

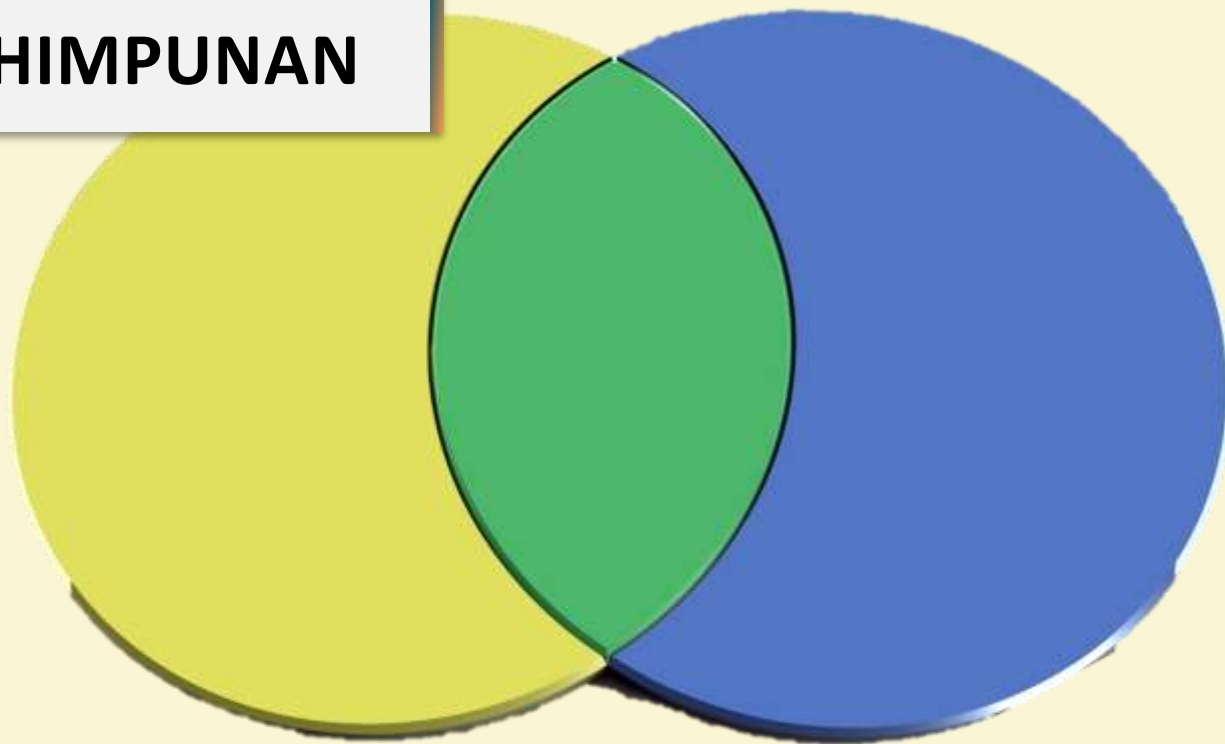
MEDIA MENGAJAR

MATEMATIKA

UNTUK SMP/MTs KELAS VII

BAB 3

HIMPUNAN



Sumber gambar: Shutterstock.com



BAB 3

Himpunan

A. Pengertian Himpunan

B. Penulisan Himpunan

1. Cara Menulis Himpunan
2. Himpunan Kosong
3. Anggota Suatu Himpunan
4. Banyak Anggota Himpunan

C. Diagram Venn

D. Himpunan Bagian

E. Himpunan Semesta dan Komplemen Himpunan

1. Himpunan Semesta
2. Komplemen Himpunan

F. Himpunan Saling Lepas dan Tak Saling Lepas

1. Himpunan Saling Lepas
2. Tak Saling Lepas

G. Kesamaan dan Ekuivalensi Himpunan

1. Kesamaan Himpunan
2. Ekuivalensi Himpunan

G. Irisan Himpunan

H. Gabungan Dua Himpunan

I. Selisih Dua Himpunan

J. Penggunaan Himpunan

3.1 Pengertian Himpunan

1. Satu *rombongan* siswa SMP Negeri 1 Aceh berwisata ke Jakarta.
2. *Kumpulan* orang yang berada di lapangan Merdeka Jakarta pada tanggal 17 Agustus sedang mengikuti upacara.
3. Siswa *kelas* satu SMP Negeri 1 Bandung sedang berolahraga.
4. Satu *deretan* rumah di Jalan Proklamasi.

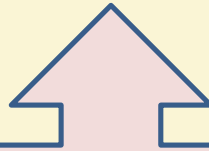
Pada contoh di atas, kata yang bercetak miring dapat diganti dengan kata-kata '*Himpunan*'.

Suatu himpunan harus dapat disebutkan anggotanya dengan jelas.



Berikut contoh yang **BUKAN** himpunan.

1. Sederatan rumah besar.
2. Kumpulan mobil bagus.



Pada contoh pertama, Batasan tentang *rumah besar* berbeda untuk tiap orang. Begitu pula dengan *mobil bagus*. Dengan demikian, kedua kumpulan pada contoh diatas ***bukan*** merupakan himpunan, karena anggotanya tidak dapat disebutkan dengan jelas.

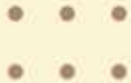


Uji Pemahaman

1. Dari daftar kelompok pendaki gunung, diketahui nama-nama anggotayang aktif, yaitu Amir, Badu, Tono, Susi, Tuti, dan Kartono.
 - a. Tuliskan himpunan yang anggotanya semua pria dari kelompok tersebut.
 - b. Tuliskan himpunan yang anggotanya semua wanita dari kelompok tersebut.

Jawaban :

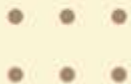
- a) Himpunan anggota semua pria = {Amir, Bedu, Tono, Kartono}.
- b) Himpunan yang anggotanya semua wanita = {Susi, Tuti}.



2. Diketahui himpunan $A = \{\text{ayam, burung, cemara, sapi, beringin, jati, macan}\}$.
- Buatlah himpunan yang anggotanya semua hewan unggas dari himpunan A .
 - Buatlah himpunan yang anggotanya semua tumbuhan dari himpunan A .

Jawaban :

- Anggota semuanya hewan unggas dari himpunan $A = \{\text{ayam, burung}\}$.
- Himpunan yang anggotanya semua tumbuhan dari himpunan $A = \{\text{cemara, beringin, jati}\}$.

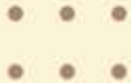


3. Apakah himpunan berikut ini mempunyai anggota?

- a. Himpunan ayam yang melahirkan anak.
- b. Semua burung di udara.
- c. Semua harimau yang hidup di dalam laut.
- d. Himpunan bilangan prima antara 20 dan 30.

Jawaban:

- a) Tidak memiliki anggota karena semua ayam bertelur.
- b) Memiliki anggota, contohnya elang, merpati, dll.
- c) Tidak memiliki anggota karena tidak ada harimau di dalam laut.
- d) Memiliki anggota yaitu 23 dan 29.

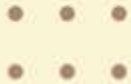


4. Berikut ini, manakah yang merupakan notasi pembentuk himpunan $A = \{2, 3, 4, 6, 12\}$?

- a. $\{x|x > 1, x \text{ bilangan asli}\}$
- b. $\{x|x > 1, x \text{ bilangan cacah}\}$
- c. $\{x|x > 1, x \text{ bilangan faktor dari } 12\}$
- d. $\{x|x > 1, x \text{ bilangan kelipatan dari } 12\}$

Jawaban :

- a) $\{x|x > 1, x \text{ bilangan asli}\} \neq A$ karena anggotanya adalah $\{2, 3, 4, 5, \dots\}$
- b) $\{x|x > 1, x \text{ bilangan cacah}\} \neq A$ karena anggotanya adalah $\{2, 3, 4, 5, \dots\}$
- c) $\{x|x > 1, x \text{ bilangan faktor dari } 12\} = A$, karena bilangan faktor dari 12 adalah 1, 2, 3, 4, 6, dan 12 sehingga x lebih dari 1 memenuhi syarat.
- d) $\{x|x > 1, x \text{ bilangan kelipatan dari } 12\} \neq A$ karena anggotanya adalah $\{12, 24, 36, \dots\}$.



