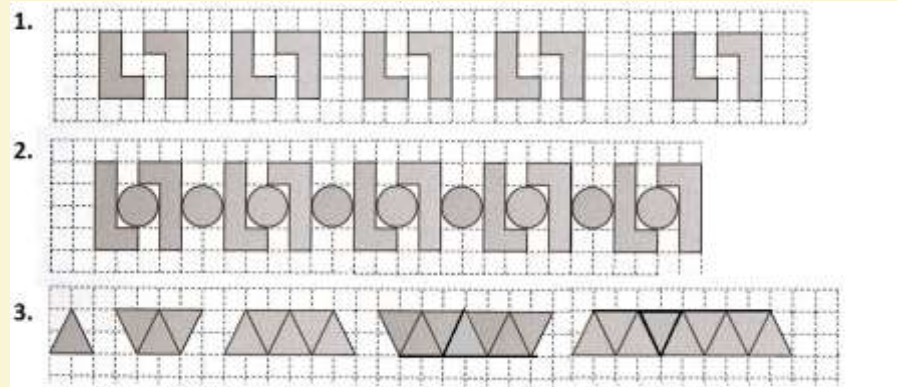


Uji Pemahaman

Gambarkan 3 Bentuk Selanjutnya pada pola berikut!



Jawaban:



1.2 Pola Bentuk di Alam

Sering kali kita melihat foto pertumbuhan pada manusia mulai dari berjalan hingga berlari. Walaupun banyak perubahan yang terjadi pada masa pertumbuhan, tetapi sering kali seseorang masih dapat dikenali setelah dewasa. Hal yang sama juga terjadi pada tumbuhan, perhatikan gambar berikut yang memiliki kesamaan pada setiap tahapnya.



Tahap 1



Tahap 2

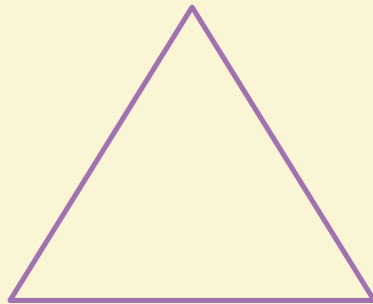


Tahap 3

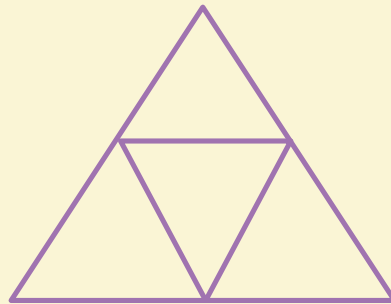


1.3 Pola Bilangan

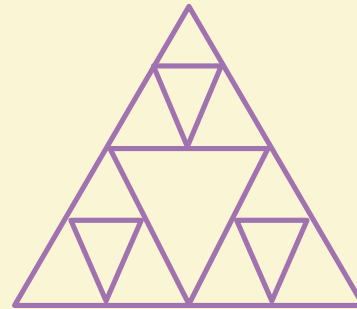
Perhatikan pola bentuk berikut.



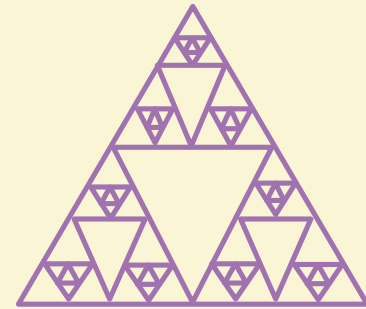
Bentuk ke-1



Bentuk ke-2



Bentuk ke-3





Bentuk ke-4

Pola bilangan pada gambar di atas dapat dituliskan dalam tabel sebagai berikut.



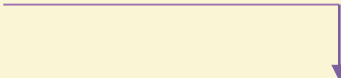


Bentuk ke-	1	2	3	4	5	6
Banyak Segitiga	1	4	13	40	?	?



Selain pola bentuk terdapat juga pola bilangan. Misalkan pada sepasang kelinci yang diilustrasikan sebagai berikut.

Bulan ke-	Induk	Banyak Pasangan
1		1
2		1

Pada bulan ke-3, bertambah 1 pasang kelinci. Ditandai dengan tanda panah.

Bulan ke-	Induk	Keturunan	Banyak Pasang
1			1
2			1
3			2



Pola bilangan dari pasangan kelinci dapat disajikan dalam bentuk tabel berikut.

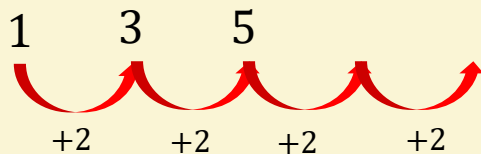
Bentuk ke-	1	2	3	4	5	6	7	8
Banyak Segitiga	1	1	2	3	5	8	?	?

Pola bilangan pada tabel di atas disebut barisan **Fibonacci**.

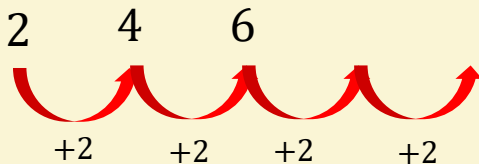


Selain pola bilangan sebelumnya, terdapat pola bilangan lainnya, yaitu:

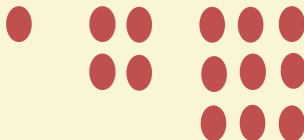
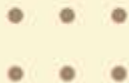
1. Pola bilangan ganjil: 1, 3, 5, ...



2. Pola bilangan genap: 2, 4, 6, ...



3. Pola bilangan kuadrat: 1, 4, 9, ...

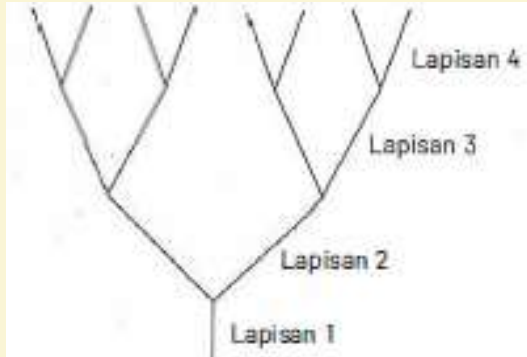


Uji Pemahaman

1. Perhatikan kembali pola dahan pohon pada Gambar 1.4. Lengkapilah pola bilangan yang terbentuk dari banyak dahan pohon tersebut pada tabel berikut.

Tahap	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak Dahan	1	2

Perhatikan gambar dari dahan pohon berikut:



Pola bilangan juga dapat terbentuk dengan memperhatikan banyak ruas garis setiap lapisan pohon tersebut. Lengkapi tabel berikut ini!

Lapisan	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak ruas garis	1	2
Jumlah ruas garis	1	2



Jawaban:

Tahap	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak Dahan	1	2	4	8	16	32	64	128	256

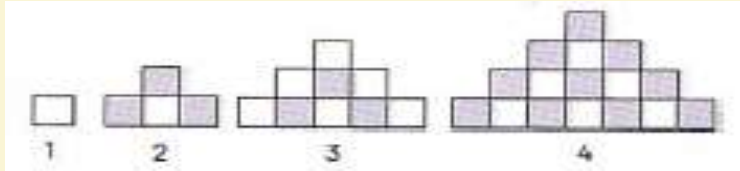
Polanya adalah 2^{n-1} dengan n merupakan tahapan.

Lapisan	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak ruas garis	1	2	4	8	16	32	64	128	256
Jumlah ruas garis	1	3	7	15	31	63	127	255	511

Polanya adalah $2^n - 1$ dengan n merupakan tahapan.



2. Seorang tukang bangunan memasang bata persegi dengan cara berikut:



Lengkapi banyak bata pada urutan berikutnya pada tabel berikut:

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak Persegi	1	2

Jawaban:

No.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Banyak Persegi	$1 = 1^2$	$4 = 2^2$	$9 = 3^2$	16	25	36	49	64	81



3. Perhatikan tabel berikut.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Warnai sel yang memuat bilangan yang habis dibagi 3.
- Amati pola pewarnaan pada soal (a). Jika kotak berwarna pada suatu baris, bagaimana dengan warna pada baris berikutnya? Apakah banyak kotak yang diwarnai pada setiap baris selalu sama?

Jawaban:

- sel yang diwarnai kuning merupakan bilangan yang habis dibagi 3.
- banyak kotak tiap baris tidak selalu sama.



