# METODO DI ORTONOMALIZZAZIONE DI GRAM SCHMIDT

$$s_1(t), \ldots, s_2(t)$$

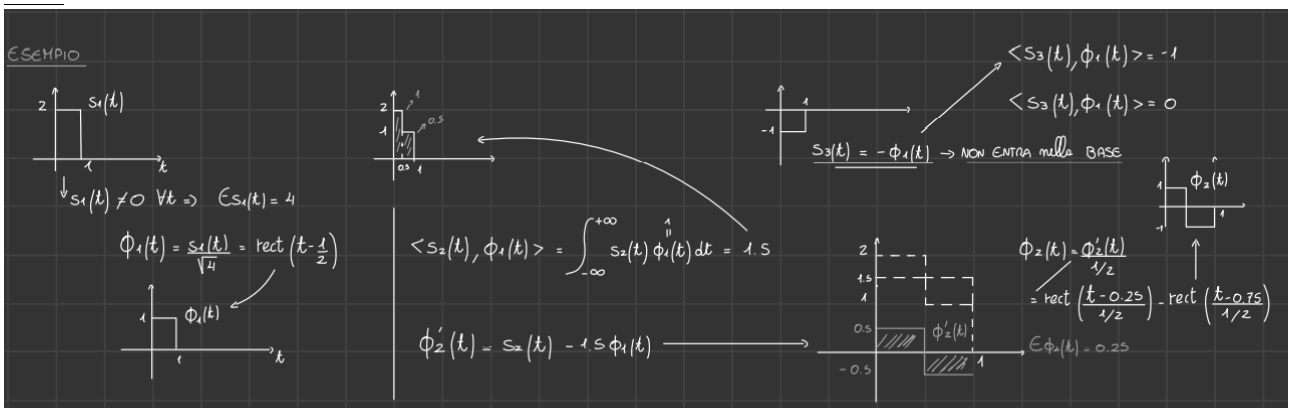
1. $s_1(t)$: se $s_1(t) = 0 \;\forall\, t$ lo scarto, altrimenti considero $\phi_1'(t) = s_1(t)$
2. $s_i(t)$: se $s_i(t) = 0 \;\forall\, t$ lo scarto

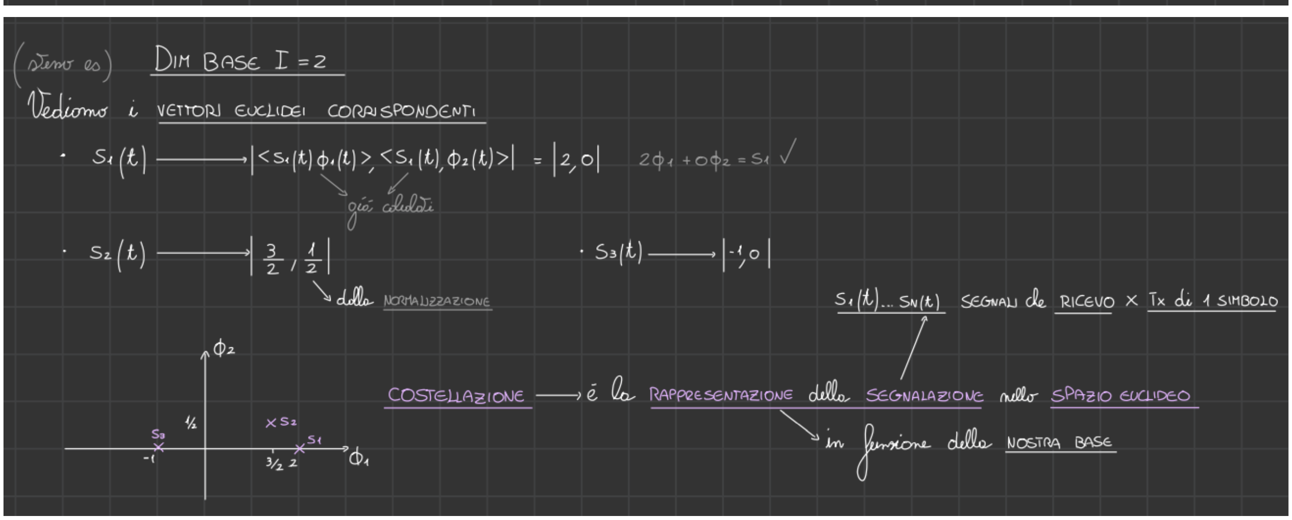
$$\phi_1'(t) = s_i(t) - \sum_{j=1}^{i-1} \langle\, s_i(t),\; \phi_j(t)\,\rangle\, \phi_j(t)$$

