RIPASSO PROBABILITA'

Abbiamo un trasmettitore che trasmette messaggi a un ricevitore, il quale non sa che messaggi sta ricevendo (i messaggi sono delle variabili aleatorie)
Il canale introduce modifiche non controllabili, che sono descrivibili solo come variabili aleatorie
Utilizzo la probabilità per decidere se il bit trasmesso sia uno 0 o un 1 in casi di incertezza

SPAZIO DEGLI EVENTI

$$S = \{\{trasmesso \quad 0\}\{trasmesso \quad 1\}\}$$

$$x \in S \qquad P(x) \in [0,1]$$

$$P(\bigcup_{x \in S} x) = 1$$

Bisogna calcolare $P(x_1 \wedge x_2)$ = probabilità che si verifichino contemporaneamente

VARIABILI ALEATORIE

Una variabile aleatoria può essere discreta o continua
Una variabile discreta è $X \in A_x = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ad esempio l'insieme dei numeri interi o naturali.

DENSITA DI PROBABILITA' DI UNA VARIABILE ALEATORIA DISCRETA

$$P_x(a) = P(X = a), \quad a \in A$$

$$P_x(a) \in [0,1] \qquad \sum_{a \in A} P_x(a) = 1$$

$$P(x \in A) = \sum_{b \in A} P_x(b)$$

Es:

$$P(x \quad vocale) = P_x('A') + P_x('E') + \dots + P_x('U')$$

Ogni insieme discreto può essere mappato in un insieme continuo

VALORE ATTESO

$$E(x) = \sum_{a \in A} a P_x(a) = m_x \qquad x \in \Re$$

Consideriamo una variabile aleatoria $x \in A contenuto in \Re$ e una funzinoe deterministica $g : A -> \Re$

Es:

$$g(a) = -a \qquad g(a) = a^2$$

Es

$$x \in \{1, 2, 3, 4\} \qquad g(a) = a^2$$

$$P(g(x) = 4) = P(x = 2)$$

Il 4 si può ricavare solo dal 2
Se nell'alfabeto di x, ci fosse stato anche il -2, bisognava sommare anche $P(x = -2)$

POTENZA DI UNA V.A. X

$$g(x) = x^2$$

$$E(x^2) = \sum_{a \in A} a^2 P_x(a) = M_x$$

Ad esempio, in un circuito si ha che

$$V = RI, \quad I = \frac{V}{R}$$

$$P_{ist} = VI = \frac{V^2}{R}$$

Se voglio calcolare mediamente il consumo elettrico, quello che interessa a noi è il valore medio della potenza

$$P_{media} = E(P_{ist}) = \frac{1}{R} E(V^2)$$

(R è un valore fisso, non statistico)

VARIANZA

$$E((x - m_x)^2) = \sigma_x^2$$

DEVIAZIONE STANDARD

$$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2} \quad (radice \quad della \quad varianza)$$

RELAZIONE

$$M_x = \sigma_x^2 + m_x^2 \quad potenza = varianza + media^2$$

LINEARITA' ASPETTAZIONE

$$E(ax + by) = aE(x) + bE(y)$$

$$E((x-y)^2) =^? (E(x-y))^2$$

In generale questa ultima formula non è vera.

$$E((x-y)^2) = E(x^2+y^2-2xy) = E(x^2)+E(y^2)-2E(xy)$$

$$E(xy) =^? E(x)E(y)$$

Vero solo se sono indipentendi.