4. Perhatikan tabel berikut.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

- Warnai sel yang memuat bilangan yang habis dibagi 4.
- Bandingkan tabel bilangan soal (a) dengan soal pada No. 3, apakah pada setiap kolom ada sel yang diwarnai?
- Menurut kamu, adakah sel yang diwarnai pada setiap kolom untuk bilangan yang habis dibagi 2 atau 7? Buktikan.

Jawaban:

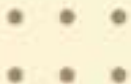
- Sel yang berwarna biru merupakan bilangan yang habis dibagi 4.
- Ya, setiap baris ada sel yang diwarnai.
- Semua bilangan yang berwarna biru habis dibagi 2, sedangkan untuk bilangan yang habis dibagi 7 yaitu 28, 56, dan 84.



5. Misalkan kita akan menyusun bilangan 1, 2, 3, 4, 5, dan seterusnya dalam tabel 4 kolom sebagai berikut.

Kolom Pertama	Kolom Kedua	Kolom Ketiga	Kolom Keempat
1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
....

- Pada kolom ke berapa letak bilangan 100?
- Pada kolom ke berapa letak bilangan 2.023?
- Jika suatu bilangan terdapat pada kolom pertama, pada kolom ke berapa letak dua kali bilangan tersebut?
- Jika suatu bilangan terdapat pada kolom pertama, pada kolom ke berapa letak tiga kali bilangan tersebut?
- Jika suatu bilangan terdapat pada kolom ketiga, pada kolom ke berapa letak dua kali bilangan tersebut?



Jawaban:

Untuk kolom pertama: $1 = 4(1 - 1) + 1$

$$5 = 4(2 - 1) + 1$$

$$9 = 4(3 - 1) + 1$$

Diperoleh pola $4k + 1$

Dengan cara yang sama, maka akan diperoleh :

- Kolom kedua berbentuk $4k + 2$
- Kolom ketiga berbentuk $4k + 3$
- Kolom keempat berbentuk $4k$

a) Bilangan ke-100 ada pada kolom ke-4 karena $100 = 4 \times 25$

b) Bilangan 2.023 ada pada kolom ke-3 karena $2.023 = 4(505 + 3)$.

c) Misalkan bilangan yang ada pada kolom ke-1 adalah $x = 4m + 1$, maka dua kali bilangan tersebut adalah $2x = 2(4m + 1) = 2(4m) + 2 = 4(2m) + \underline{2}$

Sesuai dengan polanya, maka 2 kali bilangan pada kolom ke-1 akan ada di kolom ke-2.

d) Dengan cara yang sama seperti (c), bilangan yang 3 kali bilangan pada kolom ke-1 akan ada pada kolom ke-3.

e) Misalkan bilangan pada kolom ketiga adalah $y = 4x + 3$, maka:

$$\begin{aligned} 2y &= 2(4x + 3) \\ &= 8x + 6 \\ &= 4(2x) + 4 + 2 \\ &= 4(2x + 1) + \underline{2} \end{aligned}$$

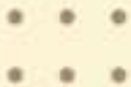
Dua kali bilangan pada kolom ke-3 akan berada pada kolom ke-2.



6. Tabel berikut menunjukkan posisi bilangan kuadrat jika dibagi 4. Kolom 1 diisi dengan bilangan kuadrat yang jika dibagi 4, sisa 1. Kolom 2 diisi dengan bilangan kuadrat yang jika dibagi 4, sisa 2. Kolom 3 diisi dengan bilangan kuadrat yang jika dibagi 4, sisa 3. Kolom 4 diisi dengan bilangan kuadrat yang jika dibagi 4, sisa 0.

Kolom Pertama	Kolom Kedua	Kolom Ketiga	Kolom Keempat
1			4
9			16
25			36
....

- Tentukan letak bilangan 101^2 .
- Tentukan letak bilangan 2.023^2 .
- Apakah ada bilangan yang dapat diisikan pada kolom 2 dan 3? Jelaskan.
- Apakah bilangan 20.232.023 merupakan bilangan kuadrat?
- Apakah bilangan 20.242.024 merupakan bilangan kuadrat?



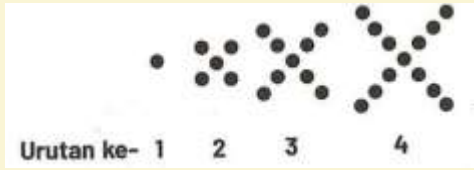
Jawaban:

Berdasarkan tabel di atas, bilangan berbentuk k^2 , jika k ganjil maka akan berada pada kolom ke-1, dan jika k genap, maka akan berada pada kolom ke-4.

- a) Kolom ke-1
- b) Kolom ke-1
- c) Tidak ada, karena pada kolom ke-1 dan ke-4 sudah membentuk suatu pola bilangan kuadrat, yaitu 1, 4, 9, 16, ...
- d) 20.232.023 **bukan bilangan kuadrat** karena tidak ada bilangan kuadrat dengan satuan bilangan 3.
- e) 20.242.024 memiliki satuan 4, sehingga kemungkinan merupakan bilangan kuadrat.
 $(4.000)^2 = 16.000.000$
 $(5.000)^2 = 25.000.000$
 $(4.500)^2 = 20.250.000$
 $(4.499)^2 = 20.241.001$
Tidak ada bilangan bulat antara 4.500 dan 4.499 sehingga **20.242.024 bukan bilangan kuadrat.**



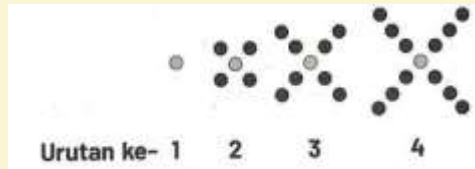
7. Perhatikan pola berikut.



a. Lengkapilah tabel berikut.

Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Banyak Bulatan Hitam									

- b. Dapatkah kamu menentukan banyak bulatan pada urutan ke-100?
- c. Dapatkah kamu menentukan banyak bulatan pada urutan ke-2.023?
- d. Apakah bilangan 181 dan 517 akan muncul pada pola tersebut? Jika ya, pada urutan ke berapa masing-masing bilangan tersebut muncul?
- e. Jika kamu mengalami kesulitan untuk menyelesaikan soal (a)-(d), kerjakan soal berikut terlebih dahulu. Perhatikan gambar berikut.



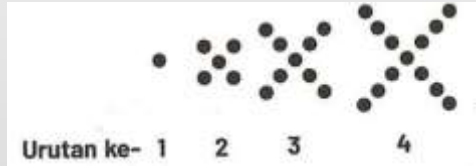
Tentukan banyak bulatan hitam dengan mengisi tabel berikut.

Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Banyak Bulatan Hitam									

Petunjuk: Pahami bahwa bilangan yang mengisi tabel tersebut merupakan kelipatan suatu bilangan.

Jawaban :

a) Perhatikan bulatan berikut ini:



Pola : 1, 5, 9, 13, Terus naik 4 atau +4, sehingga diperoleh bentuk : $4k - 3$.

Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Banyak Bulatan Hitam	1	5	9	13	17	77	117	157

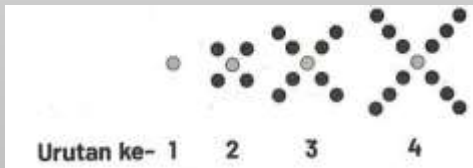
b) Banyak bulatan pada pola ke-100 adalah $4(100) - 3 = 400 - 3 = 397$

c) Banyakbulatan pada urutan ke-2.023 adalah $4(2.023) - 3 = 8.089$

d) $181 = 4(46) - 3$ **Muncul**

$517 = 4(1130) - 3$ **Muncul**

e) Perhatikan pola berikut:



Pola : 0, 4, 8, 12, 16, Terus naik 4 atau +4 di mulai dari 0, sehingga diperoleh bentuk : $4(k - 1)$.

Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Banyak Bulatan Hitam	0	4	8	12	16	76	116	156	...

8. Misalkan kita membuat pola bilangan dengan menambah 4 untuk memperoleh bilangan berikutnya.

a. Lengkapi tabel berikut dengan bilangan-bilangan yang memenuhi pola.

Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Bilangan	3	7	11						

b. Tentukan bilangan yang memenuhi

☐ ke-100

☐ ke-2.023

c. Di antara bilangan-bilangan berikut, tentukan bilangan yang memenuhi pola tersebut.

☐ 7.781

☐ 7.782

☐ 7.783

☐ 7.784



Jawaban :

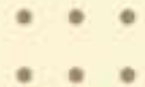
a) Setiap bilangan bertambah 4 maka diperoleh pola $4k - 1$.