5. Tulislah himpunan berikut dengan cara mendaftar anggotanya.

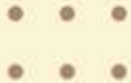
a. $A = \{x | x \text{ adalah angka satuan pada bilangan } 2^n \text{ dengan } n \text{ bilangan asli kurang dari } 5\}$

b. $B = \{x | x \text{ adalah angka satuan pada bilangan } 7^n \text{ dengan } n \text{ bilangan asli kurang } 5\}$

Jawaban:

a) $A = \{2, 4, 6, 8\}$

b) $B = \{1, 3, 7, 9\}$



3.2 Penulisan Himpunan

Cara Menulis Himpunan

1. Himpunan dinyatakan dengan huruf kapital, yaitu A , B , C , dan seterusnya.
2. 3 cara penulisan himpunan dan contohnya.

- Dengan mendaftar anggota himpunan.

Contoh: $A = \{\text{Senin, Selasa, Rabu, Kamis, Jumat, Sabtu, Minggu}\}.$

- Dengan menyebutkan sifat anggotanya.

Contoh: Himpunan semua hari dalam satu minggu.

- Dengan notasi himpunan.

Contoh: $A = \{x \mid x \text{ nama hari dalam satu minggu}\}.$

DIBACA

A adalah himpunan dari semua x , dengan x adalah nama hari dalam satu minggu.



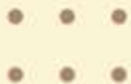
Uji Pemahaman

1. Pada P himpunan bilangan prima antara 2 dan 19. Tentukan apakah bilangan berikut merupakan anggota P .
- a. 9
 - b. 8
 - c. 7
 - d. 6

Jawaban :

P himpunan bilangan prima antara 2 dan 19, maka $P = \{3, 5, 7, 11, 13, 17\}$.

Jadi yang merupakan anggota P adalah 7.



2. Isilah titik-titik di bawah ini dengan tanda \in jika bilangan berikut merupakan anggota himpunan yang diberikan, dan tanda \notin jika bilangan berikut bukan anggota himpunan yang diberikan.

- a. $5 \dots \{x | x \text{ bilangan genap}\}.$
- b. $6 \dots \{y | y \text{ bilangan asli positif}\}.$
- c. $3 \dots \{z | z \text{ faktor dari } 25\}.$
- d. $5 \dots \{u | u \text{ faktor dari } 25\}.$

Jawaban :

- a. $5 \notin \{x | x \text{ bilangan genap}\}$, Karena 5 merupakan bilangan ganjil.
- b. $6 \in \{y | y \text{ bilangan asli positif}\}$, karena 6 merupakan bilangan positif.
- c. $3 \notin \{z | z \text{ faktor dari } 25\}$, tiga bukan faktor dari 25.
- d. $5 \in \{u | u \text{ faktor dari } 25\}$, merupakan faktor dari 25.



3. Hitunglah banyak anggota himpunan berikut.

- a. $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- b. $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$
- c. $C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
- d. $D = \{2, 12, 22, 32\}$

Jawaban :

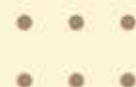
- a) 5
- b) 6
- c) 6
- d) 4

4. Hitunglah banyak anggota himpunan berikut.

- a. Himpunan semua planet yang mengelilingi matahari.
- b. Himpunan wujud benda yang beredar mengelilingi matahari.
- c. Himpunan semua kutub pada magnet.
- d. Himpunan nama kelompok hewan berdasarkan jenis makanannya.

Jawaban :

- a) Ada 8 yaitu {Merkurius, Venus, Bumi, Mars, Jupiter, Saturnus, Uranus}.
- b) Ada 3, yaitu {Cair, Gas, Padat}
- c) Ada 2, yaitu {Utara, Selatan}.
- d) Ada 3, yaitu {Herbivora, Karnivora, Omnivora}

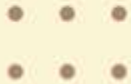


5. Hitunglah banyak anggota himpunan berikut.

- a. $A = \{x | x \text{ bilangan asli antara } 0 \text{ dan } 15\}$.
- b. $B = \{y | y \text{ bilangan genap antara } 0 \text{ dan } 15\}$.
- c. $C = \{z | z \text{ bilangan ganjil antara } 0 \text{ dan } 15\}$.
- d. $D = \{u | u \text{ bilangan yang habis dibagi } 3 \text{ antara } 0 \text{ dan } 15\}$.

Jawaban:

- a) 15
- b) 7
- c) 7
- d) 4



Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah apabila terdapat himpunan yang **tidak memiliki anggota**.

Contoh

1. Himpunan semua bilangan ganjil yang habis dibagi dua.
2. Himpunan semua kucing yang memiliki sayap.

Himpunan tanpa anggota ini disebut **HIMPUNAN KOSONG**. Notasinya \emptyset atau $\{\}$.

Bedakan antara himpunan kosong dan himpunan dengan satu anggota bilangan nol.

Contoh: $\{0\}$.



Anggota Suatu Himpunan

- Misal terdapat $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, maka $1 \in A$, $3 \in A$, dan seterusnya.
- Namun, jika bukan anggota maka dinotasikan sebagai \notin . Contoh 2 bukan elemen di A , maka ditulis $2 \notin A$.

Dalam menuliskan anggota himpunan, cukup tuliskan anggota yang berbeda saja.

Contoh: $A = \{\text{huruf yang membentuk kata 'Jakarta'}\}$ maka ditulis, $A = \{j, a, k, r, t\}$.

Huruf 'a' cukup ditulis sekali saja.

Jika anggota himpunan terlalu banyak, maka dapat ditulis dengan tiga titik.

Contoh: $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ atau $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

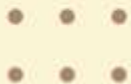


Banyak Anggota Himpunan

- Bila diberikan suatu himpunan, maka kita dapat menentukan banyak anggotanya.

Contoh

- $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, mempunyai banyak anggota 6, ditulis $n(A) = 6$.
- $B = \{x \mid x \text{ huruf yang menyusun kata 'JAKARTA'}\}$, maka $B = \{j, a, k, r, t\}$ mempunyai banyak anggota 5, $n(B) = 5$.
- Untuk himpunan tak hingga seperti, $A = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$, maka tidak dapat dihitung banyak anggota himpunannya.

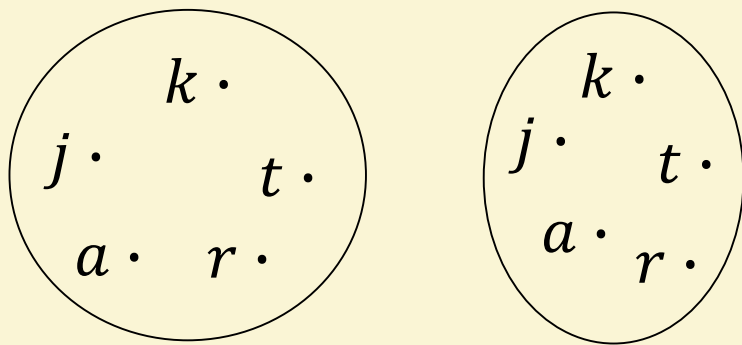


3.3 Diagram Venn

Diagram Venn untuk suatu himpunan dapat digambarkan dalam lengkungan tertutup, berbentuk lingkaran, elips, atau lainnya.

Contoh

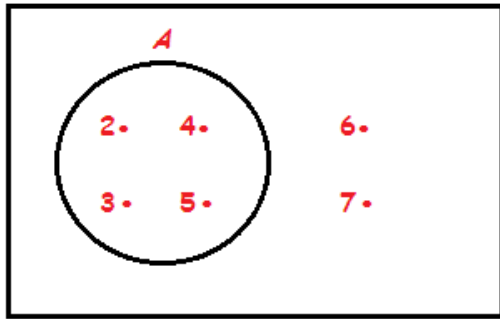
$A = \{x \mid x \text{ huruf yang menyusun kata 'JAKARTA'}\}$, maka diagram Venn sebagai berikut.



Uji Pemahaman

1. Gambarlah diagram Venn untuk himpunan $A = \{2, 3, 4, 5\}$, $6 \notin A$, dan $7 \notin A$.

Jawaban:



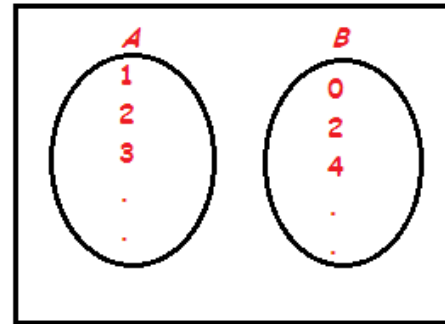
2. Diketahui:

$A = \{\text{bilangan cacah ganjil}\}$,

$B = \{\text{bilangan cacah genap}\}$.

