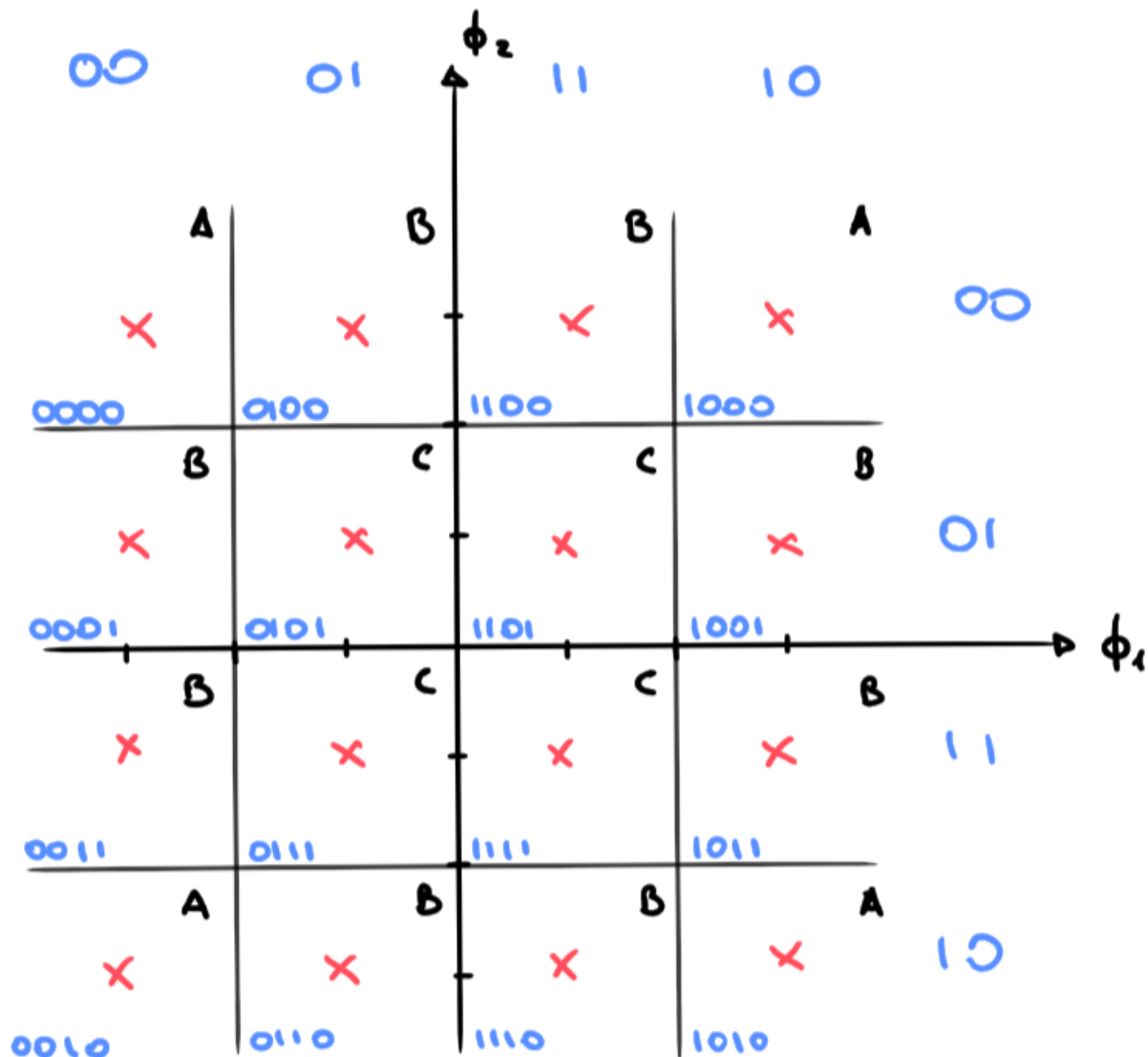


2022-11-15

Per mappare i simboli in sequenze di bit, in una QAM, utilizziamo la mappatura di Gray per righe e per colonne:



Avendo quindi:

$$P(\text{bit}) \simeq \frac{P(E)}{\log_2(M)}$$

(da notare la differenza della probabilità d'errore sul bit con la modulazione binaria)

