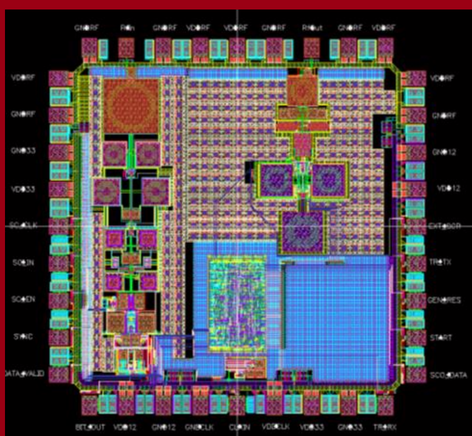
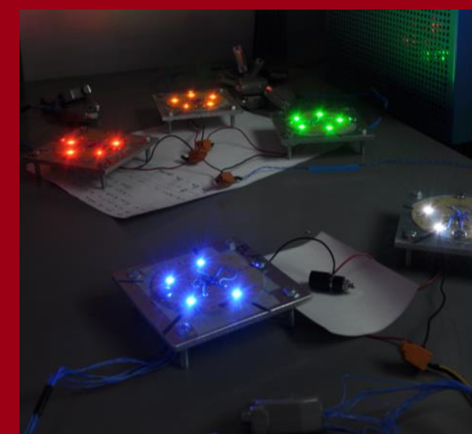
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Fondamenti di Elettronica

04
Circuiti con amplificatori operazionali

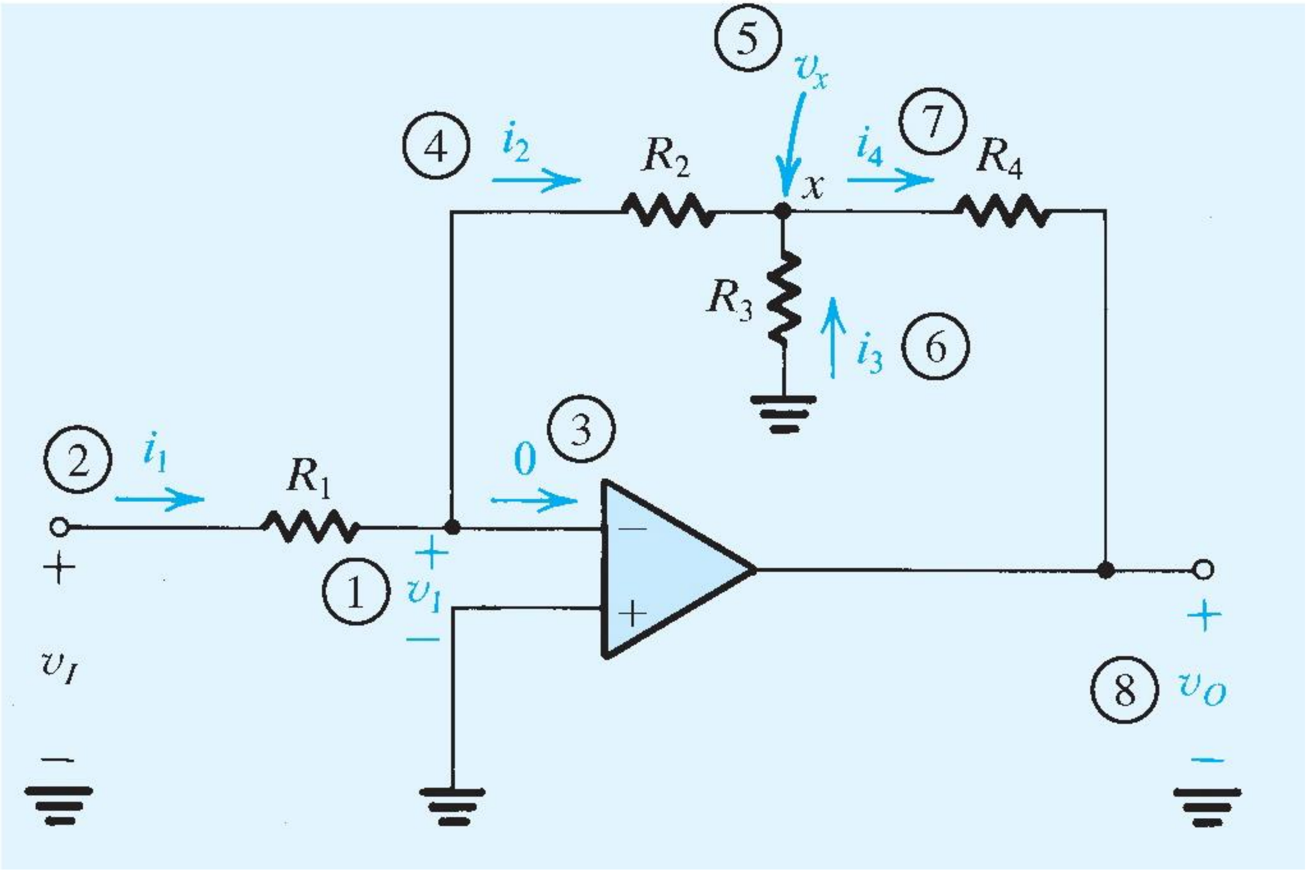


Enrico Zanoni

enrico.zanoni@unipd.it

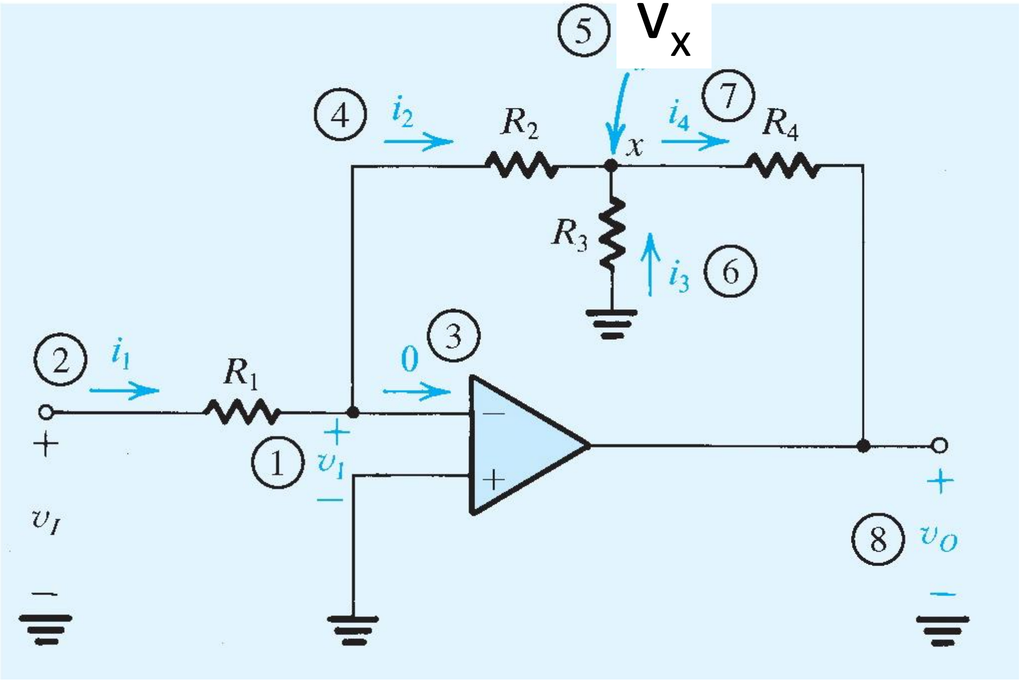
181696

Rivisitiamo l'amplificatore invertente con feedback a T



Amplificatore con rete di feedback a T: permette di risolvere il conflitto tra resistenza di ingresso e guadagno nell'amplificatore invertente

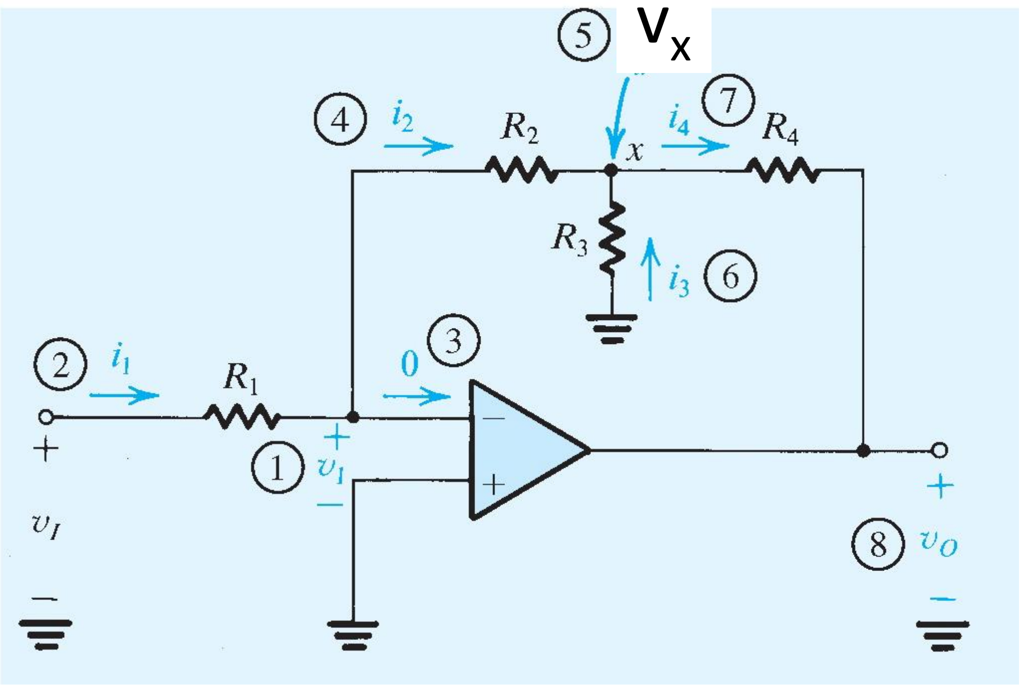
Studiamo il rapporto di correnti



$$v_+ = v_- = 0 \implies i_1 = \frac{v_I}{R_1} = i_2$$

$$v_x = v_+ - i_2 R_2 = -i_2 R_2 = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

Studiamo il rapporto di correnti



$$v_x = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

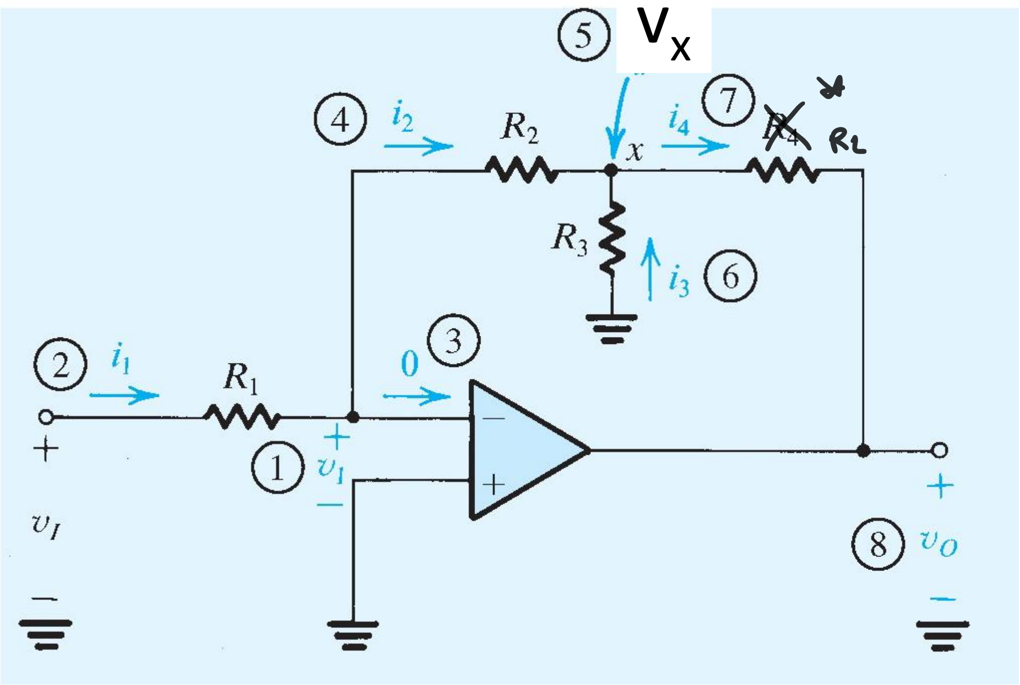
$$i_3 = -\frac{v_x}{R_3} = \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I \qquad i_1 = \frac{v_I}{R_1} = i_2 \qquad poniamo\ \frac{R_2}{R_3} = k$$

$$i_3 = k i_2 \qquad i_4 = i_2 + i_3 = \frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I = (1+k) i_1;$$

