

Fondamenti di Elettronica

04

Circuiti con amplificatori operazionali

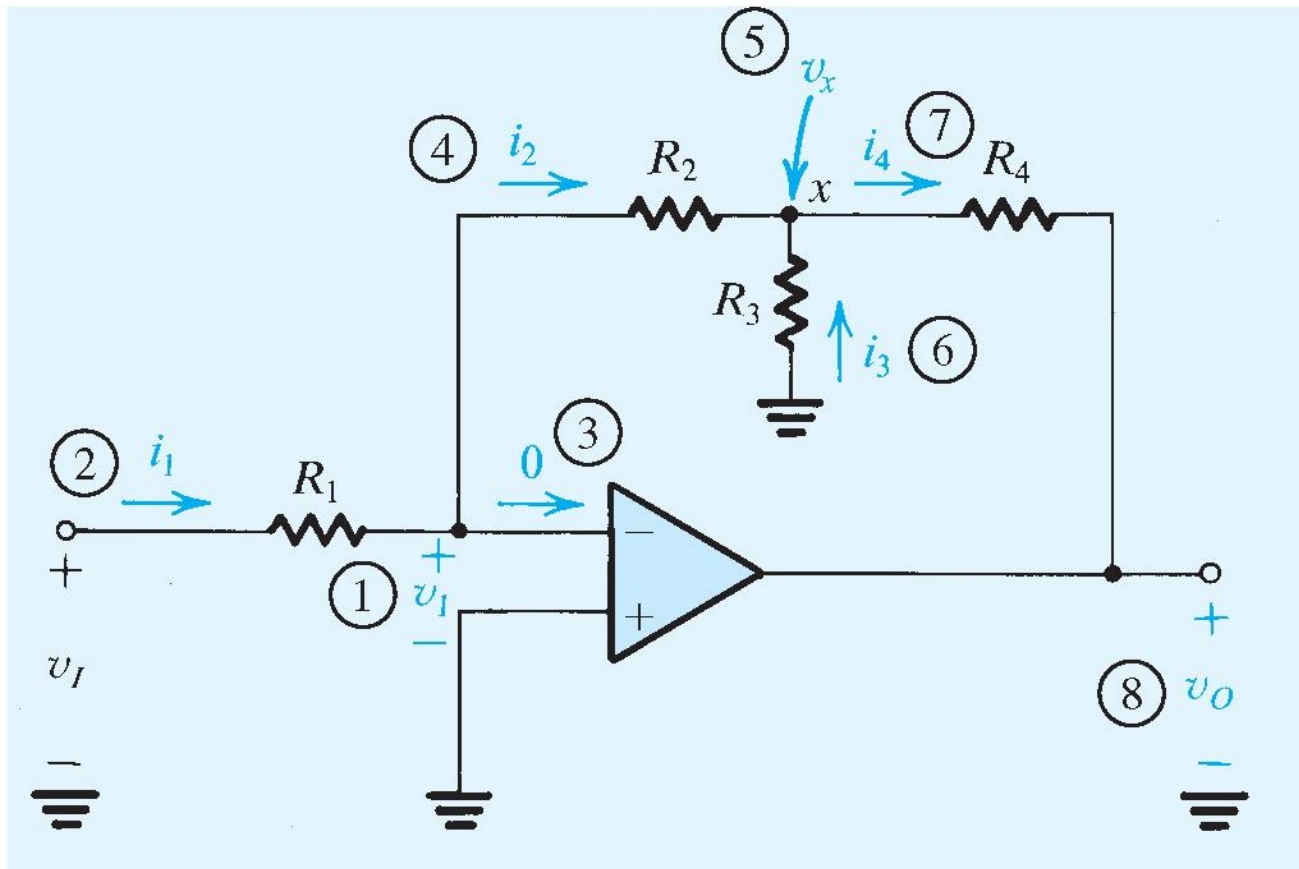


Enrico Zanoni

enrico.zanoni@unipd.it

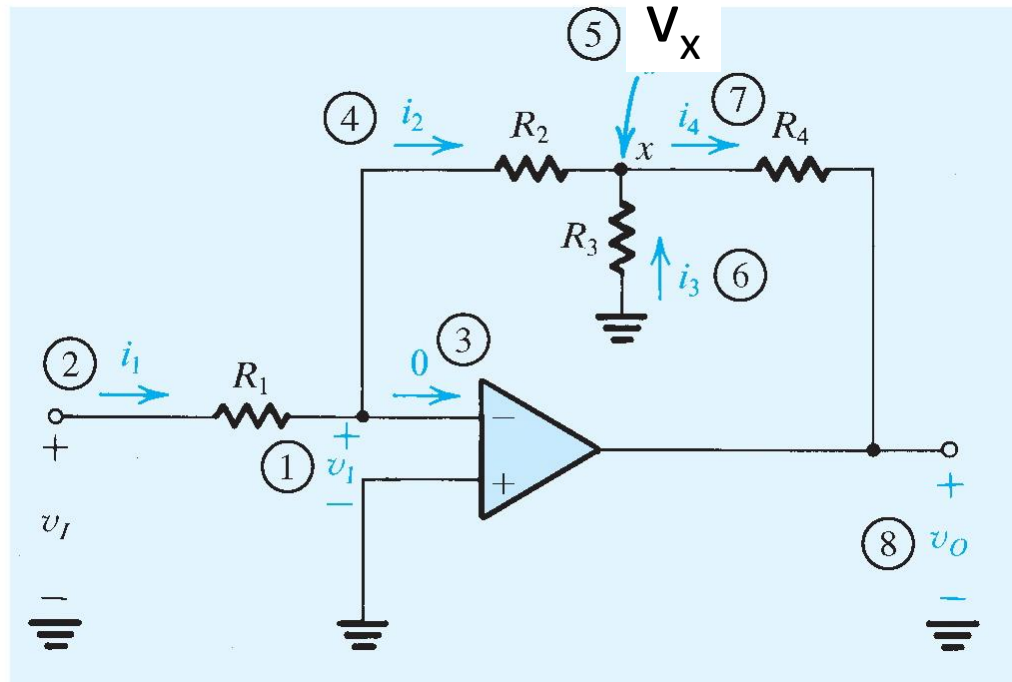
181696

Rivisitiamo l'amplificatore invertente con feedback a T



Amplificatore con rete di feedback a T: permette di risolvere il conflitto tra resistenza di ingresso e guadagno nell'amplificatore invertente

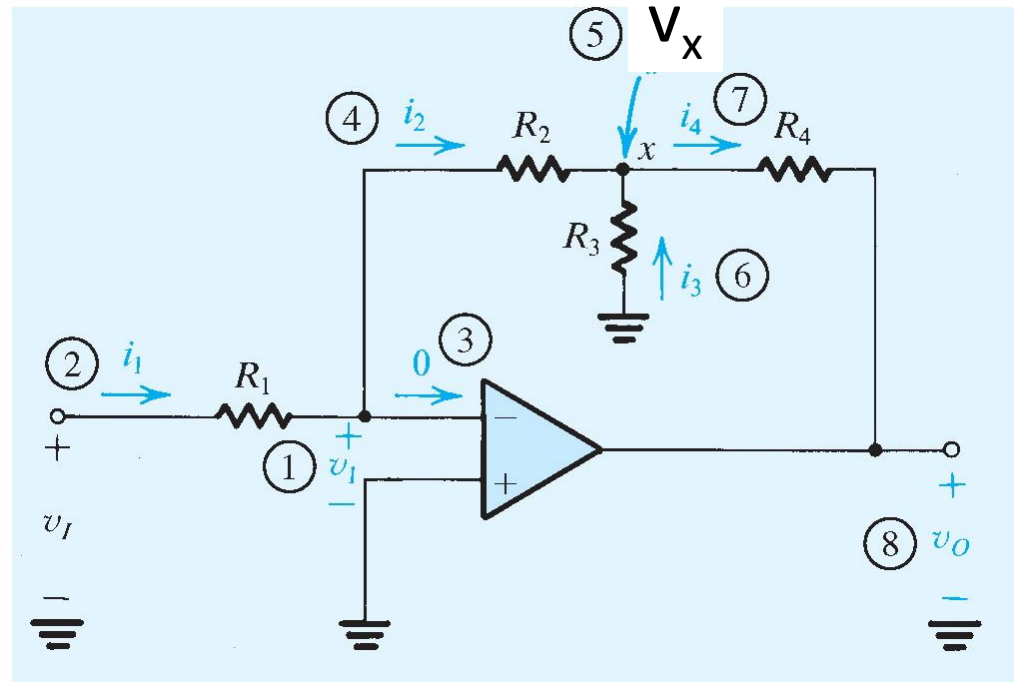
Studiamo il rapporto di correnti



$$v_+ = v_- = 0 \Rightarrow i_1 = \frac{v_I}{R_1} = i_2$$

$$v_x = v_+ - i_2 R_2 = -i_2 R_2 = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

Studiamo il rapporto di correnti



$$v_x = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

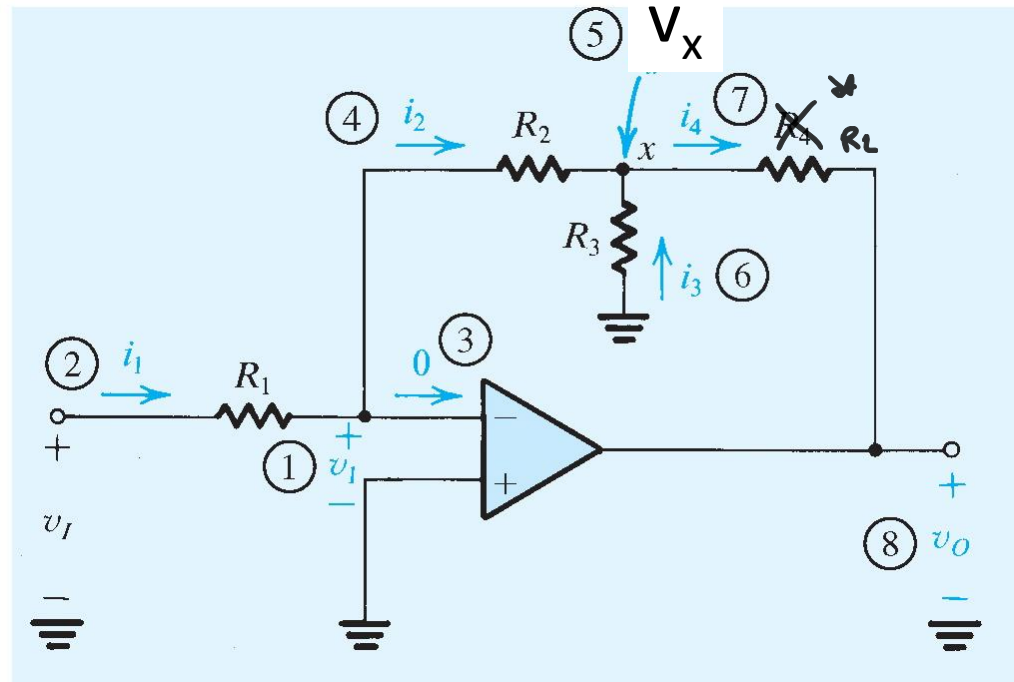
$$i_3 = -\frac{v_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I \quad i_1 = \frac{v_I}{R_1} = i_2 \quad \text{poniamo } \frac{R_2}{R_3} = k$$

$$i_3 = k i_2 \quad i_4 = i_2 + i_3 = \frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I = (1 + k) i_1;$$