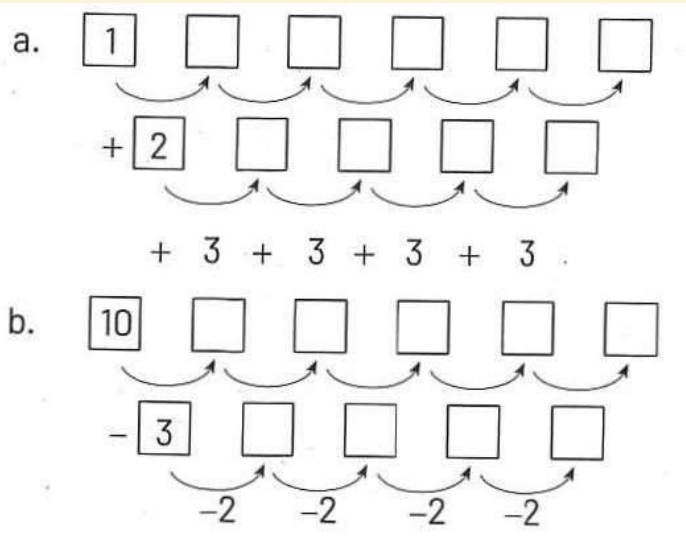
Urutan ke-	1	2	3	4	5	20	30	40	...
Bilangan	3	7	11	15	19	79	119	159	...

b) $U_{100} = 4(100 - 1) = 399$

$$U_{2.023} = 4(2.023 - 1) = 8.091$$

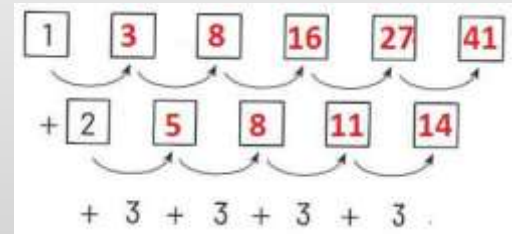
c) Dari keempat bilangan, hanya bilangan 7.783 saja yang memenuhi pola. (gunakan $4k - 1$).



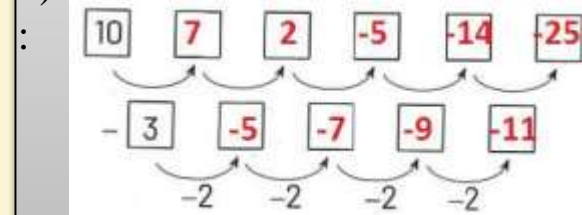


Jawaban :

a) Pola pertama :



b) Pola kedua



Tips, dahulukan kotak di bagian bawah.

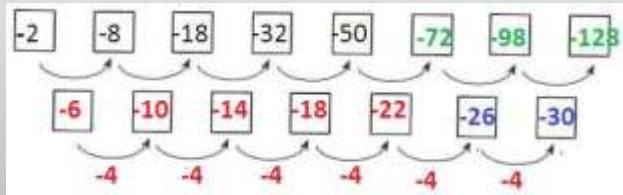
10. Lanjutkan pola bilangan ini sampai tiga suku berikutnya.

a. -2, -8, -18, -32, -50, ...

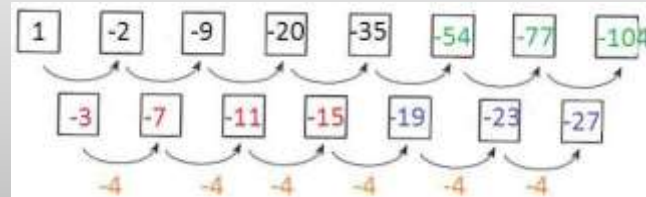
b. 1, -2, -9, -20, -35, ...

Jawaban :

a. -2, -8, -18, -32, -50, ...



b. 1, -2, -9, -20, -35, ...



1.4 Menentukan Nilai Suku ke- n .

Diketahui pola bilangan dengan menambahkan 7 untuk setiap sukunya.

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	...	2.023
Nilai	4	11								

a. Lengkapi tabel di atas.

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	...	2.023
Nilai	4	$4 + 7$ $= 11$	$11 + 7$ $= 18$	$18 + 7$ $= 25$	$25 + 7$ $= 32$	$32 + 7$ $= 39$				
Penambahan		7	7	7	7	7		7		7



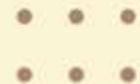
Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	...	2.023
Nilai	4	$4 + 7$ $= 11$	$11 + 7$ $= 18$	$18 + 7$ $= 25$	$25 + 7$ $= 32$	$32 + 7$ $= 39$				
Penambahan		7	7	7	7	7		7		7

Dengan memperhatikan tabel di atas, nilai bilangan ke-100 adalah

$$\begin{aligned}
 4 + 9 \times 7 &= 4 + (100 - 1) \times 7 \\
 &= 4 + 700 - 7 \\
 &= 967
 \end{aligned}$$

Sementara itu, nilai suku ke-2.023 adalah

$$4 + (2.023 - 1) \times 7$$



Dengan cara lain, kita dapat menentukan bilangan pengganti, yaitu semua bilangan asli ditambahkan 3 sehingga didapat tabel berikut.

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	...	2.023
Nilai	4	11	18	25	32	39				
Bilangan Pengganti	$4 + 3 = 7$	$11 + 3 = 2 \times 7$	$18 + 3 = 3 \times 7$	$25 + 3 = 4 \times 7$	$32 + 3 = 5 \times 7$	$39 + 3 = 6 \times 7$		7		7

Saat ini, kita dapat menentukan suku ke-100 dan suku ke-2.023.

$$\begin{aligned} \text{Suku ke-100} &= 100 \times 7 = 700 \\ 700 - 3 &= 697 \end{aligned}$$

$$\text{Suku ke-2.023} = 2.023 \times 7 - 3 = 14.158$$



b. Bilangan manakah yang muncul pada pola tersebut 282 atau 319?

Menggunakan cara kedua, kita tambahkan kedua bilangan dengan 3, sehingga didapat 285 dan 322. Dari kedua bilangan yang merupakan kelipatan 7 adalah 322. Selanjutnya,

$$322 = 280 + 42$$

$$322 : 7 = (280 + 42) : 7$$

$$40 + 6 = 46$$

maka, 322 merupakan suku ke-46.

c. Tentukan bilangan terkecil yang muncul pada pola tersebut, tetapi lebih besar dari 500.

Menggunakan cara kedua, kita tambahkan kedua bilangan dengan 3 sehingga didapat 503. Tentukan kelipatan 7 yang lebih besar dari 503. Diketahui 490 habis dibagi 7 sehingga,

$$490 + 7 = 497$$

$$497 + 7 = 504$$

$$504 - 3 = 501$$

maka, bilangan terkecil yang muncul adalah 501.



Uji Pemahaman

1. Diketahui setiap pola bilangan berikut diperoleh dengan menambah bilangan tertentu. Lengkapi setiap pola bilangan berikut.

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	16	20	24						

b)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	14	18	22						



Jawaban :

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	16	20	24	28	32		412	4.012	8.104

Pola : $4k + 12$

- Suku ke-100 = $4(100) + 12 = 412$
- Suku ke-1.000 = $4(100) + 12 = 4.012$
- Suku-2.023 = $4(2.023) + 12 = 8.104$

b)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	14	18	22	26	30		410	4.010	8.102

Pola bilangan naik 4 sehingga didapat pola $4k + 10$.

- Suku ke-100 = $4(100) + 10 = 410$
- Suku ke-1.000 = $4(100) + 10 = 4.010$
- Suku-2.023 = $4(2.023) + 10 = 8.102$



2. Diketahui setiap pola bilangan berikut diperoleh dengan menguadratkan bilangan asli. Lengkapi setiap pola bilangan berikut.

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	1^2	2^2	3^2						
Selisih Pertama	$2^2 - 1^2$	$3^2 - 2^2$							
Selisih kedua									

Perhatikan selisih pertama. Selisih pertama tampak bertambah. Carilah selisih keduanya, maka selisih kedua tersebut akan tetap. Lengkapi selisih tersebut dan isilah kotak yang kosong.



