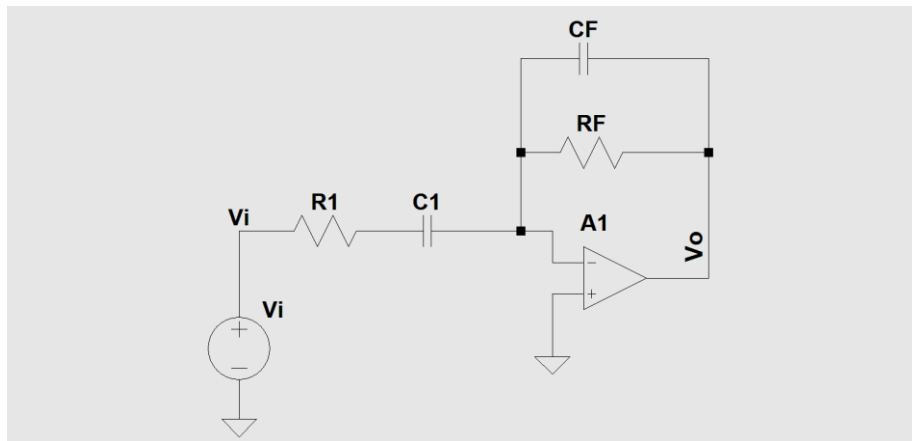


Tema A

Tre esercizi da risolvere in due ore e mezza. Scrivere nome e numero di matricola su tutti i fogli con le soluzioni e numerare le pagine. Riportare i risultati corrispondenti alle singole domande in una tabella.

Problema 1. Nel circuito in figura, A1 è un amplificatore operazionale ideale, $C_F = 120\text{pF}$, $R_F = 10\text{k}\Omega$, $C_1 = 600\text{nF}$, $R_1 = 2.5\text{k}\Omega$. Si chiede di:

- 1.1 Scrivere l'espressione della funzione di trasferimento del guadagno in tensione $A_V(s)$
- 1.2 Calcolare il guadagno a centro banda
- 1.3 Calcolare le frequenze di taglio
- 1.4 Disegnare il diagramma di Bode del guadagno in tensione



Il parallelo di R_2 e C_2 corrisponde ad un'impedenza Z_2 data da

$$R_2 \text{ parallelo } C_2 = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}} = \frac{\frac{R_2}{j\omega C_2}}{\frac{1 + j\omega R_2 C_2}{j\omega C_2}} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} = Z_2$$

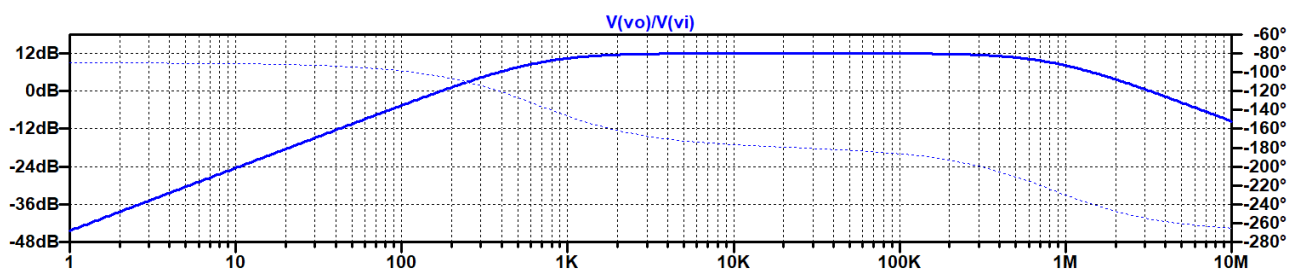
$$R_1 \text{ serie } C_1 = R_1 + \frac{1}{j\omega C_1} = \frac{1 + j\omega R_1 C_1}{j\omega C_1}$$

$$|A| = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{1 + j\omega R_2 C_2} \frac{j\omega C_1}{1 + j\omega R_1 C_1} = \frac{s/\omega_A}{(1 + s/\omega_2)(1 + s/\omega_1)}$$

$$\omega_A = (R_2 C_1)^{-1} = (10^4 \times 600 \times 10^{-9})^{-1} = 167 \text{ rad/s}$$