Il circuito di feedback a T agisce come *moltiplicatore della corrente*

L'aumento di corrente in R_4 fa aumentare v_0 senza aumentare i_1

La corrente su R_4 non dipende dal valore di R_4



$$v_x = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_3} \right) \frac{v_I}{R_1}; = i_L$$

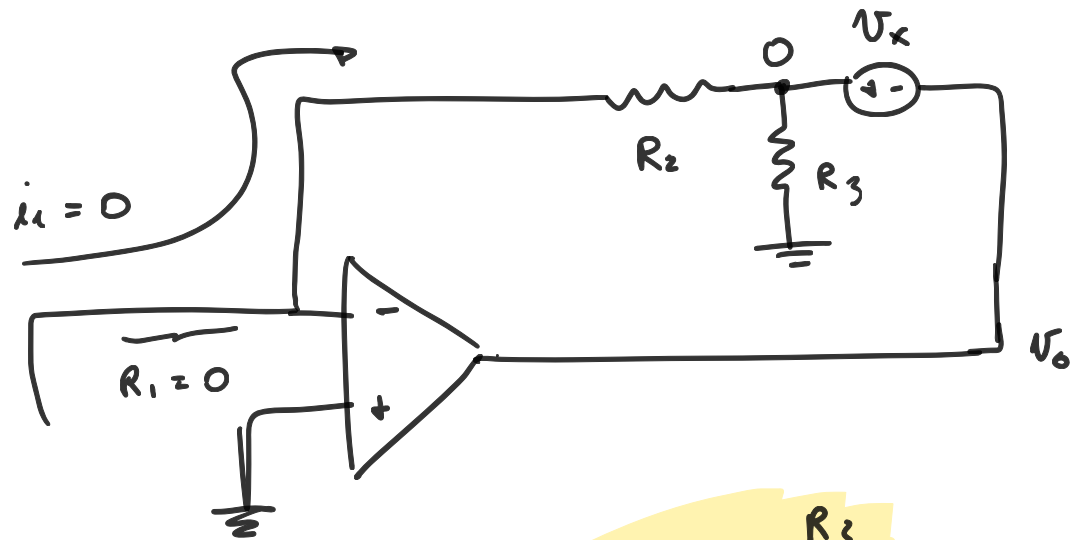
La corrente su R_4 non dipende da R_4 : possiamo trasformare l'amplificatore in un amplificatore di corrente con il carico al posto di R_4 *

R_o ?

1) Aperto il carico \rightarrow generatore di test complementare
alle grandezze d'uscita

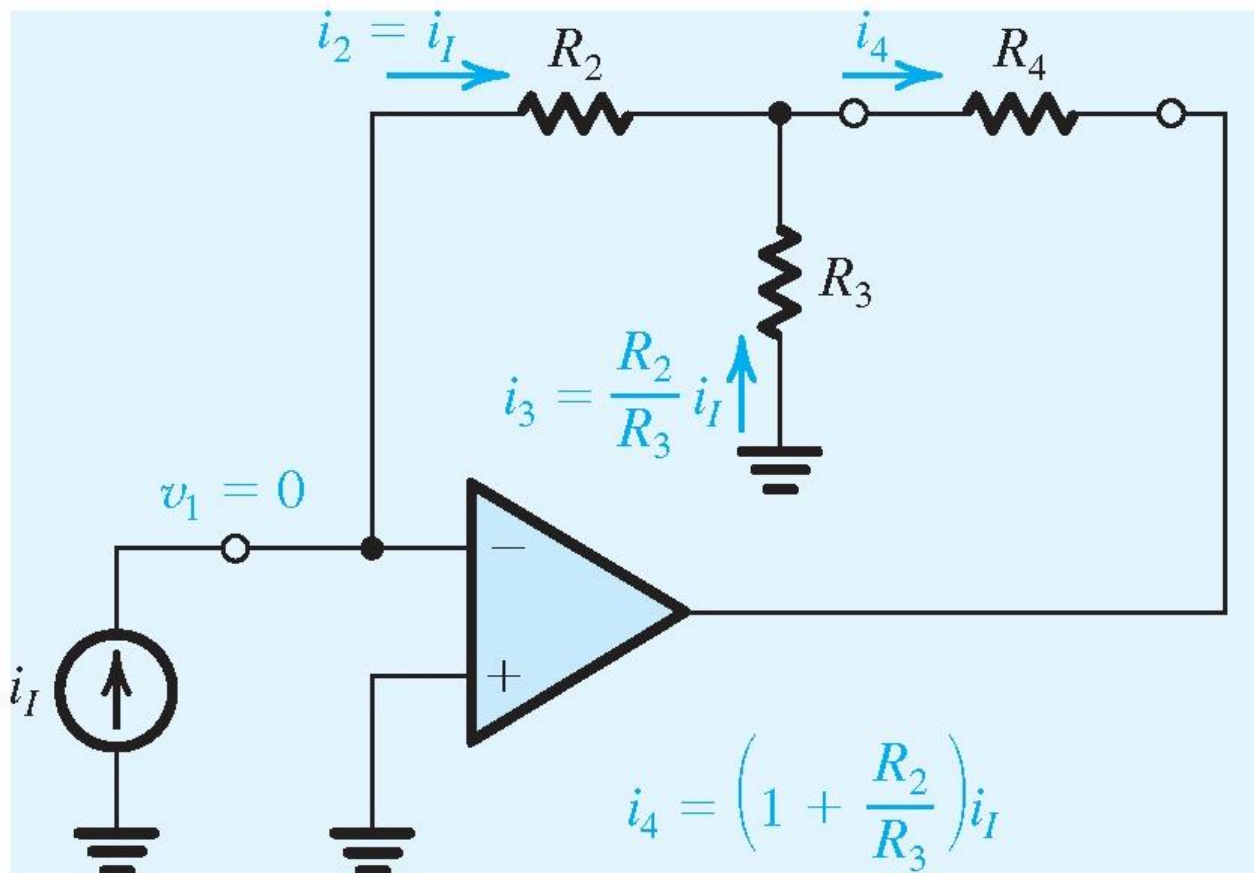
2) annullo il segnale d'ingresso $i_s = 0$

$$R_o = \frac{v_x}{i_x} = \frac{v_x}{0} = +\infty$$



$$A_v = 1 + \frac{R_2}{R_3}$$

Amplificatore di corrente con rete di feedback a T

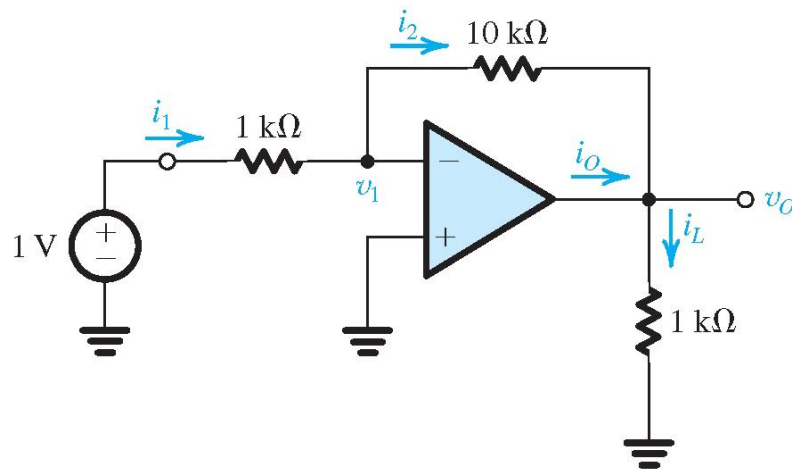


NB R_4 è il carico (R_L) del nostro amplificatore

$A_i = (1 + R_2/R_3)$; $R_i = 0$; $R_o = \infty$ (vedi sopra)

(per trovare R_o si applica un generatore di tensione al posto di R_4
e si annulla i_i ; le correnti sono ovunque nulle; $R_o = v_x/i_x = v_x/0 = \infty$)

Esercizio



Per questo amplificatore si determinino

$$v_1 = 0$$

$$i_1 = 1 \text{ mA}$$

$$i_2 = 1 \text{ mA}$$

$$v_o = -10 \text{ V}$$

$$i_L = -10 \text{ mA}$$

$$i_o = -11 \text{ mA}$$

La resistenza da $10\text{k}\Omega$ introduce un feedback negativo

Quindi vale il principio di massa virtuale : $v_- = v_+ = 0 \text{ V}$

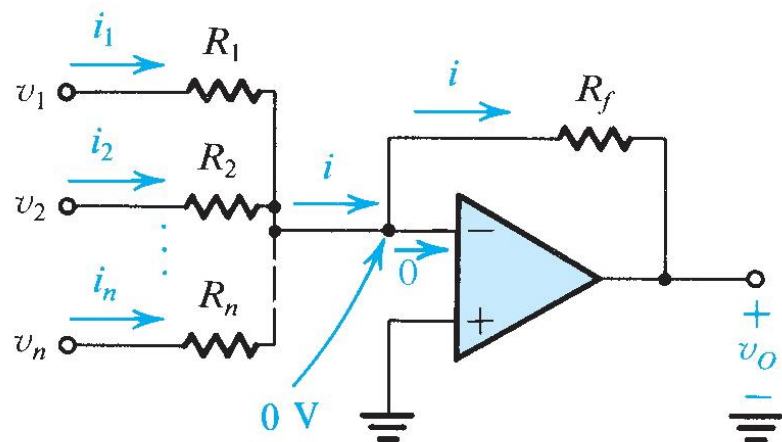
$$i_1 = 1 \text{ V} / 1 \text{ k}\Omega = 1 \text{ mA} = i_2$$

$$v_o = v_1 - i_2 R_2 = -1 \text{ mA} * 10 \text{ k}\Omega = -10 \text{ V} \text{ (} v_o \text{ non dipende dalla resistenza da } 10 \text{ k}\Omega \text{ tra uscita e massa: perchè ?); } A_v = -10 \text{ V} / 1 \text{ V} = -10 \text{ V/V}$$

$$i_L = v_o / R_L = -10 \text{ V} / 1 \text{ k}\Omega = -10 \text{ mA}$$

$$i_o = i_L - i_2 = -10 \text{ mA} - 1 \text{ mA} = -11 \text{ mA}$$

Circuito sommatore



$$v_o = - \left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} v_n \right)$$

$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_2}{R_2}, \quad \dots, \quad i_n = \frac{v_n}{R_n}$$

$$v_o = -i_{\text{totale}} \times R_f ; i_{\text{totale}} = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