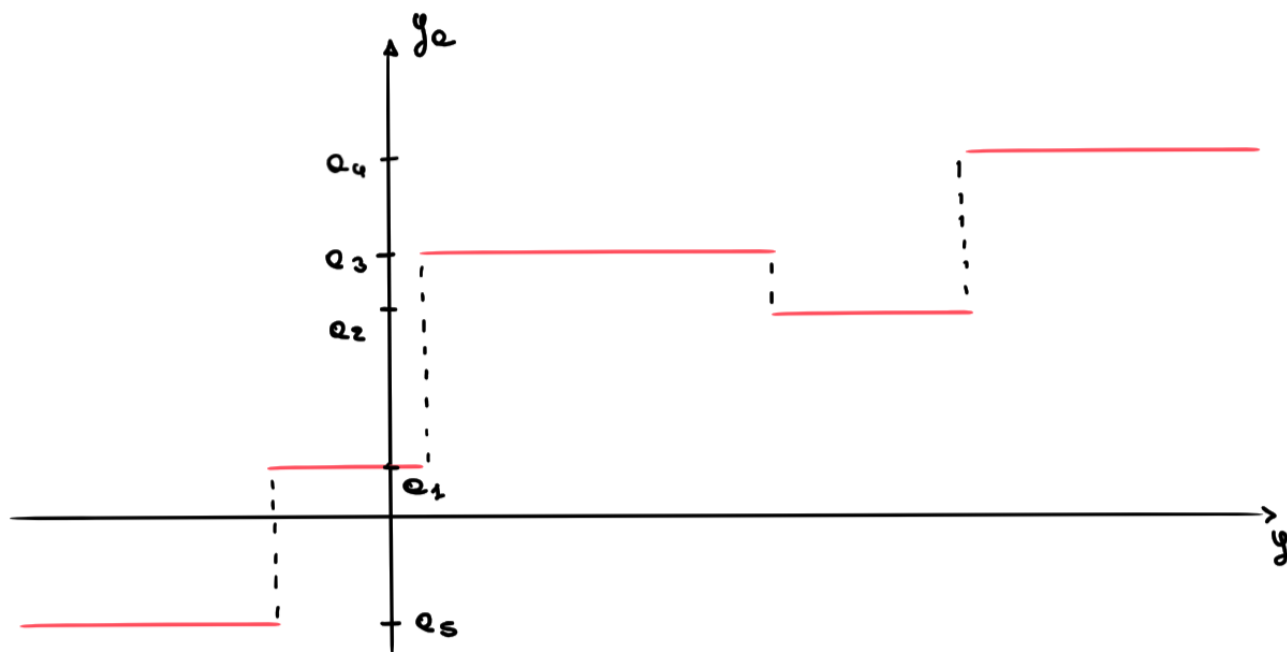
QUANTIZZAZIONE

La quantizzazione è l'operazione di trasformazione istantanea che genera il campione $y_a(kT)$ in corrispondenza del campione in ingresso $y(kT) \in \mathbb{R}$