Il circuito di feedback a T agisce come *moltiplicatore della corrente*

L'aumento di corrente in R_4 fa aumentare v_o senza aumentare i_1

La corrente su R_4 non dipende dal valore di R_4



$$v_x = -v_I \frac{R_2}{R_1}$$

$$i_4 = i_2 + i_3 = \frac{v_I}{R_1} + \frac{R_2}{R_1 R_3} v_I = \left(1 + \frac{R_2}{R_3}\right)\frac{v_1}{R_1}; = i_L$$

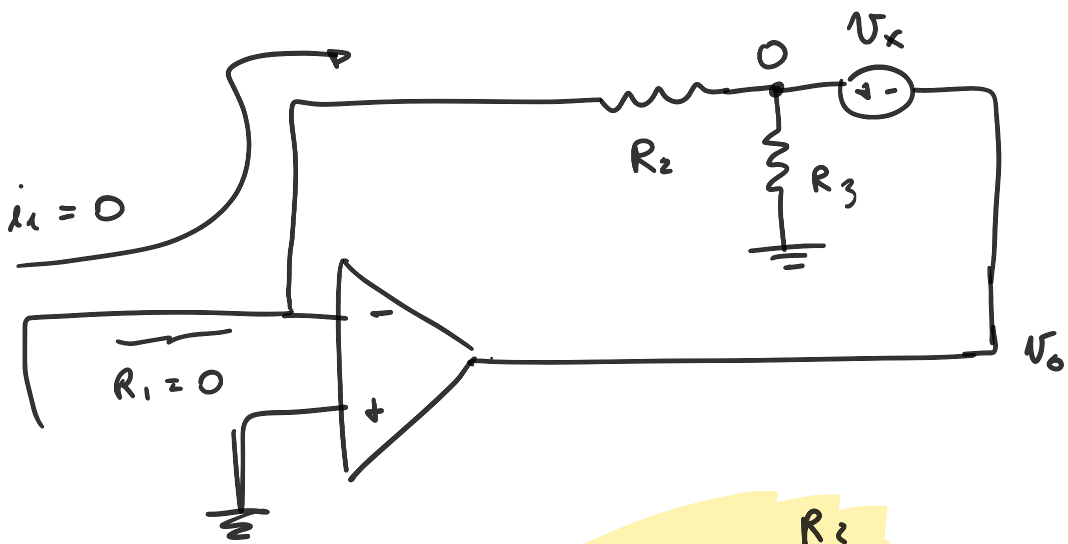
La corrente su R_4 non dipende da R_4 : possiamo trasformare l'amplificatore in un amplificatore di corrente con il carico al posto di R_4 *

R_o ?

1) Apro il carico → generatore di test complementare alla grandezza d'uscita

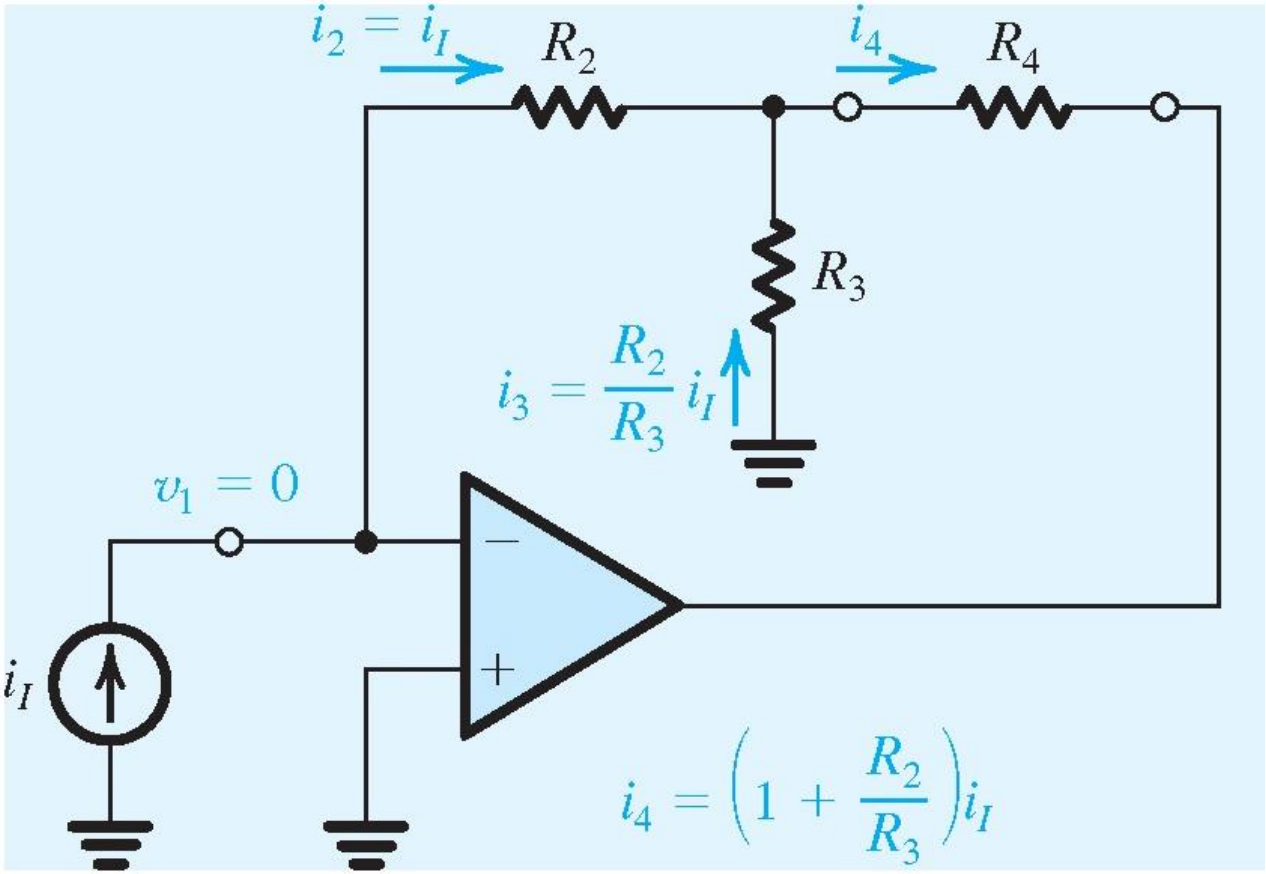
2) annullo il segnale d'ingresso $i_s = 0$

$$R_o = \frac{v_x}{i_x} = \frac{v_x}{0} = +\infty$$



$$\boxed{A_1 = 1 + \frac{R_2}{R_3}}$$

Amplificatore di corrente con rete di feedback a T

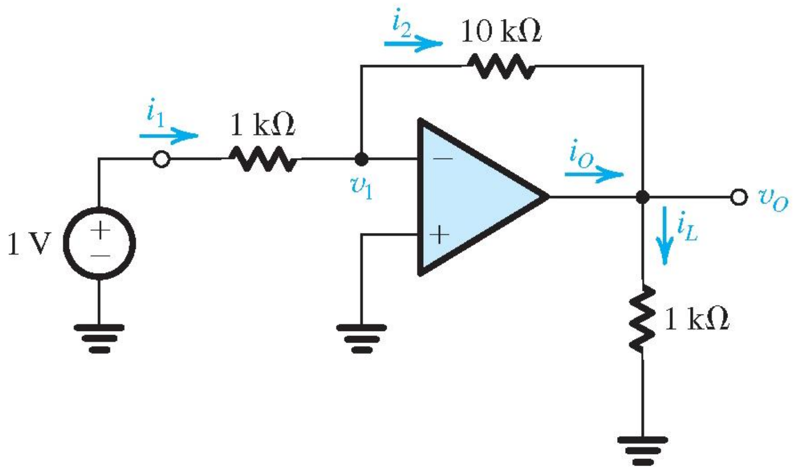


NB R_4 è il carico (R_L) del nostro amplificatore

$A_i = (1+ R_2/R_3)$; $R_i = 0$; $R_o = \infty$ (vedi sopra)

(per trovare R_o si applica un generatore di tensione al posto di R_4 e si annulla i_i ; le correnti sono ovunque nulle; $R_o = v_x/i_x = v_x/0 = \infty$

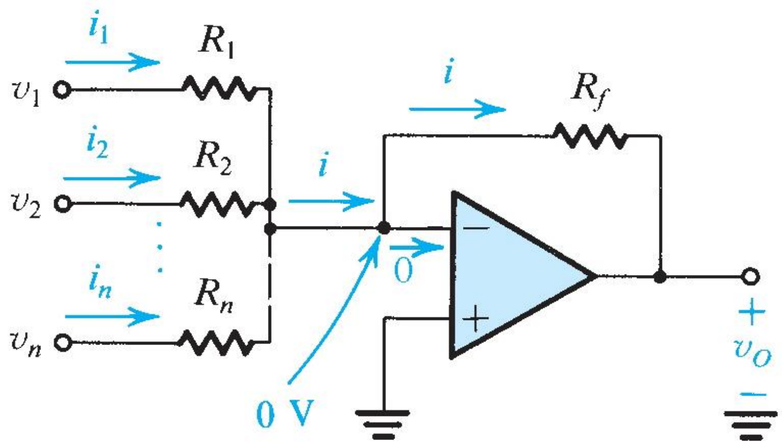
Esercizio



Per questo amplificatore si determinino
$v_1 = 0$
$i_1 = 1$ mA
$i_2 = 1$ mA
$v_o = -10$ V
$i_L = -10$ mA
$i_o = -11$ mA

La resistenza da 10kΩ introduce un feedback negativo
Quindi vale il principio di massa virtuale : $v_- = v_+ = 0$ V
$i_1 = 1$ V/ 1 kΩ = 1 mA = i_2
$v_o = v_1 - i_2R_2$ = -1 mA * 10 kΩ = -10 V (v_o non dipende dalla resistenza da 10 kΩ tra uscita e massa: perchè ?); A_V = -10 V/1V = -10 V/V
$i_L = v_o/R_L$ = -10 V/1k Ω = -10 mA
$i_o = i_L - i_2$ = -10 mA – 1 mA = - 11 mA

Circuito sommatore



$$v_O = -\left(\frac{R_f}{R_1}v_1 + \frac{R_f}{R_2}v_2 + \cdots + \frac{R_f}{R_n}v_n\right)$$

L'amplificatore operazionale è un elemento lineare per il quale vale il principio di sovrapposizione degli effetti:

l'effetto complessivo dell'applicazione di una serie di sorgenti si ottiene sommando gli effetti di ciascuna sorgente presa singolarmente, con tutte le altre sorgenti poste a zero