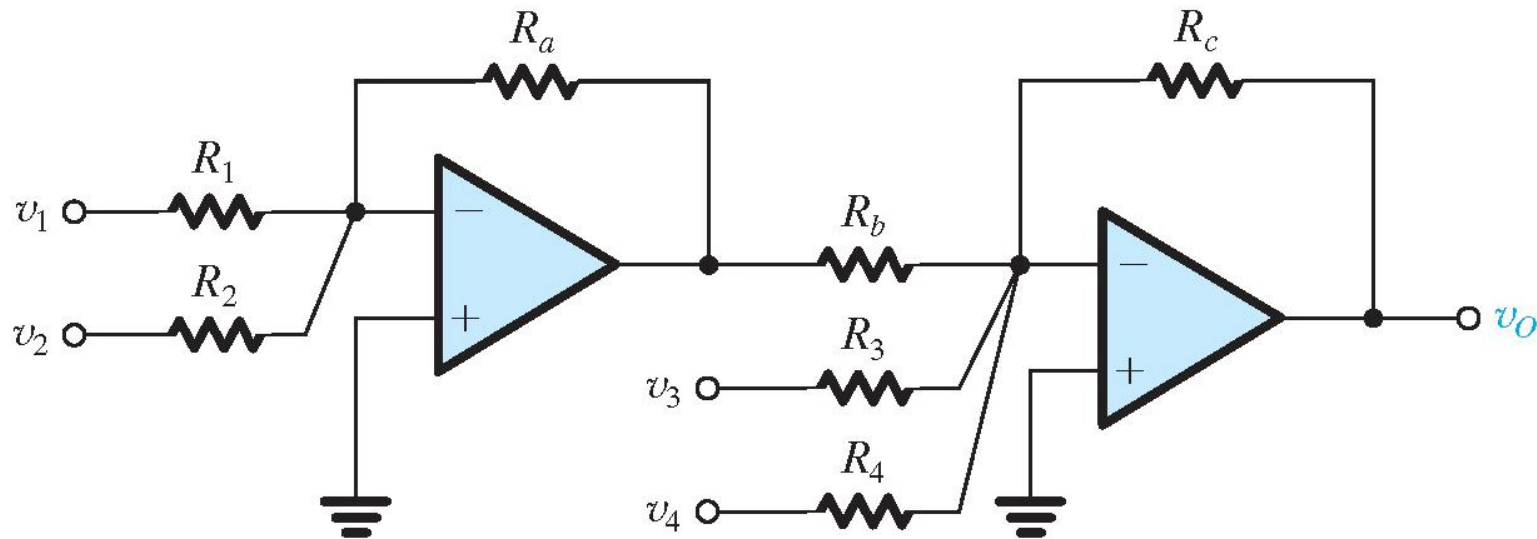
$$v_o = - \left(\frac{R_f}{R_1} v_1 + \frac{R_f}{R_2} v_2 + \dots + \frac{R_f}{R_n} v_n \right)$$

$$= - R_f \sum_{k=1}^n i_k$$

L'amplificatore operazionale è un elemento lineare per il quale vale il principio di sovrapposizione degli effetti:

l'effetto complessivo dell'applicazione di una serie di sorgenti si ottiene sommando gli effetti di ciascuna sorgente presa singolarmente, con tutte le altre sorgenti poste a zero

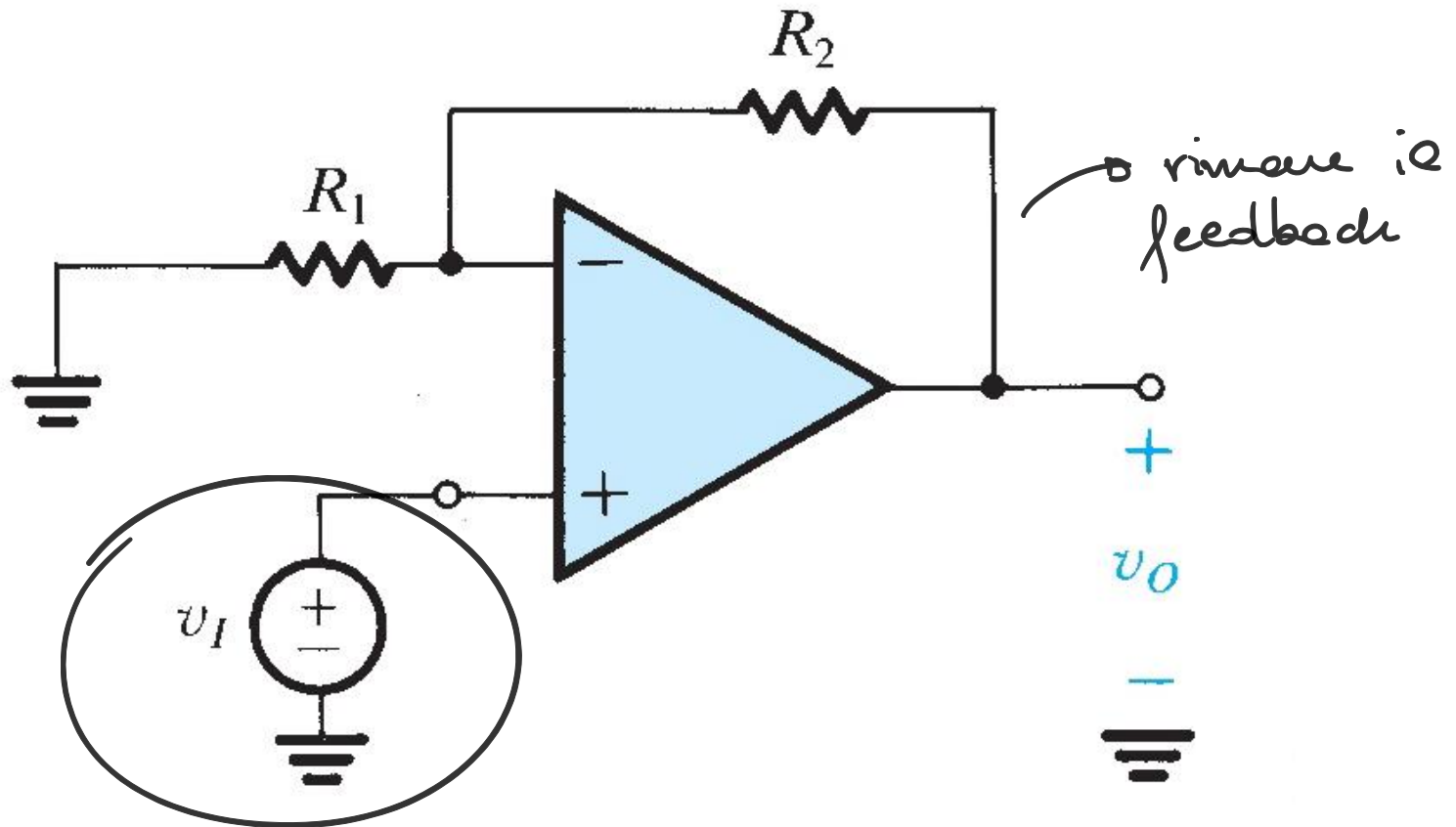
Somma e sottrazione con amplificatore operazionale



All'uscita del primo stadio : $v_{o1} = -\frac{R_a}{R_1} v_1 - \frac{R_a}{R_2} v_2$

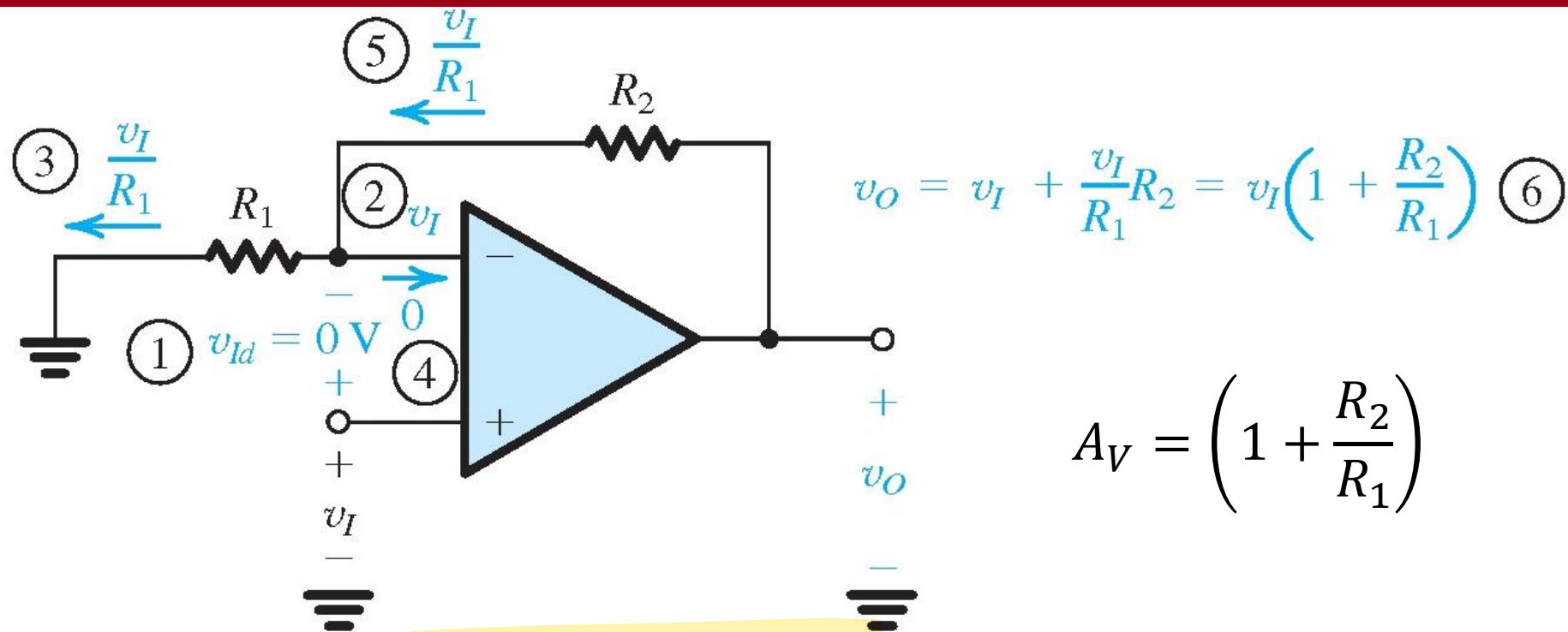
$$v_o = \left(\frac{R_a}{R_1} v_1 + \frac{R_a}{R_2} v_2 \right) \frac{R_c}{R_b} - \frac{R_c}{R_3} v_3 - \frac{R_c}{R_4} v_4$$

Amplificatore non invertente



ho spostato il generatore

Amplificatore non invertente



$$A_V = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

E' presente la stessa rete di retroazione dell'amplificatore invertente
 → applico il principio di massa virtuale