Jawaban :

Suku ke-	1	2	3	4	5		100	1.000	2.023
Bilangan	1^2	2^2	3^2	16	25		100^2	1.000^2	2.023^2
Selisih Pertama	$2^2 - 1^2 = 3$	$3^2 - 2^2 = 5$	7	9	11	...	201	2.001	4.047
Selisih kedua	2	2	2	2	2		2	2	2

n : suku ke-

U_n = bilangan suku ke- n

S_1 = selisih pertama

S_2 = selisih kedua

- Untuk selisih pertama:

$$U_{100} = 2(100) + 1 = 201$$

$$U_{1.000} = 2(1.000) + 1 = 2.001$$

$$U_{2.023} = 2(2.023) + 1 = 4.047$$

- Bilangan suku ke- n $U_{100} = 100^2 = 10.000$

$$U_{1.000} = 1.000^2 = 1.000.000$$

$$U_{2.023} = 2.023^2 = 4.092.529$$

- Pola selisih pertama = $2k + 1$

- Pola bilangan = k^2



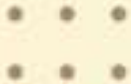
3. Diketahui pola bilangan berikut mempunyai selisih kedua yang tetap.
Lengkapilah tabel berikut.

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	4								
Selisih Pertama	1								
Selisih kedua	3	3	3	3	3		3	3	3

b)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan		7							
Selisih Pertama			8						
Selisih kedua	2	2	2	2	2		2	2	2



Jawaban :

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	4	5	9	16	26		14.656	1.496.506	6.131.719
Selisih Pertama	1	4	7	10	13		298	2.998	6.067
Selisih kedua	3	3	3	3	3		3	3	3

U_n = merupakan pola bilangan aritmatika derajat 2.

$$U_n = kn^2 + \ell n + m$$

$$U_3 = 9k + 3\ell + m = 9$$

$$U_2 = 4k + 2\ell + m = 5$$

$$U_1 = k + \ell + m = 4$$

$$\begin{array}{rcll} U_3 - U_2 & \rightarrow & 5k + \ell & = 4 \\ U_2 - U_1 & \rightarrow & 3k + \ell & = 1 \\ \hline & & 2k & = 3 \\ & & k & = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} 3k + \ell & = & 1 \\ 3\left(\frac{3}{2}\right) + \ell & = & 1 \\ \frac{9}{2} + \ell & = & 1 \\ \ell & = & -\frac{7}{2} \end{array}$$

$$\begin{array}{rcll} k + \ell + m & = & 4 \\ \frac{3}{2} + \left(-\frac{7}{2}\right) + m & = & 4 \\ -\frac{4}{2} + m & = & 4 \\ m & = & 6 \end{array}$$

$$U_n = \frac{3}{2}n^2 - \frac{7}{2}n + 6$$



S_{1n} merupakan pola bilangan arietmatika dengan derajat 1.

$$s_{1n} = pn + q$$

$$s_{11} \rightarrow 2p + q = 4$$

$$s_{12} \rightarrow \frac{p + q = 1}{p = 3}$$

$$\begin{aligned} q &= 1 - 3 \\ &= -2 \end{aligned}$$

$$s_{1n} = 3n - 2$$

Untuk bilangan:

$$\text{Suku ke-100} = \frac{3}{2}(100)^2 - \frac{7}{2}(100) + 6 = 14.656$$

$$\text{Suku ke-1.000} = \frac{3}{2}(1.000)^2 - \frac{7}{2}(1.000) + 6 = 1.496.506$$

$$\text{Suku ke-2.023} = \frac{3}{2}(2.023)^2 - \frac{7}{2}(2.023) + 6 = 6.131.719$$

Selisih bilangan:

$$\text{Suku ke-100} = 3(100) - 2 = 298$$

$$\text{Suku ke-1.000} = 3(1.000) - 2 = 2.998$$

$$\text{Suku ke-2.023} = 3(2.023) - 2 = 6.067$$



b)

Suku ke-	1	2	3	4	5	...	100	1.000	2.023
Bilangan	3	7	13	21	31		10.101	1.001.001	4.094.553
Selisih Pertama	4	6	8	10	12		202	2.002	4.048
Selisih kedua	2	2	2	2	2		2	2	2

$$U_n = kn^2 + \ell n + m$$

$$S_{21} = 2k = 2 \rightarrow k = 1$$

$$S_{11} = 3k + \ell = 4 \rightarrow \ell = 1$$

$$U_1 = k + \ell + m = 4 \rightarrow m = 1$$

$$U_n = n^2 + n + 1$$

S_{1n} merupakan pola bilangan arietmatika dengan derajat 1.

$$s_{1n} = pn + q$$

$$s_{21} = p = 2$$

$$s_{1n} = 2n + 2$$

Untuk bilangan:

$$\text{Suku ke-100} = (100)^2 + (100) + 1 = 10.101$$

$$\text{Suku ke-1.000} = (1.000)^2 + (1.000) + 1 = 1.001.001$$

$$\text{Suku ke-2.023} = (2.023)^2 + (2.023) + 1 = 4.094.553$$

Selisih bilangan:

$$\text{Suku ke-100} = 2(100) + 2 = 202$$

$$\text{Suku ke-1.000} = 2(1.000) + 2 = 2.002$$

$$\text{Suku ke-2.023} = 2(2.023) + 2 = 4.048$$



4. Diketahui pola bilangan berikut diperoleh dari penjumlahan bilangan asli berurutan. Lengkapilah tabel berikut dengan menggunakan selisih kedua.

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	2.023
Bilangan	1	$1+2$	$1+2+3$	$1+2+3+4$					

b)

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	2.023
Bilangan	3	$3+5$	$3+5+7$	$3+5+7+9$					



Jawaban :

a)

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	2.023
Bilangan	1	1+2	1+2+3	1+2+3+4	15	21			
	2	3	4	5	6	7			
	1	1	1	1	1	1			

- $2k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{2}$
- $3k + \ell = 2 \rightarrow \ell = \frac{1}{2}$
- $k + \ell + m = 1 \rightarrow m = 0.$
- Pola bilangan :

$$\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n$$

- Bilangan ke-5 = $\frac{1}{2}(5)^2 + \frac{1}{2}(5) = 15.$
- Bilangan ke-6 = $\frac{1}{2}(6)^2 + \frac{1}{2}(6) = 21$
- Bilangan ke-100 = $\frac{1}{2}(100)^2 + \frac{1}{2}(100) = 5.050$
- Bilangan ke-2.023 = $\frac{1}{2}(2.023)^2 + \frac{1}{2}(2.023) = 2.047.276$



b)

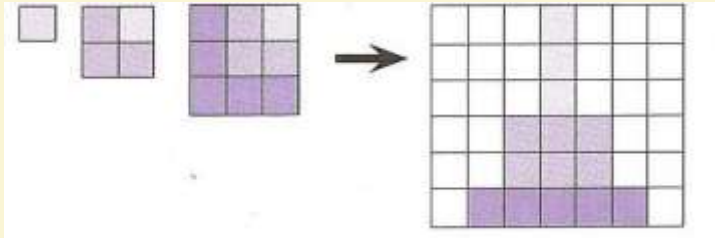
Suku ke-	1	2	3	4	5	6	...	100	2.023
Bilangan	3	3+5	3+5+7	3+5+7+9	35	48			
	5	7	9	11	13	15			

Pola bilangan : $kn^2 + \ell n + m$

- $2k = 2 \rightarrow k = 1$
- $3k + \ell = 5 \rightarrow \ell = 2$
- $k + \ell + m = 3 \rightarrow m = 0$ Pola bilangan $n^2 + 2n$
- Bilangan ke-5 = $5^2 + 2(5) = 35$
- Bilangan ke-6 = $6^2 + 2(6) = 48$
- Bilangan ke-100 = $100^2 + 2(100) = 10.200$
- Bilangan ke-2.023 = $2.023^2 + 2(2.023) = 4.092.575$



5. Kita akan menentukan hasil penjumlahan $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$.
- a. Secara geometris, kita akan menyusun $1 + 2^2 + 3^2$ sebagai berikut.

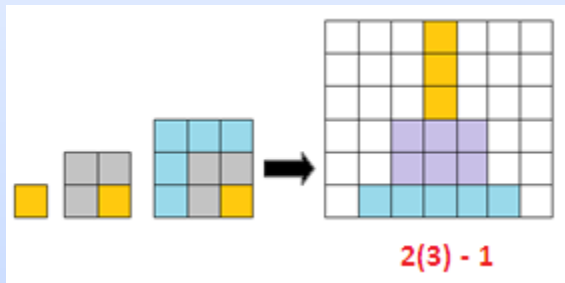


Perhatikan persegi panjang tersebut terlihat bahwa : $3(1^2 + 2^2 + 3^2)$ yang merupakan luas persegi panjang tersebut.