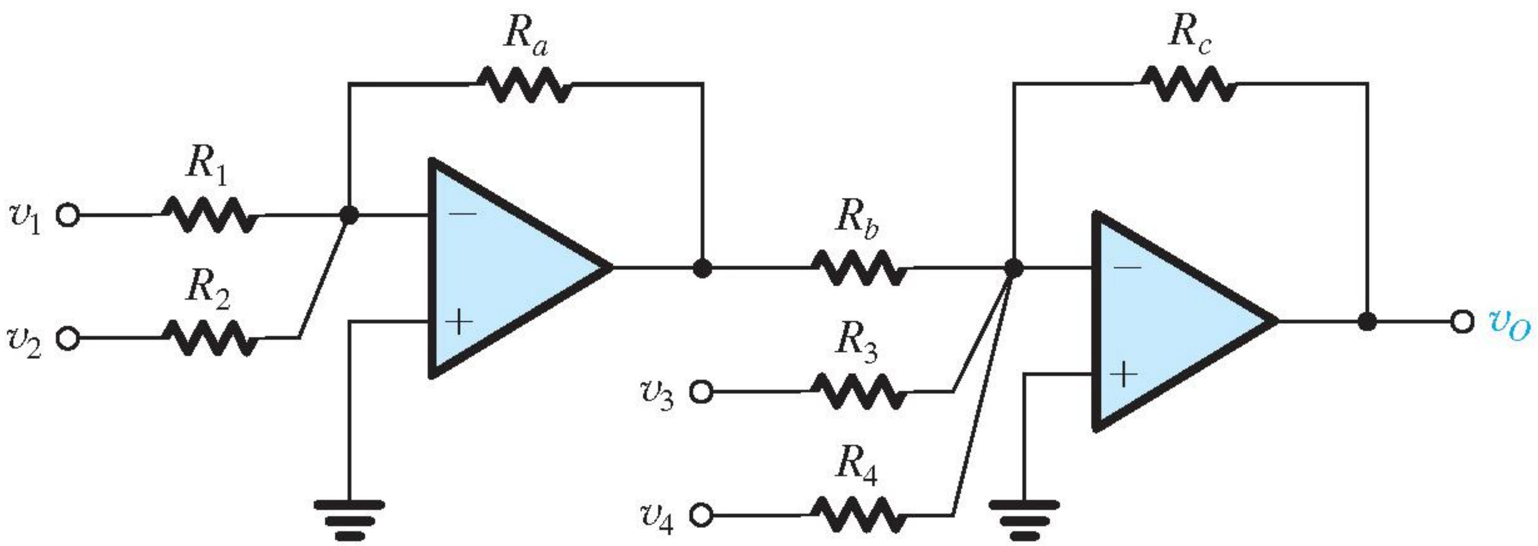
$$i_1 = \frac{v_1}{R_1}, \quad i_2 = \frac{v_2}{R_2}, \quad \ldots, \quad i_n = \frac{v_n}{R_n}$$

$$v_o = -i_{totale} \times R_f \;\; ; \; i_{totale} = i_1 + i_2 + \ldots + i_n$$

$$v_o = -\left(\frac{R_f}{R_1}v_1 + \frac{R_f}{R_2}v_2 + \ldots + \frac{R_f}{R_n}v_n\right)$$

$$= - R_f \sum_{n=1}^{n} i_n$$

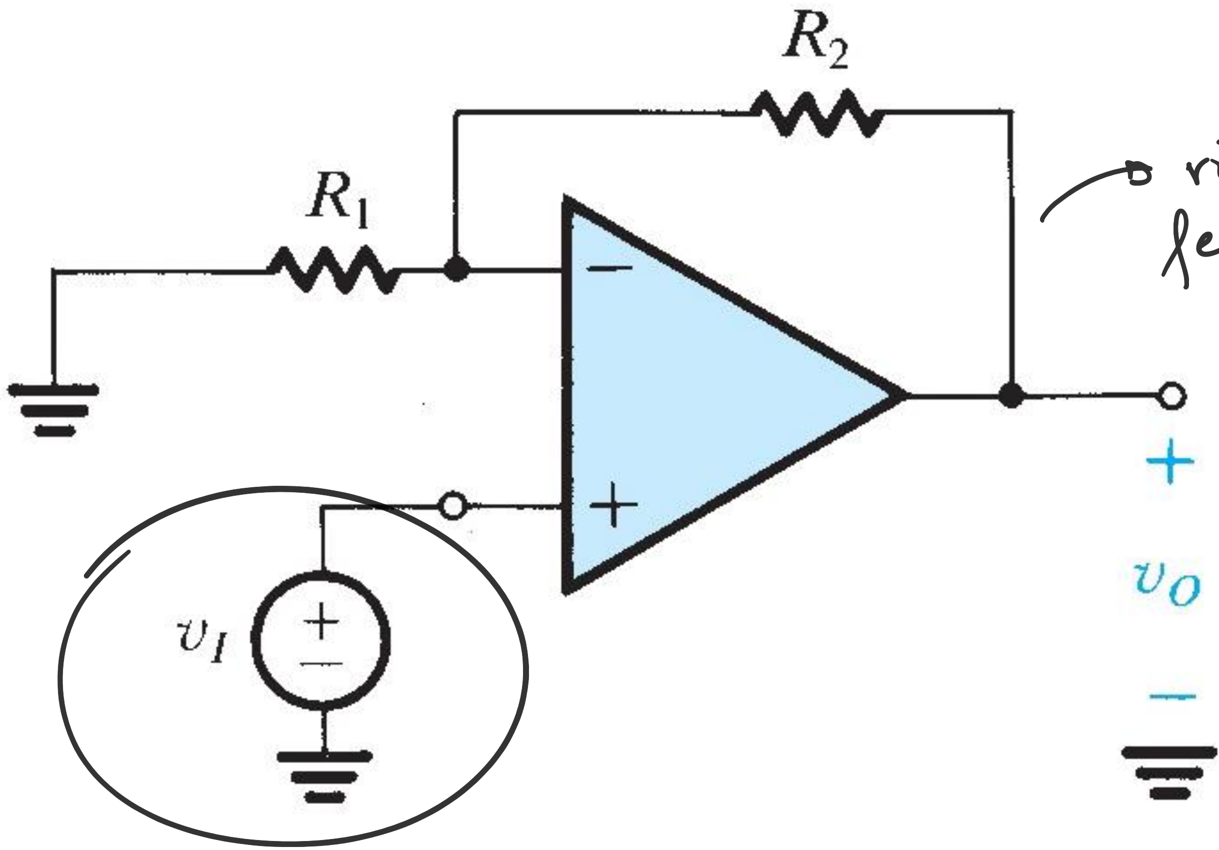
Somma e sottrazione con amplificatore operazionale



All'uscita del primo stadio : $v_{o1} = -\frac{R_a}{R_1}v_1 - \frac{R_a}{R_2}v_2$

$$v_o = \left(\frac{R_a}{R_1}v_1 + \frac{R_a}{R_2}v_2\right)\frac{R_c}{R_b} - \frac{R_c}{R_3}v_3 - \frac{R_c}{R_4}v_4$$

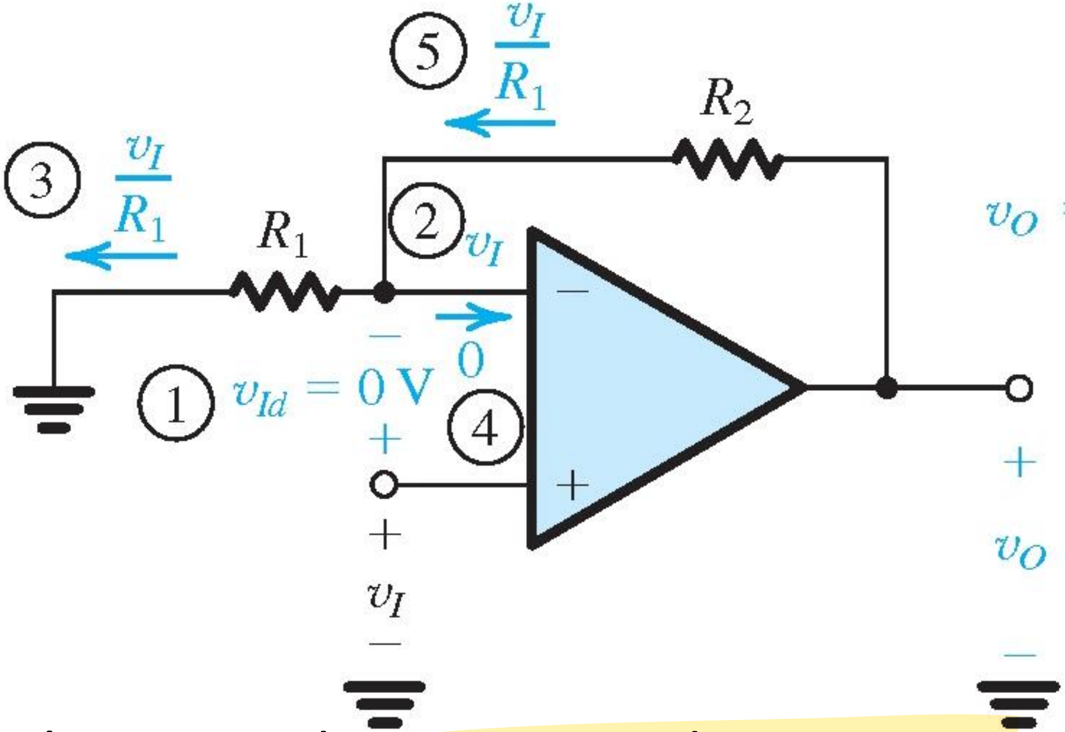
Amplificatore non invertente



rimane il feedback

ho spostato il generatore

Amplificatore non invertente



$$v_O = v_I + \frac{v_I}{R_1}R_2 = v_I\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \quad (6)$$

$$A_V = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

E' presente la stessa rete di retroazione dell'amplificatore invertente → applico il principio d massa virtuale

$v_+ = v_-$; il nodo 2 si trova alla tensione v_I

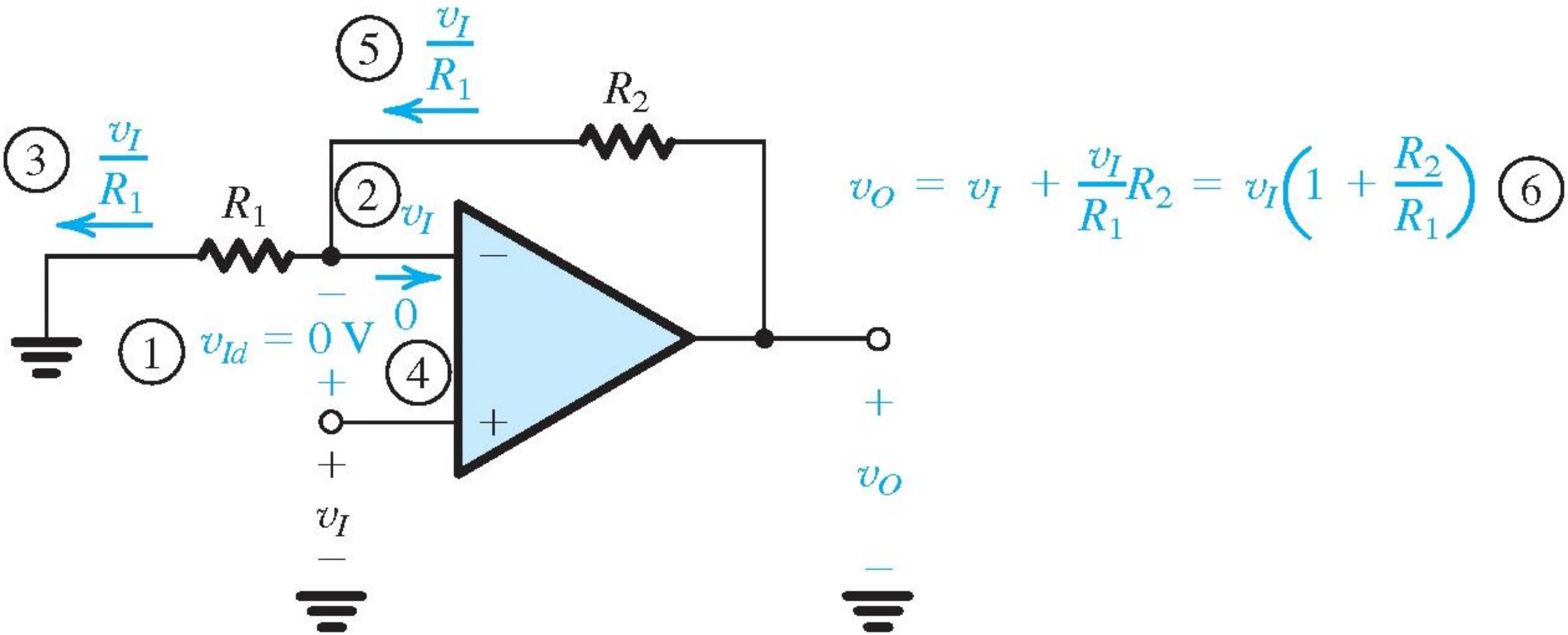
sulla resistenza R_1 scorre la corrente $i_{R1} = v_I/R_1$