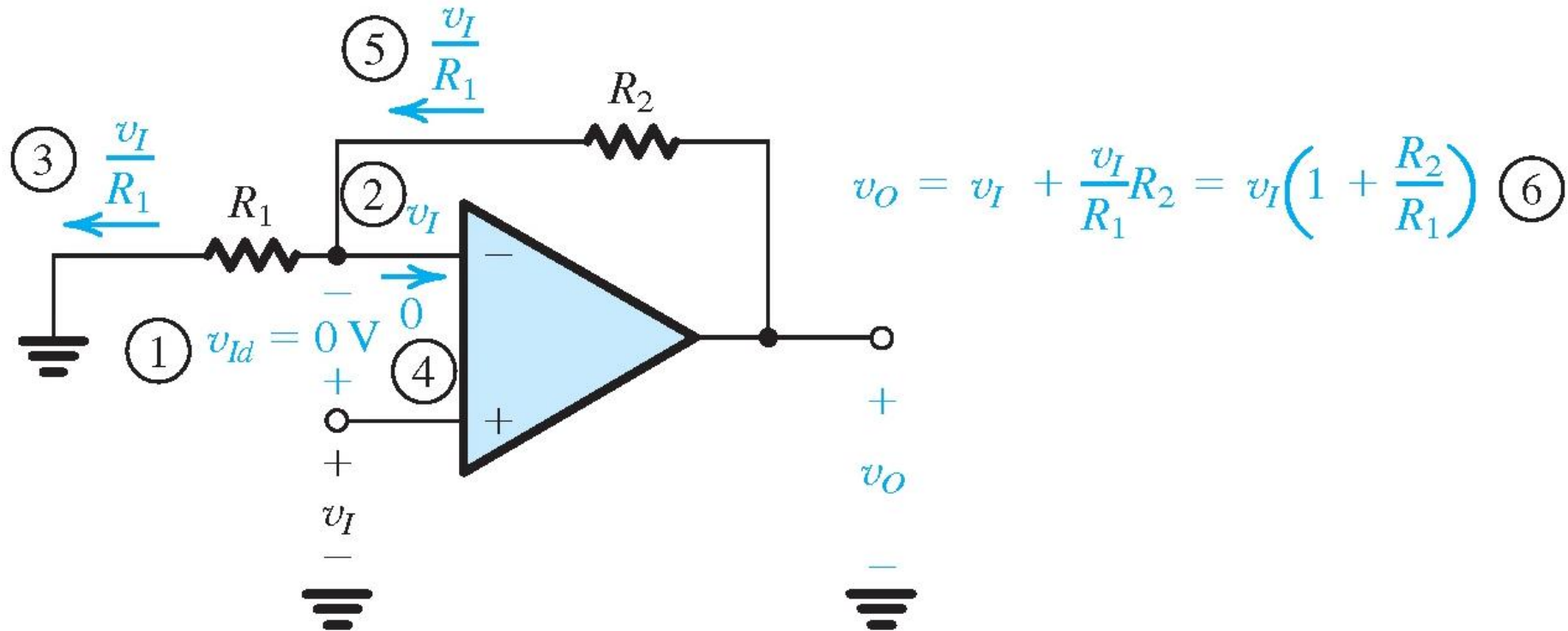
$v_+ = v_-$; il nodo 2 si trova alla tensione v_I

sulla resistenza R_1 scorre la corrente $i_{R1} = v_I / R_1$

$i_{R1} = i_{R2}$ perchè nell'amplificatore non entra corrente

$$v_O = v_I + v_I \frac{R_2}{R_1} = v_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) \quad A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

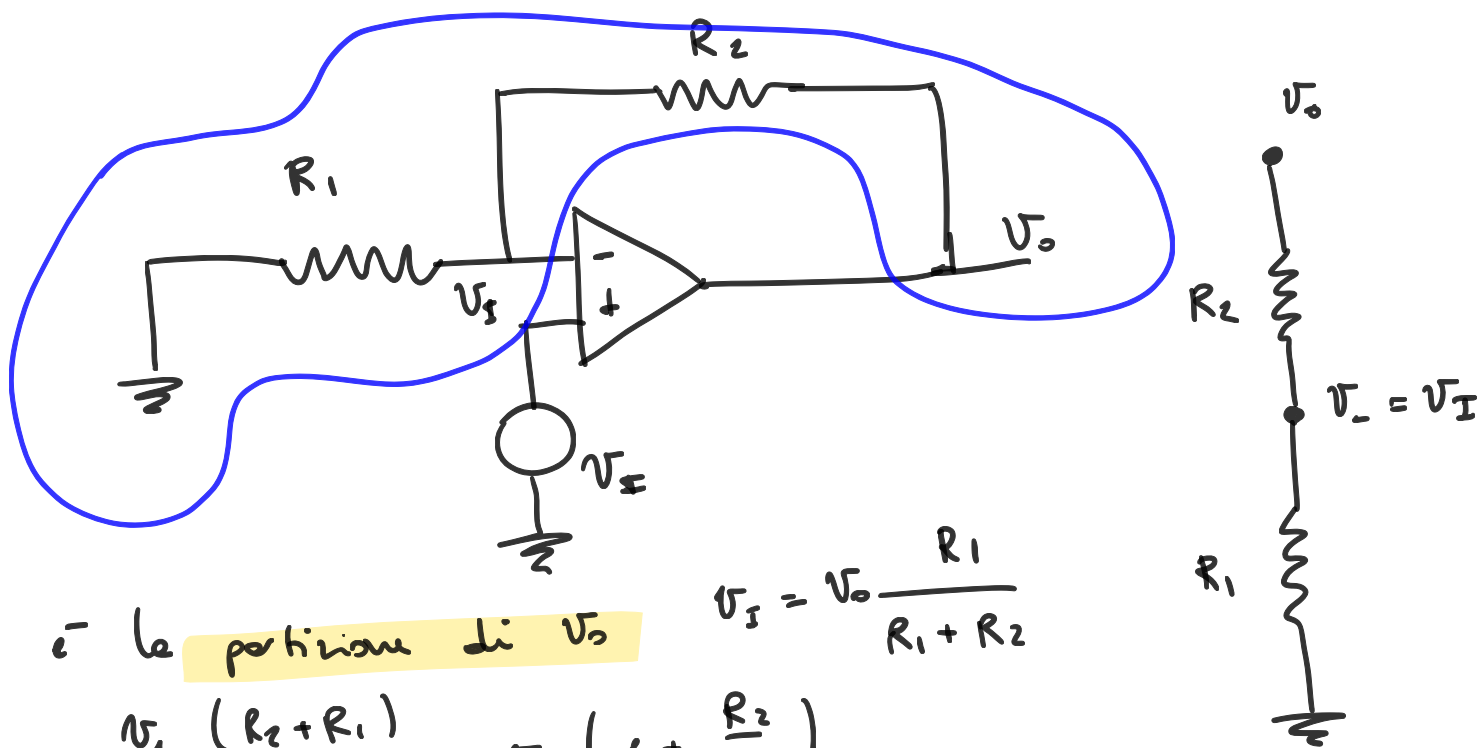
Guadagno dell'amplificatore non invertente



Dato che nell'amplificatore non entra corrente, v_I può essere vista come risultante dalla applicazione del partitore di tensione $R_1 - R_2$ alla tensione v_O :

$$v_I = v_O \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad * \quad v_O = v_I \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

*

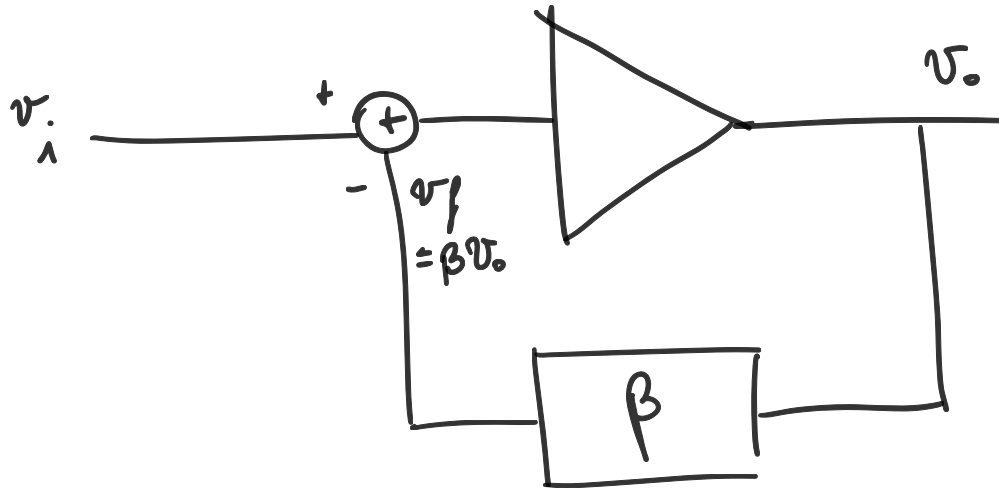


V_I è la **partizione di V_O**

$$V_I = V_O \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$V_O = \frac{V_I (R_2 + R_1)}{R_1} = V_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

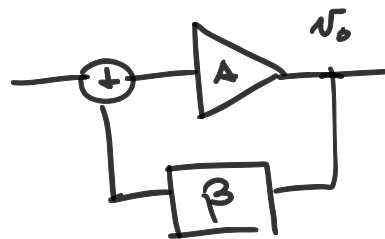
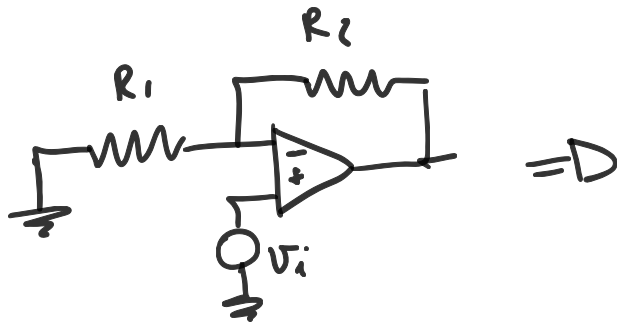
Amplificatore non invertente = amplificatore con feedback



$$v_o = A (v_i - \beta v_o)$$

$$v_o + A\beta v_o = A v_i$$

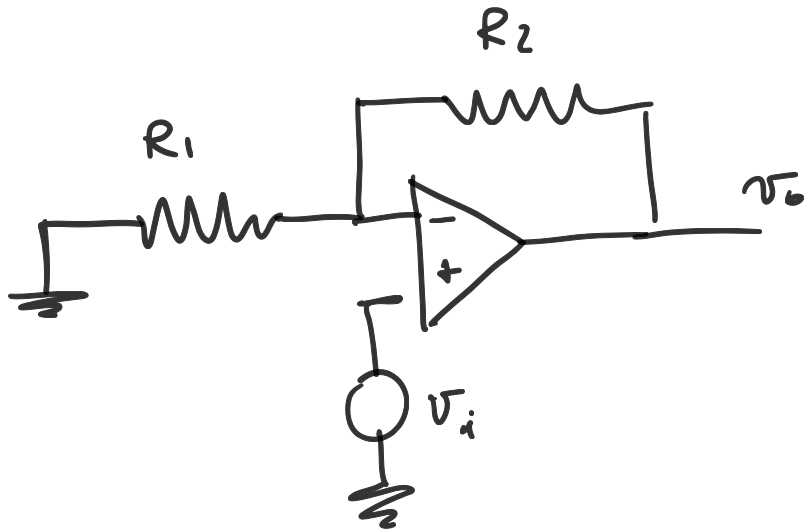
$$v_o (1 + A\beta) = A v_i$$



$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A}{1 + A\beta}$$

\hookrightarrow & $A \rightarrow \infty \quad \frac{v_o}{v_i} \rightarrow \frac{1}{\beta}$