Gambarlah diagram Venn yang menyatakan hubungan kedua himpunan tersebut.

Jawaban:



3. Gambarlah dalam satu diagram Venn untuk setiap pasangan himpunan berikut.

a. $A = \{x | x \text{ bilangan genap antara 1 dan 10}\}$.

$B = \{x | x \text{ bilangan prima antara 1 dan 10}\}$.

b. $P = \{x | x \text{ bilangan asli ganjil yang kurang dari 15}\}$.

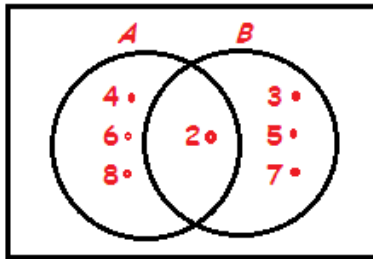
$Q = \{x | x \text{ bilangan asli genap yang kurang dari 15}\}$.

c. $U = \{x | x \text{ faktor dari 12}\}$.

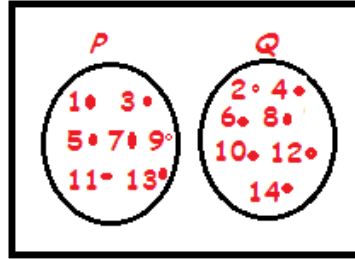
$V = \{x | x \text{ bilangan ganjil antara 0 dan 10}\}$.

Jawaban:

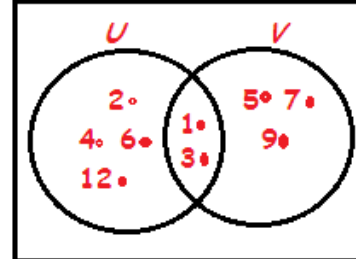
a)



b)

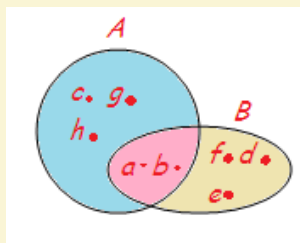


c)

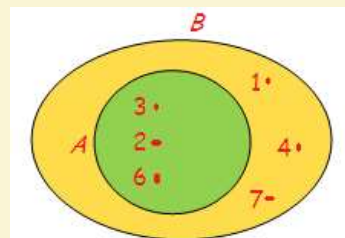


4. Tuliskan semua anggota himpunan A dan himpunan B dari gambar berikut.

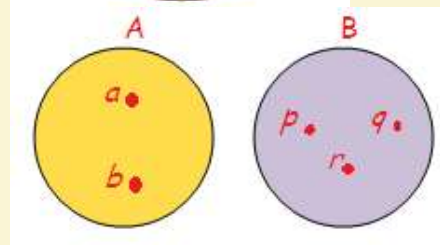
a.



b.



c.



Jawaban :

a) $A = \{a, b, c, g, h\}$

$B = \{a, b, e, d, f\}$

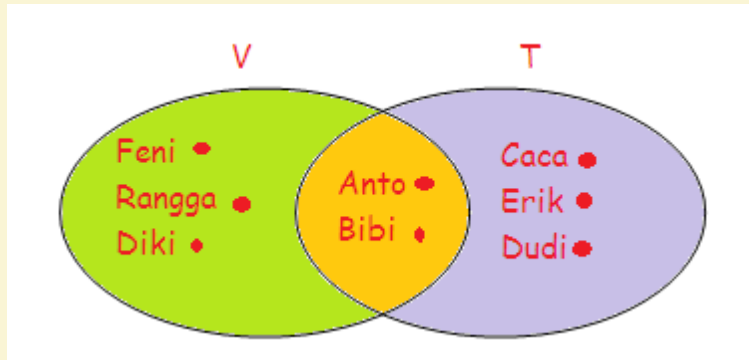
b) $A = \{2, 3, 6\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$

c) $A = \{a, b\}$

$B = \{p, q, r\}.$

5. (HOTS) Misalkan V menyatakan himpunan siswa yang suka bermain voli dan T menyatakan himpunan siswa yang suka bermain sepak bola. Diagram Venn untuk kedua himpunan digambarkan sebagai berikut.

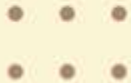


Tuliskan himpunan berikut dengan cara mendaftar anggotanya.

- Himpunan semua siswa yang menyukai voli.
- Himpunan semua siswa yang hanya menyukai voli.
- Himpunan semua siswa yang menyukai sepak bola.
- Himpunan semua siswa yang hanya menyukai sepak bola.
- Himpunan semua siswa yang menyukai voli dan sepak bola.

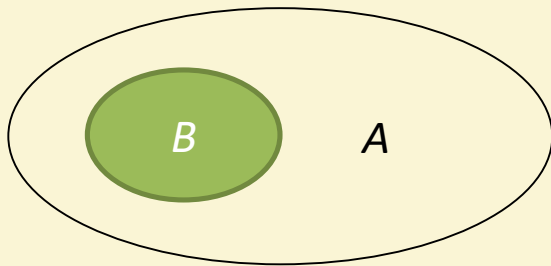
Jawaban:

- a) Himpunan yang menyukai voli = {Feni, Rangga, Diki, Anto, Bibi}
- b) Himpunan yang hanya suka voli = {Feni, Rangga, Diki}.
- c) Himpunan yang suka sepak bola = {Anto, Bibi, Caca, Erik, Dudi}.
- d) Himpunan yang hanya suka sepak bola = {Caca, Erik, Dudi}.
- e) Himpunan semua siswa yang menyukai voli dan sepak bola = {Feni, Rangga, Diki, Anto, Bibi, Caca, Erik, Dudi}.



3.4 Himpunan Bagian

Diketahui dua himpunan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{a, c\}$, terlihat bahwa semua anggota B juga menjadi anggota himpunan A . Dapat dinotasikan $B \subset A$ dengan Diagram Venn-nya sebagai berikut.



Catatan

- $B \subset A$ dibaca B himpunan bagian dari A atau B adalah subhimpunan dari A .
- Misalkan A sembarang himpunan. Setiap elemen himpunan A berada di A , maka A merupakan himpunan bagian dari A itu sendiri.
- Himpunan kosong merupakan himpunan bagian dari sembarang himpunan.

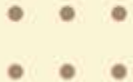
Contoh

Diketahui himpunan $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan prima ganjil kurang dari } 10\}$.

Ujilan apakah $B \subset A$ atau $A \subset B$ dan perlihatkan bahwa $A \subset A$.

Jawab:

- a. $B = \{3, 5, 7\}$, maka semua anggota B termuat di A . Dengan demikian $B \subset A$.
- b. Oleh karena semua anggota himpunan A tentu berada di A , maka $A \subset A$.



Uji Pemahaman

1. Tuliskan B jika pernyataan berikut benar dan S jika pernyataan berikut salah.
 - a. {Amir, Tuti} merupakan himpunan bagian dari {Susi, Tuti, Amir}.
 - b. {a, b, c, d} merupakan himpunan bagian dari {b, o, c, a}.
 - c. $\{x | x \text{ faktor dari } 72\} \subset \{y | y \text{ faktor dari } 90\}$.
 - d. $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \subset \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Jawaban:

- a) Benar
- b) Salah karena d tidak termasuk himpunan dari {b, o, c, a}
- c) Salah karena 72 bukan faktor dari 90.
- d) Salah karena 0 tidak termasuk dari himpunan {1, 2, 3, 4, 5, ...}.

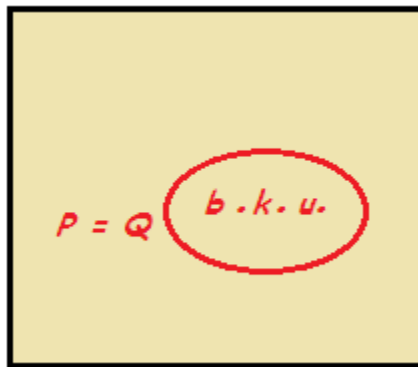
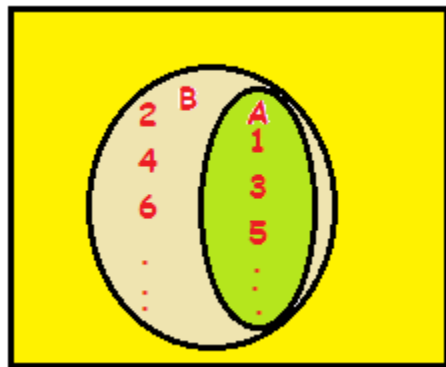


2. Gambarkan diagram Venn untuk setiap pasangan himpunan berikut.

a. $A = \{1, 3, 5, \dots\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

b. $P = \{x | x \text{ huruf yang menyusun kata "buku"}\}$ dan $Q = \{y | y \text{ huruf yang menyusun kata "kubu"}\}$.

