VARIABILI ALEATORIE CONTINUE

Per le variabili aleatorie continue, lo spazio degli eventi è

$$n : \Omega \to \mathbb{R} \qquad n \in \mathbb{R}$$

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE

$$F_n(a) = P(n \leq a)$$

$$P(n \in (A, B]) = P(n \leq B \,\cap\, n > A) = F_n(B) - F_n(A)$$

DENSITA' DI PROBABILITA'

$$f_n(a) = \frac{dF_n(a)}{da}$$

$$\int_A^B f_n(a)da = F_n(B) - F_n(A) = P(n \in (A, B])$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_n(a)da = 1$$

Da notare che calcolare $P(n = A) = \int_A^A f_n(a)da$ non ha senso

ASPETTAZIONE

$$E(n) = \int_{-\infty}^{\infty} af_n(a)da = m_n$$

(f_n densità di probabilità)

POTENZA STATISTICA DI UNA V. ALEATORIA

$$E(n^2) = \int a^2 f_n(a)da$$

VARIANZA

$$E((n - m_n)^2) = \int (a - m_n)^2 F_n(a)da$$

GAUSSIANA

Usata per modellare fenomeni fisici (es disturbo nei circuiti)

$$f_n(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\frac{a-m}{\sigma})}$$

m media, σ deviazione standard

GAUSSIANA STANDARD

$$n \sim N(0,1) \qquad con\ media\ 0\ e\ varianza\ 1$$

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE

$$\Phi(a) = P(n \leq a)$$

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE COMPLEMENTARE

$$Q = 1 - \Phi(a)$$

GAUSSIANA NON STANDARD

$$n \sim N(m, \sigma^2) \qquad con\ m \neq 0\ e\ \sigma^2 \neq 1$$

FUNZIONE DI DISTRIBUZIONE COMPLEMENTARE

$$P(n > A) = \int_A^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}(\frac{\sigma-m}{\sigma})^2} da$$

$$b = (\frac{a-m}{\sigma})^2 \quad db = \frac{da}{\sigma} \quad a = \sigma b + m$$

$$P(n > A) = \int_{\frac{A-m}{\sigma}}^\infty \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}b^2} db = Q(\frac{A-m}{\sigma})$$

SOMMA DI GAUSSIANE INDIPENDENTI

$$n_1 \sim N(m_1, \sigma_1^2) \quad n_2 \sim N(m_2, \sigma_2^2)$$

$$y = n_1 + n_2 \sim N(m_1 + m_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

SEGNALI

Un segnale è una funzione del tempo $\qquad s(t) \in \mathbb{R} \quad t: tempo$
Ad esempio una trasmissione su un canale analogico/continuo avviene per mezzo di segnali.

Il tempo può essere considerato continuo o discreto

- I segnali a tempo continuo vengono indicati con $y(t)$
- I segnali a tempo discreto vengono indicati con $s(KT)$ con T quanto temporale (tempo che intercorre tra due osservazioni sequenziali)

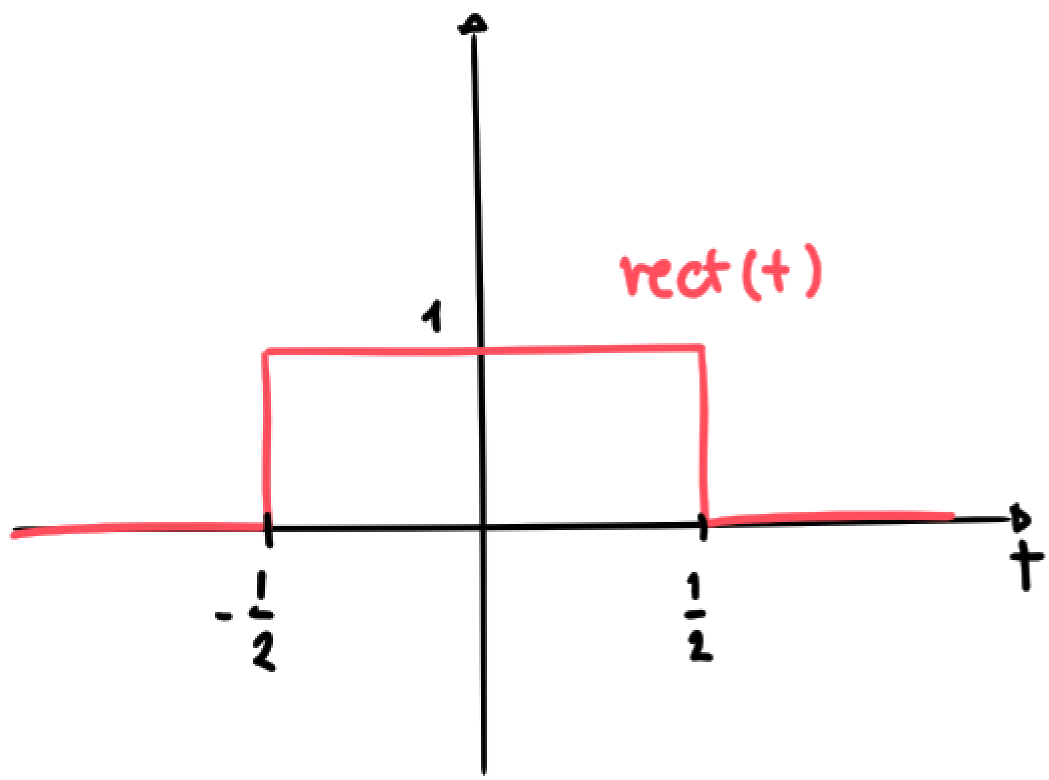
I valori assunti dai segnali possono essere:

- continui: il segnale assume valori $\in \mathbb{R}$/sottoinsiemi
- discreti: il segnale assume valori discreti (approssimati)

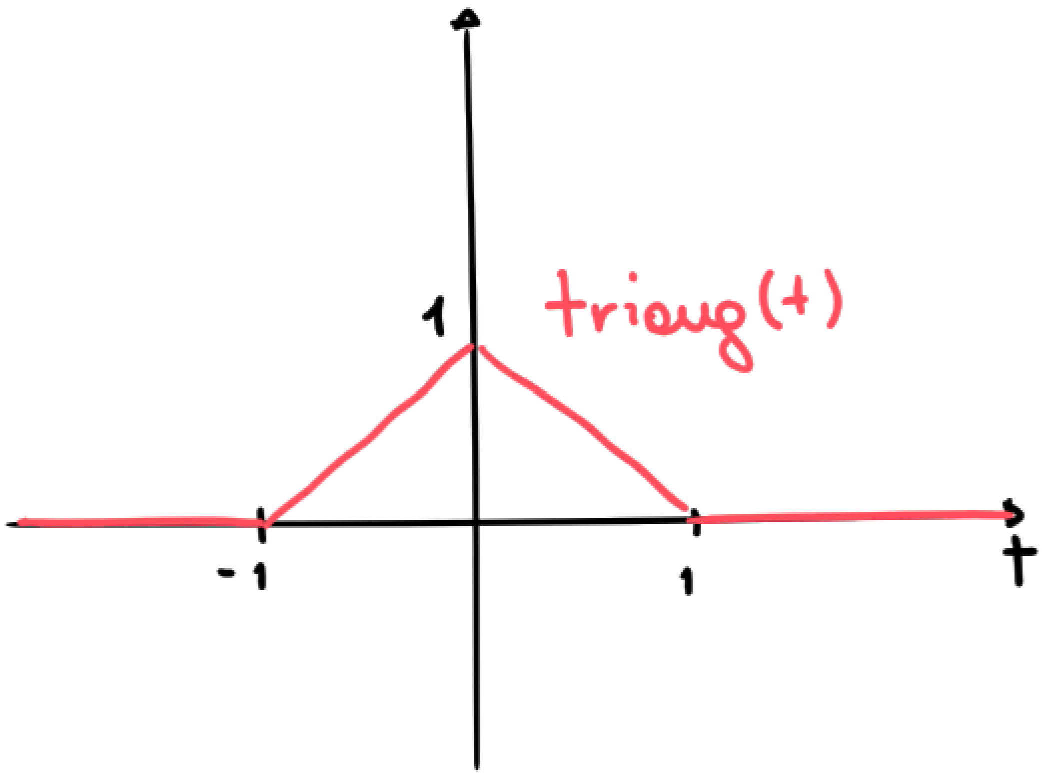
I segnali analogici sono segnali continui con valori continui
I segnali digitali sono segnali discreti con valori discreti

Es:

$$rect(t) = \begin{cases} 0 & t < -\frac{1}{2} \vee t > \frac{1}{2} \\ 1 & t \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}] \end{cases}$$



$$triang(t) = \begin{cases} 0 & t < -1 \vee t > 1 \\ 1 - |t| & t \in [-1; 1] \end{cases}$$



RITARDO DI UN SEGNALE

Un ritardo di un segnale avviene quando l'intero segnale è trasposto di un tempo t_0:

$$s(t) = y(t - t_0)$$

SCALAMENTO DI UN SEGNALE

Amplificare o diminuire l'ampiezza di un segnale:

$$s(t) \rightarrow As(t)$$

Scalo il grafico di s(t) di un fattore A

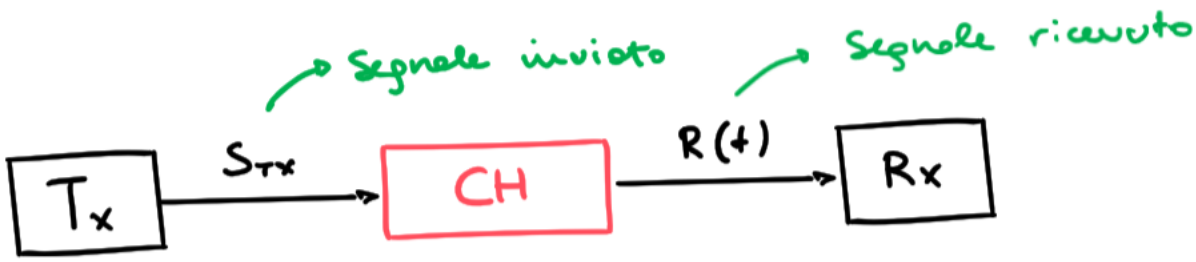
SCALAMENTO DEL TEMPO

Dilatare o comprimere nel tempo il segnale:

$$s(t) \rightarrow s(Bt)$$

Dilato il grafico di s(t) di un fattore B

CANALE ELEMENTARE



$$R(t) = AS_{TX}(t - t_0)$$

versione ritardata e scalata del segnale inviato