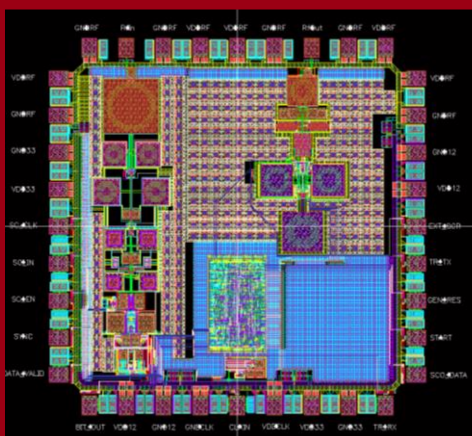
DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

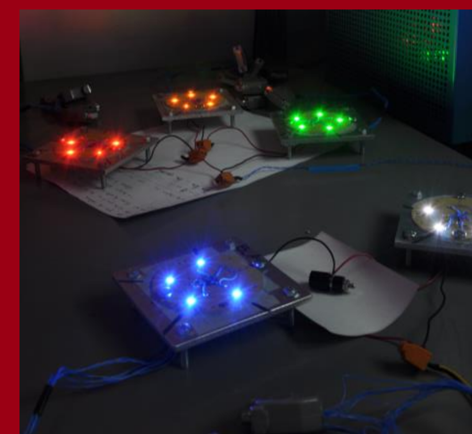
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Fondamenti di Elettronica

15

Equazioni deriva-diffusione



Enrico Zanoni

enrico.zanoni@unipd.it

Si intrinseco vs Si drogato

Intrinseco = puro, privo di impurezze

Silicio intrinseco:

$$n = p = n_i = 1.45 \cdot 10^{10} \left[cm^{-3} \right]$$

$$\rho_{i-Si} = \frac{1}{q\left(p\mu_p + n\mu_n\right)} \cong \boxed{2 \cdot 10^5 \left[\Omega \cdot cm \right]}$$

Silicio tipo “n”:

$$N_D = 10^{18} \left[cm^{-3} \right], \quad n = 10^{18}, p = 2.1 \cdot 10^2 \left[cm^{-3} \right]$$

$$\rho_{n-Si} \cong \frac{1}{qn\mu_n} \cong \boxed{1.6 \cdot 10^{-2} \left[\Omega \cdot cm \right]}$$

La resistività dipende dalla mobilità e dalla concentrazione dei portatori di carica (e^-,h^+)

Silicio tipo "n":

$$N_D = 10^{18}\left[cm^{-3}\right], \quad n = 10^{18}, p = 2.1 \cdot 10^{2}\left[cm^{-3}\right]$$

$$\rho_{n-Si} \cong \frac{1}{qn\mu_n} \cong \boxed{1.6 \cdot 10^{-2}\left[\Omega \cdot cm\right]}$$

Densità di corrente di «deriva» o «drift»: dovuta al campo elettrico

$$J = q(n\mu_n + p\mu_p)E \quad [A/cm^2]$$

J	= densità di corrente di deriva	$[A/cm^2]$
n	= concentrazione degli elettroni	$[cm^{-3}]$
μ_n	= mobilità degli elettroni	$[cm^2/V{\cdot}s]$
p	= concentrazione delle lacune	$[cm^{-3}]$
μ_p	= mobilità delle lacune	$[cm^2/V{\cdot}s]$
E	= campo elettrico	$[V/cm]$

Corrente di Diffusione (in presenza di un gradiente di concentrazione)

Densità di corrente di lacune

“derivata negativa”