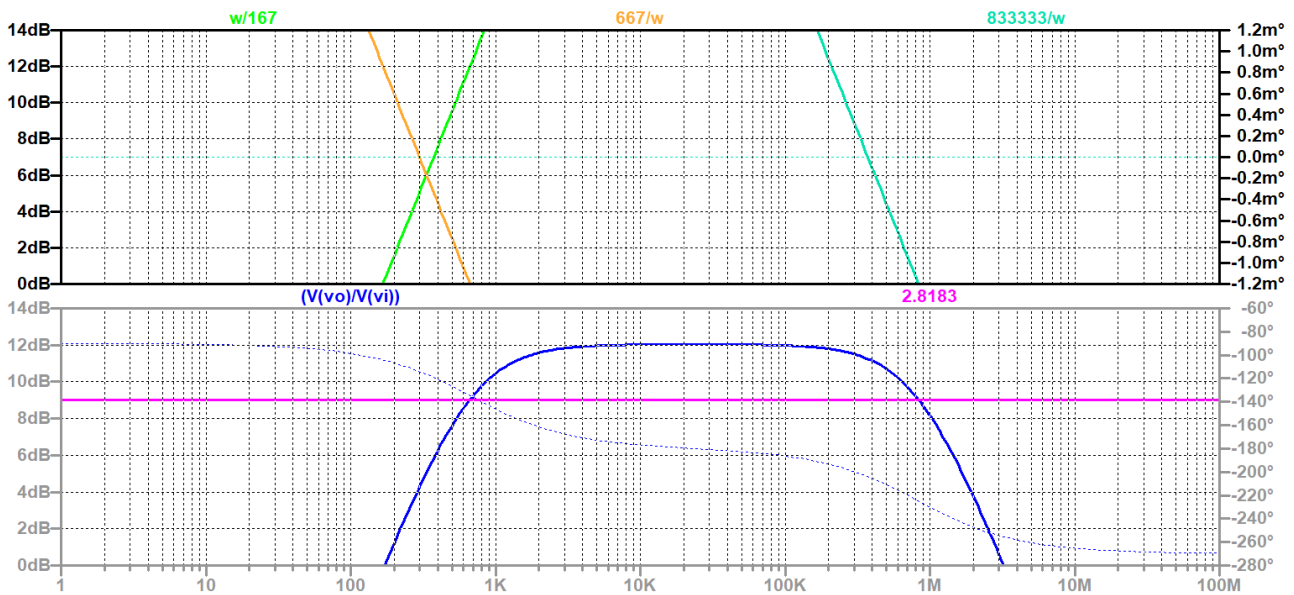
$$\omega_2 = (R_2 C_2)^{-1} = (10^4 \times 120 \times 10^{-12})^{-1} = 833333 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = (R_1 C_1)^{-1} = (2.5 \times 10^3 \times 600 \times 10^{-9})^{-1} = 667 \text{ rad/s}$$



L'asse x riporta i valori della pulsazione (rad/s) in scala logaritmica.

Costruzione del diagramma di Bode



In alternativa

$$|A| = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{1+j\omega R_2 C_2} \frac{j\omega C_1}{1+j\omega R_1 C_1} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{1+j\omega R_2 C_2} \frac{j\omega R_1 C_1}{1+j\omega R_1 C_1} = \frac{R_2}{R_1} \frac{\omega_2}{\omega_2+j\omega} \frac{j\omega_1}{\omega_1+j\omega} = \frac{R_2}{R_1} \frac{s\omega_2}{(\omega_2+s)(\omega_1+s)}$$

$$= \frac{R_2}{R_1} \frac{s}{(1+\frac{s}{\omega_2})(\omega_1+s)} = \frac{R_2}{R_1} \frac{1}{(1+\frac{s}{\omega_2})(\frac{\omega_1}{s}+1)}$$

La funzione di trasferimento corrisponde a quella di un filtro passa banda; il comportamento di tipo passa alto è dato dal termine $(\frac{\omega_1}{s} + 1)$ al denominatore, quello passa basso è determinato dal termine $(1 + \frac{s}{\omega_2})$.

Il guadagno a centro banda è $R_2/R_1 = 4$; $20\log 4 = 12.04$ dB; ω_1 è la pulsazione di taglio inferiore, a 667 rad/s; ω_2 quella superiore a 833.33 krad/s. Al di sotto di ω_1 , il guadagno diminuisce di 20 dB/decade; quindi il guadagno diventa unitario (0 dB) in $12/20 = 0.6$ decadi, in corrispondenza del valore di pulsazione ω_0 .