$i_{R1} = i_{R2}$ perchè nell'amplificatore non entra corrente

$$v_0 = v_I + v_I\frac{R_2}{R_1} = v_I\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

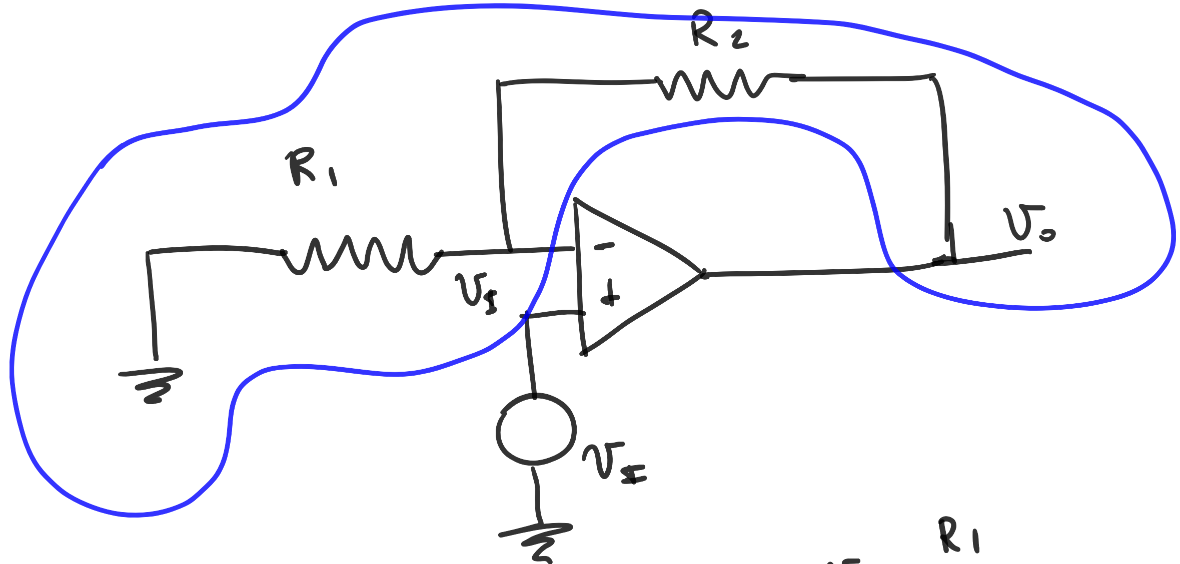
Guadagno dell’amplificatore non invertente

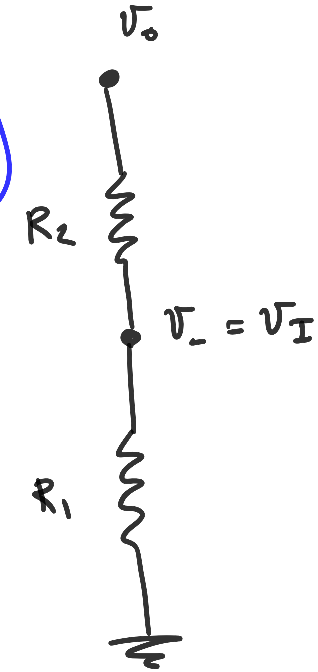


Dato che nell’amplificatore non entra corrente, v_I può essere vista come risultante dalla applicazione del partitore di tensione $R_1 - R_2$ alla tensione v_o :

*

$$v_I = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2} \qquad v_o = v_I \frac{R_1 + R_2}{R_1} = v_I\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$



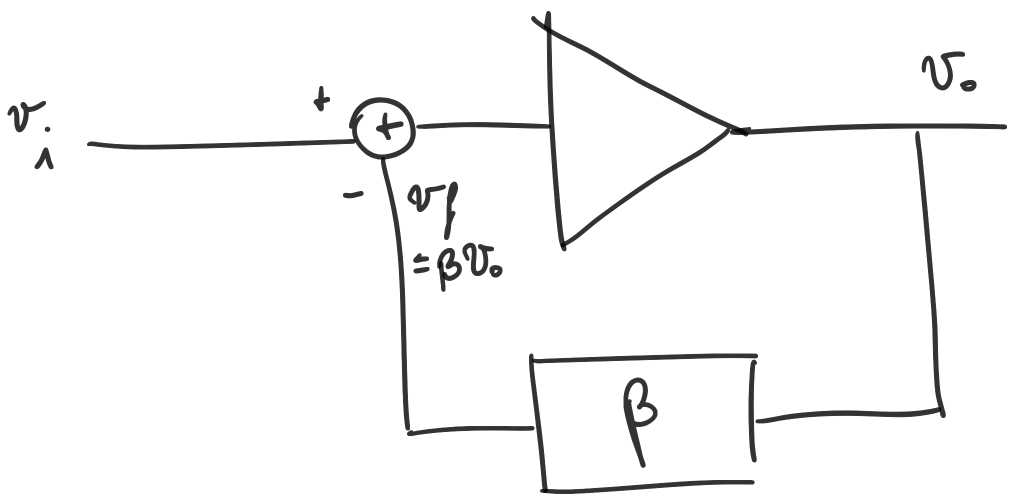


v_I è la partizione di v_o

$$v_I = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$v_o = \frac{v_1 \left(R_2 + R_1 \right)}{R_1} = v_I \left(1 + \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Amplificatore non invertente = amplificatore con feedback

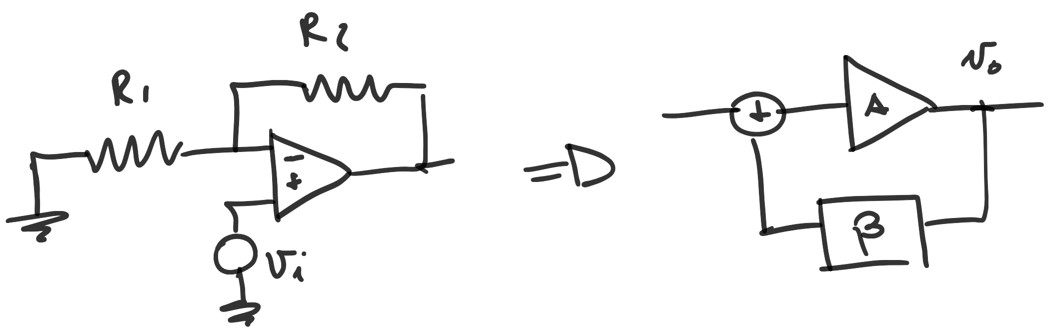


$$v_o = A(v_i - \beta v_o)$$

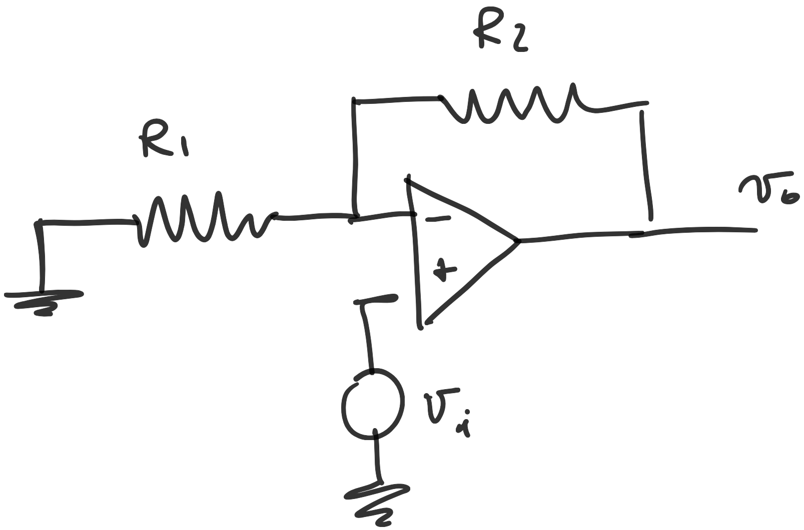
$$v_o + A\beta v_o = A v_i$$

$$v_o(1 + A\beta) = A v_i$$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{A}{1 + A\beta}$$



se $A \to \infty$ $\quad \frac{v_o}{v_i} \to \frac{1}{\beta}$ *

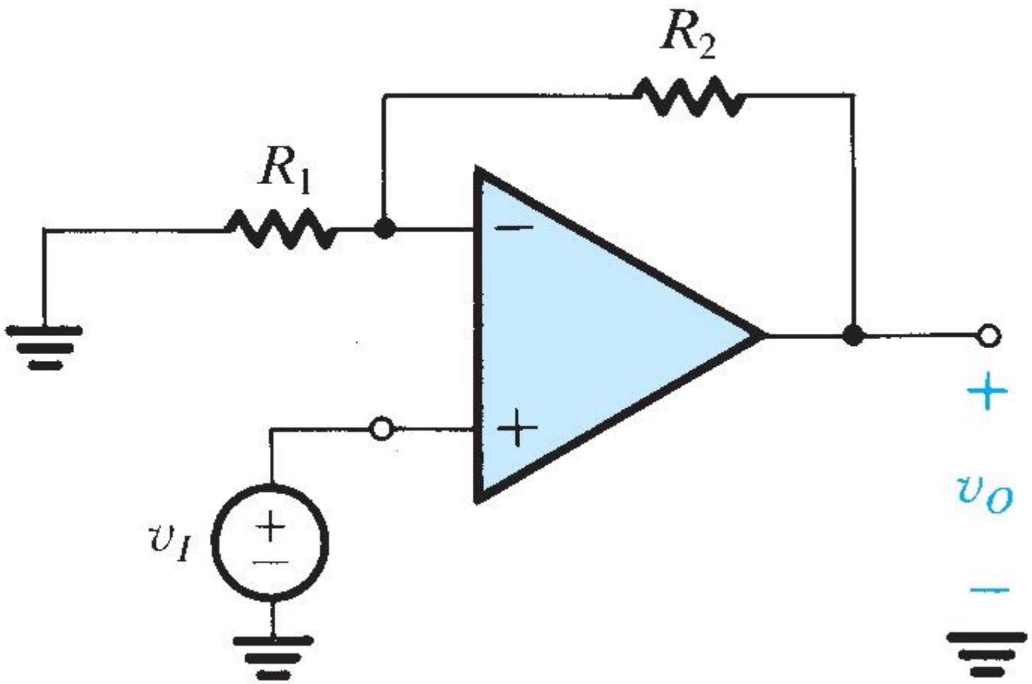


$$v_i = v_o \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad *$$

$$A_v = \frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{\beta} = \frac{R_1 + R_2}{R_1} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

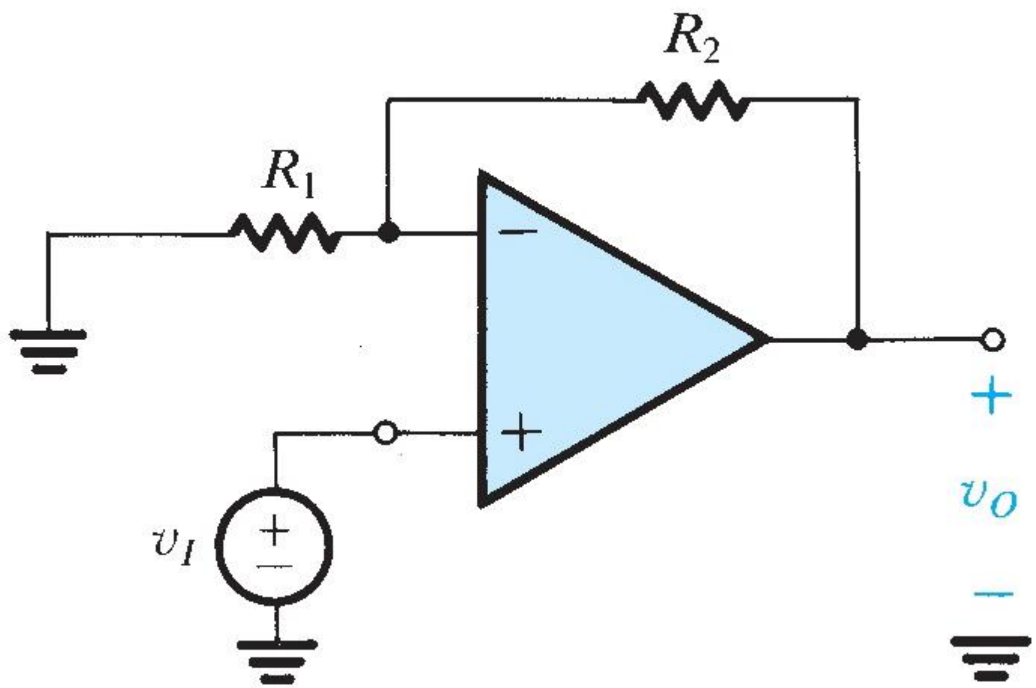
Amplificatore non invertente con guadagno finito A