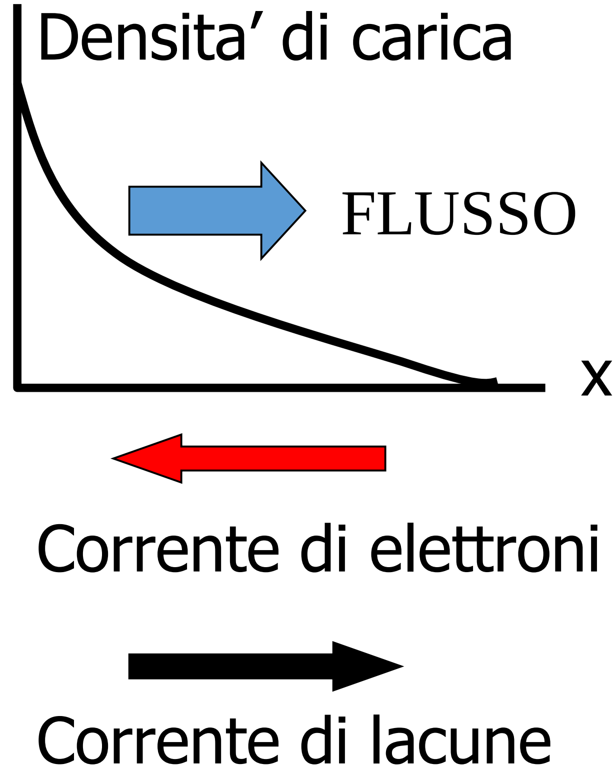
carica della lacuna

Diffusivita’ della lacuna

Gradiente (derivata)