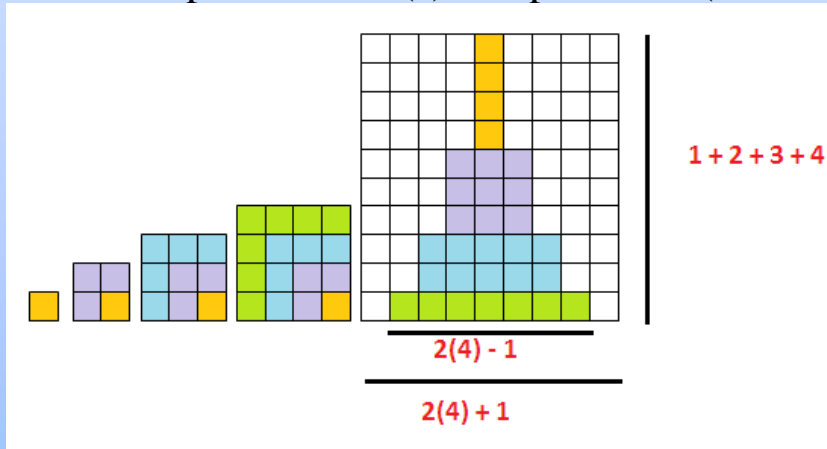
- b. Gambarkan seperti bentuk (a), tetapi untuk $3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)$.
- c. Tentukan hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$.
- d. Tentukan hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$.
- e. Tentukan hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$ tanpa harus dihitung hasil akhirnya.

Jawaban :

a) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$



b) Gambar seperti bentuk (a), tetapi untuk $3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)$



$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = \frac{(2(4) + 1)(1 + 2 + 3 + 4)}{3}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = \frac{(2(4) + 1)(1 + 2 + 3 + 4)}{3}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = \frac{9 \times 10}{3}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) = 30$$

c) hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$.

Perhatikan kembali 5a) dan 5b)!

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) = (2(10) + 1)(1 + 2 + 3 + \dots + 10)$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) = \frac{(2(10) + 1)(1 + 2 + 3 + \dots + 10)}{3}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) = \frac{21 \times \left(\frac{1}{2}(10^2) + \frac{1}{2}(10)\right)}{3}$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) = 7(55)$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) = 385$$



d) hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2$.

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n + 1)(1 + 2 + 3 + \dots + n)$$

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n + 1) \left(\frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \right)$$

$$3(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = (2n + 1) \left(\frac{1}{2}n \right) (n + 1)$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2) = \frac{1}{6}n(n + 1)(2n + 1)$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2) = \frac{1}{6}(100)(100 + 1)(2(100) + 1)$$

$$(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 100^2) = 338.350$$

e) Hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$ adalah 2.761.775.324. Gunakan formula dari 5d).



6. Kita akan mencari penjumlahan tersebut dengan cara lain. Sebagai ilustrasi, kita akan menghitung $3(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2)$.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 = 1 \times 1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 = (1) + (2 + 2) + (3 + 3 + 3) + (4 + 4 + 4 + 4)$$

4	4	4	4
3	3	3	
2	2		
1			

4	3	2	1
4	3	1	
4	3		
4			

1	2	3	4
2	3	4	
3	4		
4			

Pada tersebut, bilangan yang disusun menjadi seperti segitiga. Perhatikan bahwa di setiap persegi adalah sebagai berikut.

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2$$

Jika susunan bilangan pada kotak yang sesuai dijumlahkan, hasilnya adalah sebagai berikut.

$4 + 4 + 1$	$4 + 3 + 2$	$4 + 2 + 3$	$4 + 1 + 4$
$3 + 4 + 2$	$3 + 3 + 3$	$3 + 2 + 4$	
$2 + 4 + 3$	$2 + 3 + 4$		
$1 + 4 + 4$			

Perhatikan bahwa kotak yang terisi mempunyai hasil yang sama sehingga jumlahnya mudah dihitung. Tentukan hasilnya.

Jawaban:

$$\begin{aligned} (1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2) &= \frac{(4 + 4 + 1)(1 + 2 + 3 + 4)}{3} \\ &= \frac{9 \times 10}{3} \\ &= 30 \end{aligned}$$

7. Dengan cara seperti pada soal no. 6, tentukan hasil penjumlahan berikut.

a. $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$

b. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$

c. $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$

Jawaban :

a) Hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2$

$$\begin{aligned}(1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2) &= \frac{(5 + 5 + 1)(5 + 4 + 3 + 2 + 1)}{3} \\ &= \frac{11 \times 15}{3} \\ &= 55\end{aligned}$$

b) Hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2$

$$\begin{aligned}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2) &= \frac{(10 + 10 + 1)(1 + 2 + 3 + \dots + 10)}{3} \\ &= \frac{21 \times \left(\frac{1}{2}(10^2) + \frac{1}{2}(10) \right)}{3} \\ &= 7(55) \\ &= 385\end{aligned}$$

c) Hasil dari $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2$

$$\begin{aligned}(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 2.023^2) &= \frac{(2.023 + 2.023 + 1)(1 + 2 + 3 + \dots + 2.023)}{3} \\ &= \frac{4.047 \times \left(\frac{1}{2}(2.023^2) + \frac{1}{2}(2.003) \right)}{3} \\ &= 2.761.775.324\end{aligned}$$



8. Tentukan hasil dari $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 2.022 \times 2.023$ dengan melihat pola penjumlahan yang lebih pendek.

Jawaban :

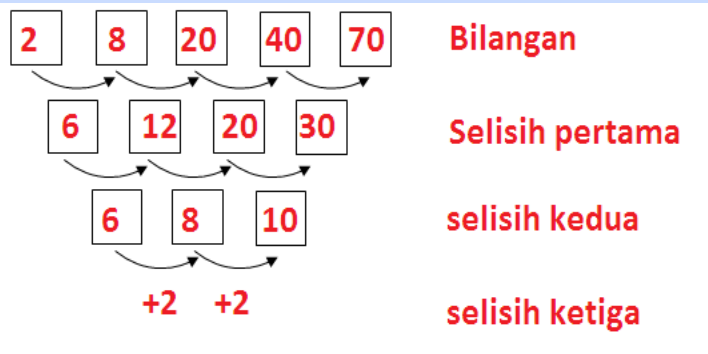
$$1 \times 2 = 3$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 = 8$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 = 20$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 = 40$$

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 = 70$$



Merupakan barisan aritmatika tingkat 3 dengan pola $U_n = an^3 + bn^2 + cn + d$.

$$\begin{array}{ll}
 U_1 = a + b + c + d = 2 & \dots P_1 \\
 U_2 = 8a + 4b + 2c + d = 8 & \dots P_2 \\
 U_3 = 27a + 9b + 3c + d = 20 & \dots P_3 \\
 U_4 = 64a + 16b + 4c + d = 40 & \dots P_4 \\
 U_5 = 125a + 25b + 5c + d = 70 & \dots P_5 \\
 P_2 - P_1 \rightarrow 7a + 2b + c = 6 & \dots P_6 \\
 P_3 - P_2 \rightarrow 19a + 5b + c = 12 & \dots P_7 \\
 P_4 - P_3 \rightarrow 37a + 7b + c = 20 & \dots P_8 \\
 P_5 - P_4 \rightarrow 61a + 9b + c = 30 & \dots P_9 \\
 P_7 - P_6 \rightarrow 12a + 2b = 6 & \dots P_{10} \\
 P_8 - P_7 \rightarrow 18a + 2b = 8 & \dots P_{11} \\
 P_9 - P_8 \rightarrow 24a + 2b = 10 & \dots P_{12} \\
 P_{11} - P_{10} \rightarrow 6a = 2 \rightarrow a = \frac{1}{3} & \dots P_{13} \\
 P_{10} - 12P_{13} \rightarrow 2b = 2 \rightarrow b = 1 & \dots P_{10}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 P_6 \rightarrow & 7a + 3b + c = 6 \\
 & c = 6 - 7a - 3b \\
 & c = 6 - 7\left(\frac{1}{3}\right) - 3(1) \\
 & c = \frac{2}{3} \\
 P_7 \rightarrow & a + b + c + d = 6 \\
 & d = 2 - a - b - c \\
 & d = 2 - \frac{1}{3} - 1 - \frac{2}{3} \\
 & d = 0
 \end{array}$$

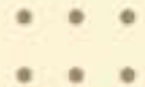


Diperoleh pola :

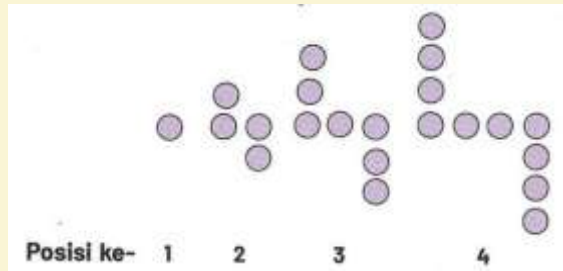
$$U_n = \frac{1}{3}n^3 + n^2 + \frac{2}{3}n$$