Dimostrare che $(v_+ - v_-) = v_o/A$ →

$$G_V = \frac{v_o}{v_I} = \frac{1 + \left({}^{R_2}/_{R_1}\right)}{1 + \frac{1 + \left({}^{R_2}/_{R_1}\right)}{A}}$$

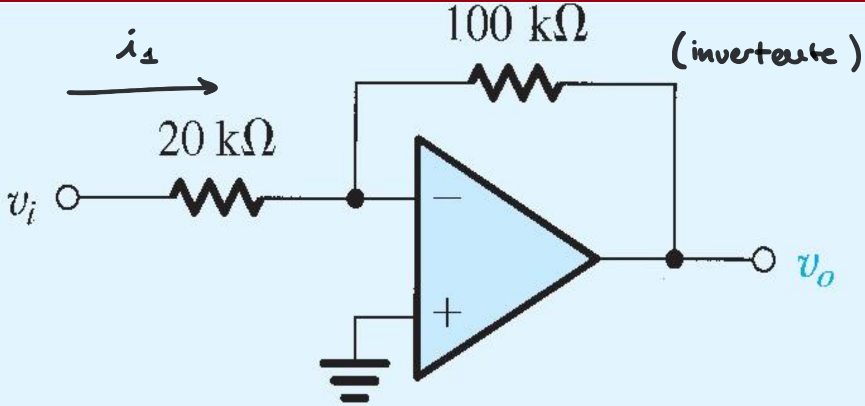
Amplificatore non invertente: R_{in} , R_o



La resistenza di ingresso R_{in} è infinita
La resistenza di uscita R_o è nulla

L'amplificatore non invertente con operazionale è un amplificatore ideale di tensione

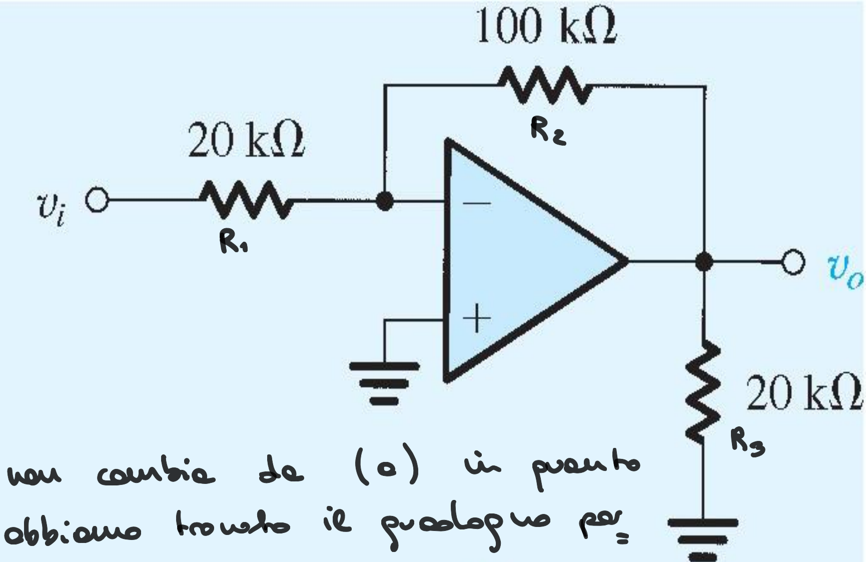
Trovare le differenze ...



(invertente)

$$v_o = -\frac{100\,k\Omega}{20\,k\Omega} = -5\,V/V$$

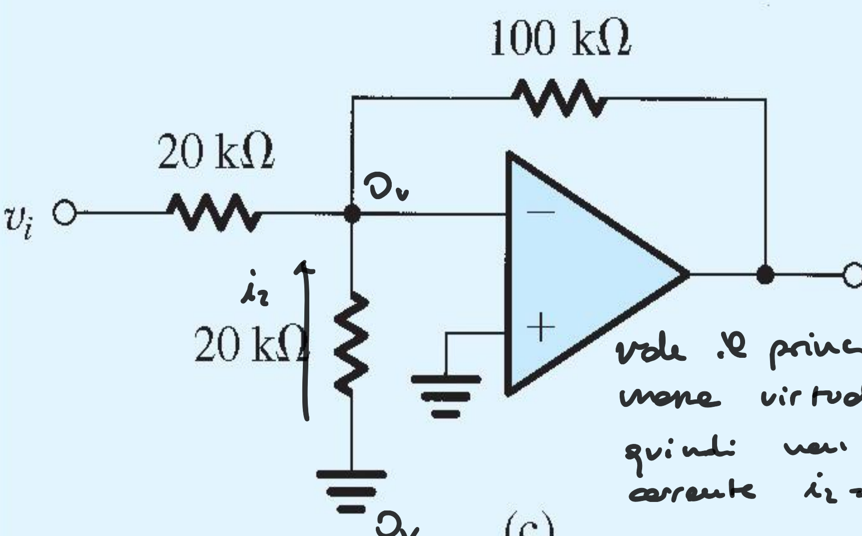
(a)



non cambia da (a) in quanto abbiamo trovato il guadagno per-tendo da i_1, dato che $R_3 = R_L$ carico, $R_o = 0\,\Omega$

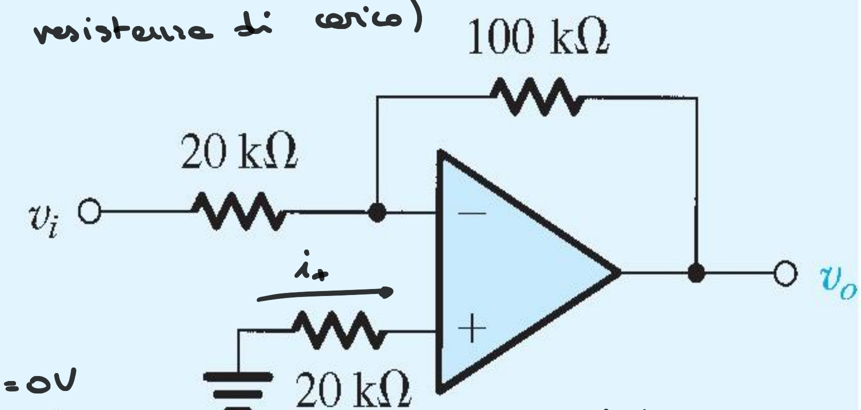
(le correnti non dipendono dalle resistenze di carico)

(b)



vale il principio di massa virtuale $v_+ = v_- = 0V$ quindi non passa corrente $i_2 = 0$

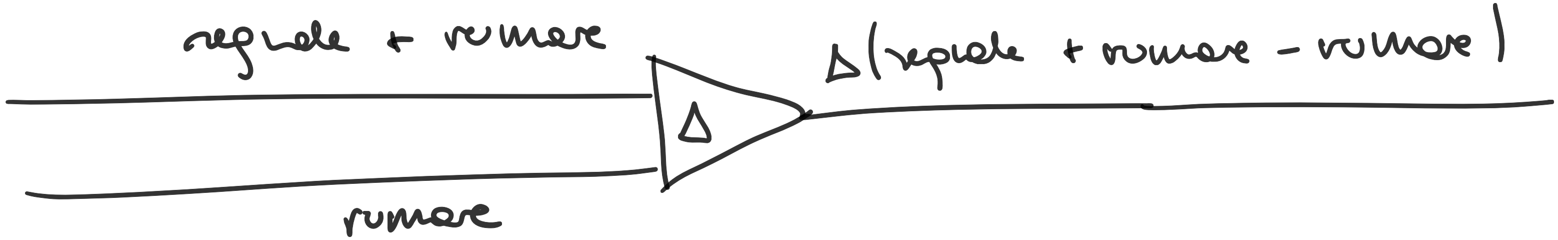
(c)



non cambia niente dato che $i_+ = 0$ (non passa corrente)

(d)

nel mondo reale, un segnale è disturbato da un rumore



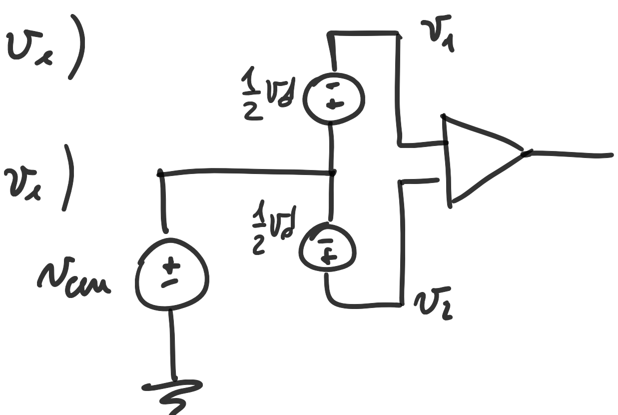
i rumori saranno circa simili

segnale differenziale $v_d = v_2 - v_1$

segnale di modo comune: $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ media dei segnali

$$v_1 = v_{cm} - \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v_{cm} + \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$



Segnale differenziale e di modo comune

Obiettivo : definire uno schema che permetta di amplificare la differenza tra due segnali, cioè il «segnale differenziale»

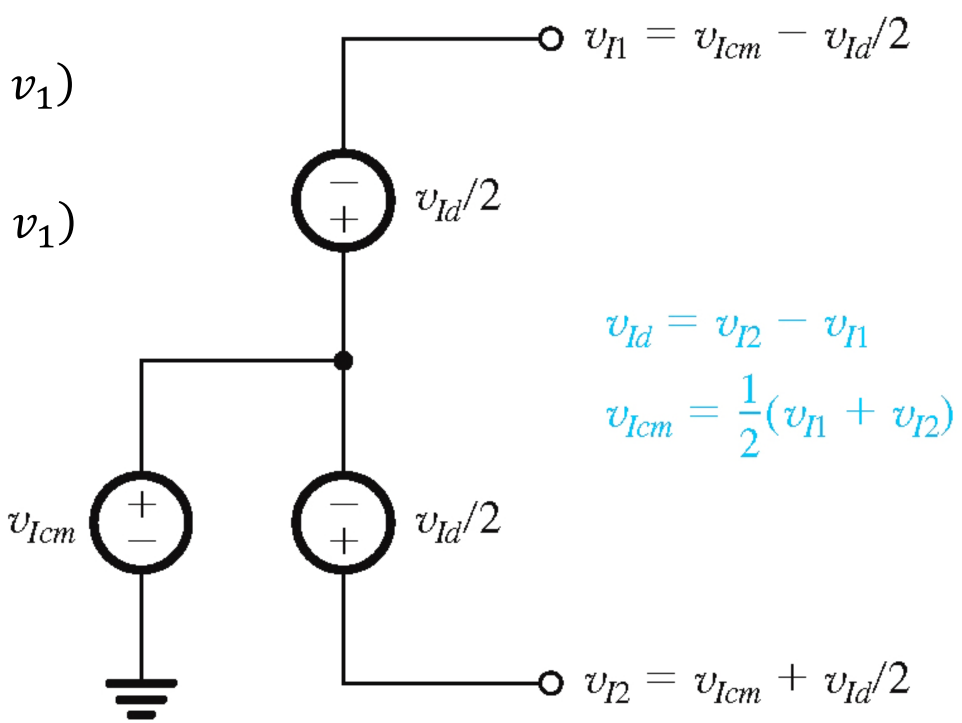
Segnale di ingresso differenziale $v_d = v_2 - v_1$ (differenza)

