

Ekstraopgave: Regression og konfidensintervaller

Niels Richard Hansen

February 22, 2021

Betragt den CAPM-inspirerede regressionsmodel fra EH eksempel 11.13,

$$R_i = \alpha + \beta M_i + \gamma r_i + \epsilon_i$$

hvor $\epsilon_1, \dots, \epsilon_N$ er uafhængige og identisk $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$ -fordelte.

Vi lader

$$\hat{\theta} = \begin{pmatrix} \hat{\alpha} \\ \hat{\beta} \\ \hat{\gamma} \end{pmatrix}$$

betegne MLE for vektoren af de tre middelværdiparametre i modellen.

Opgaven skal løses med udgangspunkt i CAPM data og det R markdown dokument, som blev gennemgået ved forelæsningen torsdag den 25/2, 2021.

Spørgsmål 1: Find variansmatricen for fordelingen af $\hat{\theta}$ ved direkte udregning fra designmatricen.

Spørgsmål 2: Gør rede for at

$$\hat{\beta} + \hat{\gamma} \sim \mathcal{N}(\beta + \gamma, \text{se}^2)$$

hvor

$$\text{se}^2 = \sigma^2 a$$

for en størrelse a . Find a og beregn et estimat, $\hat{\text{se}}$, for se .

Baseret på spørgsmål 2 ovenfor kunne man finde på at konstruere et *approximativt* konfidensinterval for $\beta + \gamma$ som

$$\hat{\beta} + \hat{\gamma} \pm 1.96 \times \hat{\text{se}}. \quad (1)$$

Spørgsmål 3: Forklar logikken i ovenstående konstruktion. Hvorved adskiller den sig fra EH eksemple 10.30, og hvorfor er intervallet approximativt? (Se også slides fra torsdag om hypoteser af kodimension 1).

Spørgsmål 4: Beregn både intervallet givet ved (1) og intervallet fra EH eksemple 10.30. Sammenlign intervallerne. Fortolk hvad intervallerne siger om CAPM-hypotesen $\beta + \gamma = 1$.