Nilai dari $1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + \dots + 2.022 \times 2.023$ adalah:

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{1}{3}n^3 + n^2 + \frac{2}{3}n \\ U_{2.022} &= \frac{1}{3}(2.022)^3 + (2.022)^2 + \frac{2}{3}(2.022) \\ &= 2.755.638.216 + 4.088.484 + 1.384 \\ &= 2.759.728.084 \end{aligned}$$



9. Diketahui pola koin sebagai berikut.



Tentukan banyak koin di posisi ke-:

- a. 10
- b. 100
- c. 2023

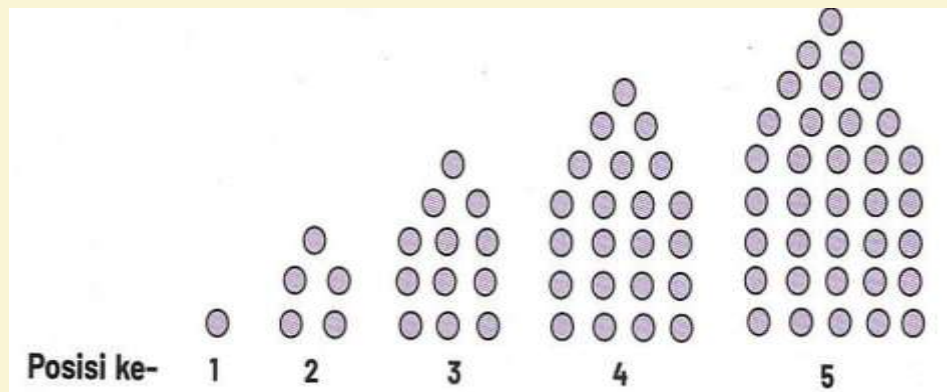
Jawaban :

Perhatikan setiap masuk ke pola selanjutnya, akan selalu bertambah 3 (1 di atas, 1 di bawah, 1 di tengah).

Pola : $Un = 3n - 2$

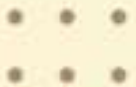
- a) Banyak koin di posisi ke-10 : $U_{10} = 3(10) - 2 = 28$ koin.
- b) Banyak koin di posisi ke-100 : $U_{100} = 3(100) - 2 = 298$ koin.
- c) Banyak koin di posisi ke-10 : $U_{2.023} = 3(2.023) - 2 = 6.067$ koin.

10. Diketahui pola koin sebagai berikut.



Tentukan banyak koin di posisi ke-:

- a. 10
- b. 100
- c. 2.023



Jawaban

Pola ke-	Banyak Koin
1	$1 = (0) + 1^2$
2	$1 + 4 = (0 + 1) + 2^2$
3	$1 + 2 + 9 = (0 + 1 + 2) + 3^2$
4	$1 + 2 + 3 + 16 = (0 + 1 + 2 + 3) + 4^2$
5	$1 + 2 + 3 + 4 + 25 = (0 + 1 + 2 + 3 + 4) + 5^2$
n	$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}n(n+1)$

Diperoleh pola :

$$\begin{aligned}U_n &= (0 + 1 + 2 + \dots + (n-1)) + n^2 \\&= \frac{1}{2}(n-1)(n-1) + 1 + n^2 \\&= \frac{1}{2}(n-1)n + n^2 \\&= \frac{1}{2}n^2 - \frac{1}{2}n + n^2 \\&= \frac{3}{2}n^2 - \frac{1}{2}n\end{aligned}$$

a) Banyak koin di posisi ke-10

$$U_{10} = \frac{3}{2}(10^2) - \frac{1}{2}(10) = 150 - 5 = 145$$

b) Banyak koin di posisi ke-100

$$U_{100} = \frac{3}{2}(100^2) - \frac{1}{2}(100) = 15.000 - 50 = 14.950$$

c) Banyak koin di posisi ke-2.023

$$U_{2.023} = \frac{3}{2}(2.023^2) - \frac{1}{2}(2.023) = 6.137.782$$



1.5 Pola Bilangan Lainnya

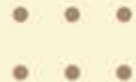
Diketahui $(a + b)$, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, dan

$$\begin{aligned}(a + b)^3 &= (a + b)(a + b)^2 \\ &= (a + b)(a^2 + 2ab + b^2) \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3\end{aligned}$$

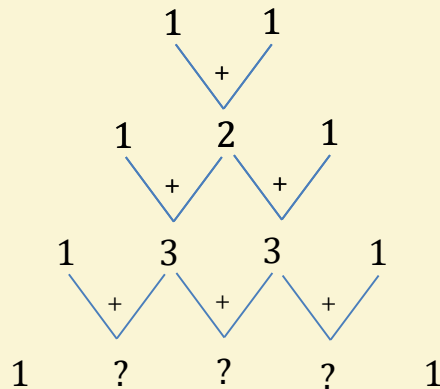
Perhatikan bahwa pangkat a terus turun dan pangkat b terus naik. Misalkan pada bentuk:

$$(a + b)^4 = a^4 + \dots a^3b + \dots a^2b^2 + \dots ab^3 + b^4$$

nilai koefisien dapat dicari dengan melakukan perkalian.



Namun, dengan cara lain nilai koefisien dapat diperoleh dengan menjumlahkan dua bilangan di atasnya, yaitu:



Jumlah bilangan pada baris keempat sebagai berikut:

$$1 + (1 + 3) + (3 + 3) + (3 + 1) + 1 = 2(1 + 3 + 3 + 1)$$

Pola baris berikutnya diperoleh dari 2 kali baris sebelumnya.
Pola bilangan tersebut disebut **segitiga Pascal**.



Uji Pemahaman

1. Tanpa harus melengkapi bilangan pada segitiga Pascal, lengkapi tabel berikut, kemudian tentukan jumlah suku-suku pada baris ke-10.

Baris ke-	1	2	3	4	5	6	7	...	10
Jumlah Suku-suku	2	4							

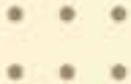
Jawaban :

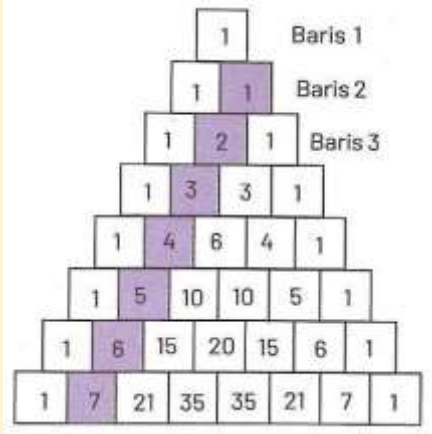
Suku pada baris di segitga pascal mengambil koefisien dari $(a + b)^n$ dengan n adalah bilangan yang menyatakan baris ke- n pada segitiga pascal sehingga memberikan nilai $a = b = 1$. Selanjutnya akan diperoleh: “Jumlah suku-suku pada baris ke- n ” yaitu $U_n = (1 + 1)^n = 2^n$.

$$U_1 = 2$$

$$U_2 = 4$$

$$U_{10} = 2^{10} = 1.024$$



[illegible]

Tentukan bilangan kotak yang diarsir pada baris 10 dan 100.

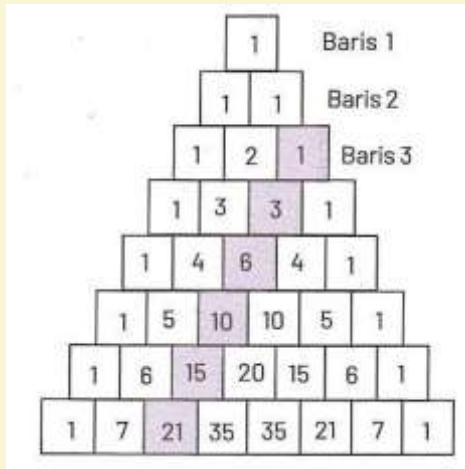
Jawaban :

Pola pada baris biru berbentuk barisan aritmatika tingkat 1 dengan beda 1.

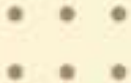
$$U_n = n U_{100} = 100$$



3. Perhatikan pola bilangan yang diarsir pada segitiga pascal berikut.

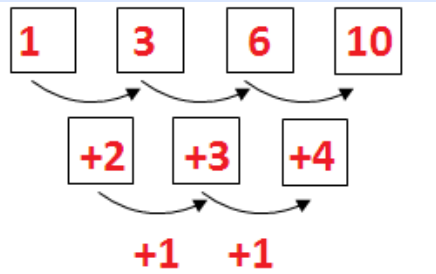


Tentukan bilangan kotak yang diarsir pada baris 10 dan 100.