se $\phi_1'(t) = 0 \;\forall\, t$ lo scarto, altrimenti

$$\boxed{\phi_i(t) = \frac{\phi_i'(t)}{\sqrt{E_{\phi_i'}}}}$$

$\underline{Es:}$



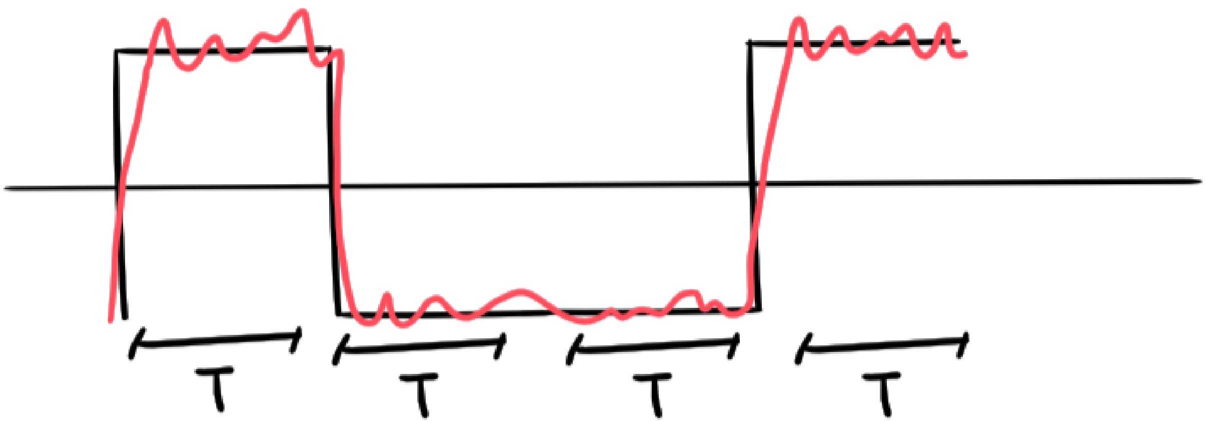
# RICEVITORE DIGITALE

Il ricevitore digitale rappresenta un segnale ricevuto nello spazio della costellazione.

(Es:)

$$\boxed{r(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \Big( s_{a_n}(t-nT) + w(t) \Big)}$$

con $s_{a_n}(t)$ è il segnale ricevuto.




Il ricevitore deve trovarsi le coordinate dei punti per estrarre i simboli del segnale trasmesso
Per demodulare il simbolo trasmesso a t=0 (da 0 a T):

$$\begin{cases} r_1 = \langle\, r(t),\ \phi_1(t)\,\rangle \\ \dots \\ r_I = \langle\, r(t),\ \phi_I(t)\,\rangle \end{cases}$$

$$[\, r_1, \dots, r_I \,]$$

$$\langle\, r(t),\ \phi_1(t)\,\rangle = \langle\, s_{a_0}(t) + w(t),\ \phi_1(t)\,\rangle = \langle\, s_{a_0}(t),\ \phi_1(t)\,\rangle + \langle\, w(t),\ \phi_1(t)\,\rangle$$

Per demodulare i somboli trasmessi in tempi successivi, basta considerare il ritardo dei segnali (nT)

# RUMORE DOPO LA PROIEZIONIE

$$r(t) = s_{a_0}(t) + w(t)$$

con $w(t)$ $\forall\, t$ è una v.a. gaussiana a media nulla ($E = 0$) e varianza $\sigma_w^2$ indipendente dal rumore in altri istanti

$$r_i(t) = \langle\, r(t),\ \phi_i(t)\,\rangle = \langle\, s_{a_0}(t),\ \phi_i(t)\,\rangle + \langle\, w(t),\ \phi_i(t)\,\rangle$$

$$\langle\, w(t),\ \phi_i(t)\,\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} w(t)\phi_i(t)dt \rightsquigarrow V.A.\ Gaussiana$$

quindi

$$E\Big[\int_{-\infty}^{\infty} w(t)\phi_i(t)dt\Big] = \int_{-\infty}^{\infty} E\Big[w(t)\phi_i(t)\Big]dt = 0$$

in quanto la media del rumore $E[w(t)] = 0$ dato che si tratta di una V.A. Gaussiana.
La media del rumore nello spazio euclideo è 0

Per calcolare la varianza del rumore:

$$E\left[\left(\int_{-\infty}^{\infty} w(t)\phi_i(t)dt\right)^2\right] = E\Big[\int\int w(t)w(t')\phi_i(t)\phi_i(t')\ dt\ dt'\Big]$$

$$= \int\int E\Big[w(t)w(t')\Big]\phi_i(t)\phi_i(t')\ dt\ dt'$$

$$= \ldots$$

$$\left( \quad E\Big[w(t)w(t')\Big] = \begin{cases} 0 & t \neq t'; \\ \sigma_w^2 & t = t' \end{cases} \quad \right)$$

$$\ldots = \int \sigma_w^2 \phi_i^2(t)\ dt = \sigma_w^2; E_{\phi_i} = \sigma_w^2$$

Quindi si ha che:

$$\langle\, w(t),\ \phi_i(t)\,\rangle \sim N(0, \sigma_w^2) = r_i$$

$$\langle\, w(t),\ \phi_j(t)\,\rangle \sim N(0, \sigma_w^2) = r_j$$

$$E\Big[r_i,\ r_j\Big]\ \text{correlazione}:$$

$$
\begin{aligned}
E\left[\int w(t)\phi_i(t)\ dt \int w(t')\phi_j(t')\ dt'\right] &= \int\int E\Big[w(t)w(t')\Big]\phi_i(t)\phi_j(t')\ dt\ dt' \\
&= \int \sigma_w^2 \phi_i(t)\phi_j(t)\ dt \\
&= \sigma_w^2 \langle\ \phi_i(t),\ \phi_j(t)\ \rangle \\
&= \begin{cases} \sigma_w^2 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases}
\end{aligned}
$$