$$y_a(kT) \in A = \{a_1, \dots, a_L\}$$

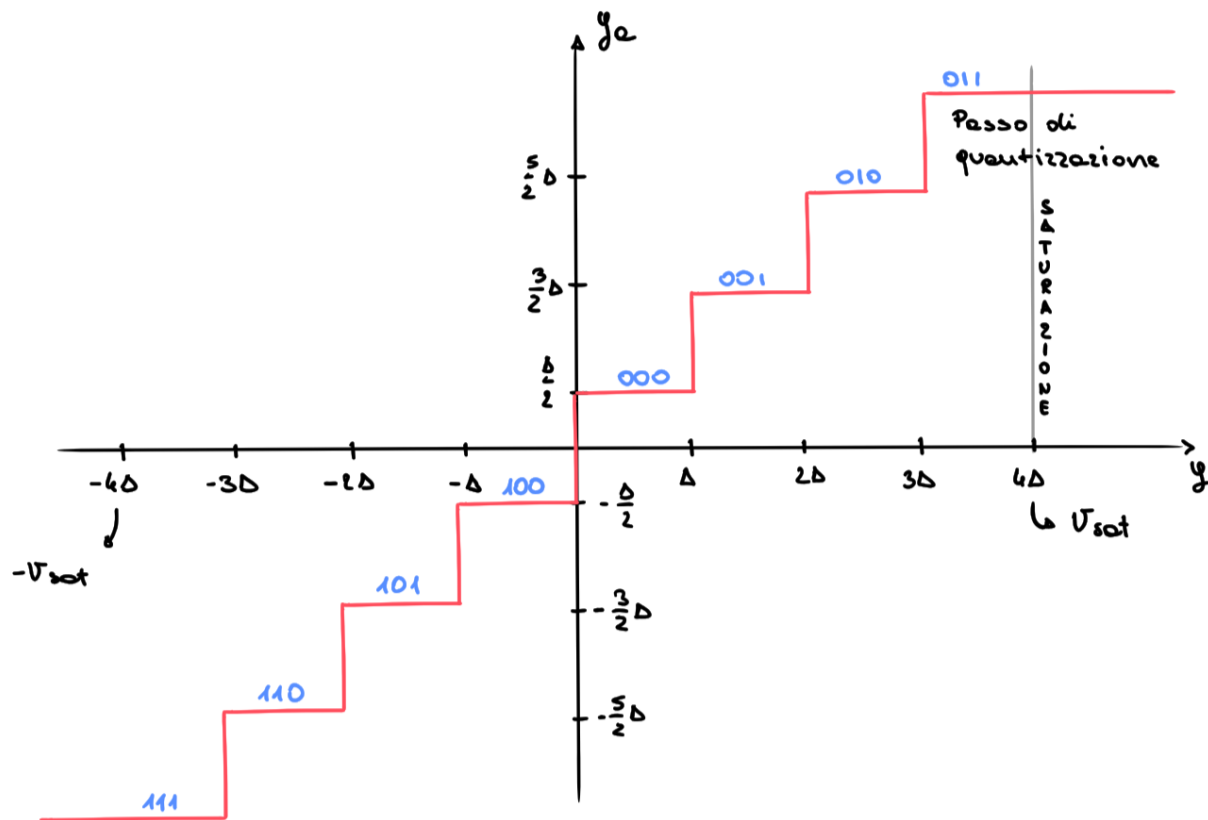
con A alfabeto dei valori discreti

FUNZIONE CARATTERISTICA DEL QUANTIZZATORE



codifica di sorgente con perdita

QUANTIZZATORE UNIFORME



Abbiamo un **errore granulare** quando $y \in [-V_{sat}, V_{sat}]$

Abbiamo un **errore di saturazione** quando $y > V_{sat}$, $y < -V_{sat}$

GESTIONE DELL'ERRORE DI SATURAZIONE

1. Il segnale y è limitato in $[-A, A]$

Scelgo $V_{sat} = A$ (non ho saturazione)

2. Se y non ha una densità di probabilità con un supporto finito, non posso impedire la saturazione.

A partire da una probabilità di saturazione data P_{sat} , scelgo V_{sat} in modo da garantirla, risolvendo

$$P(y \notin [-V_{sat}, V_{sat}]) \leq P_{sat}$$

Scelgo V_{sat} più piccolo che soddisfi la disuguaglianza

GESTIONE DELL'ERRORE GRANULARE

$$e_q \in \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2} \right]$$

per l'errore granulare

Assumendo che il numero di livelli L sia grande, $\Delta = \frac{2V_{sat}}{L}$ è piccolo.

$$P_y(a) \simeq P_y(a_i) \quad a \in \left[a_i - \frac{\Delta}{2}, a_i + \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$e_q \text{ uniforme in } \left[-\frac{\Delta}{2}, \frac{\Delta}{2} \right]$$

$$E(e_q) = 0$$

$$E(e_q^2) = \text{errore quadratico medio}$$

$$\begin{aligned} &= \int_{-\frac{\Delta}{2}}^{\frac{\Delta}{2}} P_{e_q}(a) a^2 da \\ &= \frac{\Delta^2}{12} \end{aligned}$$

RAPPORTO SEGNALE-RUMORE DI QUANTIZZAZIONE

$$\Lambda_q = \frac{E(y^2)}{E(e_q^2)}$$

con $e_q = y - y_a$ e $y_q = y - e_q$

$$(\Lambda_q)_{dB} = 10 \log_{10}(\Lambda_q)$$

$$\Lambda_q = \frac{E(y^2)}{\frac{\Delta^2}{12}}$$

$L = 2^b$ con b numero di bit usati per rappresentare ogni valore quantizzato

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{2V_{sat}}{L} \\ &= \frac{2V_{sat}}{2^b} \\ &= V_{sat} 2^{1-b} \end{aligned}$$