Si ha $\log \omega_1 - \log \omega_0 = 0.6$; $\log \omega_0 = \log \omega_1 - 0.6$, cioè $\log(667) - 0.6 = \log \omega_0 = 2.24125833$ ovvero $\omega_0 = 10^{2.24125833} = 167$ rad/s, che coincide, come deve, con il valore di ω_A precedentemente trovato.

Alle alte frequenze, il guadagno diventa unitario per $\log \omega_h = \log \omega_2 + 0.6 = \log(833333) + 0.6 = 5.9208 + 0.6 = 6.5208$, ovvero $\omega_h = 10^{6.5208} = 3317416$ rad/s.

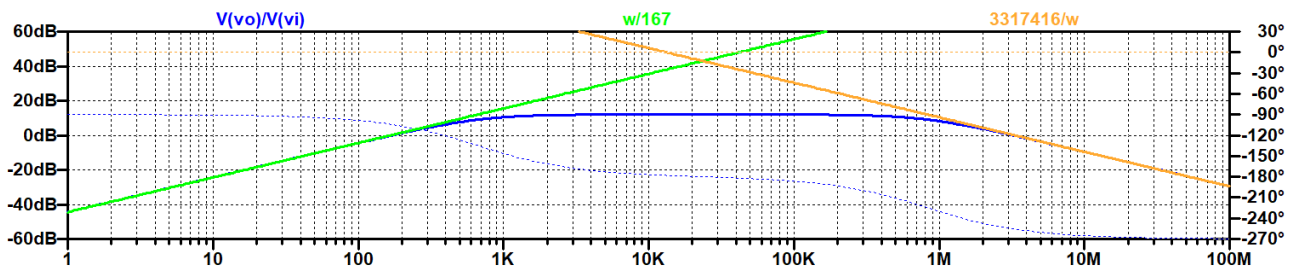
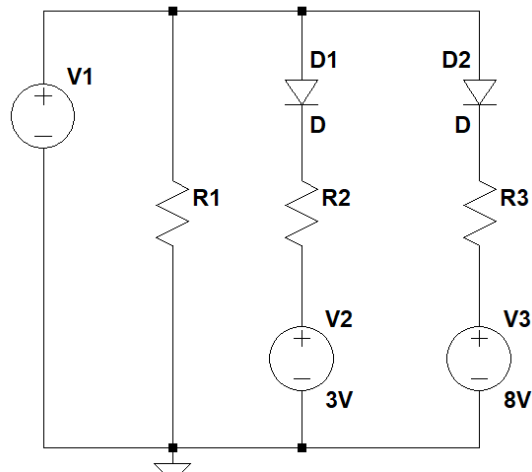


Diagramma di Bode del modulo del guadagno con sovrapposte le funzioni $|s/167|_{dB}$ e $|3317416/s|_{dB}$ che rappresentano il comportamento asintotico



Problema 2. Nel circuito in figura i due diodi hanno una tensione di ginocchio $V_\gamma = 1\text{V}$ e resistenza parassita in serie R_f nulla. Le tre resistenze valgono $R_1=5\text{k}\Omega$, $R_2=1.5\text{k}\Omega$, $R_3=0.5\text{k}\Omega$. La tensione V_1 varia tra -10V e $+10\text{V}$.

