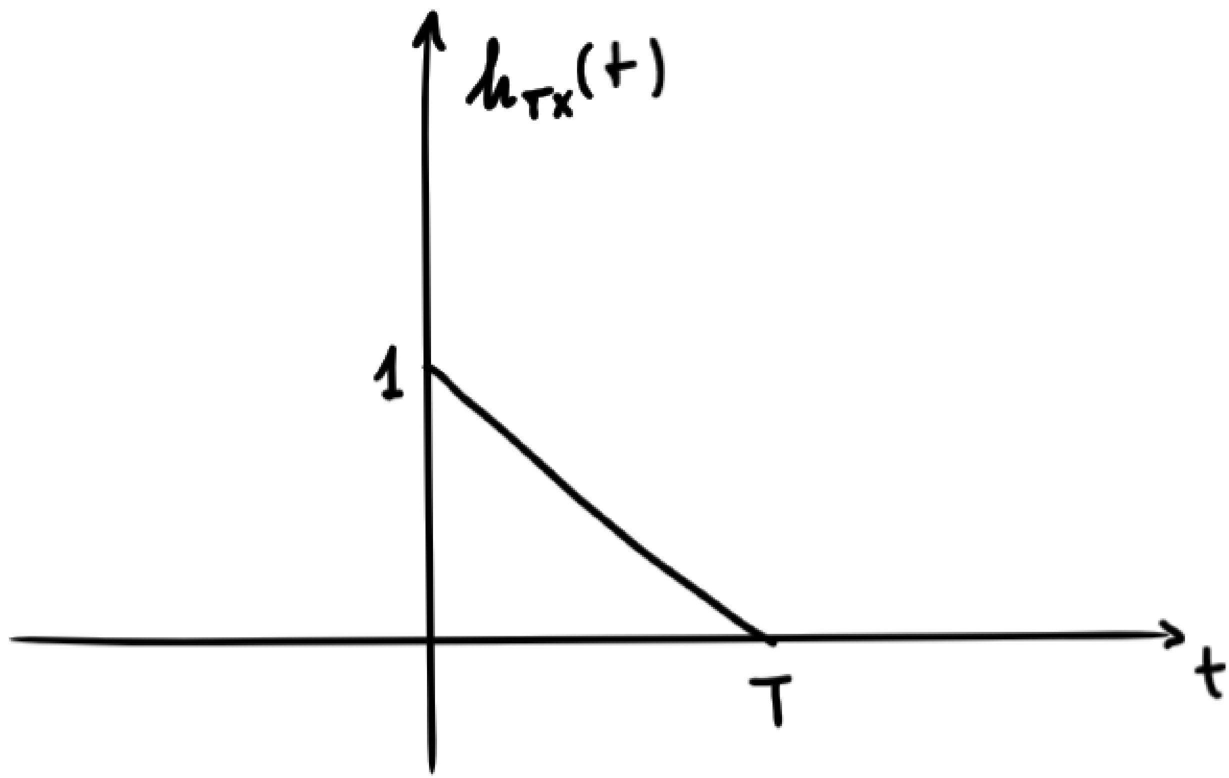
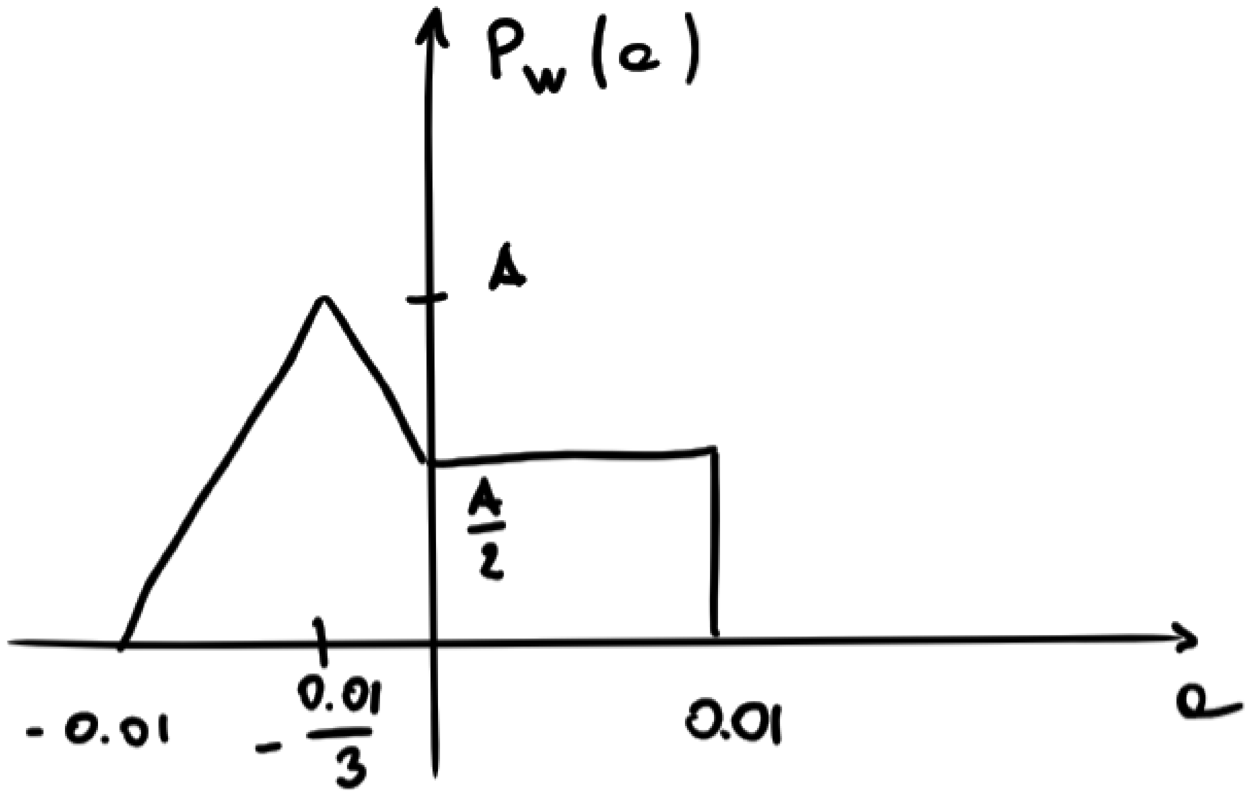
$\underline{Es:}$