*

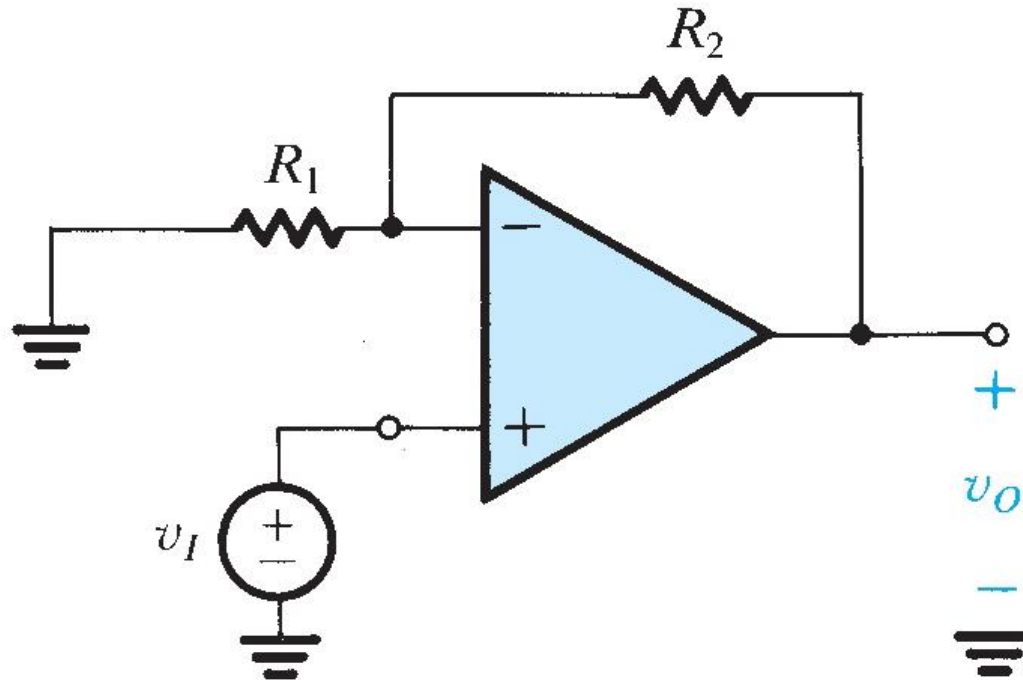


$$v_i = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} *$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

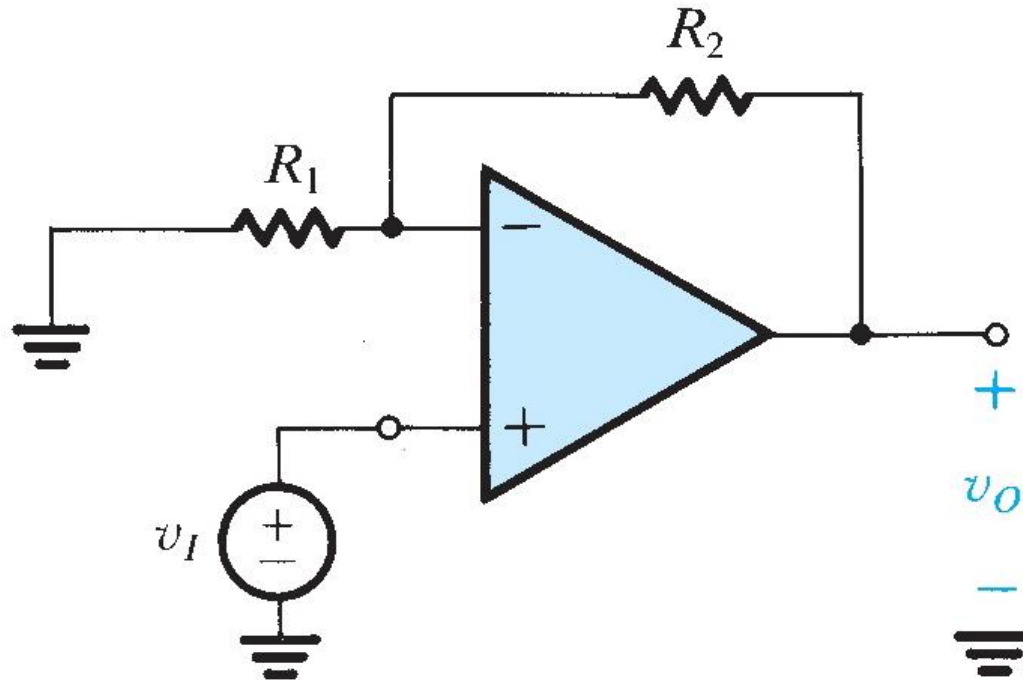
Amplificatore non invertente con guadagno finito A



Dimostrare che $(v_+ - v_-) = v_o/A \rightarrow$

$$G_V = \frac{v_o}{v_I} = \frac{1 + \left(R_2/R_1\right)}{1 + \frac{1 + \left(R_2/R_1\right)}{A}}$$

Amplificatore non invertente: R_{in} , R_o

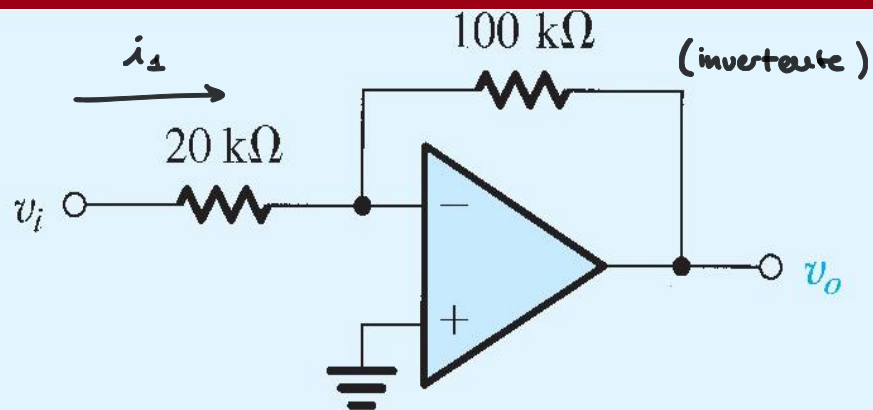


La resistenza di ingresso R_{in} è infinita

La resistenza di uscita R_o è nulla

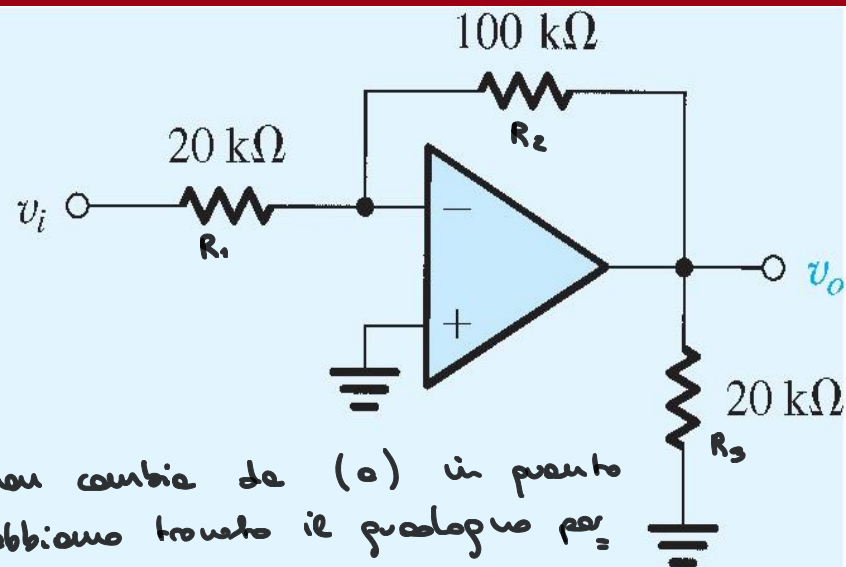
L'amplificatore non invertente con operazionale è un
amplificatore ideale di tensione

Trovare le differenze ...



$$v_o = - \frac{100 \text{ k}\Omega}{20 \text{ k}\Omega} = -5 \text{ V/V}$$

(a)

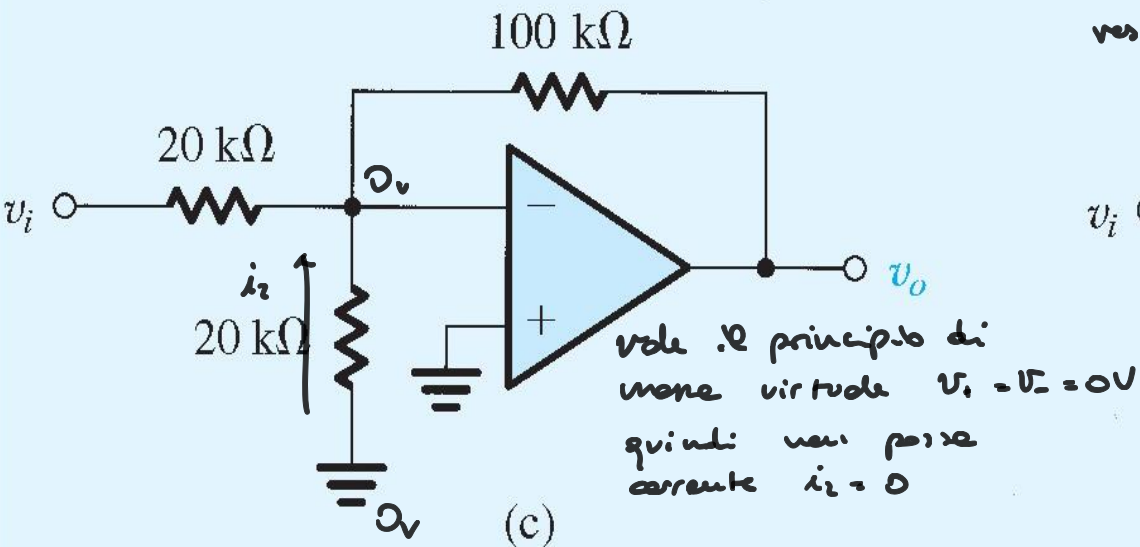


non cambia da (a) in quanto
abbiamo trovato il guadagno per
tendo da i_1 , dato (b) che

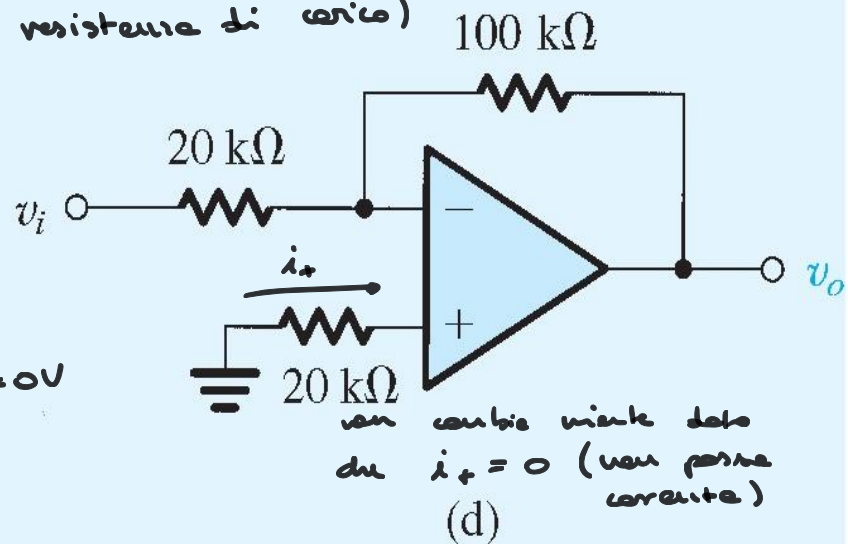
$$R_3 = R_1 \text{ carico}$$

$$R_o = 0 \Omega$$

(le correnti non dipendono dalla
resistenza di carico)