Jawaban:



3. Diketahui himpunan $C = \{p, q, r, s, t, u\}$.

- Hitunglah jumlah anggota himpunan C .
- Tuliskan himpunan bagian dari C yang terdiri dari satu anggota. Berapa banyak himpunan yang ada?
- Tuliskan himpunan dari C yang terdiri dari dua anggota. Berapa Banyak bagian himpunan yang ada?

Jawaban :

a) $n(C) = 6$

b) $\{p\}, \{q\}, \{r\}, \{s\}, \{t\}, \{u\}$. \rightarrow ada 6

c) $\{p, q\}, \{p, r\}, \{p, s\}, \{p, t\}, \{p, u\}, \{q, r\}, \{q, s\}, \{q, t\}, \{q, u\}, \{r, s\}, \{r, t\}, \{r, u\}, \{s, t\}, \{s, u\}, \{t, u\}$. \rightarrow ada 15



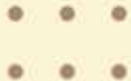
4. Diketahui himpunan A terdiri dari 5 anggota.

- a. Berapa banyak himpunan bagian dari A yang mempunyai 2 anggota?
- b. Berapa banyak himpunan bagian dari A yang mempunyai 3 anggota?

Jawaban:

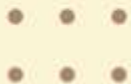
a) Ada 10

b) Ada 10



5. (HOTS) Diketahui himpunan A dengan jumlah anggota n . Carilah banyaknya himpunan bagian dari A dan kemudian lengkapi tabel berikut.

A	Banyak anggota n	Himpunan Bagian	Banyaknya Himpunan bagian	Tulis sebagai 2^n
$\{a\}$	1	\emptyset, A	2	2^1
$\{a, b\}$	2	$\emptyset, \{a\}, \{b\}, A$	4	
	3		8	
	4			
	5			



Jawaban :

A	Banyak anggota n	Himpunan Bagian	Banyaknya Himpunan bagian	Tulis sebagai 2^n
$\{a\}$	1	\emptyset, A	2	2^1
$\{a, b\}$	2	$\emptyset, \{a\}, \{b\}, A$	4	2^2
$\{a, b, c\}$	3	$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, A$	8	2^3
$\{a, b, c, d\}$	4	$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{c, d\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, c, d\}, \{b, c, d\}, A$	16	2^4
$\{a, b, c, d, e\}$	5	$\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}, \{e\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{a, d\}, \{a, e\}, \{b, c\}, \{b, d\}, \{b, e\}, \{c, d\}, \{c, e\}, \{d, e\}, \{a, b, c\}, \{a, b, d\}, \{a, b, e\}, \{a, c, d\}, \{a, c, e\}, \{a, d, e\}, \{b, c, d\}, \{b, c, e\}, \{b, d, e\}, \{c, d, e\}, \{a, b, c, d\}, \{a, b, c, e\}, \{a, b, d, e\}, \{a, c, d, e\}, \{b, c, d, e\}, A$	32	2^5

3.5 Himpunan Semesta dan Komplemen Himpunan

Himpunan Semesta

- Himpunan semesta adalah himpunan dari semua anggota yang sedang kita bicarakan. Biasa dinotasikan S .

Komplemen Himpunan

- Misal A himpunan dan S adalah himpunan semesta. Himpunan yang merupakan anggota S tetapi bukan anggota A disebut komplemen A terhadap S .
- Himpunan komplemen dari A ditulis A' .

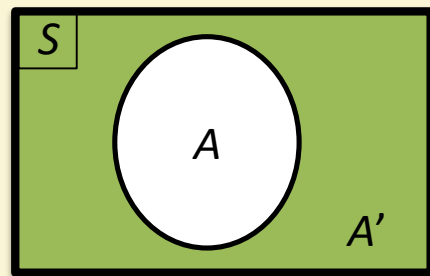


Diagram Venn
Komplemen Himpunan

Uji Pemahaman

1. Tentukan himpunan semesta yang mungkin dari tiap himpunan berikut.
 - a. {Jawa Barat, Jawa Tengah, Jawa Timur, Yogyakarta}.
 - b. {Jawa, Sumatra, Kalimantan}.
 - c. {Gede, Pangrango}.
 - d. {Jakarta, Bandung, Semarang, Surabaya}.

Jawaban:

- a) Himpunan provinsi yang ada di pulau Jawa.
- b) Himpunan pulau yang ada di Indonesia.
- c) Himpunan gunung yang ada di Jawa Barat.
- d) Himpunan kota di Pulau Jawa.



2. Tentukan himpunan semesta yang mungkin dari tiap himpunan berikut.

a. {mobil, becak, sepeda}

b. {RA Kartini, Dewi Sartika, Cut Nyak Dien}

Jawaban:

a) Himpunan alat transportasi darat.

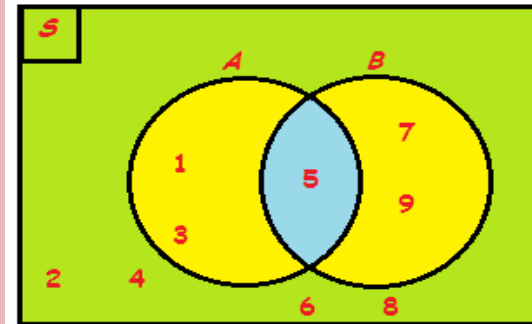
b) Himpunan pahlawan nasional wanita Indonesia.

3. Gambarkan diagram Venn untuk himpunan

$A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{5, 7, 9\}$,

dan $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.

Jawaban:



4. Diketahui himpunan semesta $S = \{1, 2, 3, \dots, 20\}$. Tentukan komplemen dari himpunan berikut terhadap S .

a. $\{x | x \text{ bilangan genap di } S\}$.

b. $\{y | y \text{ bilangan yang habis dibagi } 3, y \in S\}$. c. $\{1, 3, 5, \dots, 19\}$.

d. E adalah himpunan semua elemen di S yang habis dibagi 5.

Jawaban:

Komplemen himpunan bilangan genap di $S = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

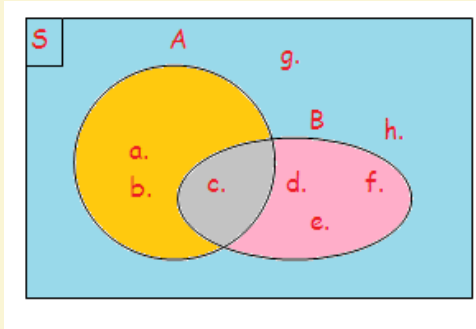
Komplemen bilangan yang habis dibagi 3 di $S = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16, 17, 19, 20\}$.

Komplemen bilangan ganjil di $S = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$.

Komplemen bilangan yang habis di bagi 5 di $S = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19\}$.



5. Pada gambar berikut diketahui dua himpunan A, B. dan himpunan semestanya.



Tentukan:

- komplemen dari himpunan A terhadap himpunan S,
- komplemen dari himpunan B terhadap himpunan S.

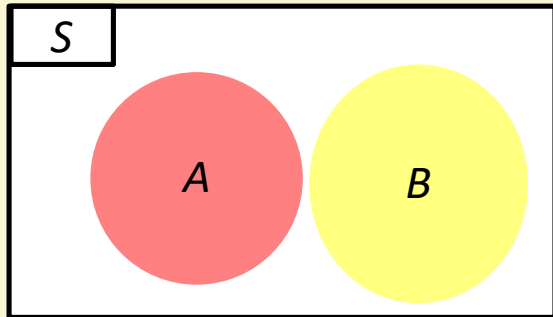
Jawaban:

- Komplemen himpunan A terhadap himpunan S = $\{d, e, f, g, h\}$.
- Komplemen himpunan B terhadap himpunan S = $\{a, b\}$.