2.1 Identificare le condizioni di accensione per i due diodi

2.2 Scrivere l'espressione della corrente in R_1 , R_2 e R_3 e graficare la corrente erogata da V_1 in funzione di V_1

2.3 Qual è la massima tensione inversa alla quale sono sottoposti D_1 e D_2 ?

2.1 D_1 si accende per $V_1 > 4\text{V}$, D_2 per $V_1 > 9\text{V}$.

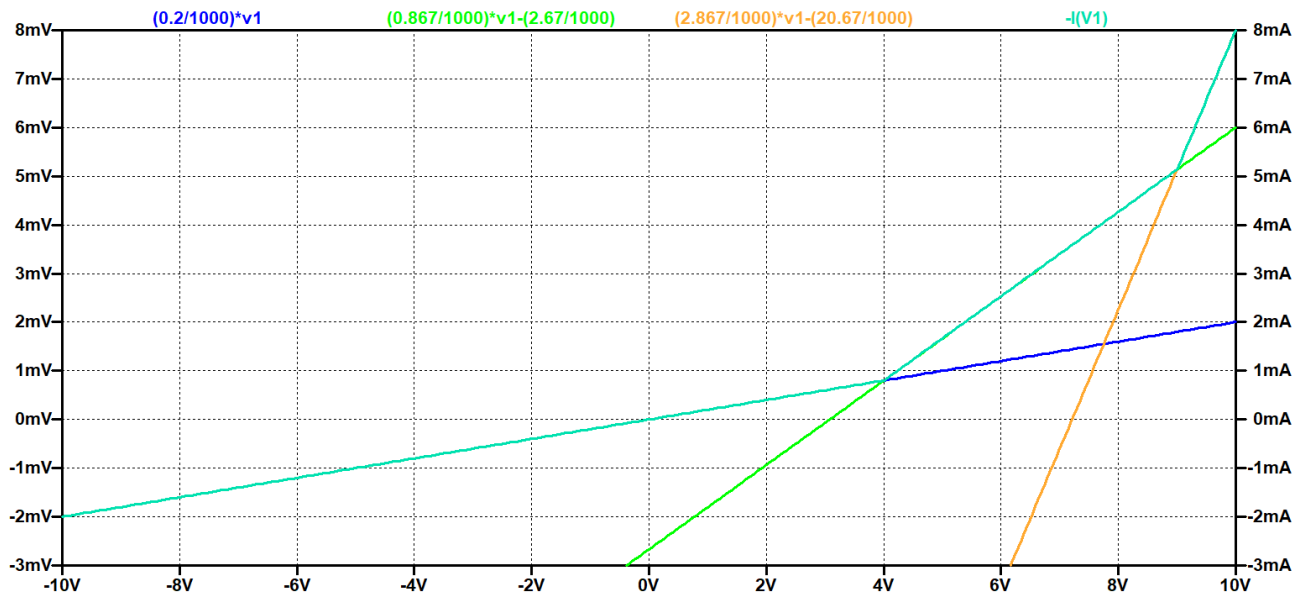
2.2 La corrente che scorre in R_1 è V_1/R_1 ; in R_2 è $(V_1-4)/R_2$ per $V_1 > 4\text{V}$; è 0 per $V_1 < 4\text{V}$; la corrente che scorre in R_3 è $(V_1-9)/R_3$ per $V_1 > 9\text{V}$; è 0 per $V_1 < 9\text{V}$.

Quindi

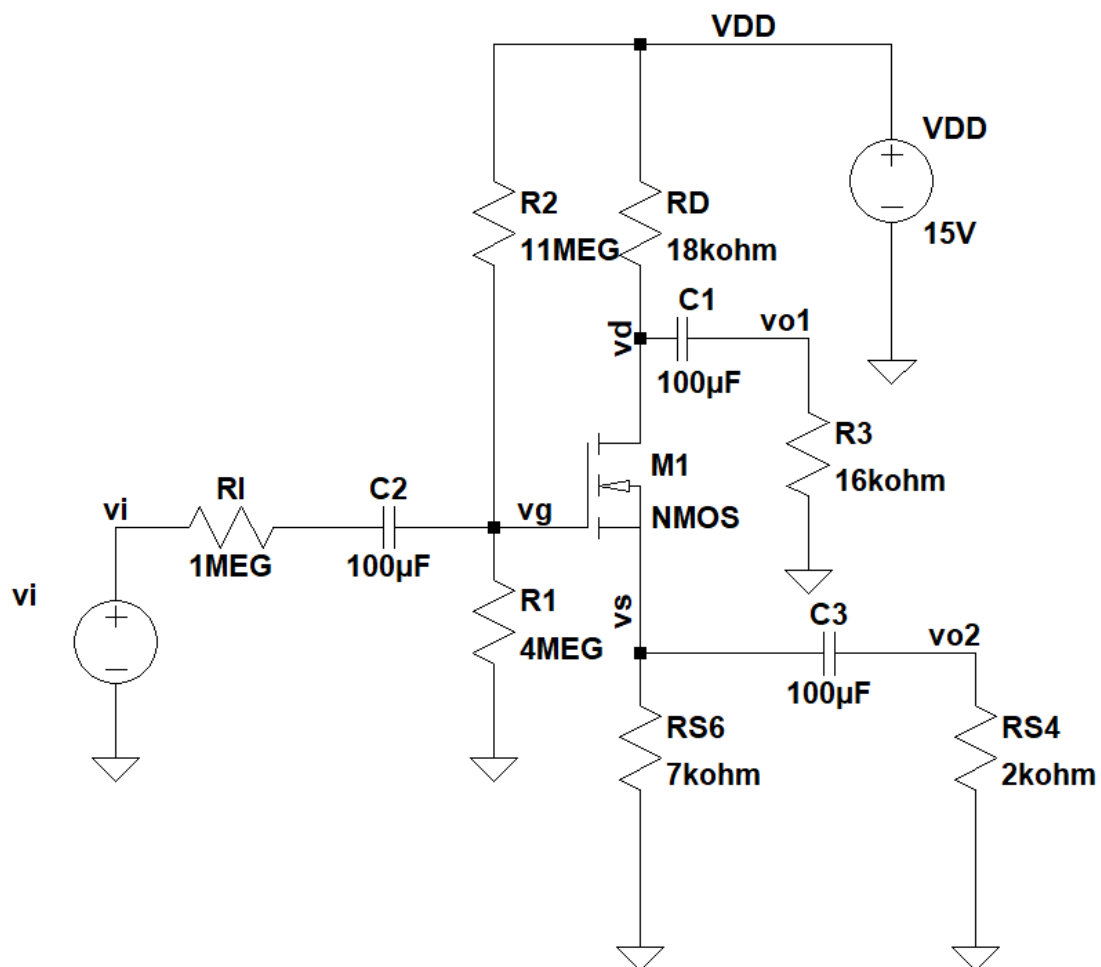
$$I_{V1} = V_1/5 = 0.2V_1 \text{ [mA]} \quad -10\text{V} < V_1 < 4\text{V}$$