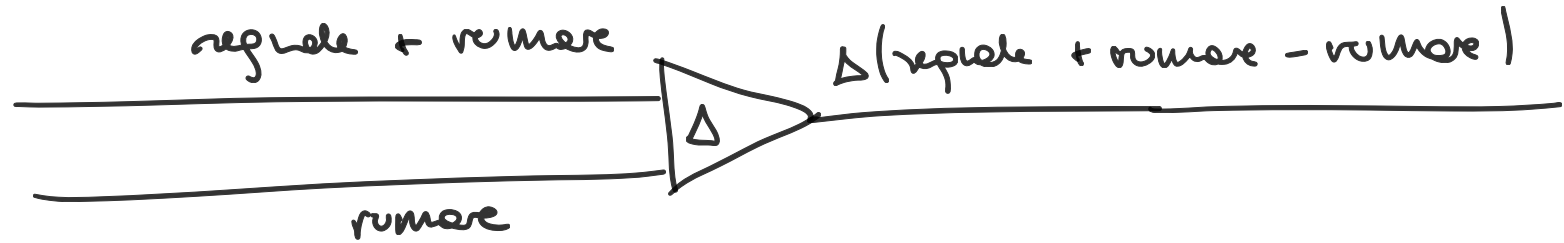


(c)



(d)

nel mondo vede, un segnale è disturbato da un rumore



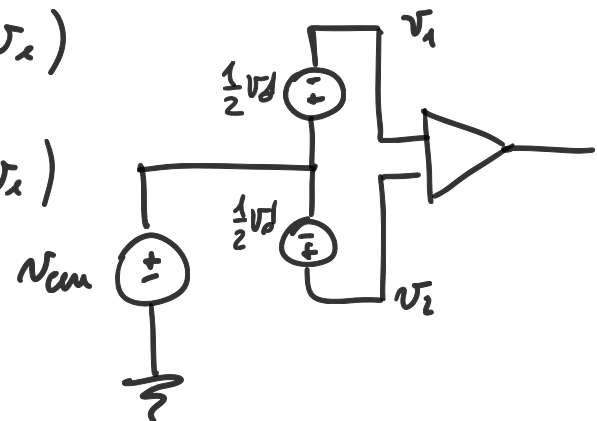
i rumori possono essere simili

segnale differenziale $v_d = v_2 - v_1$

segnale di modo comune: $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ media dei segnali

$$v_1 = v_{cm} - \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v_{cm} + \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$



Segnale differenziale e di modo comune

Obiettivo : definire uno schema che permetta di amplificare la differenza tra due segnali, cioè il «segnale differenziale»

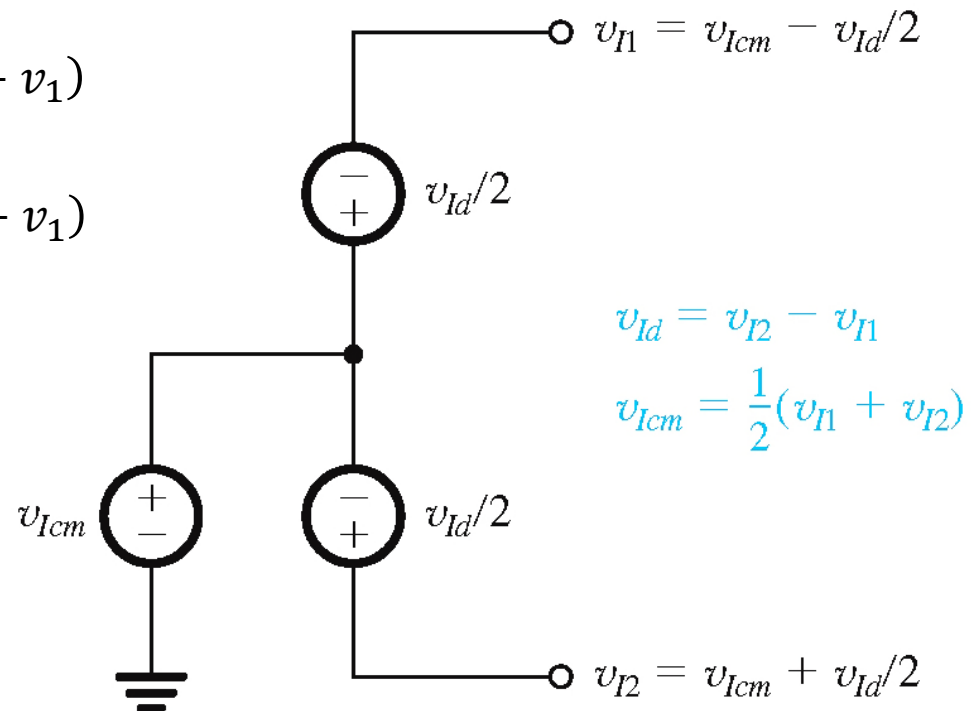
Segnale di ingresso differenziale $v_d = v_2 - v_1$ (differenza)

Segnale di ingresso di modo comune $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ (media dei due segnali)

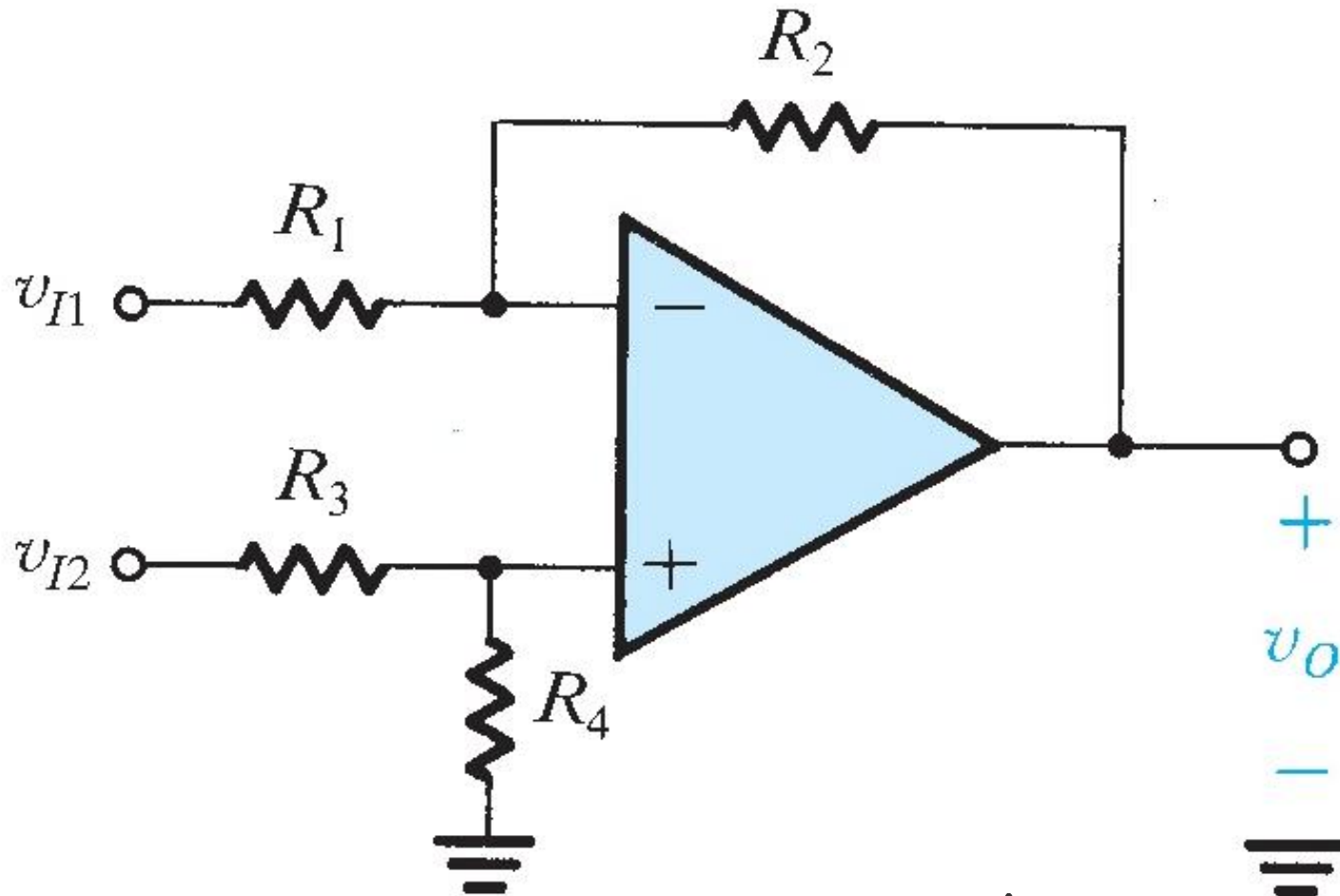
$$v_1 = v_{cm} - \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v_{cm} + \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

In questo modo abbiamo evidenziato la componente di modo comune dei due segnali



Amplificatore differenziale con opamp

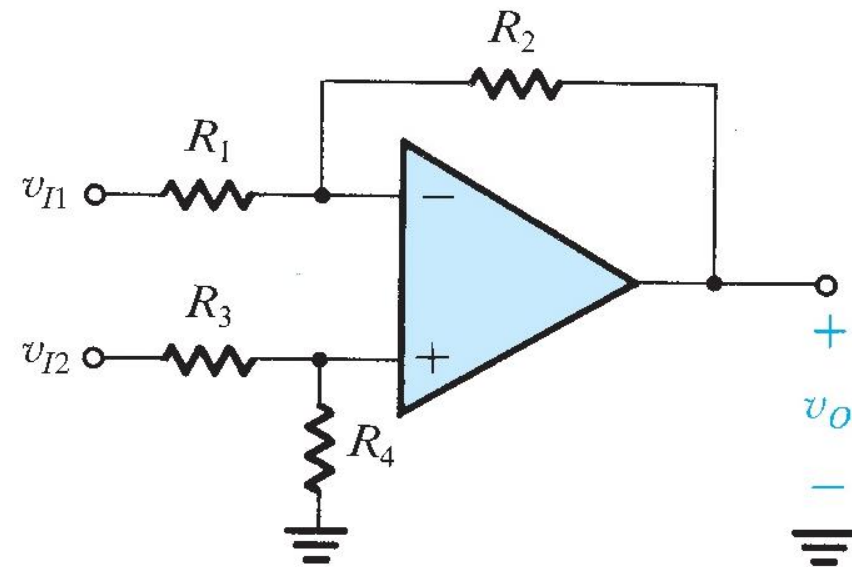


Come si vede le resistenze in modo che $v_O = A(v_2 - v_1)$
e che v_O non dipende da v_{cm}