3.6 Himpunan Saling Lepas dan Tak Saling Lepas

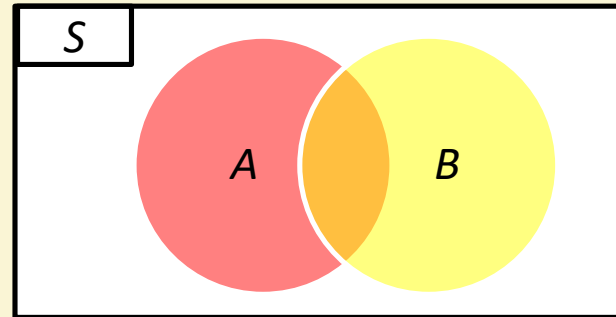
Himpunan Saling Lepas

Diagram Venn untuk dua himpunan A dan B yang saling lepas sebagai berikut.



Himpunan Tak Saling Lepas

Diagram Venn untuk dua himpunan A dan B yang tak saling lepas sebagai berikut.



Contoh

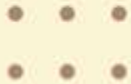
Diketahui himpunan $A = \{2, 4, 6\}$ dan $B = \{1, 3, 5\}$. Selidiki apakah kedua himpunan tersebut saling lepas?

Jawab:

Kita harus menguji setiap anggota di A apakah merupakan anggota dari B . Dalam hal ini tidak ada anggota A yang menjadi anggota himpunan B dan sebaliknya. Jadi, kedua himpunan saling lepas.

Jika A sembarang himpunan, maka A dan A' selalu saling lepas.

Untuk mengatakan bahwa dua himpunan tidak saling lepas, harus mencari minimal satu anggota bersama.



Uji Pemahaman

1. Selidiki apakah pasangan himpunan berikut saling lepas.
 - a. $A = \{1, 3, 5\}$ dan $B = \{7, 8, 9\}$.
 - b. $C = \{x | x \text{ bilangan bulat habis dibagi } 2\}$ dan $D = \{y | y \text{ bilangan bulat habis dibagi } 3\}$.
 - c. $E = \{x | x \text{ faktor dari } 27\}$ dan $F = \{y | y \text{ faktor dari } 72\}$.
 - d. $P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $Q = \{y | y \text{ kelipatan dari } 5\}$.

Jawaban :

- a) Saling lepas karena tidak ada anggota himpunan yang sama.
- b) Tidak saling lepas, karena ada banyak bilangan yang bisa dibagi 2 dan 3, misalnya 6, 12, 18, ...
- c) Tidak saling lepas, karena ada faktor yang sama dari bilangan 27 dan 72, yaitu 1, 2, 3, dan 9.
- d) Tidak saling lepas karena 5 merupakan anggota bilangan dari P dan Q .



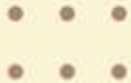
2. Diketahui himpunan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{a, c\}$.

- a. Tentukan semua himpunan bagian dari A yang terdiri dari satu anggota dan saling lepas dengan himpunan B .
- b. Tentukan semua himpunan bagian dari A yang terdiri dari dua anggota dan saling lepas dengan himpunan B .

Jawaban:

a) $\{b\}, \{d\}$

b) $\{b, d\}$



3. Diketahui himpunan $A = \{a, b, c, d\}$ dan $B = \{d, e\}$.

- Tentukan semua himpunan bagian dari A yang terdiri dari satu anggota dan saling lepas dengan himpunan B .
- Tentukan semua himpunan bagian dari A yang terdiri dari dua anggota dan saling lepas dengan himpunan B .
- Tentukan semua himpunan bagian dari A yang terdiri dari tiga anggota dan saling lepas dengan himpunan B .

Jawaban:

- $\{a\}, \{b\}, \{c\}$.
- $\{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}$
- $\{a, b, c\}$



4. Ujilah apakah himpunan berikut sama.

- a. $A = \{2, 4, 6, 8\}$ dan B himpunan semua bilangan genap di antara 1 dan 9.
- b. $A = \{1, 3, 6, 9\}$ dan B himpunan semua bilangan di antara 1 dan 9 yang habis dibagi 3.
- c. $A = \{h, k, l, s\}$ dan B himpunan dari huruf konsonan pada kata "sekolah".
- d. A himpunan semua huruf pada kata "susu" dan B himpunan semua huruf pada kata "usus".

Jawaban:

- a) $B = \{\text{Himpunan semua bilangan genap di antara 1 dan 9}\} = \{2, 4, 6, 8\}$ sehingga $A = B$
- b) $B = \{\text{Himpunan semua bilangan di antara 1 dan 9 yang habis dibagi 3}\} = B = \{3, 6\}$ sehingga $A \neq B$
- c) $B = \{\text{Himpunan dari huruf konsonan kata sekolah}\} = \{h, k, l, s\}$ sehingga $A = B$.
- d) $A = B$

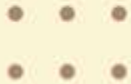


5. Ujilah, apakah dua himpunan berikut ini ekuivalen.

- a. $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan B himpunan bilangan prima yang terletak di antara 1 dan 10.
- b. $A = \{0, 1\}$ dan B himpunan semua angka yang membentuk bilangan 1.000.
- c. A himpunan semua nama hari dalam satu minggu dan B himpunan semua bilangan ganjil di antara 0 dan 16.
- d. A himpunan semua warna yang ada pada bendera kita dan $B = \{0, 1\}$.

Jawaban:

- a) $n(A) = 5$; $n(B) = 4$; $n(A) \neq n(B)$ sehingga A dan B tidak ekuivalen.
- b) $n(A) = 2$; $n(B) = 2$; $n(A) = n(B)$ sehingga A dan B ekuivalen.
- c) $n(A) = 7$; $n(B) = 8$; $n(A) \neq n(B)$ sehingga A dan B tidak ekuivalen.
- d) $n(A) = 2$; $n(B) = 2$; $n(A) = n(B)$ sehingga A dan B ekuivalen.



3.7 Kesamaan dan Ekuivalensi Himpunan

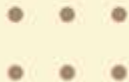
Kesamaan Himpunan

Misalkan A dan B dua himpunan. Jika $A \subset B$ dan $B \subset A$, maka dapat dikatakan $A = B$.

(dibaca: Himpunan A sama dengan himpunan B)

Ekuivalensi Himpunan

Dua himpunan seringkali berbeda, tetapi mempunyai elemen yang sama banyak. Dalam hal ini, dua himpunan A dan B disebut ekuivalen, yaitu jika $n(A) = n(B)$.



3.8 Irisan Himpunan

Irisan dua himpunan A dan B , dinotasikan $A \cap B$, adalah himpunan yang terdiri dari semua unsur yang merupakan anggota dari himpunan A sekaligus anggota dari B .

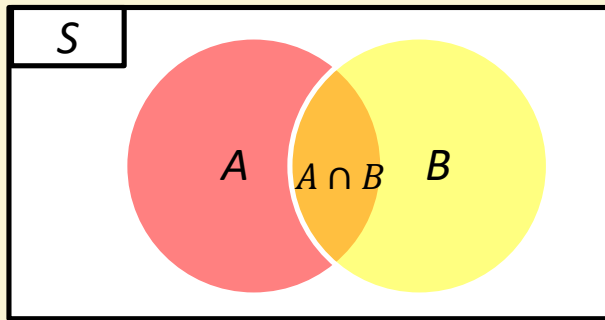


Diagram Venn Irisan Dua Himpunan

Catatan

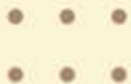
- Irisan himpunan A dan B ditulis sebagai
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$$
- Kata penghubung pada irisan adalah ‘dan’.
- Dua himpunan A dan B mempunyai irisan himpunan kosong, ditulis $A \cap B = \emptyset$, jika dan hanya jika A dan B himpunan yang saling lepas.

Contoh

1. Diketahui dua himpunan $A = \{x \mid x \text{ bilangan ganjil yang terletak di antara 1 dan 10}\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan prima yang terletak di antara 1 dan 10}\}$. Tentukan $A \cap B$.
2. Diketahui himpunan $A = \{x \mid x \text{ bilangan asli genap}\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan asli ganjil}\}$. Tentukan $A \cap B$.

Jawab:

1. $A = \{3, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Anggota himpunan A yang juga terletak pada himpunan B adalah 3, 5, 7 dengan demikian $A \cap B = \{3, 5, 7\}$.
2. $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 7, \dots\}$, maka $A \cap B = \emptyset$.