Consideriamo una modellazione 4-PAM con $h_{Tx}(t)$, $T = 1ms$:



e simboli equiprobabili.

Il segnale rivecuto è $r(t) = s_{Tx}(t) + w(t)$ con $w(t)$ rumore con densità di probabilità:

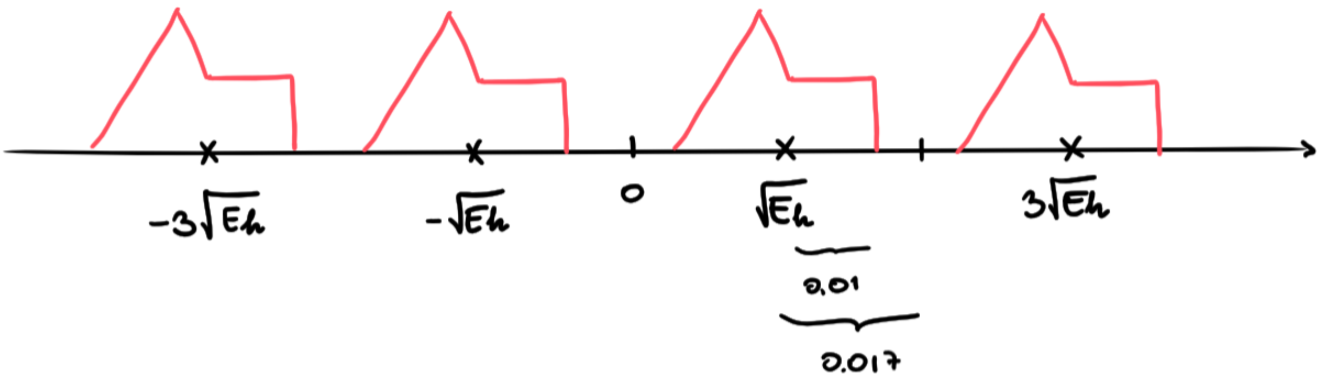


Calcolare l'energia media e la probabilità d'errore nello spazio euclideo.

$$s_m(t) = \alpha_m h_{Tx}(t)$$

$$\begin{aligned} E_h &= \frac{1}{2}\frac{A^2 B}{3} \\ &= \frac{T}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_s &= \frac{M^2-1}{3} E_h \\ &= \frac{4^2-1}{3}\frac{T}{3} \\ &= \frac{5}{3} T \end{aligned}$$



$$P(E) = 0$$

in quanto non c'è possibilità di trasmettere un simbolo che potrebbe essere interpretato in un modo sbagliato.