$$I_{V1} = V_1/5 + (V_1-4)/1.5 = 0.867V_1 - 2.67 \text{ [mA]} \quad 4\text{V} < V_1 < 9\text{V}$$

$$I_{V1} = V_1/5 + (V_1-4)/1.5 + (V_1-9)/0.5 = 2.867V_1 - 20.67 \text{ [mA]} \quad 9\text{V} < V_1 < 10\text{V}$$



Problema 3. Nell'amplificatore a elementi discreti mostrato in figura, il transistor MOSFET a canale n ha tensione di soglia $V_{Tn} = 1V$ e $k_n = 4mA/V^2$, $\lambda = 0 V^{-1}$. Il valore delle resistenze e dei condensatori è indicato in figura (si noti che MEG = MΩ)



3.1 Trovare i valori di V_{GSQ} , V_{DSQ} e I_{DQ} nel punto di lavoro. Verificare che il transistor si trovi in saturazione.

Calcolo la tensione V_G con il partitore di tensione R_1 - R_2

$$V_G = V_{DD}R_1/(R_1+R_2) = 4 \cdot 15/15 = 4V$$

$$V_{GS} = V_G - V_S = V_G - I_D R_{S6} = 4V - (k_n/2)(V_{GS} - V_{Tn})^2 R_{S6} = 4V - 2 \cdot 7 \cdot (V_{GS}^2 - 2V_{GS}V_{Tn} + V_{Tn}^2) = 4V - 14(V_{GS}^2 - 2V_{GS} + 1)$$

$$V_{GS} = 4 - 14V_{GS}^2 + 28V_{GS} - 14$$

$$0 = -14V_{GS}^2 + 27V_{GS} - 10$$

$$0 = 14V_{GS}^2 - 27V_{GS} + 10$$

$$V_{GS} = [27 \pm \sqrt{(27^2 - 4 \cdot 14 \cdot 10)}]^{1/2} / 28 = [27 \pm \sqrt{(729 - 560)}]^{1/2} / 28 = [27 \pm 13] / 28 \rightarrow V_{GS} = 1.428V$$

$$I_{DQ} = k_n/2 (V_{GS} - V_{Tn})^2 = 2(0.428)^2 \text{ [mA]} = 0.366 \text{ mA}$$

$$V_{DSQ} = V_{DD} - I_D(R_D + R_{S6}) = 15 - 0.366(25) = 15 - 9.15 = 5.85V > V_{GSQ} - V_{Tn} = 0.428V. \text{ Il transistor è in saturazione.}$$

