1. 实数与数轴

实数性质：　1）有序性　　　2）完备性

2. 实数集

1）区间：开区间 (a,b)

闭区间 $[a,b]$

半开半闭区间 $[a,b),\ (a,b]$

2）邻域：称开区间 $(x_0-\delta,\ x_0+\delta)$ 为 x_0 点的 δ 邻域.

去心邻域：$(x_0-\delta,\ x_0)\cup(x_0,\ x_0+\delta)$

有界集

设D是一个数集，如果存在一个实数a(或者b)，使任意的数$x \in D$,有$a \le x$(或$x \le b$),则称数集D有下（上）界，而a(或b)为D的下（上）界.

若D既有上界又有下界，称D为有界集.

$\Leftrightarrow \exists M > 0,\ s.t.\ \forall x \in D,$满足$|x| \le M$.

公理

设数集D有上界，则必有一个最小的上界，称之为上确界，记为$\underset{x\in D}{Sup}\, X$.

$A = \underset{x\in D}{Sup}\, X \Leftrightarrow \forall x \in D,$有$x \le A$ 且$\forall \varepsilon > 0, \exists x_0 \in D,\ s.t.\ x_0 > A - \varepsilon.$

推论

设数集D有下界，则必有一个最大的下界，称之为下确界，记为$\underset{x\in D}{Inf}\, X$.

函数

设在某一问题中，存在两个变量x, y， 如果对于变量x所取的每一个值x，通过一定规律（关系）， 都有唯一变量y与之对应，此时称变量x为自变量，变量y叫做因变量，又叫做x的函数，记为$y=f(x)$.

三个要素：自变量，函数关系，因变量

常见函数

1. 数列（整标函数）. 记为$\{x_n\},\{y_n\}$或$\{a_n\}$.

$$y=f(x),\ x=1,2,\cdots$$

2. 基本初等函数.

包含常值函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数与反三角函数.

$$y=C \qquad y=x^a \qquad y=a^x \qquad y=\ln x$$

$$y=\begin{cases}\sin x\\ \cos x\\ \tan x\\ \cot x\\ \sec x\\ \csc x\end{cases} \qquad y=\begin{cases}\arcsin x\\ \arccos x\\ \arctan x\\ \operatorname{arccot} x\end{cases}$$

3. 初等函数.

基本初等函数经过有限多次复合与四则运算得到的函数.

复合： $y=f(u),\ u=g(x) \quad \Rightarrow y=f(g(x))$

例. 设$f(x)=\begin{cases} x^2+1, & x\le 0 \\ \sin x, & x>0 \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} x^3, & x\le 1 \\ \sqrt{x}, & x>1 \end{cases}$, 求$f(g(x))$.

解：$$f(g(x))=\begin{cases} g^2(x)+1, & g(x)\le 0 \\ \sin(g(x)), & g(x)>0 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} x^6+1, & x^3\le 0 \text{且} x\le 1 \\ x+1, & \sqrt{x}\le 0 \text{且} x>1 \\ \sin x^3, & x^3>0 \text{且} x\le 1 \\ \sin\sqrt{x}, & \sqrt{x}>0 \text{且} x>1 \end{cases}$$

$$=\begin{cases} x^6+1, & x\le 0 \\ \sin x^3, & 0<x\le 1 \\ \sin\sqrt{x}, & x>1 \end{cases}$$