Segnale di ingresso di modo comune $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ (media dei due segnali)

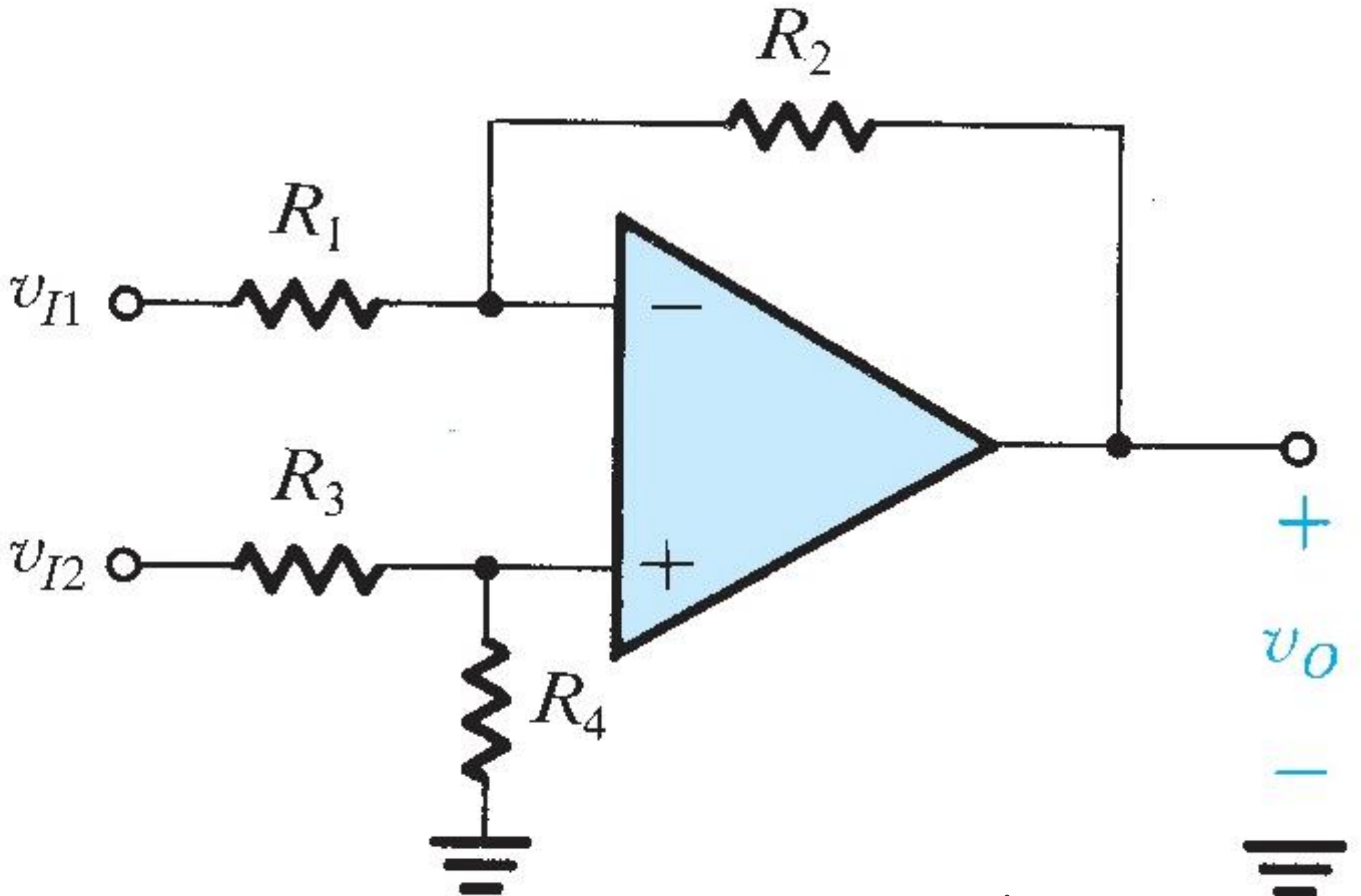
$$v_1 = v_{cm} - \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) - \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

$$v_2 = v_{cm} + \frac{1}{2}v_d = \frac{1}{2}(v_1 + v_2) + \frac{1}{2}(v_2 - v_1)$$

In questo modo abbiamo evidenziato la componente di modo comune dei due segnali



Amplificatore differenziale con opamp



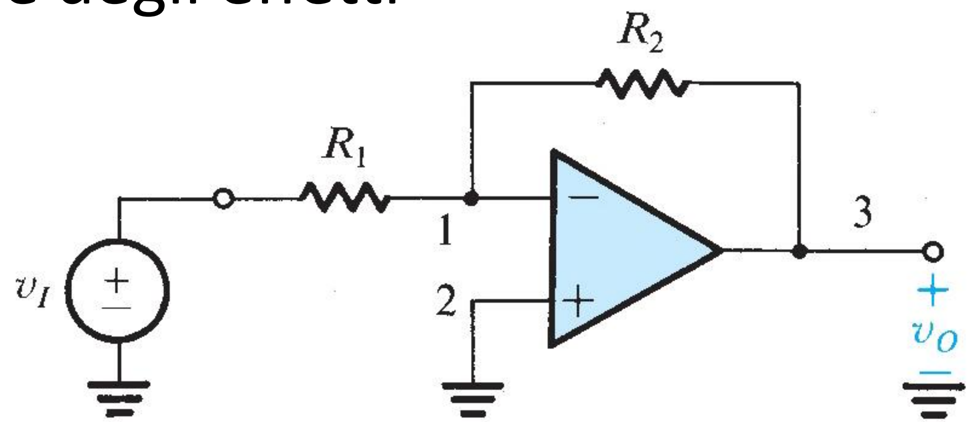
Come dimensionare le resistenze in modo che $v_o = A(v_2 - v_1)$

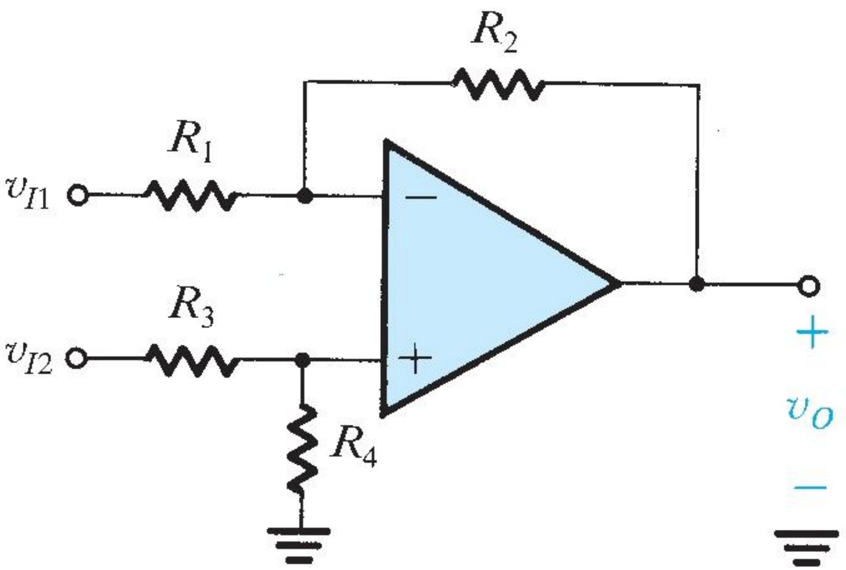
e che v_o non dipenda da v_{cm}

Amplificatore differenziale con opamp

Applichiamo la sovrapposizione degli effetti

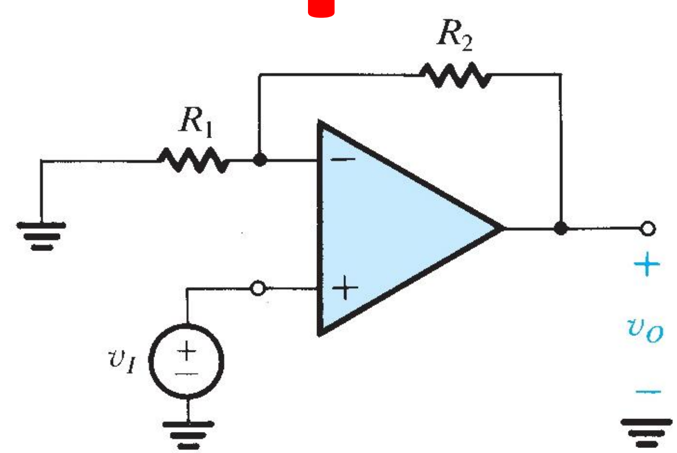
$$v_{o1} = -v_{I1}\frac{R_2}{R_1}$$





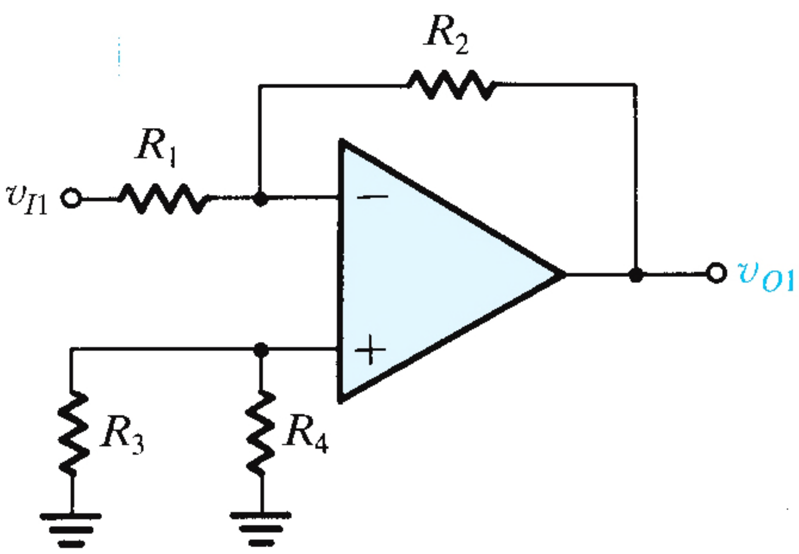
=

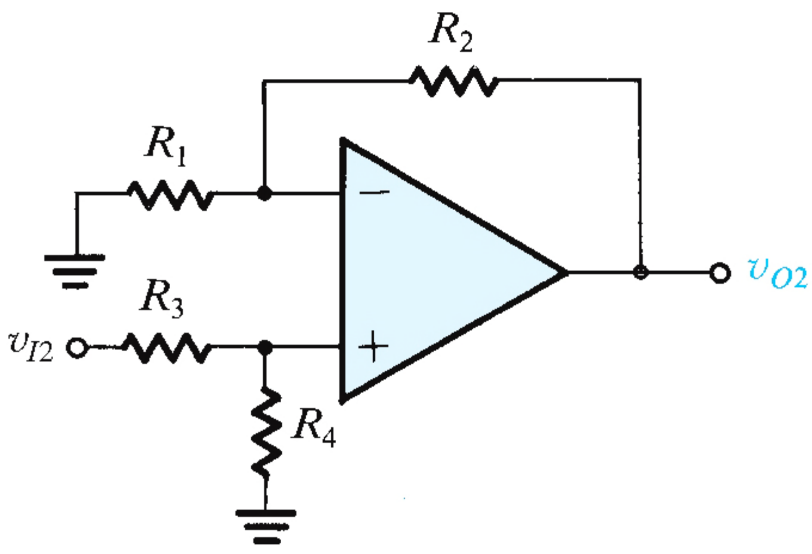
+



$$v_{o2} = v_{I2}\frac{R_4}{R_3 + R_4}\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