Uji Pemahaman

1. Diketahui himpunan semesta $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, $A = \{3, 6, 9\}$, dan $B = \{2, 4, 6, 8\}$.

Gambarkan diagram Venn dari himpunan:

a. $A \cap B$

b. $S \cap A$

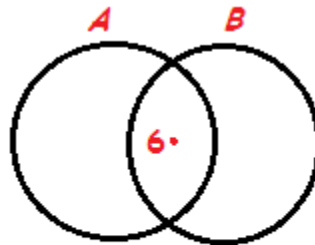
c. $S \cap B$

Jawaban:

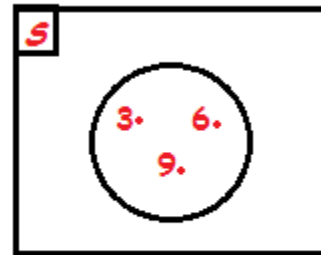
a) $A \cap B = \{6\}$

b) $S \cap A = \{3, 6, 9\}$

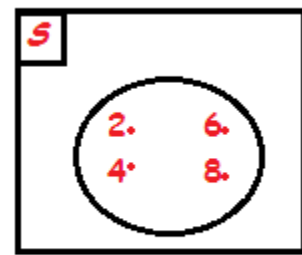
c) $S \cap B = \{2, 4, 6, 8\}$



$A \cap B$



$S \cap A$



$S \cap B$



2. Diketahui himpunan $A = \{2, 4, 6, 8, \dots\}$ yaitu himpunan semua bilangan asli yang habis dibagi 2. Diketahui pula himpunan $B = \{3, 6, 9, 12, \dots\}$, yaitu himpunan bilangan asli yang habis dibagi 3.

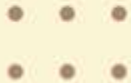
a. Tentukan $A \cap B$.

b. $A \cap B$ adalah semua bilangan yang habis dibagi n . Tentukan nilai n .

Jawaban :

a) $A \cap B = \{6, 12, 18, 24, \dots\}$

b) $A \cap B$ adalah semua bilangan yang habis dibagi 6.



3. Diketahui A adalah semua bilangan cacah yang habis dibagi 4 dan B adalah semua bilangan cacah yang habis dibagi 6. Jika $A \cap B$ adalah semua bilangan yang habis dibagi n , tentukan n .

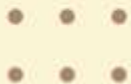
Jawaban :

$$A = \{4, 8, \underline{12}, 16, 20, \underline{24}, 28, 32, \dots\}$$

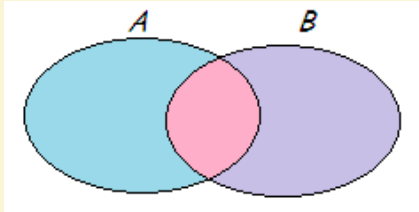
$$B = \{6, \underline{12}, 18, \underline{24}, 30, 36, 42, 48, \dots\}$$

$$A \cap B = \{12, 24, 36, 48, \dots\}$$

n adalah himpunan bilangan yang habis dibagi 12.

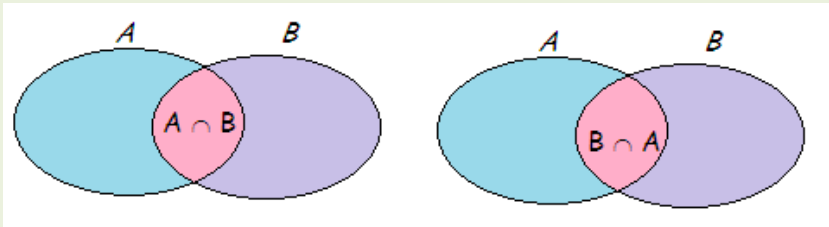


4. Diketahui himpunan A dan B dengan diagram Venn seperti berikut.



- Berikan tanda atau arsiran pada $A \cap B$.
- Berikan tanda atau arsiran pada $B \cap A$.
- Buatlah suatu kesimpulan mengenai $A \cap B$ dan $B \cap A$.

Jawaban :

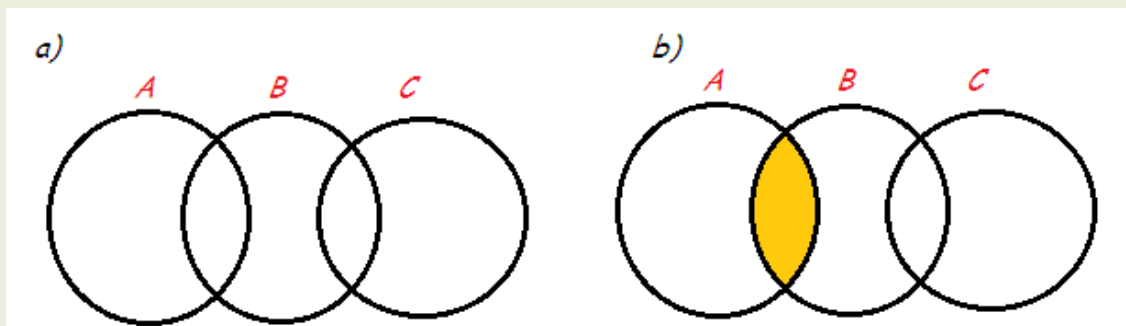


Berdasarkan gambar di atas, dapat disimpulkan bahwa $A \cap B = B \cap A$



5. Diketahui himpunan A , B , dan C dengan $A \cap B$ serta himpunan B saling lepas dengan C .
- Gambarkan diagram Venn untuk situasi di atas.
 - Tentukan himpunan $A \cap C$.
 - Berikan kesimpulan mengenai $A \cap C$.

Jawaban :



- c) $A \cap C$. artinya terdapat anggota A yang juga anggota dari C , jadi $(A \cap C) \cap B = \emptyset$ karena $A \cap B \cap C$ dan $B \cap C = \emptyset$ dengan $(A \cap B) \cap C = \emptyset$.



3.9 Gabungan Dua Himpunan

Secara singkat gabungan A dan B ditulis sebagai,

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

Perhatikan, di sini digunakan kata penghubung “atau”. Kata “atau” juga mencakup “dan”.

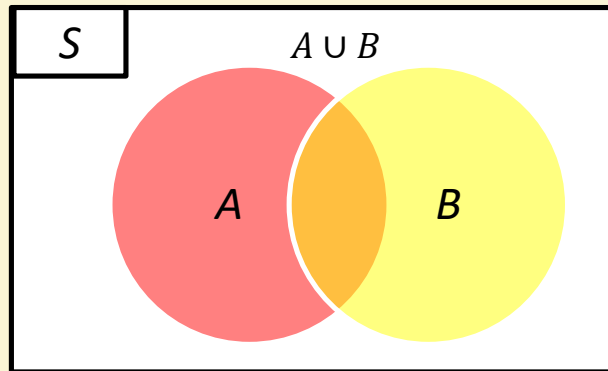


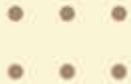
Diagram Venn gabungan
dua himpunan

Contoh

1. Diketahui dua himpunan $A = \{x \mid x \text{ bilangan ganjil yang terletak di antara 1 dan 10}\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan prima yang terletak di antara 1 dan 10}\}$. Tentukan $A \cup B$.
2. Diketahui himpunan $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ dan $B = \{2, 3, 5\}$. Tentukan $A \cup B$.

Jawab:

1. $A = \{3, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Daftar semua anggota himpunan A dan B yang ada, yaitu 2, 3, 5, 7, 9. Dengan demikian $A \cup B = \{2, 3, 5, 7, 9\}$.
2. Daftar anggota yang ada, yaitu 1, 2, 3, 4, 5 dengan anggota 2, 3, 5 di B sudah ada di A . Dengan demikian, $A \cup B = A$. Contoh ini memperlihatkan jika $B \subset A$, maka $A \cup B = A$.



Uji Pemahaman

1. Diketahui $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, dan $C = \{3, 6, 9\}$.

- Tentukan $A \cup B$.
- Tentukan $A \cup C$.
- Tentukan $B \cup C$.

Jawaban:

- $A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
- $A \cup C = \{2, 3, 4, 6, 8, 9\}$
- $B \cup C = \{2, 3, 5, 6, 7, 9\}$

2. Jika A adalah himpunan bilangan prima kurang dari atau sama dengan 11 dan B adalah himpunan bilangan faktor-faktor dari 300, manakah dari himpunan berikut yang merupakan $A \cap B$?