3.2 Calcolare il corrispondente valore della transconduttanza g_m

$$g_m = k_n(V_{GS} - V_{Tn}) = 4(0.428) = 1.71 \text{ mA/V} = 1.71 \text{ mS}$$

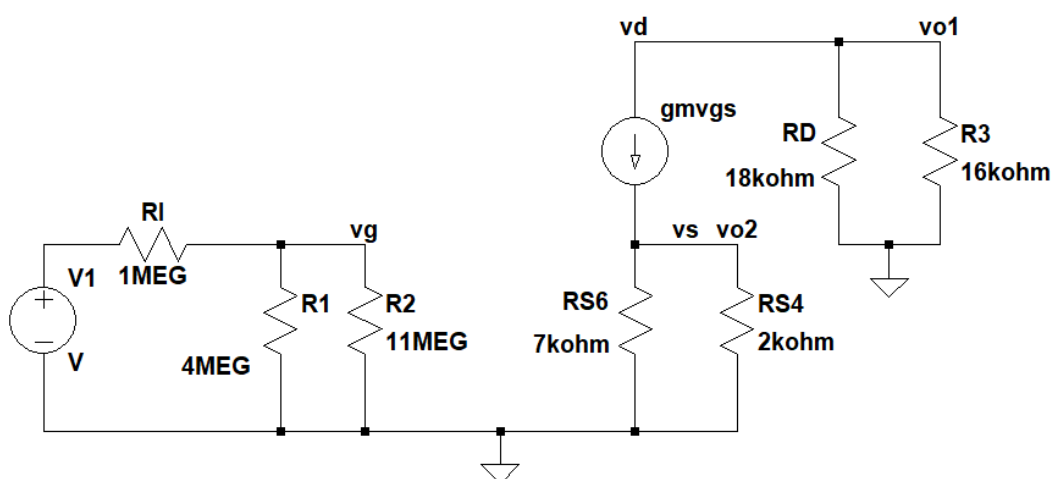
3.3 Qual è il massimo valore di R_D per il quale il transistor è ancora in saturazione ?

La corrente I_D dipende solo da V_{GS} ($\lambda=0$). Quindi per trovare la condizione di saturazione basta imporre

$$V_{DS} = V_{DD} - I_D R_{S6} - I_D R_D = V_{GS} - V_{Tn} \rightarrow 15 - 0.366 \cdot 7 - 0.366 \cdot R_D = 0.428$$

$$15 - 2.562 - 0.428 = 0.366 R_D; 12.01 = 0.366 R_D; R_D = 32.81 \text{ k}\Omega$$

3.4 Disegnare il circuito equivalente per piccolo segnale



3.5 Ricavare l'espressione di $A_{v1} = v_{o1}/v_i$ e calcolarne il valore

$$\text{Poniamo } R_1 // R_2 = R_{in} = 4 \cdot 11/15 = 44/15 = 2.93 \text{ M}\Omega$$

Poniamo $R_S = R_{S6} // R_{S4} = 7 \cdot 2 / 9 = 14 / 9 = 1.56 \text{ k}\Omega$

$$v_{gs} = v_g - v_s = v_g - g_m v_{gs} R_S$$

$$v_{gs} = v_g - g_m R_S v_{gs}$$

$$v_g = (1 + g_m R_S) v_{gs}$$

$$v_{gs} = v_g / (1 + g_m R_S)$$

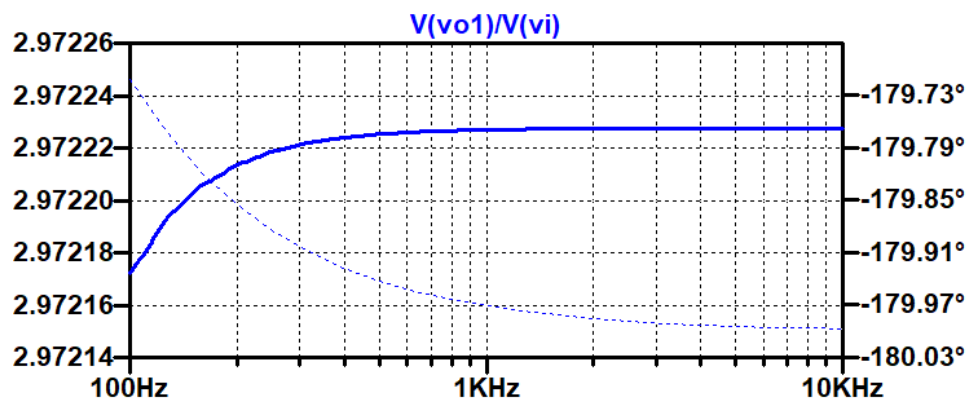
Poniamo $R_L = R_D // R_3 = (18 \cdot 16) / 34 = 8.47 \text{ k}\Omega$