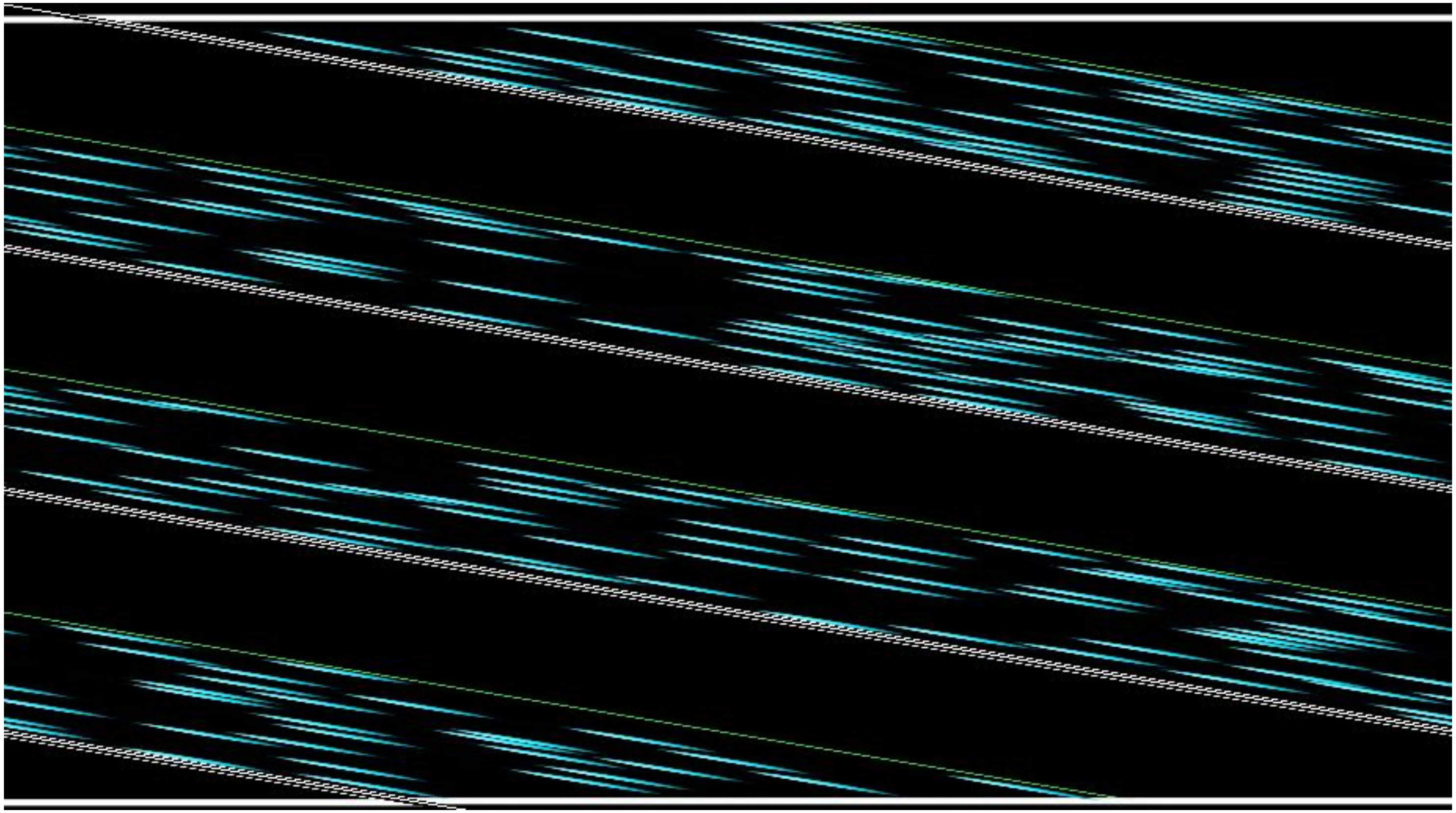
$$J_p = -qD_p \frac{dp}{dx}$$

$$J_n = qD_n \frac{dn}{dx}$$



Nel caso degli elettroni, il segno e’ diverso perche’ la corrente di elettroni ha verso opposto rispetto al loro flusso

Diffusion – gas particles at 50K, 300K, 500K



Simulazione della diffusione di particelle di gas a 50K, 300K, 500K.
Il flusso di diffusione è proporzionale al gradiente di concentrazione delle particelle (legge di Fick). Quando si raggiunge l'equlibrio la concentrazione delle particelle nell'intero volume è uniforme: questo è vero per le particelle di un gas, ma non per gli elettroni in un semiconduttore : PERCHE' ???

PERCHE' GLI ELETTRONI SONO PARTICELLE DOTATE DI CARICA !

Equazioni deriva-diffusione (drift-diffusion)

$$J_{drift} = q\left(p\mu_p + n\mu_n\right)E$$

Deriva

$$J_{diffusion} = q\left(-D_p \frac{dp}{dx} + D_n \frac{dn}{dx}\right)$$

Diffusione

$$\frac{D_p}{\mu_p} = \frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = V_T$$

Relazione di Einstein

lega la diffusione con la deriva

A temperatura ambiente

$V_T \cong 25$ mV

Equazioni drift-diffusion

$$J_{nx}(x) = q\mu_n n(x)\mathrm{E}(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

Densità di corrente complessiva di elettroni

$$J_{px}(x) = q\mu_p p(x)\mathrm{E}(x) - qD_p \frac{dp(x)}{dx}$$

Densità di corrente complessiva di lacune

Perchè la diffusione in un semiconduttore non annulla il gradiente di concentrazione

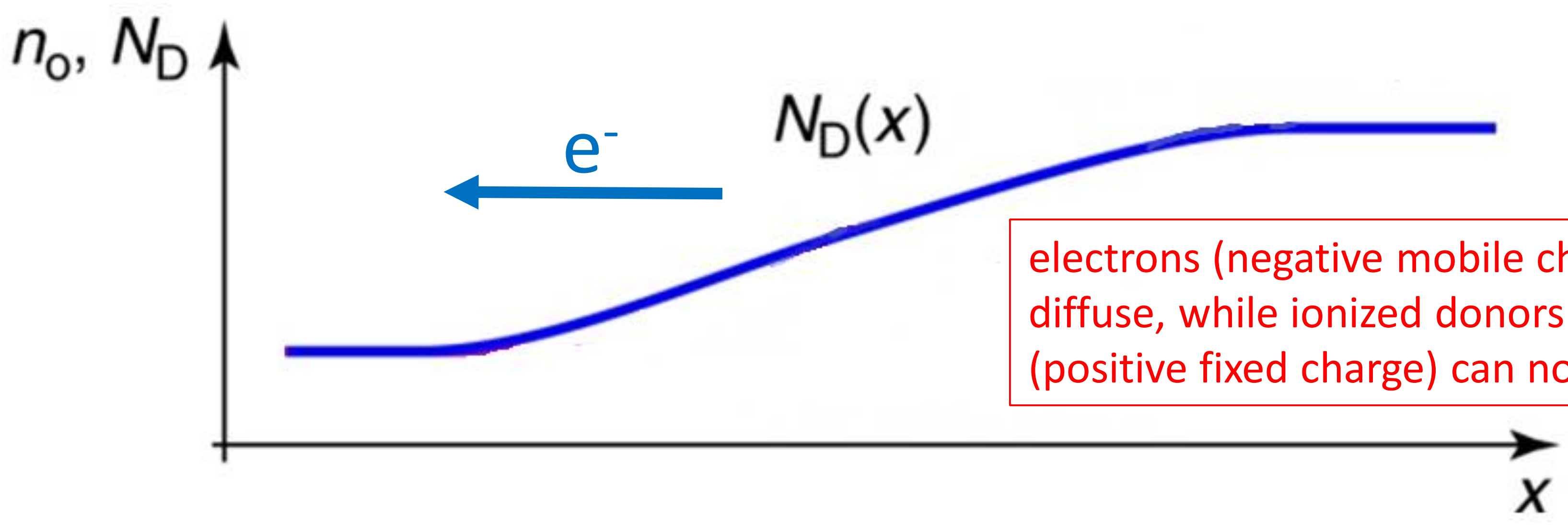
perchè poichè in un semiconduttore elettroni e lacune sono originati rispettivamente da donatori (con carica positiva) e accettori (con carica negativa) quando gli elettroni si allontanano dai donatori (le lacune dagli accettori) si forma un campo elettrico che tende a riportare gli elettroni verso i donatori, fino a che l’effetto del campo elettrico e della diffusione si bilanciano