- $\{2, 3, 5\}$
- $\{2, 5, 10, 11\}$
- $\{2, 3, 4, 11\}$
- $\{2, 4, 5, 10, 11\}$

Jawaban:

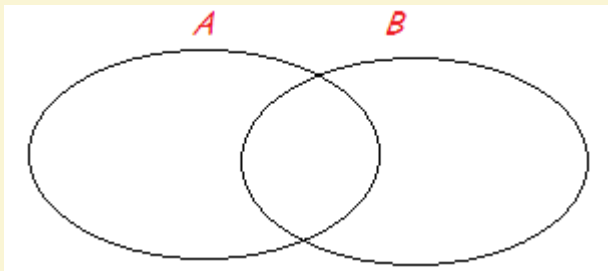
$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 25, 30, 50, 60, 75, 100, 150, 300\}$$

$$A \cap B = \{2, 3, 5\}.$$



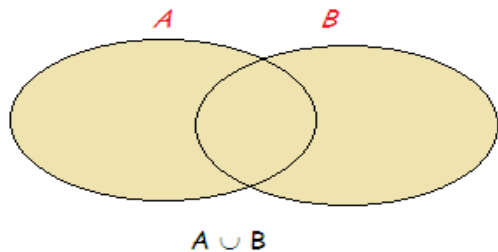
3. Diketahui himpunan A dan B dengan diagram Venn seperti pada gambar berikut.



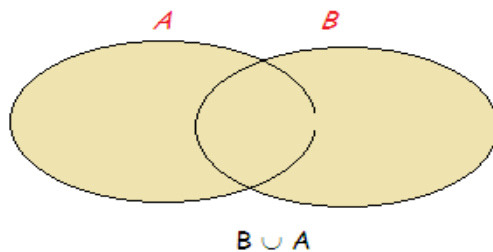
- a. Berikan tanda pada $A \cup B$.
- b. Berikan tanda pada $B \cup A$.
- c. Ambil suatu kesimpulan mengenai $A \cup B$ dan $B \cup A$.

Jawaban :

a)



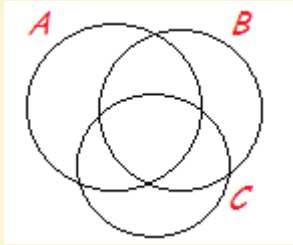
b)



c) dari gambar dapat disimpulkan bahwa $A \cup B = B \cup A$



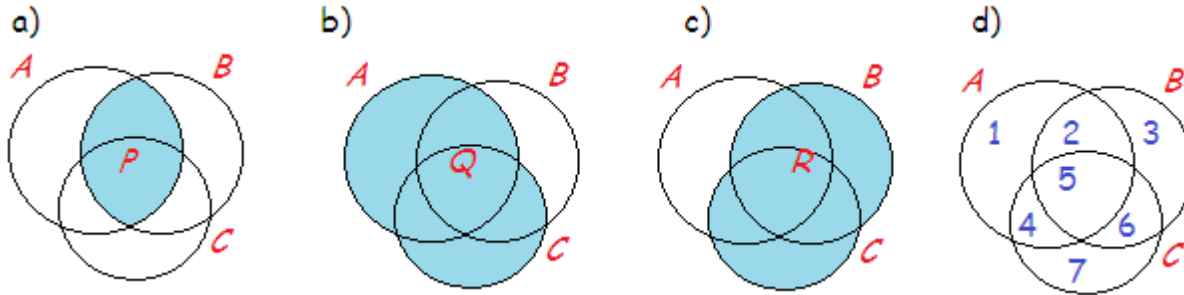
4. Diketahui himpunan A , B , dan C dengan diagram Venn-nya.



Salinlah empat kali, dan gunakan untuk menjawab pertanyaan berikut.

- a. Arsirlah himpunan $P = A \cap B$.
- b. Arsirlah himpunan $Q = A \cup C$.
- c. Arsirlah himpunan $R = B \cup C$.
- d. Apakah benar bahwa $P \cup C = Q \cap R$?

Jawaban:



$P \cup C$ = merupakan area 2, 4, 5, 6, 7 dan $Q \cap R$ = area 4, 5, 6, 7 Jadi, $P \cup C \neq Q \cap R$



5. Diketahui $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

a. Hitunglah $n(A)$ dan $n(B)$.

b. Hitunglah $n(A \cap B)$.

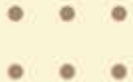
c. Hitunglah $n(A \cup B)$.

Jawaban:

a) $n(A) = 4$; $n(B) = 5$.

b) $n(A \cap B) = 3$

c) $n(A \cup B) = 6$



3.10 Selisih Dua Himpunan

- Himpunan yang terdiri dari semua anggota yang ada di A , tetapi **tidak** di B disebut selisih A dan B , ditulis $A - B$.
- Himpunan yang terdiri dari semua anggota yang ada di B , tetapi **tidak** di A disebut selisih B dan A , ditulis $B - A$.

Secara singkat, definisi dari $A - B$ dan $B - A$ dapat ditulis:

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

$$B - A = \{x \mid x \in B \text{ dan } x \notin A\}$$

$A - B$ artinya semua anggota A yang bukan anggota B .



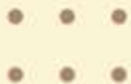
Contoh

Diketahui dua himpunan $A = \{x \mid x \text{ bilangan ganjil yang terletak di antara 1 dan 10}\}$ dan $B = \{x \mid x \text{ bilangan prima yang terletak di antara 1 dan 10}\}$. Tentukan $A - B$ dan $B - A$.

Jawab:

Dalam hal ini $A = \{3, 5, 7, 9\}$ dan $B = \{2, 3, 5, 7\}$. Kita daftar semua anggota himpunan di A , tetapi bukan di B , yaitu 9 dengan demikian $A - B = \{9\}$.

Semua anggota himpunan di B , tetapi bukan di A , yaitu 2. Dengan demikian, $B - A = \{2\}$.



Uji Pemahaman

1. Diketahui $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$, dan $C = \{3, 6, 9\}$.
- Tentukan $A - B$ dan $B - A$.
 - Tentukan $A - C$ dan $C - A$.
 - Tentukan $B - C$ dan $C - B$.

Jawaban :

a) $A - B = \{4, 6, 8\}$

$B - A = \{3, 5, 7\}$

b) $A - C = \{2, 4, 8\}$

$C - A = \{3, 9\}$

c) $B - C = \{2, 5, 7\}$

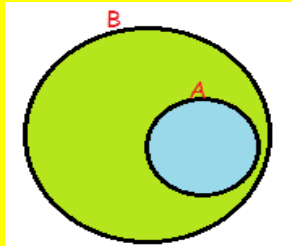
$C - B = \{6, 9\}$



2. Diketahui himpunan A dan B dengan $A \subset B$.
- Gambarkan diagram Venn kedua himpunan.
 - Jika ada, pada diagram Venn berikan tanda himpunan $A - B$.
 - Jika ada, pada diagram Venn berikan tanda himpunan $B - A$.

Jawaban :

- a) Gambar diagram venn



- b) Tidak ada karena semua anggota dari A adalah anggota dari B .
- c) $B - A$ adalah area warna hijau pada gambar a)



3. Diketahui $A = \{2, 3, 5, 7\}$ dan $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

a. Hitunglah $n(A)$ dan $n(B)$.

b. Hitunglah $n(A - B)$.

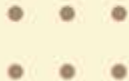
c. Hitunglah $n(B - A)$.