$$A_{v1} = v_{o1} / v_i = -g_m v_{gs} R_L = -g_m R_L (1 / (1 + g_m R_S)) (v_g / v_i)$$

$$\text{ma } v_g / v_i = R_{in} / (R_i + R_{in}) = 2.93 / 3.93 = 0.746$$

$$\begin{aligned} \text{quindi } A_{v1} &= -g_m R_L (1 / (1 + g_m R_S)) (R_{in} / (R_i + R_{in})) \\ &= -1.71 \cdot 8.47 (1 / (1 + 1.71 \cdot 1.56)) \cdot 0.746 \\ &= -1.71 \cdot 8.47 \cdot 0.272 \cdot 0.746 = -2.94 \text{ V/V} \end{aligned}$$

Il risultato della simulazione LTSpice è -2.97 come mostrato in figura, dove si nota l'effetto passa-alto dei condensatori di bypass:

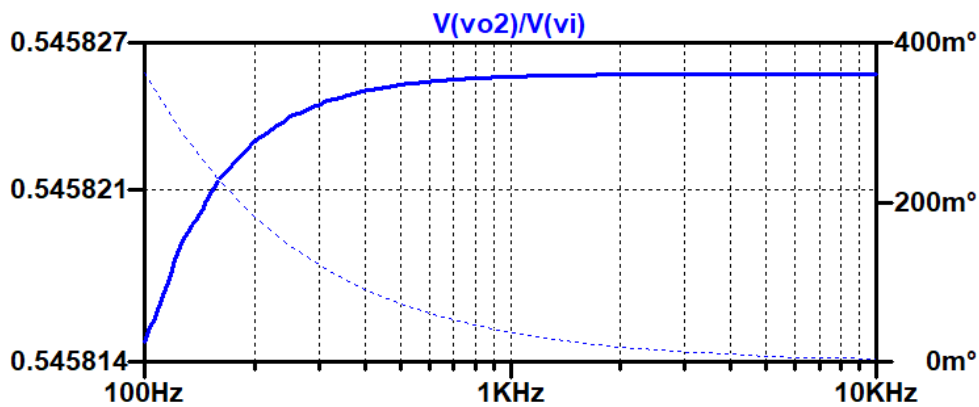


3.6 Ricavare l'espressione di $A_{v2} = v_{o2} / v_i$ e calcolarne il valore

$$v_{o2} = g_m v_{gs} R_S$$

$$A_{v2} = v_{o2} / v_i = (v_{o2} / v_{gs}) \cdot (v_{gs} / v_g) \cdot (v_g / v_i) = (g_m R_S) \cdot (1 / (1 + g_m R_S)) \cdot (R_{in} / (R_i + R_{in})) = 1.71 \cdot 1.56 \cdot 0.272 \cdot 0.746 = 0.54$$

Il risultato della simulazione LTSpice è 0.546, come mostrato nella figura seguente



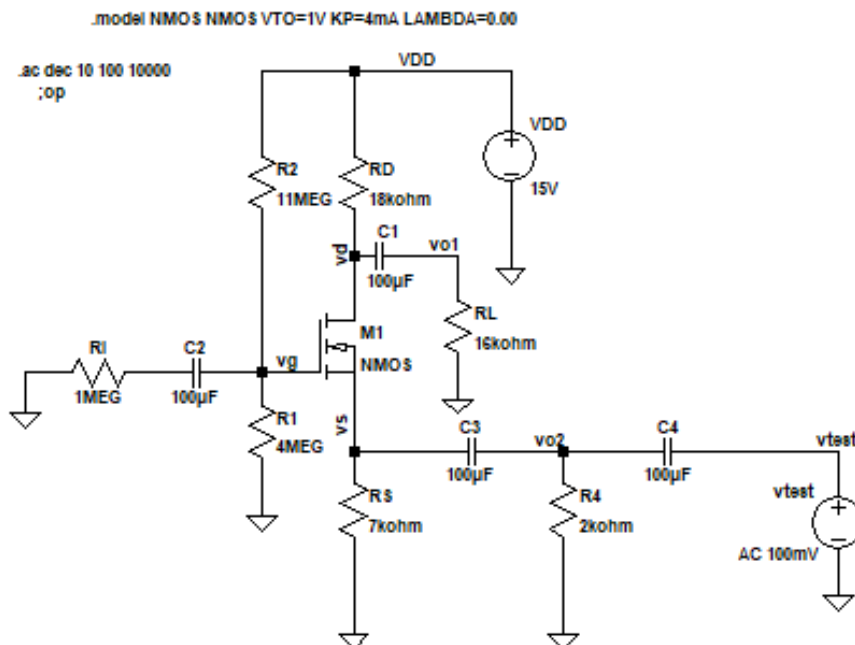
3.7 Calcolare il valore della resistenza di ingresso vista a valle del condensatore C_2