(idem per le lacune)

Semiconduttore drogato in modo non uniforme in equilibrio

In equilibrio termico ci sono situazioni in cui si può avere un campo elettrico all'interno di un semiconduttore anche senza applicare una tensione dall'esterno

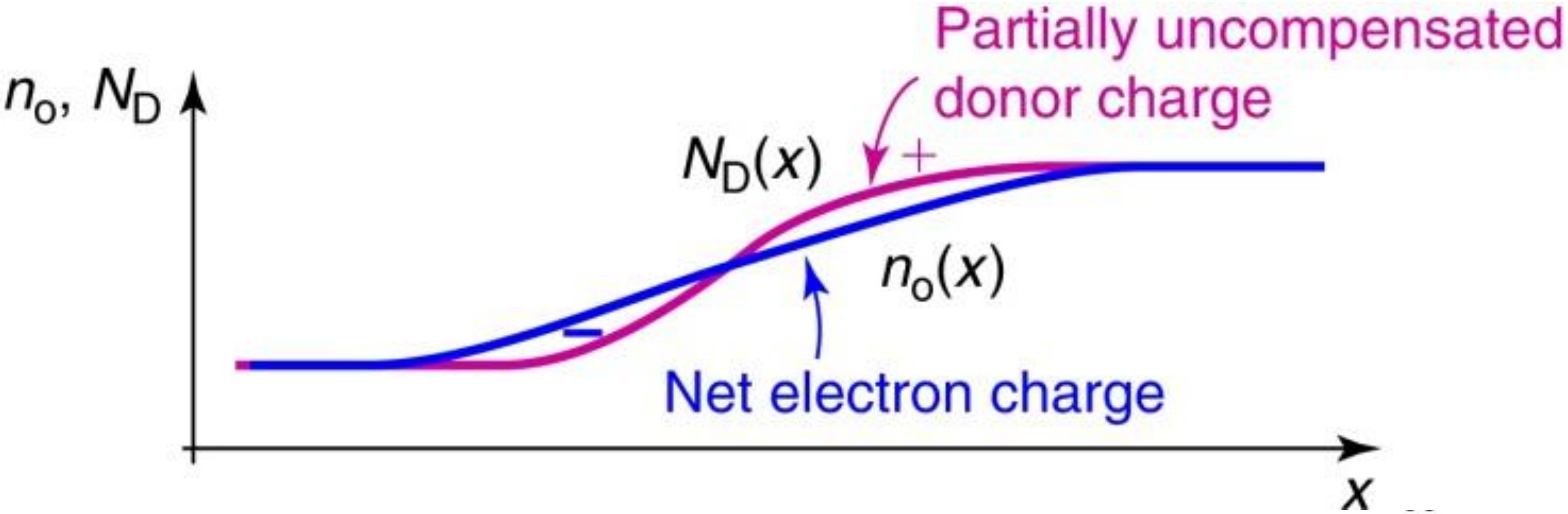
1. supponiamo di introdurre una distribuzione non uniforme dei donatori in a semiconduttore: e supponiamo che tutti i donatori siano ionizzati,
in modo che ci siano n (x) elettroni liberi (negativi) = $N_D^+(x)$ donatori ionizzati (positivi)
2. Il sistema è fuori equilibrio, in quanto vi è un gradiente di portatori liberi;
di conseguenza, gli elettroni tendono a diffondere da destra a sinistra