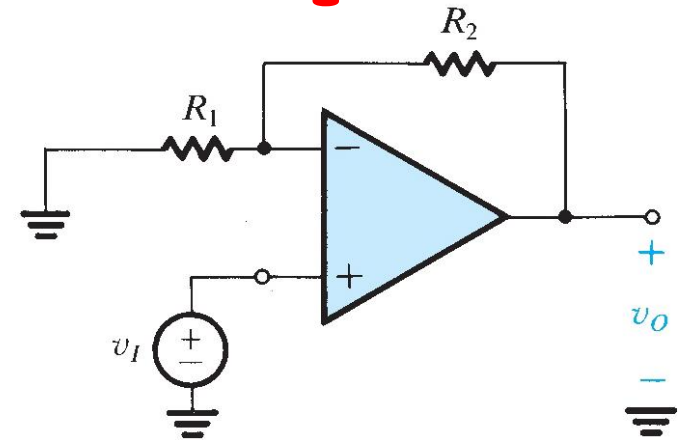
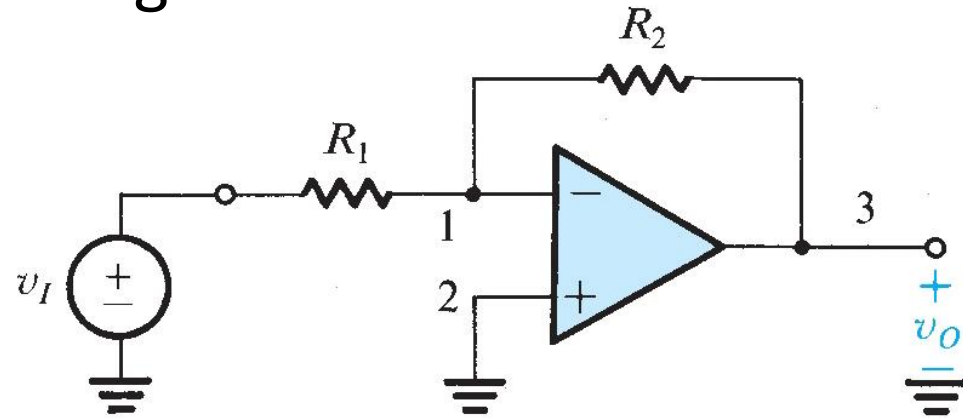
Amplificatore differenziale con opamp

Applichiamo la sovrapposizione degli effetti

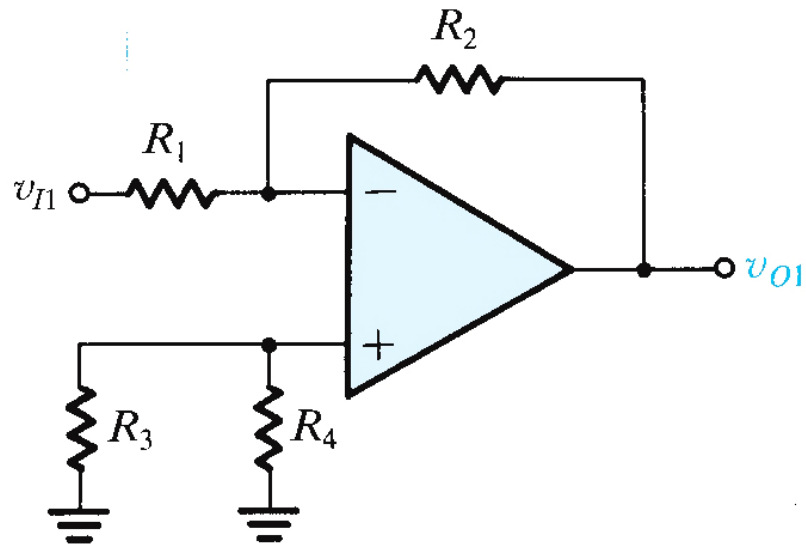
$$v_{o1} = -v_{I1} \frac{R_2}{R_1}$$



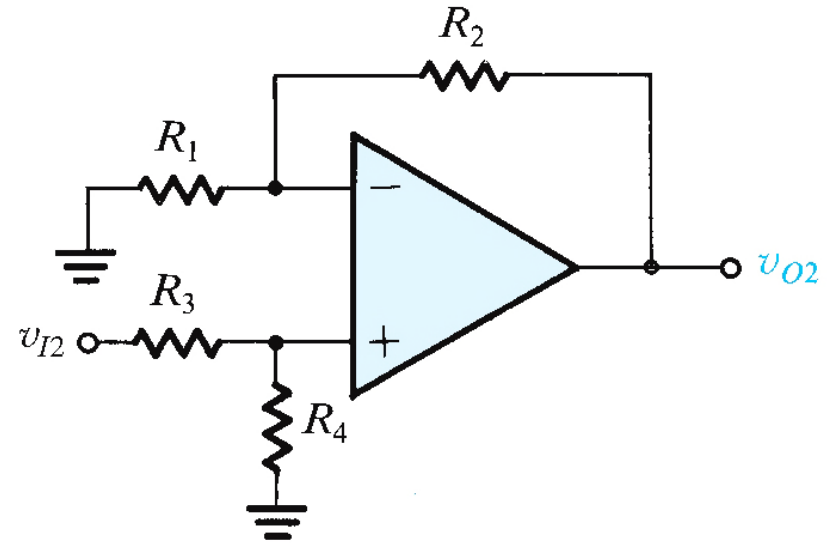
$$v_{o2} = v_{I2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$



Principio di sovrapposizione degli effetti



$$v_{O1} = -v_{I1} \frac{R_2}{R_1}$$

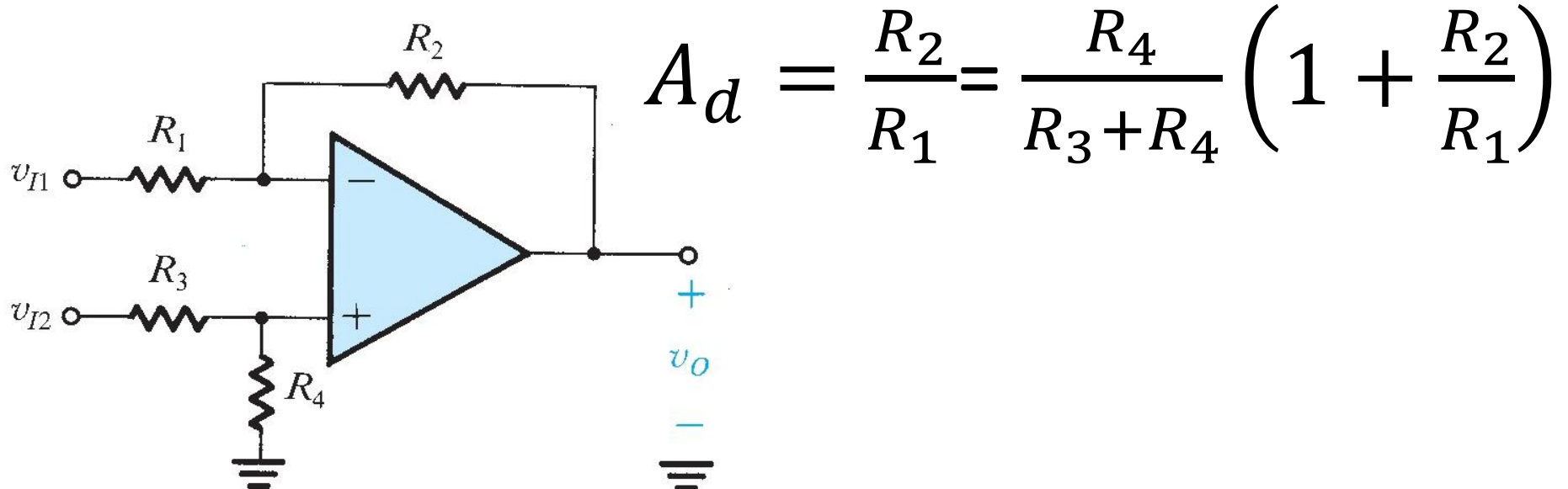


$$v_{O2} = v_{I2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Amplificatore differenziale con opamp

$$v_{o1} = -v_{I1} \frac{R_2}{R_1} \qquad v_{o2} = v_{I2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

ora vogliamo che l'uscita sia data da $A_d(v_2 - v_1) = A_d v_2 - A_d v_1$
quindi deve essere:



Amplificatore differenziale con opamp

devo imporre:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$\frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)} = \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

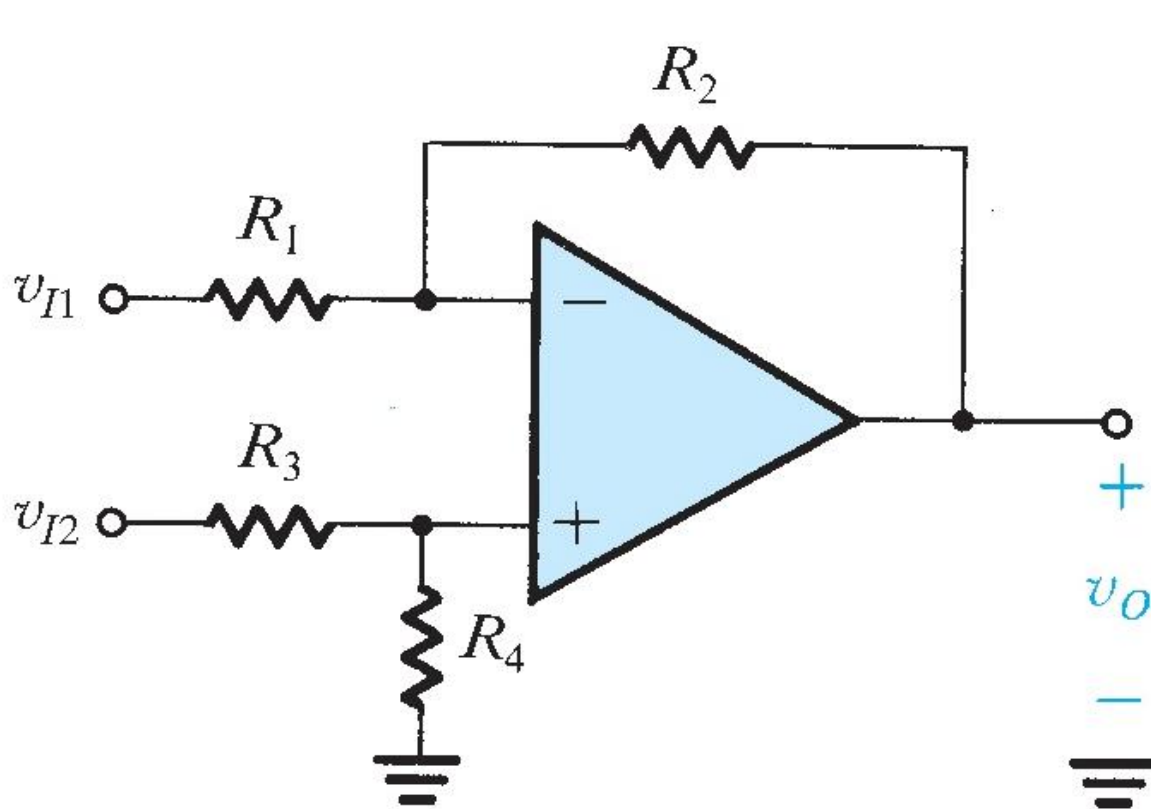
$$\frac{1}{\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right)} = \frac{1}{\left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right)}$$

$$\left(1 + \frac{R_1}{R_2} \right) = \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Amplificatore differenziale con opamp



