NumIntro - Uge 1 Mandag

Nick Laursen

Københavns Universitet

31. august 2020

1. Om Mig

2. Opgaver

3. Diskussion

Om Mig

Nick Alexander Villum Laursen.
5 år.
Tidligere IT Admin hos Syscom.
Ansat hos Telia Data-behandling center.
Instuktor sidste år.
Har haft AlgoDat og QM1.

1.3.13

a). Løs $x_{n+1} - nx_n = 0$.

For at løse denne opgave skal vi skrive vores differens ligning om til det karakteristiske polynomium $p(\lambda)$. Vi skriver først vores linær differens operator, hvilket giver os:

$$E^1 x - nE^0 x = \left(E^1 - nE^0\right) x = 0.$$

Herved kan vi nu skrive vores karakteristiske polynomium op:

$$p(\lambda) = \lambda - n.$$

Vi finder nu roden af $p(\lambda)$ og får så $\lambda = n$. Fra **Thm 1, p.31** kan vi nu finde vores basis løsning. Dette giver os

$$x(n) = \left[n, n^2, n^3, \ldots\right].$$

$\square$

1.3.13

b). Løs $x_{n+1} - x_n = n$.

Vi kan ikke længere bruge **Thm 1, p.31**. Hvorfor? (*Brug 2 minutter selv*).

Vi vil i stedet bruge substitution metoden til at løse ligningen. Vi har

$$x_{n+1} - x_n = n \Leftrightarrow x_{n+1} = n + x_n.$$

Vi laver nu substitution og får

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= n + x_n = n + (n-1) + x_{n-1} = \ldots = n + (n-1) + \ldots + 2 + 1 \\ &= \frac{n(n+1)}{2} \end{aligned}$$

Hvilket er vores løsning. $\square$

1.3.13 b) forsat

Er dette så en løsning? (*Brug selv 5 minutter*) Svaret er ja, da

$$\frac{n\,(n+1)}{2} - \frac{(n-1)\,((n-1)+1)}{2} = \frac{(n^2+n)-(n^2-n)}{2} = \frac{2n}{2} = n$$

1.3.13

c). Løs $x_{n+1} - x_n = 2$*.*

Vi ser at vi igen ikke kan bruge **Thm 1, p.31**. Så vi laver substitution igen. Vi har $x_{n+1} = 2 + x_n$. Dette giver os så

$$x_{n+1} = 2 + x_n = 2 + 2 + x_{n-1} = \ldots = \sum_{i=1}^{n} 2 = 2n.$$

Herved har vi så vores løsning. $\square$
(*Tjek selv efter om løsningen er korrekt*)

1.3.27

Betrag følgende rekurente formel: $x_n = 2\left(x_{n-1} + x_{n-2}\right)$.

a) Vis at den generelle løsning er
$z_n = \alpha\left(1+\sqrt{3}\right)^n + \beta\left(1-\sqrt{3}\right)^n$.

b) Vis at løsningen med start værdier $x_1 = 1$ og $x_2 = 1-\sqrt{3}$ svarer til $\alpha = 0$ og $\beta = \left(1-\sqrt{3}\right)^{-1}$

a)

Vi løser ved brug af **Thm 1, p.31**. Vi omskriver $x_n = 2\left(x_{n-1} + x_{n-2}\right) \Leftrightarrow 0 = 2x_{n-1} + 2x_{n-2} - x_n$. Vi skriver nu det karakteristiske polynomium op:

$$p\left(\lambda\right) = -\lambda^2 + 2\lambda + 2.$$

Rødderne for dette polynomium er $1 + \sqrt{3}$ og $1 - \sqrt{3}$. Vi følger nu idéen fra **Side 30** til at finde generelle løsninger. Ved at indsætte i den beskrevne formel får vi

$$z = \alpha x\left(1 + \sqrt{3}\right) + \beta x\left(1 - \sqrt{3}\right).$$

Herved bliver den generelle løsning så:

$$z_n = \alpha\left(1 + \sqrt{3}\right)^n + \beta\left(1 - \sqrt{3}\right)^n.$$

$\square$

b) Vis at løsningen med start værdier $x_1 = 1$ og $x_2 = 1 - \sqrt{3}$ svarer til $\alpha = 0$ og $\beta = \left(1 - \sqrt{3}\right)^{-1}$

Vi tjekker først x_1.

$$\begin{aligned} x_1 &= 0 \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right)^1 + \left(1 - \sqrt{3}\right)^{-1} \left(1 - \sqrt{3}\right)^1 \\ &= 0 + \frac{\left(1 - \sqrt{3}\right)}{\left(1 - \sqrt{3}\right)} = 1. \end{aligned}$$

Herved tjekker vi nu x_2.

$$\begin{aligned} x_2 &= 0 \cdot \left(1 + \sqrt{3}\right)^2 + \left(1 - \sqrt{3}\right)^{-1} \left(1 - \sqrt{3}\right)^2 \\ &= 0 + \frac{\left(1 - \sqrt{3}\right)^2}{\left(1 - \sqrt{3}\right)} = 1 - \sqrt{3} \end{aligned}$$

$\square$

Diskussion

Programmerings gennemgang.
Hjælp til programmering.
Optage undervisningstimer.
Gennemgang af elever.