Principio di sovrapposizione degli effetti





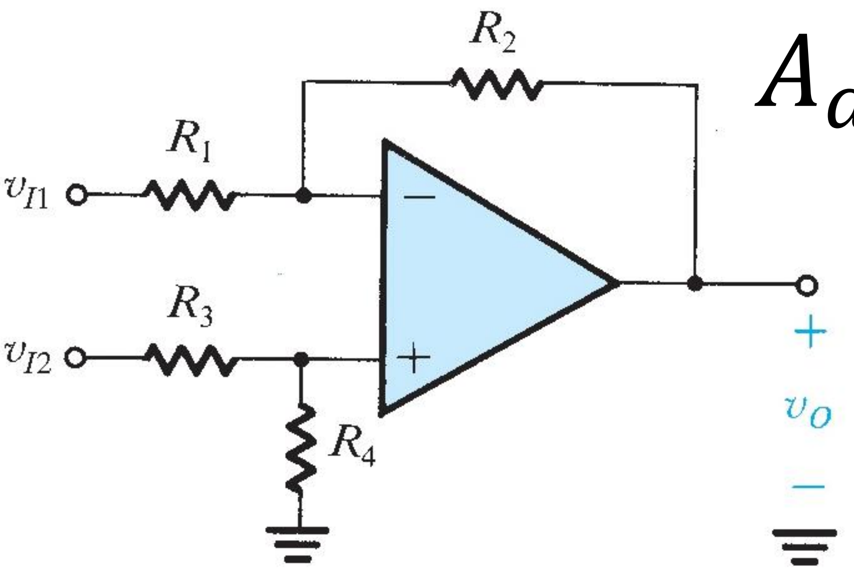
$$v_{o1} = -v_{I1}\frac{R_2}{R_1}$$

$$v_{o2} = v_{I2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore differenziale con opamp

$$v_{o1} = -v_{I1}\frac{R_2}{R_1} \qquad v_{o2} = v_{I2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

ora vogliamo che l'uscita sia data da $A_d(v_2 - v_1) = A_d v_2 - A_d v_1$
quindi deve essere:



$$A_d = \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore differenziale con opamp

devo imporre:

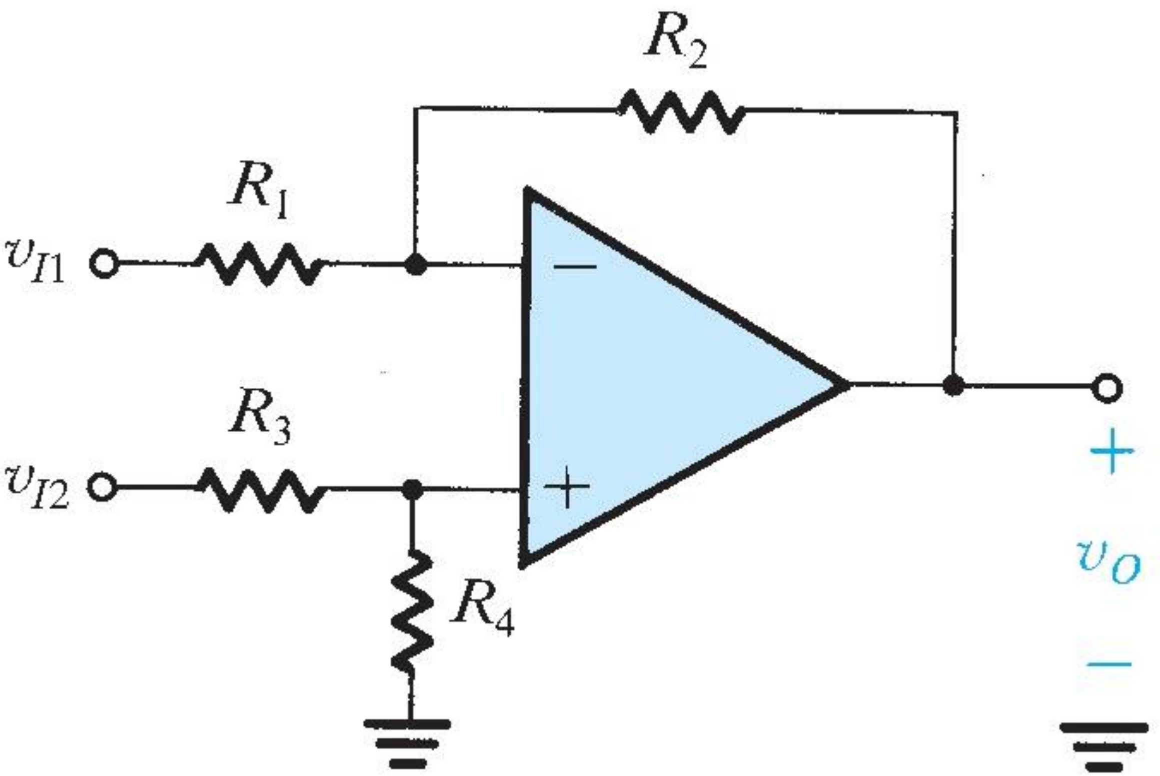
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$\frac{\frac{R_2}{R_1}}{\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)} = \frac{R_4}{R_3+R_4} \qquad \frac{1}{\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)} = \frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$\frac{1}{\left(1+\frac{R_1}{R_2}\right)} = \frac{1}{\left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)} \qquad \left(1+\frac{R_1}{R_2}\right) = \left(1+\frac{R_3}{R_4}\right)$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} \qquad \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

Amplificatore differenziale con opampp



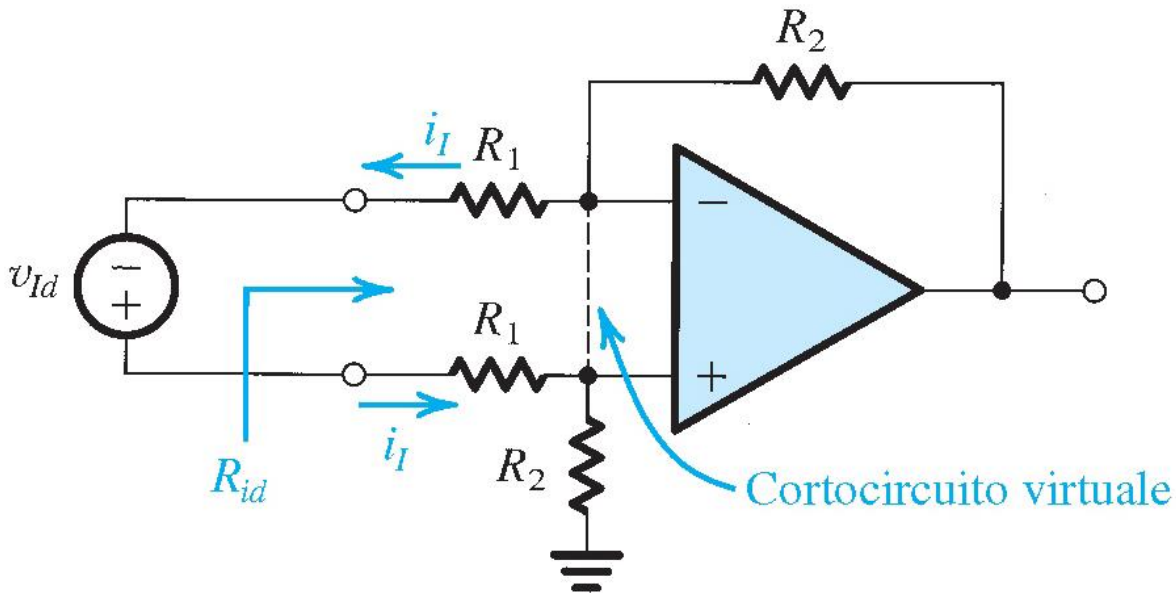
$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$$

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$

La scelta più semplice è $R_2 = R_4$; $R_1 = R_3$

Amplificatore differenziale – resistenza di ingresso e di uscita

$$A_d = \frac{R_2}{R_1}$$



Qual è la resistenza di ingresso vista dal generatore di segnale differenziale ?

$$v_0 - i_I R_1 - i_I R_2 + v_{Id} - i_I R_1 - i_I R_2 = 0$$

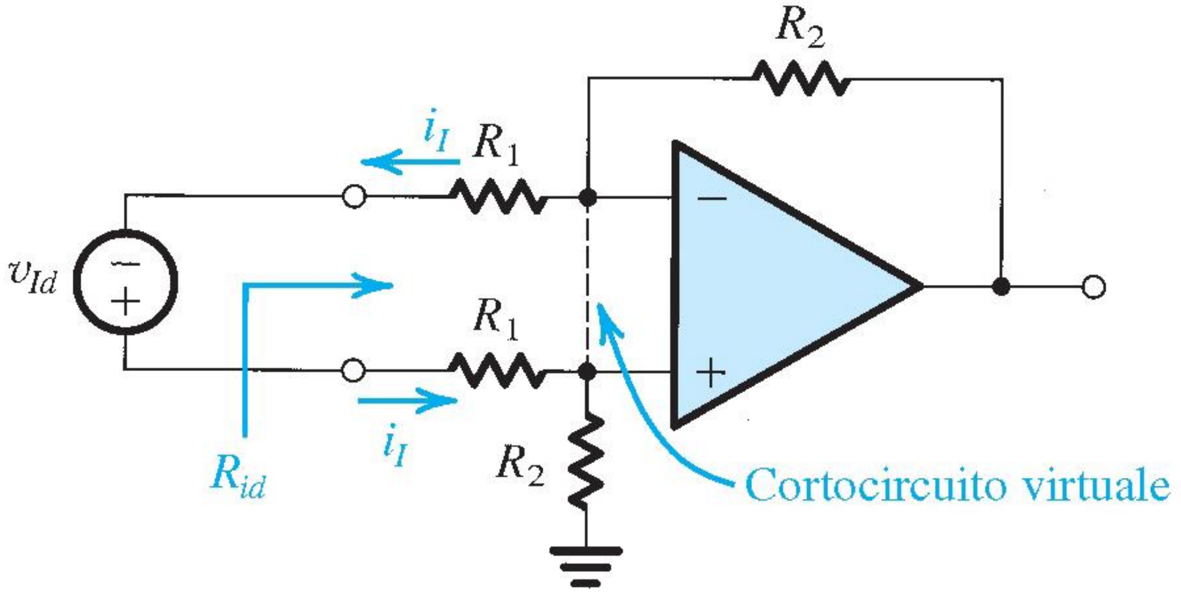
$$v_{Id}(R_2/R_1) - 2i_I(R_1 + R_2) + v_{Id} = 0$$

$$v_{Id}(1 + R_2/R_1) = 2i_I(R_1 + R_2)$$

$$v_{Id}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) = 2i_I(R_1 + R_2); \quad v_{Id}\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right)\left(\frac{1}{R_1 + R_2}\right) = 2i_I$$

$$\frac{v_{id}}{i_i} = 2R_1 \; resistenza\; differenziale\; di\; ingresso$$

Amplificatore differenziale – resistenza di ingresso e di uscita



$$A_d = \frac{R_2}{R_1}; guadagno\ differenziale$$

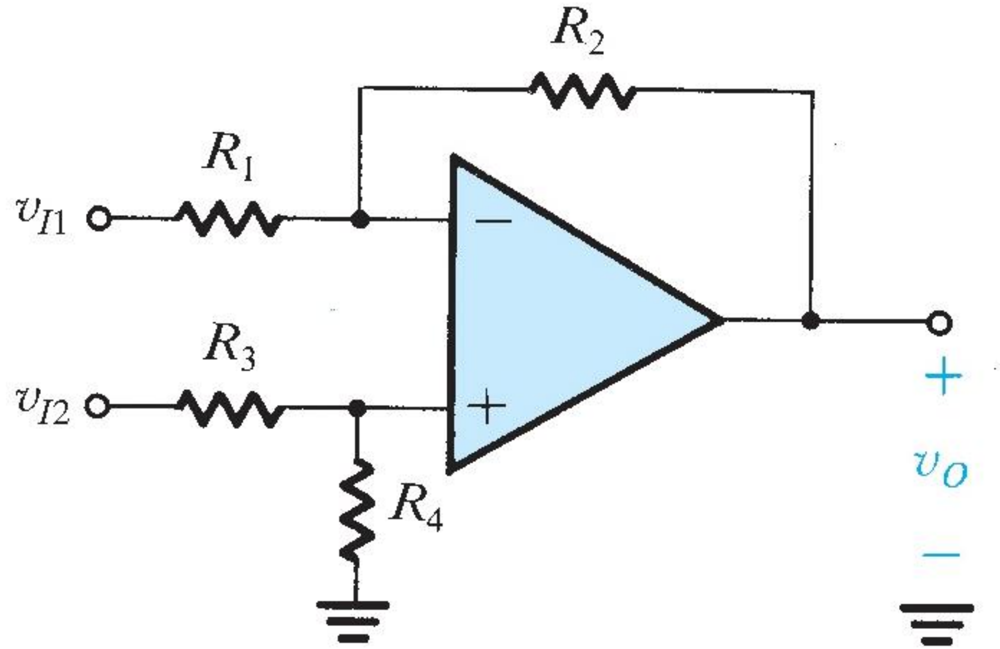
$$\frac{v_{id}}{i_i} = 2R_1\ resistenza\ differenziale\ di\ ingresso$$

Anche in questo amplificatore c’è un conflitto tra resistenza di ingresso e guadagno.

Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

torniamo un passo indietro... ora R_1, R_2, R_3 e R_4 non sono specificate per il principio di sovrapposizione degli effetti abbiamo che:

$$v_o = -v_{I1}\frac{R_2}{R_1} + v_{I2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$



Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

trasformiamo l'espressione della tensione di uscita utilizzando la definizione di segnale differenziale e segnale di modo comune:

$$v_o = -v_{I1}\frac{R_2}{R_1} + v_{I2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$v_{I1} = v_{Icm} - \frac{1}{2}v_{Id}$$

$$v_{I2} = v_{Icm} + \frac{1}{2}v_{Id}$$

$$v_o = -v_{Icm}\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2}v_{Id}\frac{R_2}{R_1} + v_{Icm}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) +$$

$$+\frac{1}{2}v_{Id}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

Amplificatore differenziale – guadagno di modo comune

$$v_o = -v_{Icm}\frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2}v_{Id}\frac{R_2}{R_1} + v_{Icm}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) +$$
$$+\frac{1}{2}v_{Id}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$v_o = v_{Icm}\overbrace{\left(\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{R_2}{R_1}\right)}^{A_{cm}\text{ guadagno di modo comune}} +$$
$$+\,v_{Id}\underbrace{\left(\frac{1}{2}\frac{R_4}{R_3+R_4}\left(1+\frac{R_2}{R_1}\right) + \frac{1}{2}\frac{R_2}{R_1}\right)}_{A_{\cancel{cm}\,d}\text{ guadagno differenziale}}$$

In questo particolare amplificatore, se $R_2/R_1 = R_4/R_3$ $A_{cm} = 0$, $A_d = R_2/R_1$ ma il rapporto tra resistenze deve essere assolutamente identico

Fattore di reiezione di modo comune (CMRR)

$$v_o = A_d v_d + A_{cm} v_{cm}$$

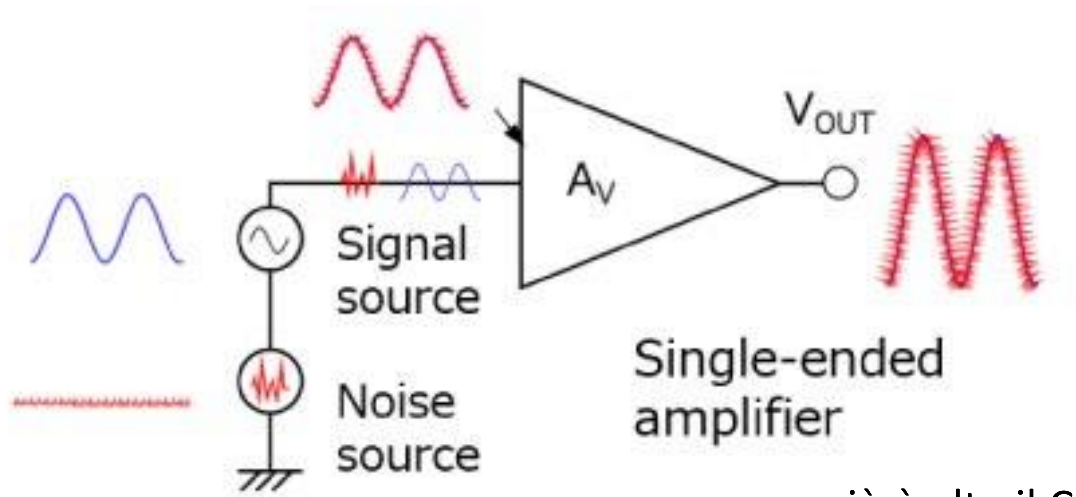
$$20 log_{10} \frac{|A_d|}{|A_{cm}|} = CMRR\ (dB) = "Common\ Mode\ Rejection\ Ratio"$$

Segnale di ingresso differenziale $v_d = v_2 - v_1$ (differenza)

Segnale di ingresso di modo comune $v_{cm} = \frac{1}{2}(v_1 + v_2)$ (media dei due segnali)

L’unico modo per applicare all’amplificatore un segnale differenziale puro ($v_d \neq 0$ con $v_{cm} = 0$) è quello di porre $v_2 = -v_1$. In questo modo la media dei due segnali è nulla.

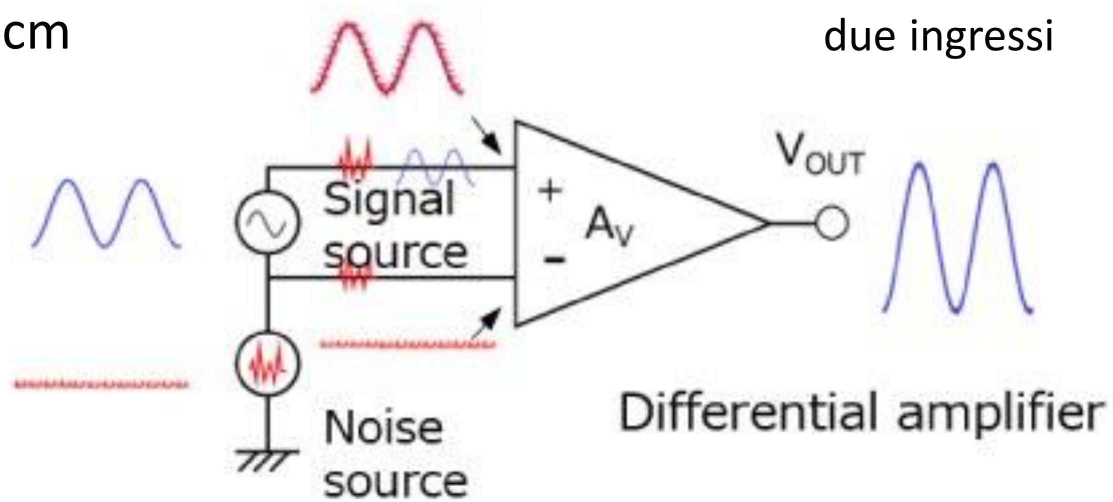
Reiezione del rumore con amplificatore differenziale

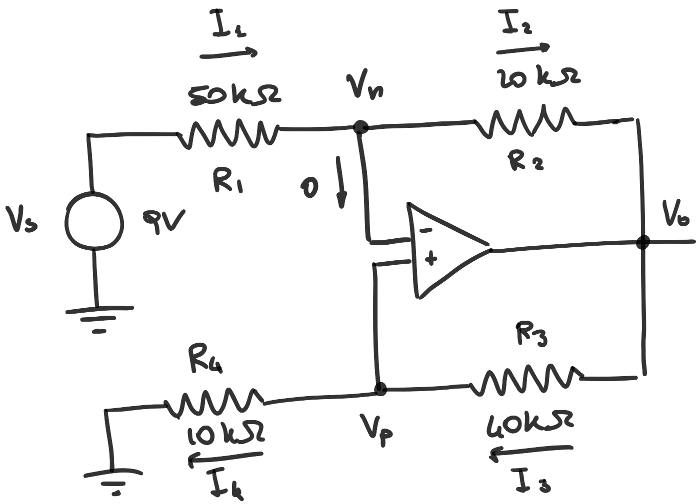


signal = v_d

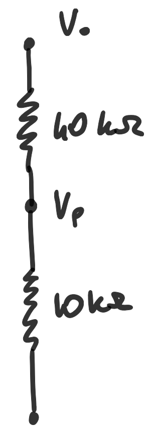
noise = v_{cm}

più è alto il CMRR migliore è l'immunità a disturbi comuni ai due ingressi





1) $V_p(V_o) = ?$



$$V_p = \frac{R_4}{R_3+R_4} V_o = \frac{1}{5} V_o$$

$$V_n = V_p = \frac{1}{5} V_o$$

$$I_1 = I_2 = \frac{V_s - V_n}{R_1}$$

$$V_o = V_n - I_2 R_2 = \frac{1}{5} V_o - \left(\frac{V_s - V_n}{R_1}\right) R_2 = \frac{V_o}{5} - V_s \frac{R_2}{R_1} + V_o \frac{R_2}{5R_1}$$

$$V_o \left(1 - \frac{1}{5} - \frac{10}{250}\right) = - V_s \frac{2}{5}$$

$$V_o = -\frac{5}{9} V_s$$

$$A = V_o / V_s = -5/9$$

$$V_o = -\frac{5}{9} V_s$$

$$V_n = V_p = \frac{V_o}{5}$$

$V_s = 9V$

$V_o = -5V$

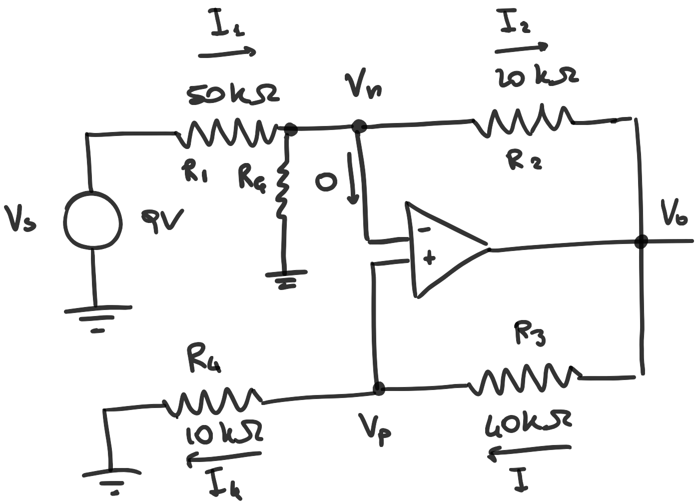
$V_n = -1V$

$V_p = -1V$

$$V_n - V_o = R_2 I_2 \rightarrow I_1 = I_2 = \frac{V_n - V_o}{R_2}$$

$$I_1 = I_2 = \frac{-1+5}{20} \,[mA] = 0.2\ mA$$

$$V_p - V_o = R_3 I_3 \rightarrow I_3 = \frac{V_p - V_o}{R_3} = 0.1\ mA$$



$R_a = \frac{100}{9}\,k\Omega$

Cosa cambia?

Il ramo inferiore non cambia

$$V_p = V_o \frac{R_4}{R_4+R_3} = \frac{V_o}{5} = V_n$$

$$I_1 = \frac{V_s - V_n}{50} \qquad I_a = \frac{V_n}{R_a} = \frac{9}{100} V_n \rightarrow I_a = \frac{9V_o}{500}$$

$$I_2 = I_1 - I_a = \frac{V_n - V_o}{20} = \frac{V_o}{100} - \frac{V_o}{20} = -\frac{V_o}{25}$$

↳ $I_1 = I_a + I_2$

$$I_1 = \frac{V_s - V_n}{50} = V_s - \frac{V_o}{5}\cdot\frac{1}{50}$$

$$\underbrace{\frac{9}{50} - \frac{V_o}{250}}_{I_1} = \underbrace{\frac{9V_o}{500} - \frac{4V_o}{100}}_{I_a + I_2} \rightarrow V_o = -10V \rightarrow$$

Applicando la resistenza R_a, il valore di V_o raddoppia