$\underline{Es}$:
Si consideri la modulazione a simboli equiprobabili

$$s_1(t) = triang\left(t - \frac{1}{2}\right)$$

$$s_2(t) = \begin{cases} 2t^2 & t \in [0,1] \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

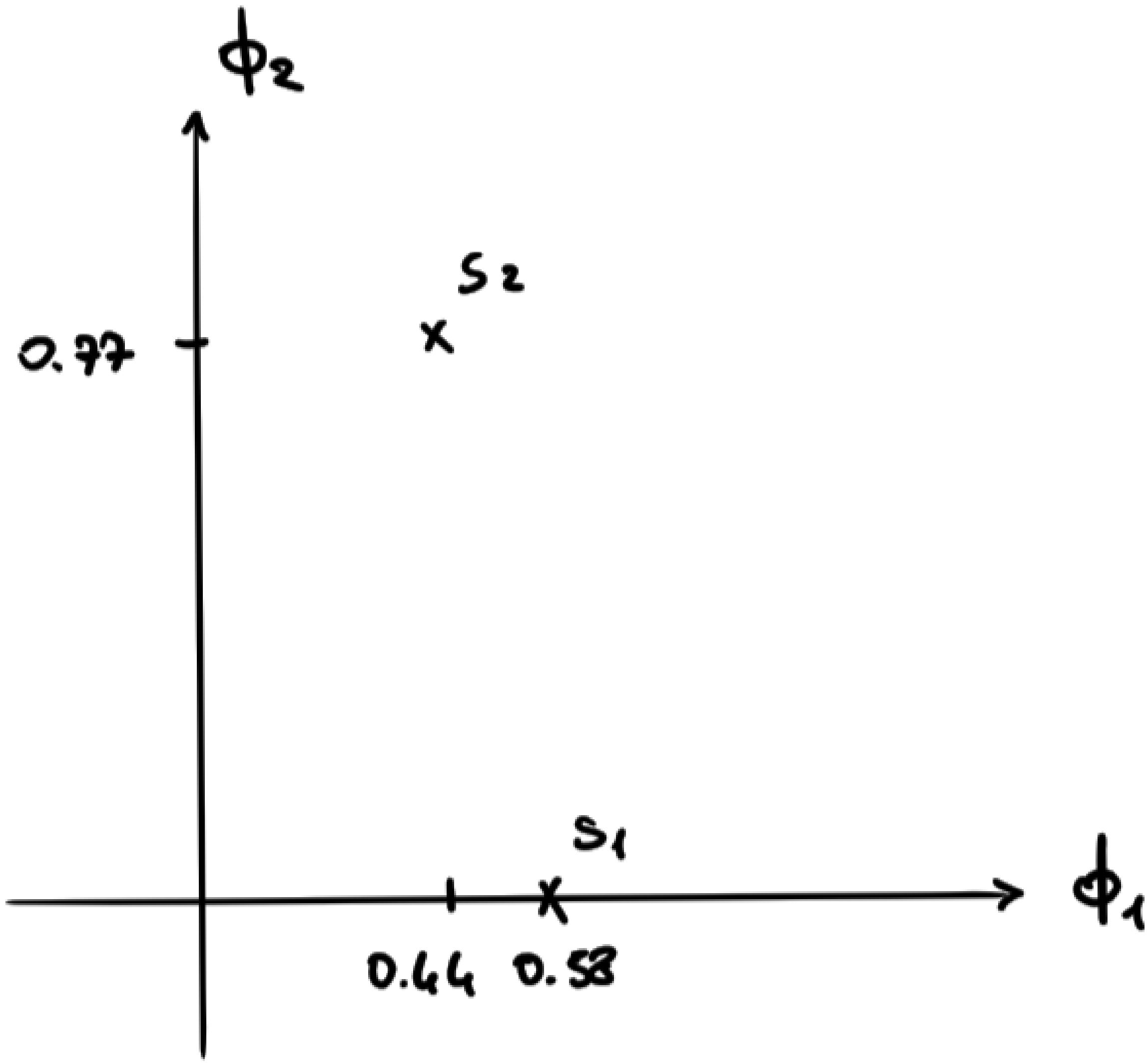
Calcolare la probabilità d'errore per una trasmissione su canale AWGN con $\sigma_I^2 = 2\ 10^{-2}$

$$P(E) = Q\left(\frac{d}{2\sigma_I}\right)$$

$$\begin{aligned} \phi_1 &= \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} \\ &= \frac{s_1}{\sqrt{\frac{1}{3}}} \\ &= \sqrt{3} s_1 \end{aligned}$$

$$\underline{s}_1 = \left[\sqrt{E_1}, 0\right] = \left[0.58; 0\right]$$

$$\underline{s}_2 = \left[\langle\ \phi_1(t);\ s_2(t)\ \rangle\ \sqrt{E_2 - 0.45^2}\right] = \left[0.45; 0.77\right]$$