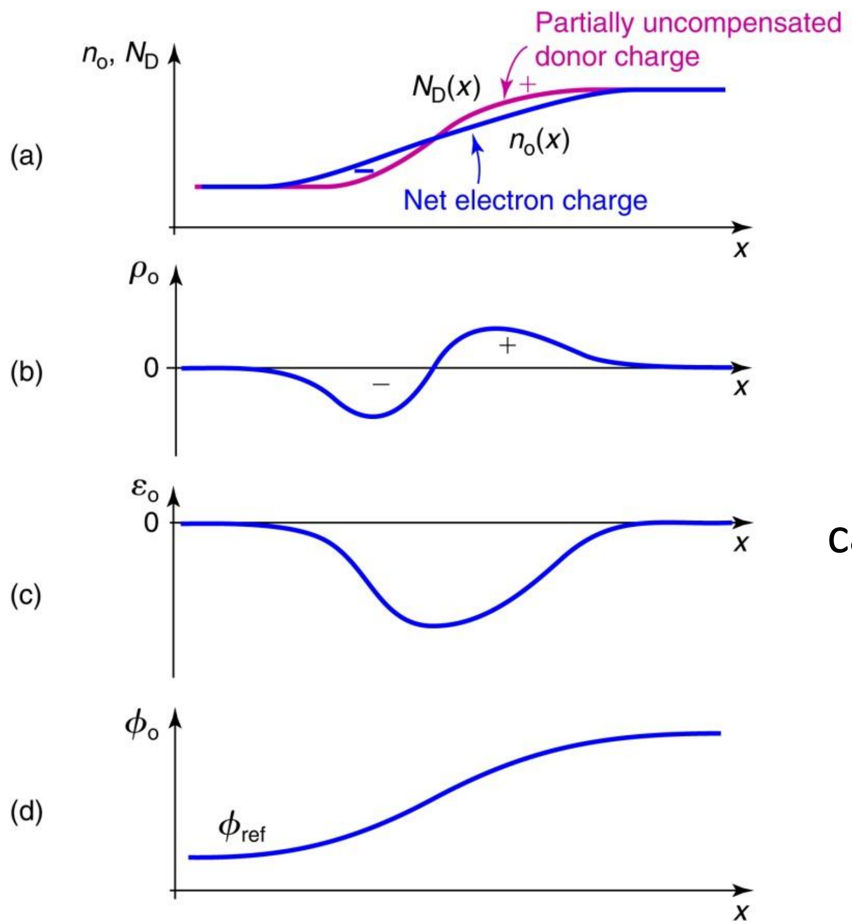
electrons (negative mobile charge) diffuse, while ionized donors (positive fixed charge) can not move !

Semiconduttore drogato in modo non uniforme in equilibrio

3. si crea un dipolo di carica, dovuto allo squilibrio tra gli atomi donatori positivi e la distribuzione di elettroni liberi
4. il dipolo di carica genera un campo elettrico che è diretto da destra a sinistra e tende a bloccare l'ulteriore diffusione degli elettroni
5. l'equilibrio è raggiunto quando l'azione del campo elettrico contrasta esattamente la diffusione degli elettroni; a quel punto non avviene alcuna ulteriore diffusione



Semiconduttore drogato in modo non uniforme in equilibrio



Ora vogliamo calcolare quanto vale la barriera di potenziale (che corrisponde alla barriera di energia divisa per q e cambiata di segno) che all'equilibrio impedisce l'ulteriore diffusione di elettroni (o lacune)