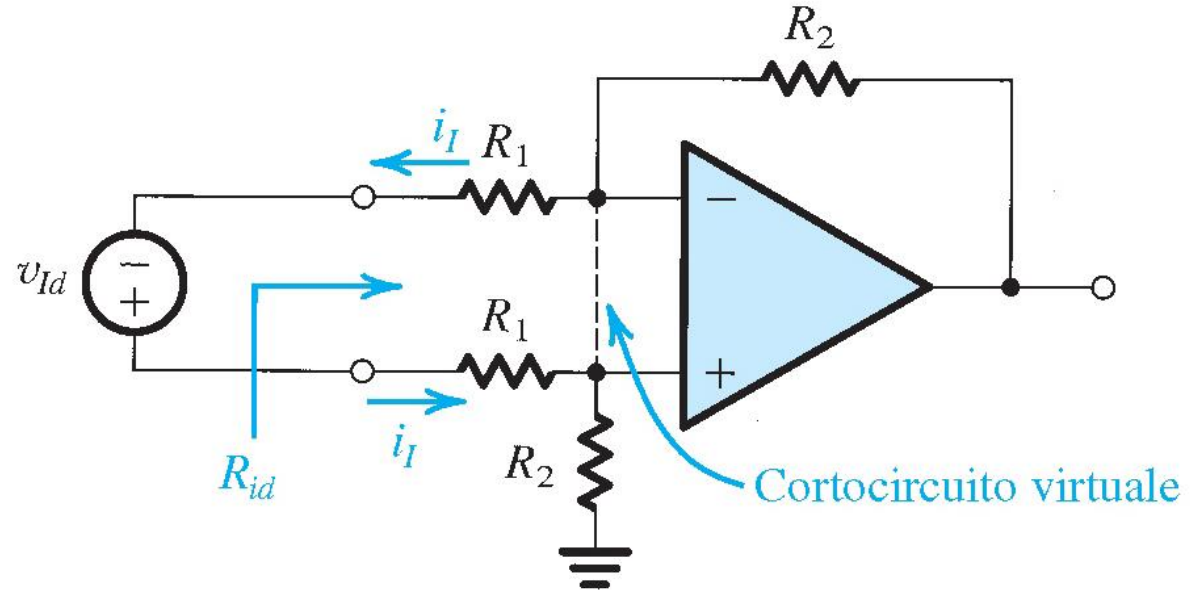
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$

La scelta più semplice è $R_2 = R_4$; $R_1 = R_3$

Amplificatore differenziale – resistenza di ingresso e di uscita

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$



Qual è la resistenza di ingresso vista dal generatore di segnale differenziale ?

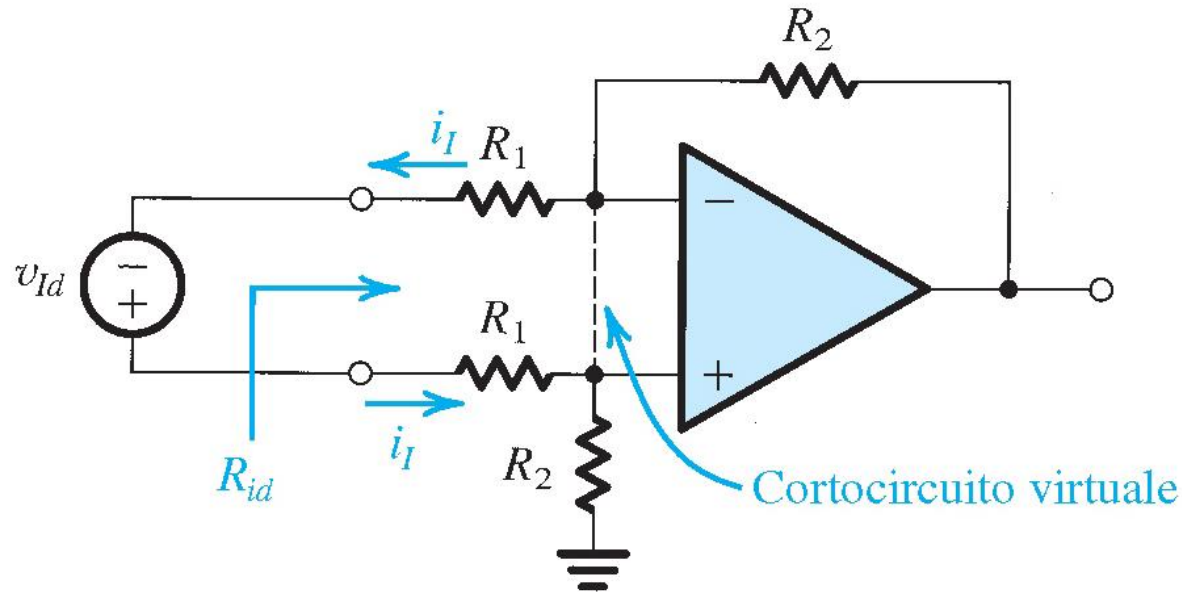
$$v_0 - i_I R_1 - i_I R_2 + v_{Id} - i_I R_1 - i_I R_2 = 0$$

$$v_{Id}(R_2/R_1) - 2i_I(R_1 + R_2) + v_{Id} = 0$$

$$v_{Id}(1 + R_2/R_1) = 2i_I(R_1 + R_2)$$

$$v_{Id} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) = 2i_I(R_1 + R_2); \quad v_{Id} \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1} \right) \left(\frac{1}{R_1 + R_2} \right) = 2i_I$$
$$\frac{v_{id}}{i_i} = 2R_1 \text{ resistenza differenziale di ingresso}$$

Amplificatore differenziale – resistenza di ingresso e di uscita



$$A_d = \frac{R_2}{R_1}; \text{guadagno differenziale}$$

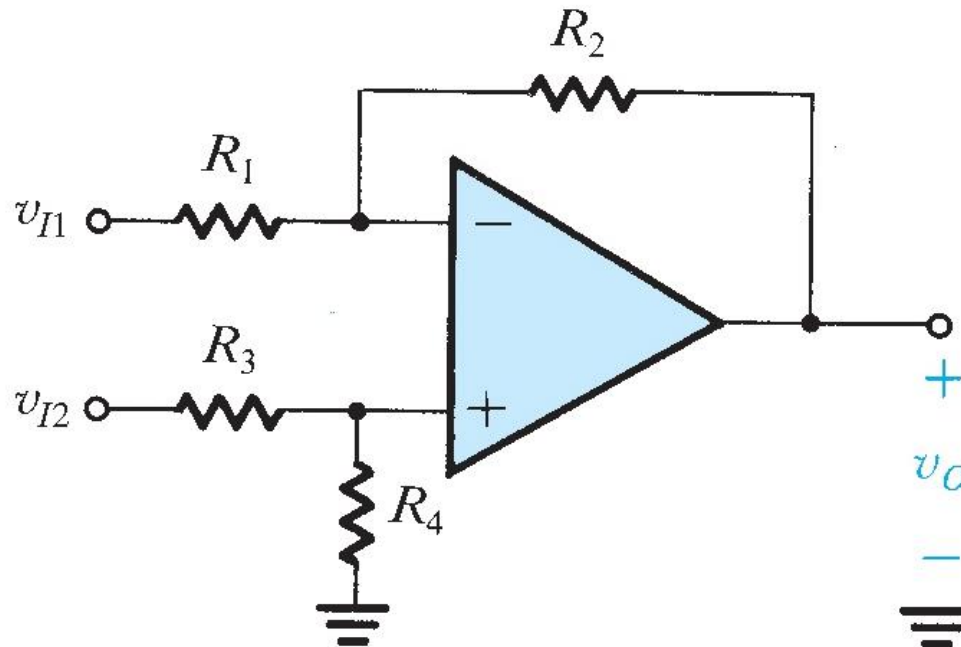
$$\frac{v_{id}}{i_i} = 2R_1 \text{ resistenza differenziale di ingresso}$$

Anche in questo amplificatore c'è un conflitto tra resistenza di ingresso e guadagno.

Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

torniamo un passo indietro... ora R_1 , R_2 , R_3 e R_4 non sono specificate per il principio di sovrapposizione degli effetti abbiamo che:

$$v_o = -v_{I1} \frac{R_2}{R_1} + v_{I2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$



Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

trasformiamo l'espressione della tensione di uscita utilizzando la definizione di segnale differenziale e segnale di modo comune:

$$v_o = -v_{I1} \frac{R_2}{R_1} + v_{I2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

$$v_{I1} = v_{Icm} - \frac{1}{2} v_{Id}$$

$$v_{I2} = v_{Icm} + \frac{1}{2} v_{Id}$$

$$v_o = -v_{Icm} \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2} v_{Id} \frac{R_2}{R_1} + v_{Icm} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \\ + \frac{1}{2} v_{Id} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

$$v_o = -v_{Icm} \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2} v_{Id} \frac{R_2}{R_1} + v_{Icm} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{1}{2} v_{Id} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

A_{cm} guadagno di modo comune

$$v_o = v_{Icm} \left(\frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) - \frac{R_2}{R_1} \right) + v_{Id} \left(\frac{1}{2} \frac{R_4}{R_3 + R_4} \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right) + \frac{1}{2} \frac{R_2}{R_1} \right)$$

A_{cm} guadagno differenziale

In questo particolare amplificatore, se $R_2/R_1 = R_4/R_3$ $A_{cm} = 0$, $A_d = R_2/R_1$ ma il rapporto tra resistenze deve essere assolutamente identico

Fattore di reiezione di modo comune (CMRR)

$$v_o = A_d v_d + A_{cm} v_{cm}$$

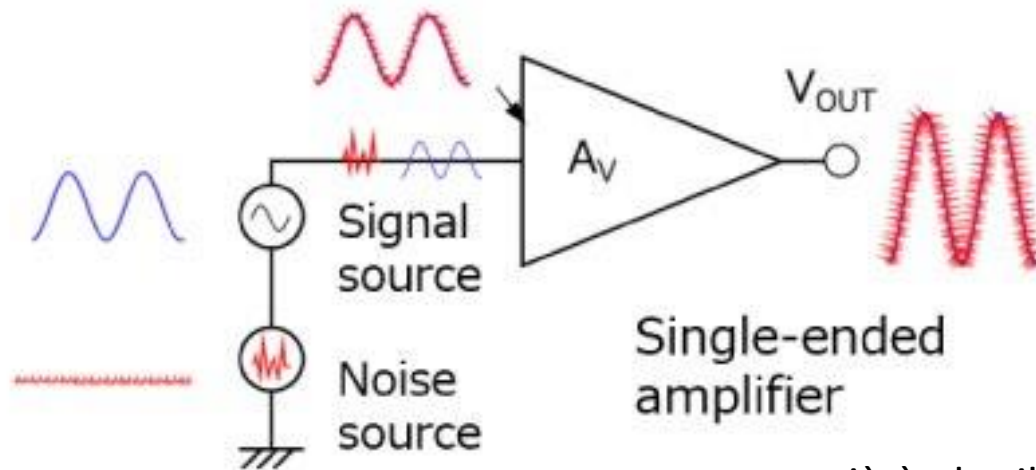
$$20 \log_{10} \frac{|A_d|}{|A_{cm}|} = CMRR \text{ (dB)} = \text{"Common Mode Rejection Ratio"}$$

Segnale di ingresso differenziale $v_d = v_2 - v_1$ (differenza)

Segnale di ingresso di modo comune $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ (media dei due segnali)

L'unico modo per applicare all'amplificatore un segnale differenziale puro ($v_d \neq 0$ con $v_{cm} = 0$) è quello di porre $v_2 = -v_1$. In questo modo la media dei due segnali è nulla.

Reiezione del rumore con amplificatore differenziale



signal = v_d

noise = v_{cm}

più è alto il CMRR
migliore è l'immunità
a disturbi comuni ai
due ingressi