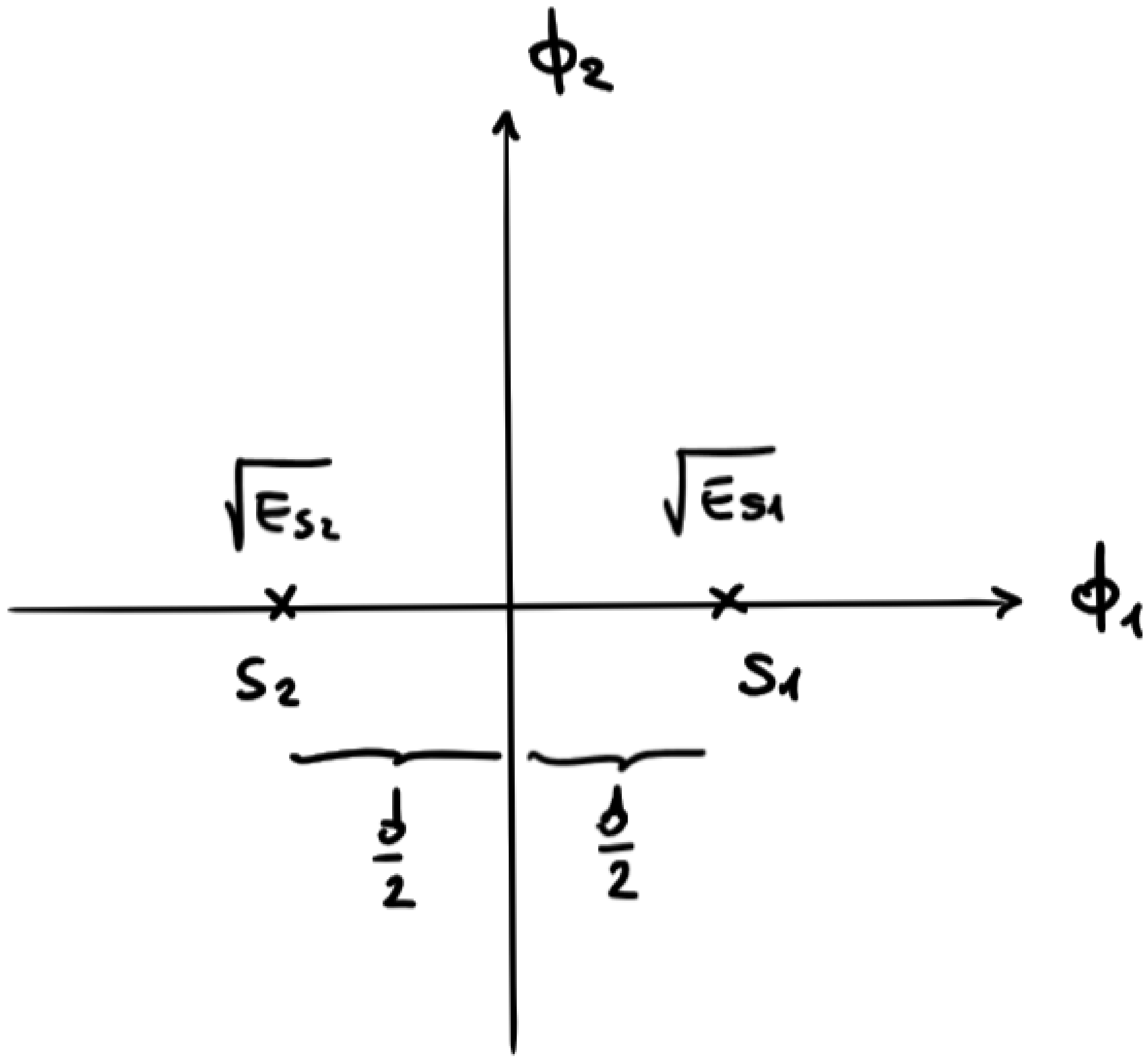


$$d = \sqrt{(s_{1,1} - s_{1,2})^2 + (s_{2,1} - s_{2,2})^2}$$
$$= 0.78$$

$$P(E) = Q\left(\frac{d}{2\sigma_I}\right)$$

Trovare due nuovi segnali $s_1'(t)$e $s_2'(t)$ che costituiscono una nuova modulazione con:

- stessa probabilità d'errore della precedente (Distanza inalterata)
- energia media minima (Stessa energia ai due segnali)
- s_1' e s_2' combinazioni lineari di $s_1(t)$ e $s_2(t)$ (Cerco segnali nello stesso spazio euclideo)



Calcolare l'energia media della nuova modulazione

$$\begin{aligned} s_1'(t) &= \sqrt{E_s}\, \phi_1(t) \\ &= \sqrt{3E_s}\, s_1(t) + 0 s_2(t) \end{aligned}$$

$$s_2'(t) = -\sqrt{3E_s}\, s_1(t) + 0 s_2(t)$$

$$\begin{aligned} E_s &= \left(\frac{d}{2}\right)^2 \\ &= 0.15 \end{aligned}$$