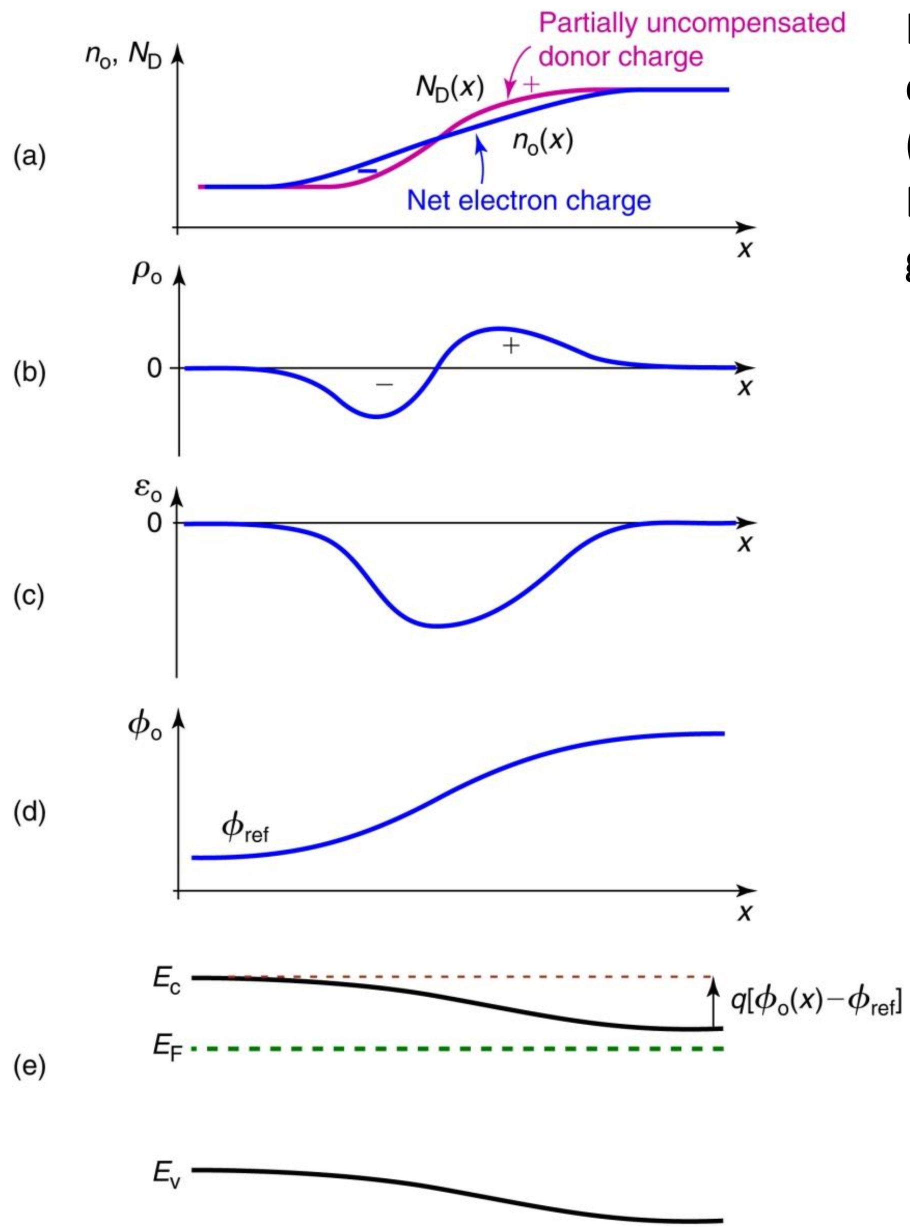
densità di carica netta (positiva meno negativa)
$q(N_D - n_0(x)) = \rho$

campo elettrico $\frac{dE}{dx} = \frac{1}{\varepsilon}\rho(x) = \frac{1}{\varepsilon}q(N_D - n_0(x))$

trascuriamo i portatori minoritari

potenziale

Semiconduttore drogato in modo non uniforme in equilibrio



L'equilibrio è il risultato di un bilanciamento dinamico tra la DERIVA (DRIFT) (conseguente al campo elettrico) e la DIFFUSIONE (DIFFUSION) (conseguente al gradiente di concentrazione)

$$J_n = q\mu_n n_0 E_0 + qD_n \frac{dn_0}{dx} = 0$$

$$q\mu_n n_0 E_0 = -qD_n \frac{dn_0}{dx}$$

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} \qquad E_0 = -\frac{kT}{q}\frac{1}{n_0}\frac{dn_0}{dx}$$