Jawaban :

Pola bilangan yang diarsir adalah barisan tingkat 2 dengan selisih ke-2 = 1.



Pola barisan adalah :

$$U_n = an^2 + bn + c$$

$$U_1 = a + b + c = 1 \quad \dots P_1$$

$$U_2 = 4a + 2b + c = 3 \quad \dots P_2$$

$$U_3 = 9a + 3b + c = 6 \quad \dots P_3$$

$$P_2 - P_1 \rightarrow 3a + b = 2 \quad \dots P_4$$

$$P_3 - P_2 \rightarrow 5a + b = 3 \quad \dots P_5$$

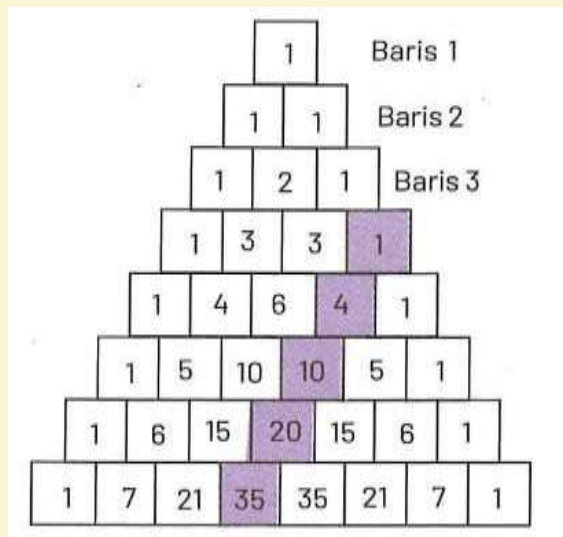
$$P_5 - P_4 \rightarrow 2a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{2} \dots P_6$$

$$\begin{aligned} P_4 \rightarrow 3a + b &= 2 \\ b &= 2 - 3a \\ b &= 2 - 3\left(\frac{1}{2}\right) \\ b &= \frac{1}{2} \\ P_1 \rightarrow a + b + c &= 1 \\ c &= 1 - a - b \\ c &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \\ c &= 0 \end{aligned}$$

Dengan demikian, diperoleh

$$\begin{aligned} U_n &= \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{2}n \\ U_{10} &= \frac{1}{2}(10)^2 + \frac{1}{2}(10) = 55 \\ U_{100} &= \frac{1}{2}(100)^2 + \frac{1}{2}(100) = 5.050 \end{aligned}$$

4. Perhatikan pola bilangan yang diarsir pada segitiga Pascal berikut.

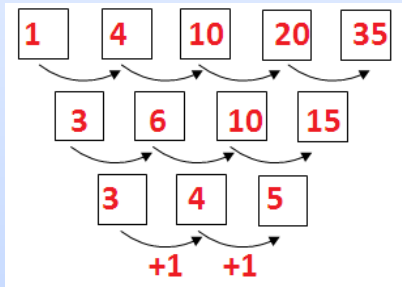


Tentukan bilangan kotak yang diarsir pada baris 10 dan 100.



Jawaban :

Pola bilangan yang diarsir adalah barisan aritmatika tingkat ke-3.



Pola yang diperoleh:

$$U_n = an^3 + bn^2 + cn + d$$

$$U_1 = a + b + c + d = 1$$

... P_1

$$P_4 - 3 \rightarrow 37a + 7b + c = 10$$

... P_7

$$U_2 = 8a + 4b + 2c + d = 4$$

... P_2

$$P_6 - P_5 \rightarrow 12a + 2b = 3$$

... P_8

$$U_3 = 27a + 9b + 3c + d = 10$$

... P_3

$$P_7 - P_6 \rightarrow 18a + 2b = 4$$

... P_9

$$U_4 = 64a + 16b + 4c + d = 20$$

... P_4

$$P_9 - P_8 \rightarrow 6a = 1 \rightarrow a = \frac{1}{6}$$

$$P_2 - P_1 \rightarrow 7a + 2b + c = 3$$

... P_5

$$P_3 - P_2 \rightarrow 19a + 5b + c = 6$$

... P_6



$$\begin{aligned}
 P_8 \rightarrow \quad 12a + 2b &= 3 \\
 2b &= 3 - 12a \\
 2b &= 3 - 12\left(\frac{1}{6}\right) \\
 2b &= 1 \\
 b &= \frac{1}{2} \\
 P_5 \rightarrow \quad 7a + 3b + c &= 3 \\
 c &= 3 - 7a - 3b \\
 c &= 3 - 7\left(\frac{1}{6}\right) - 3\left(\frac{1}{2}\right) \\
 c &= \frac{1}{3} \\
 P_1 \rightarrow \quad a + b + c + d &= 1 \\
 d &= 1 - a - b - c \\
 d &= 1 - \frac{1}{6} - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\
 d &= \frac{1}{6}
 \end{aligned}$$

Pola barisan yang diperoleh adalah:

$$\begin{aligned}
 U_n &= \frac{1}{6}n^3 + \frac{1}{2}n^2 + \frac{1}{3}n + \frac{1}{6} \\
 U_{10} &= \frac{1}{6}(10)^3 + \frac{1}{2}(10)^2 + \frac{1}{3}(10) + \frac{1}{6} = 220 \\
 U_{100} &= \frac{1}{6}(100)^3 + \frac{1}{2}(100)^2 + \frac{1}{3}(100) + \frac{1}{6} \\
 &= 171.700
 \end{aligned}$$



5. Barisan Fibonacci diperoleh dengan cara menjumlahkan dua suku di depannya.

a. Lengkapi barisan Fibonacci tersebut hingga dua suku berikutnya.

Perhatikan tabel barisan Fibonacci berikut.

Suku ke-	1	2	3	4	5	6	7	8
Nilai	1	1	$1 + 1 = 2$	$1 + 2 = 3$	$2 + 3 = 5$	$3 + 5 = 8$

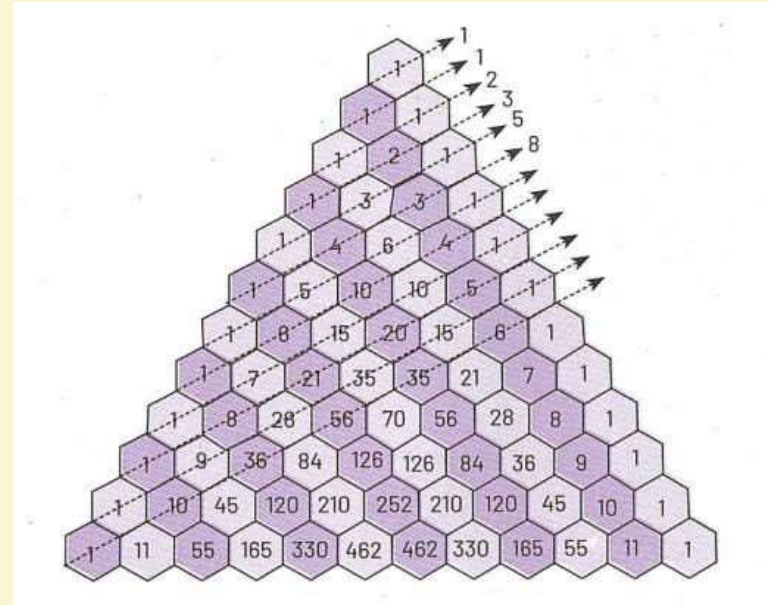
b. Barisan Fibonacci juga muncul pada segitiga Pascal, yaitu menjumlahkan bilangan tertentu pada segitiga Pascal. Tentukan hasil penjumlahan yang sudah diberi tanda tersebut.