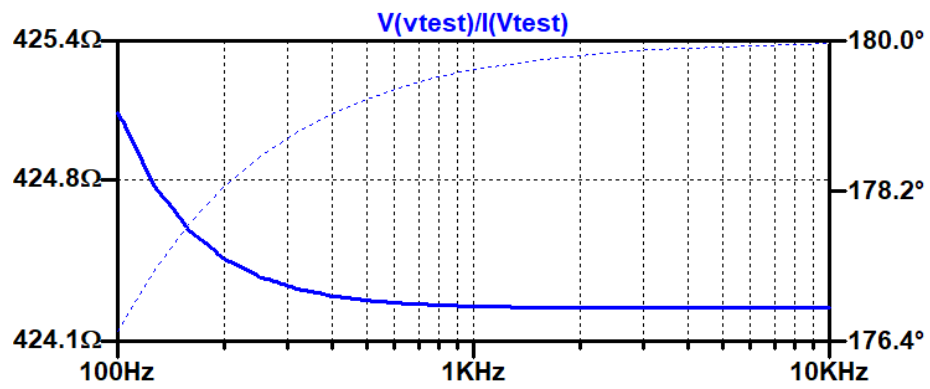
$$R_1 // R_2 = R_{in} = 4 * 11 / 15 = 44 / 15 = 2.93 \text{ M}\Omega$$

3.8 Calcolare il valore della resistenza di uscita vista da v_{o2} (**inclusa R_{S4}**)

$$R_{out2} = 1/g_m // R_s = 1/1.71 // 1.56 \text{ [k}\Omega\text{]} = 0.584 // 1.56 = 0.584 * 1.56 / (0.584 + 1.56) = 0.911 / 2.144 = 425 \Omega$$

Il circuito per la valutazione tramite simulazione SPICE del valore della resistenza di uscita è mostrato in figura. Il valore ottenuto è 424Ω





3.9 Calcolare il valore della resistenza di uscita vista a monte del condensatore C_1 (esclusa R_3)

$$R_{out1} = R_D = 18k\Omega$$

Caratteristiche degli amplificatori MOS

<p>Source comune con R_S</p> <p>$R_G = R_1 // R_2; R_L = R_D // R_3$</p> <p>$A_V = - \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_S} \frac{R_G}{R_I + R_G}$</p> <p>$R_{IN} = R_G$</p> <p>$R_{OUT} = r_o (1 + g_m R_S) // R_D$</p> <p>$v_g < 0.2(V_{GS} - V_T) (1 + g_m R_S)$</p>	<p>Drain comune</p> <p>$R_G = R_1 // R_2$</p> <p>$R_L = R_6 // R_3$</p> <p>$A_V = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_L} \frac{R_G}{R_I + R_G}$</p> <p>$R_{IN} = R_G$</p> <p>$R_{OUT} = (1/g_m) // R_6 \cong 1/g_m$</p> <p>$v_g < 0.2(V_{GS} - V_T) (1 + g_m R_L)$</p>	<p>Gate comune</p> <p>$R_{TH} = R_6 // R_1$</p> <p>$R_L = R_D // R_3$</p> <p>$A_V = \frac{g_m R_L}{1 + g_m R_{th}} \frac{R_6}{R_I + R_6}$</p> <p>$R_{IN} = 1/g_m // R_6 \cong 1/g_m$</p> <p>$R_{OUT} = r_o (1 + g_m R_S) // R_D$</p> <p>$v_g < 0.2(V_{GS} - V_T) (1 + g_m R_{TH})$</p>
--	---	--

NB: R_3 = resistenza di carico esterna; R_1 resistenza da G a massa R_2 resistenza da G a V_{DD}
 R_6 = resistenza di source negli schemi a drain comune e gate comune

LE FORMULE CORRISPONDONO AGLI SCHEMI ELETTRICI SUL RETRO.