$$\text{we have } E_0 = -\frac{d\emptyset}{dx}$$

$$\frac{d\emptyset}{dx} = \frac{kT}{q}\frac{1}{n_0}\frac{dn_0}{dx}$$

Semiconduttore drogato in modo non uniforme in equilibrio

$$\frac{d\emptyset}{dx} = \frac{kT}{q}\frac{1}{n_0}\frac{dn_0}{dx}$$

$$d\emptyset = \frac{kT}{q}\frac{1}{n_0}dn_0 \text{ ; integrando si ottiene}$$

$$\emptyset_2 - \emptyset_1 = \frac{kT}{q} ln \frac{n_2}{n_1}$$

$$\emptyset_0(x) - \emptyset_{ref} = \frac{kT}{q} ln \frac{n_0(x)}{n_{ref}}$$

Scegliamo $\emptyset_{ref}$ = 0 quando $n_{ref} = n_i$

relazioni di Boltzmann

$$\emptyset_0(x) - \emptyset_{ref} = \frac{kT}{q} ln \frac{n_0(x)}{n_{ref}}$$

Scegliamo $\emptyset_{ref}$ = 0 quando $n_{ref} = n_i$

$$\emptyset_0(x) = \frac{kT}{q} ln \frac{n_0(x)}{n_i}$$

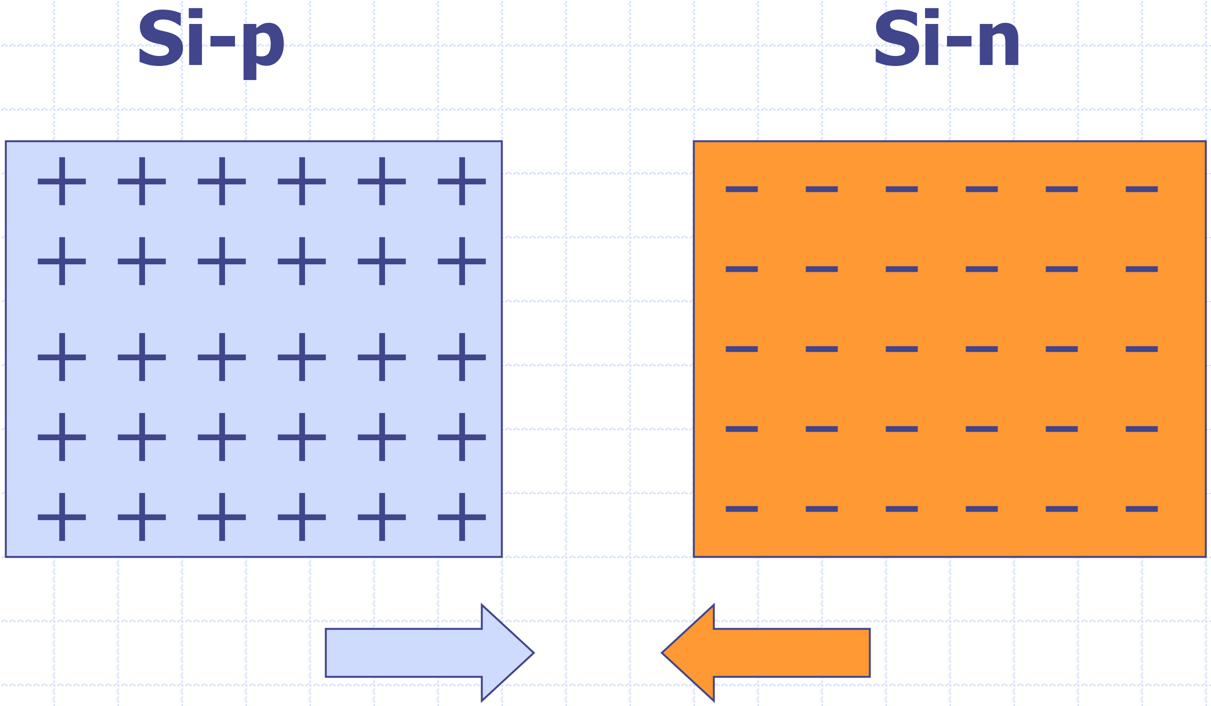
$$n_0(x) = n_i \, exp \frac{q\emptyset_0(x)}{kT}$$

$$p_0(x) = n_i \, exp \frac{-q\emptyset_0(x)}{kT}$$

Relazioni di Boltzmann: all'equilibrio, il rapporto di concentrazione dei portatori liberi in due punti dipende in modo esponenziale dalla differenza di potenziale tra questi due punti.