Jawaban :

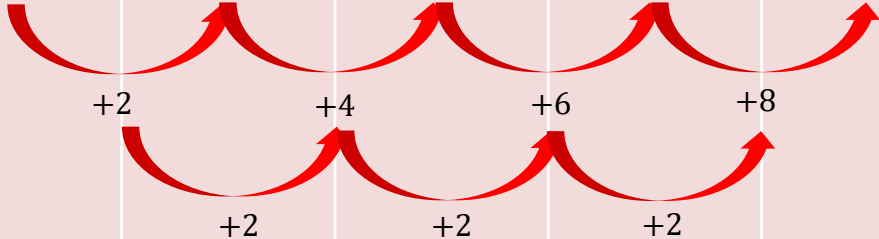
a) $U_7 = U_6 + U_5 = 8 + 5 = 13$

$$U_8 = U_7 + U_6 = 13 + 8 = 21$$

b) 13, 21, 34, 55, 89, 144



1.5 Menentukan Rumus Suku ke- n

Suku ke-	1	2	3	4	5
Bilangan	1	3	7	13	21
					

Dari tabel tersebut didapat pola berikut:

$$3 = 1 + 2$$

$$7 = 1 + 2 + 4$$

$$13 = 1 + 2 + 4 + 6$$

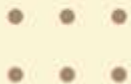
$$21 = 1 + 2 + 4 + 6 + 8$$

Sehingga didapat:

$$\begin{aligned} S_6 &= 1 + 2 + 4 + 6 + 8 \\ &= 1 + x \end{aligned}$$

dengan $x = 2 + 4 + 6 + 8 + 10$. Menggunakan Teknik Gauss dapat dicari $2x = 5(2 + 10)$ atau $x = 30$. Menggunakan teknik yang sama didapat:

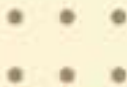
$$x = n^2 - n \quad \text{dan} \quad S_n = n^2 - n + 1$$



Uji Pemahaman

Untuk soal no 1-8, tentukan lima suku awal dari barisan berikut, kemudian selidikilah pola yang terjadi menggunakan operasi hitung.

1. $U_n = 5n - 3$
2. $U_n = 5n + 3$
3. $U_n = 3 - 5n$
4. $U_n = -3 - 5n$
5. $U_n = n^2 - n$
6. $U_n = n^2 - n + 1$
7. $U_n = n^3 - n^2$
8. $U_n = (-1)^n 2^n$ dengan $(-1) = (-1) (-1) (-1)$.
9. Diketahui barisan bilangan $U_n = 3n - 2$. Apakah bilangan 26 dan 43 ada di baris bilangan tersebut? Selidikilah.
10. Diketahui barisan bilangan $U_n = n^2 - n - 4$. Apakah 8 dan 68 termasuk dalam baris bilangan tersebut? Selidikilah.



Jawaban :

1. $U_n = 5n - 3$

$$U_1 = 5(1) - 3 = 2$$

$$U_2 = 5(2) - 3 = 7$$

$$U_3 = 5(3) - 3 = 12$$

$$U_4 = 5(4) - 3 = 17$$

$$U_5 = 5(5) - 3 = 22$$

Deret bilangan yang diperoleh adalah 2, 7, 12, 17, 22, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-1 = 5.

2. $U_n = 5n + 3$

$$U_1 = 5(1) + 3 = 8$$

$$U_2 = 5(2) + 3 = 13$$

$$U_3 = 5(3) + 3 = 18$$

$$U_4 = 5(4) + 3 = 23$$

$$U_5 = 5(5) + 3 = 28$$

Deret bilangan yang diperoleh adalah 8, 13, 18, 23, 28, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-1 = 5.

3. $U_n = 3 - 5n$

$$U_1 = 3 - 5(1) = -2$$

$$U_2 = 3 - 5(2) = -7$$

$$U_3 = 3 - 5(3) = -12$$

$$U_4 = 3 - 5(4) = -17$$

$$U_5 = 3 - 5(5) = -22$$

Deret bilangan yang diperoleh adalah -2, -7, -12, -17, -22, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-1 = -5.

4. $U_n = -3 - 5n$

$$U_1 = -3 - 5(1) = -8$$

$$U_2 = -3 - 5(2) = -13$$

$$U_3 = -3 - 5(3) = -18$$

$$U_4 = -3 - 5(4) = -23$$

$$U_5 = -3 - 5(5) = -28$$

Deret bilangan yang diperoleh adalah -8, -13, -18, -23, -28, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-1 = -5.



$$5. U_n = n^2 - n$$

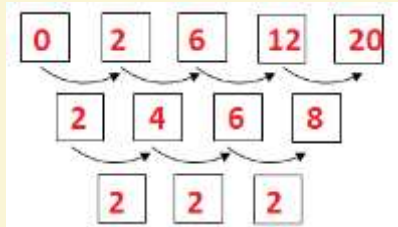
$$U_1 = (1)^2 - 1 = 0$$

$$U_2 = (2)^2 - 2 = 2$$

$$U_3 = (3)^2 - 3 = 6$$

$$U_4 = (4)^2 - 4 = 12$$

$$U_5 = (5)^2 - 5 = 20$$



Deret bilangan yang diperoleh adalah 0, 2, 6, 12, 20, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-2 = 2.

$$6. U_n = n^2 - n + 1$$

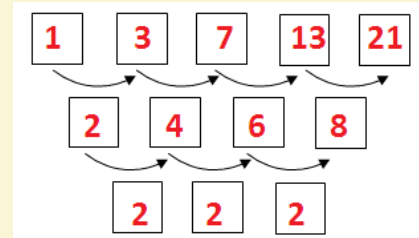
$$U_1 = (1)^2 - 1 + 1 = 1$$

$$U_2 = (2)^2 - 2 + 1 = 3$$

$$U_3 = (3)^2 - 3 + 1 = 7$$

$$U_4 = (4)^2 - 4 + 1 = 13$$

$$U_5 = (5)^2 - 5 + 1 = 21$$



Deret bilangan yang diperoleh adalah 1, 3, 7, 13, 21, ... merupakan deret aritmatika tingkat ke-2 = 2.

$$7. U_n = n^3 - n^2$$

$$U_1 = (1)^3 - (1)^2 = 0$$

$$U_2 = (2)^3 - (2)^2 = 4$$

$$U_3 = (3)^3 - (3)^2 = 18$$

$$U_4 = (4)^3 - (4)^2 = 48$$

$$U_5 = (5)^3 - (5)^2 = 100$$

$$8. U_n = (-1)^n 2^n \text{ dengan } (-1)^3 = (-1) (-1) (-1).$$

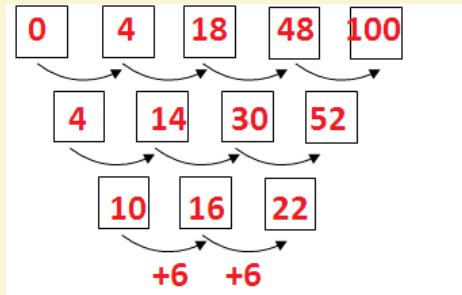
$$U_1 = (-1)^1 2^1 = -2$$

$$U_2 = (-1)^2 2^2 = 4$$

$$U_3 = (-1)^3 2^3 = -8$$

$$U_4 = (-1)^4 2^4 = 16$$

$$U_5 = (-1)^5 2^5 = -32$$



Deret bilangan yang diperoleh adalah 0, 4, 18, 48, 100, ... merupakan deret arietmatika tingkat ke-3 = 6.

9. Diketahui barisan bilangan $U_n = 3n - 2$. Apakah bilangan 26 dan 43 ada di baris bilangan tersebut? Selidikilah.

Jawaban :

$$U_n = 3n - 2$$

$$U_1 = 3(1) - 2 = 1$$

$$U_2 = 3(2) - 2 = 4$$

$$U_3 = 3(3) - 2 = 7$$

$$U_4 = 3(4) - 2 = 10$$

$$U_9 = 3(9) - 2 = 25$$

$$U_{10} = 3(10) - 2 = 28$$

$$U_{15} = 3(15) - 2 = 43$$

Dengan demikian, 26 tidak ada baris bilangan, sedangkan 43 merupakan baris bilangan ke-15.



10. Diketahui barisan bilangan $U_n = n^2 - n - 4$. Apakah 8 dan 68 termasuk dalam baris bilangan tersebut? Selidikilah.

Jawaban :

$$U_n = n^2 - n - 4$$

$$U_1 = (1)^2 - (1) - 4 = -4$$

$$U_2 = (2)^2 - (2) - 4 = -2$$

$$U_3 = (3)^2 - (3) - 4 = 2$$

$$U_4 = (4)^2 - (4) - 4 = 8$$

$$U_5 = (5)^2 - (5) - 4 = 16$$

$$U_7 = (6)^2 - (6) - 4 = 26$$

$$U_8 = (7)^2 - (7) - 4 = 38$$

$$U_9 = (8)^2 - (8) - 4 = 52$$

$$U_9 = (9)^2 - (9) - 4 = 68$$

Bilangan 8 dan 68 ada pada baris bilangan, yaitu baris ke-4 dan baris ke-9.