Jawaban :

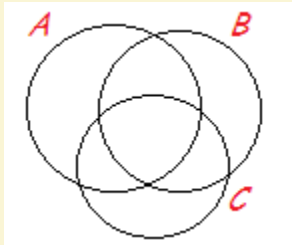
a) $n(A) = 4$ dan $n(B) = 5$

b) $n(A - B) = 1$

c) $n(B - A) = 2$

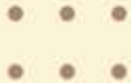


4. Diketahui himpunan A, B, dan C dengan diagram Venn-nya.

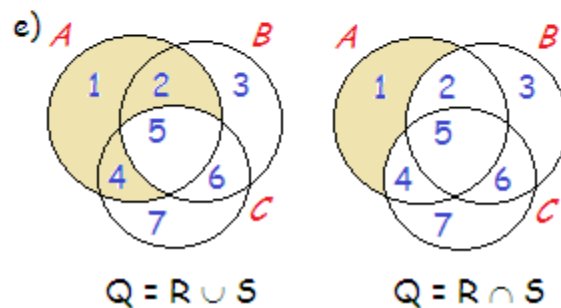
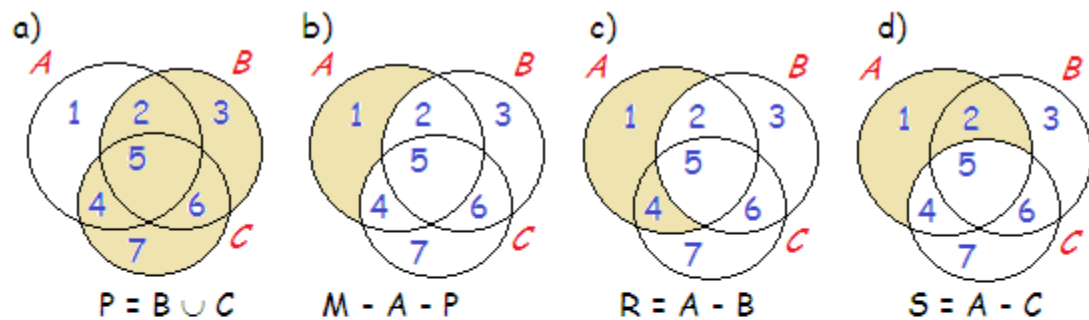


Salinlah empat kali untuk digunakan menjawab pertanyaan berikut:

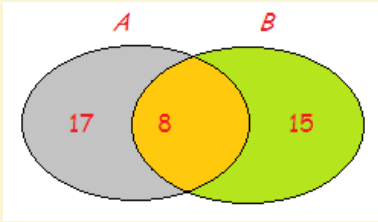
- Arsirlah himpunan $P = B \cup C$.
- Arsirlah himpunan $Q = A - P$ atau $Q = A - (B \cup C)$
- Arsirlah himpunan $R = A - B$.
- Arsirlah himpunan $S = A - C$.
- Nyatakan Q sebagai himpunan R dan S, yaitu $Q = R \cup S$ atau $Q = R \cap S$.



Jawaban :



5. Diketahui diagram Venn dua himpunan A dan B dengan jumlah unsur pada masing-masing subhimpunan telah dituliskan.



Hitung:

- a. $n(A)$
- b. $n(B)$
- c. $n(A - B)$
- d. $n(B - A)$
- e. $n(A \cap B)$
- f. $n(A \cup B)$

Petunjuk: Gunakan diagram.

Jawaban :

- a. $n(A) = 17 + 8 = 25$
- b. $n(B) = 8 + 15 = 23$
- c. $n(A - B) = 17$
- d. $n(B - A) = 15$
- e. $n(A \cap B) = 8$
- f. $n(A \cup B) = 17 + 15 + 8 = 40$



3.11 Penggunaan Himpunan

Contoh

1. Diketahui A himpunan yang terdiri dari semua siswa kelas VII-A dengan jumlah 43 orang, sedangkan B himpunan semua siswa putri di sekolah. Jika jumlah siswa putri di kelas VII-A sama dengan 17 orang, hitunglah $n(A \cap B)$ dan $n(A - B)$.

Jawab:

Himpunan $A \cap B$ adalah himpunan semua siswa putri di kelas VII-A. Jumlah siswa putri di kelas VII-A adalah 17 orang. Jadi, $n(A \cap B) = 17$. Sementara itu, himpunan $A - B$ adalah himpunan semua siswa kelas VII-A yang bukan putri. Jadi, $n(A - B)$ adalah jumlah siswa putra kelas VII-A. Dengan demikian, $n(A - B) = 43 - 17 = 26$ orang.

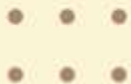


Contoh

2. Siswa pada suatu kelas yang berjumlah 42 anak dapat memilih satu olahraga voli atau olahraga basket dan juga boleh keduanya. Jumlah siswa yang memilih voli ada 33 anak dan jumlah siswa yang memilih basket ada 17 anak. Berapa anak yang memilih keduanya?

Jawab:

Misalkan V himpunan siswa yang memilih voli dan B himpunan siswa yang memilih basket. Jika banyak anggota V dan B dijumlahkan, diperoleh $33 + 17 = 50$ hasil ini lebih banyak dari jumlah siswa yang ada. Hal ini, disebabkan karena siswa yang memilih dua olahraga sekaligus dihitung dua kali, yaitu di himpunan voli dan di himpunan basket. Dengan demikian, angka kelebihanannya adalah $50 - 42 = 8$, angka ini menyatakan jumlah siswa yang memilih keduanya.



Uji Pemahaman

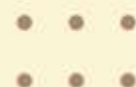
1. Dari sejumlah siswa diketahui 25 siswa gemar matematika, 21 siswa gemar bahasa Inggris, dan 9 siswa gemar keduanya. Tentukan jumlah siswa pada kelompok itu.

Jawaban :

$$n(M) = 25$$

$$n(B) = 21 \quad n(M \cap B) = 9$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah siswa} &= n(M - B) + n(B - M) + n(M \cap B) \\ &= (25 - 9) + (21 - 9) + 9 \\ &= 16 + 12 + 9 \\ &= 37. \end{aligned}$$



2. Dari 60 anggota Pramuka SMP Sukamaju yang sedang berkemah di Cibubur terdapat 8 anak masuk angin, 6 anak batuk, dan 51 anak tidak sakit. Tentukan banyak anak yang sakit batuk dan masuk angin.

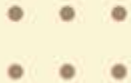
Jawaban:

Banyak anak yang sakit = $60 - 51 = 9$ Sakit

masuk angin = 8 orang

Sakit batuk = 6 orang.

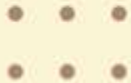
Sakit batuk dan masuk angin = $14 - 9 = 5$ orang.



3. Dalam satu kelas yang terdiri dari 49 siswa, terdapat 22 siswa menyukai olahraga voli, 14 siswa menyukai olahraga basket, dan 6 siswa menyukai olahraga voli dan basket.
- Tentukan jumlah siswa yang hanya menyukai voli saja.
 - Tentukan jumlah siswa yang hanya menyukai basket saja.
 - Apakah ada siswa yang tidak menyukai voli maupun basket?

Jawaban :

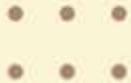
- Yang suka voli saja = $22 - 6 = 14$ siswa
- Yang suka basket saja = $14 - 6 = 8$ siswa.
- $49 - 14 - 8 - 6 = 19$ orang. Jadi ada 19 orang yang tidak suka voli maupun basket.



4. Jumlah anak yang suka makan soto saja ada 17 anak dan jumlah anak yang suka makan soto dan telur ada 15 anak, sedangkan lainnya hanya suka makan telur saja. Hitung jumlah anak yang suka makan telur saja, jika jumlah seluruh anak 47 orang.

Jawaban:

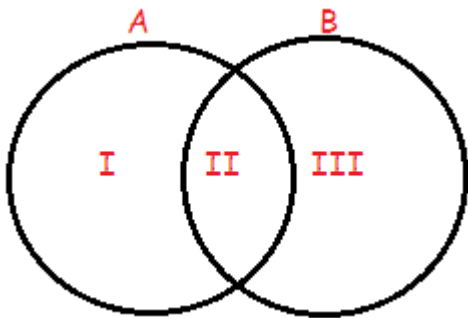
Yang suka makan telur saja = $47 - 17 - 15 = 15$ orang



5. Diketahui himpunan A dan B tidak saling lepas dengan $n(A)$ dan $n(B)$ masing-masing menyatakan banyak anggota dari A dan B .

- Berikan keterangan mengenai bilangan $n(A) + n(B)$.
- Tuliskan $n(A) + n(B) - n(A \cup B)$ sebagai banyaknya anggota suatu himpunan.

Jawaban :



- Dari gambar diagram di atas, $n(A)$ adalah area I dan II sementara $n(B)$ adalah area II dan III. Dengan demikian $n(A) + n(B) = I + III + 2(II)$.
- $n(A \cup B)$ pada gambar adalah wilayah $I + II + III$. Dengan demikian $n(A) + n(B) - n(A \cup B) = II$. Wilayah II adalah $A \cap B$. Maka dapat disimpulkan bahwa $n(A) + n(B) - n(A \cup B) = n(A \cap B)$.