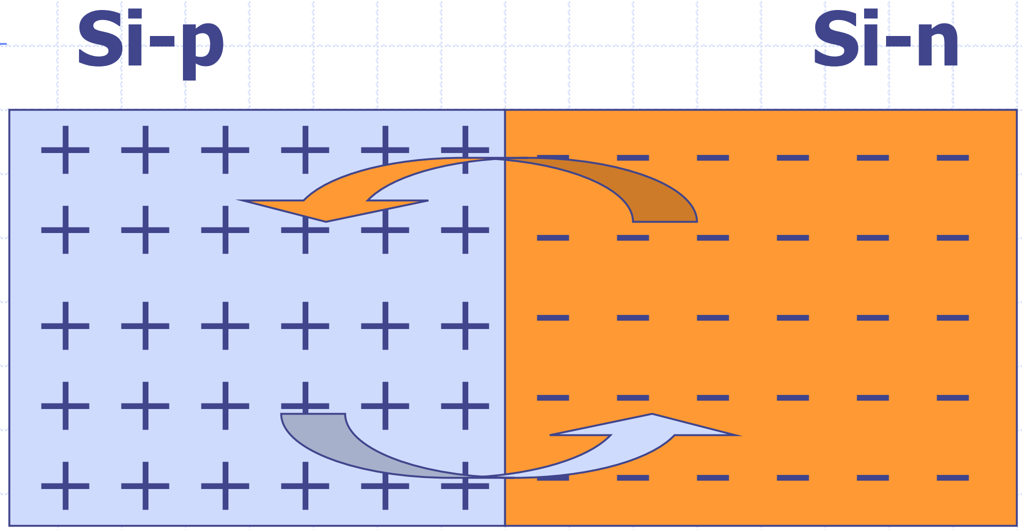
sono coerenti con la legge di azione di massa: $n_0 \times p_0 = n_i^2$

La giunzione *pn*



Supponiamo di avere a disposizione due blocchetti di silicio, uno drogato di tipo p e uno drogato tipo n.
Cosa succede se (idealmente) li mettiamo in contatto?

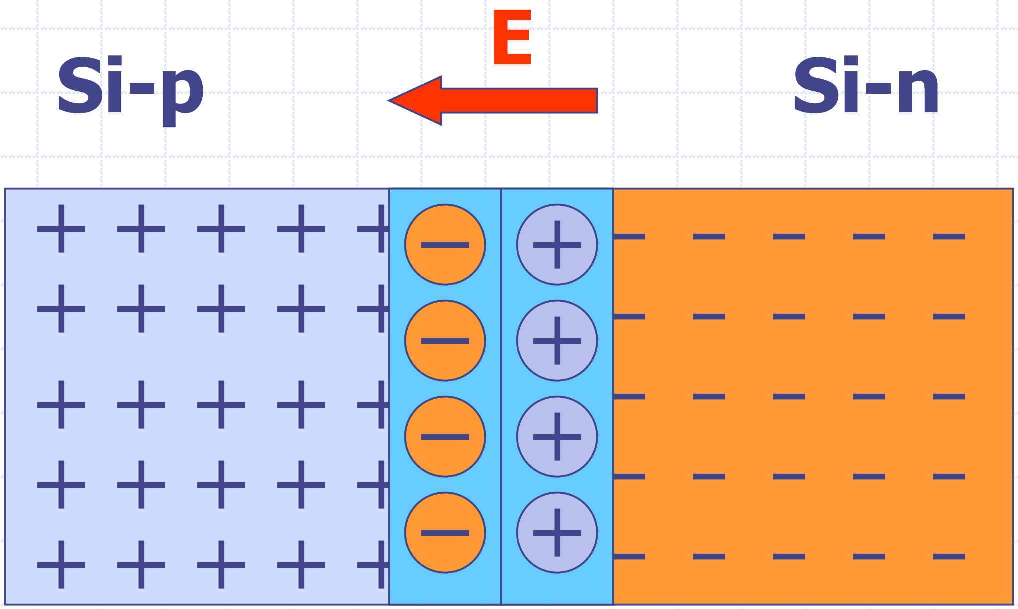
La giunzione *pn*



Se mettiamo a contatto Silicio drogato di tipo p con Silicio drogato tipo n, a causa degli elevati gradienti di concentrazione avremo **diffusione**:

<u>**lacune da Si-p a Si-n**</u> ed <u>**elettroni da Si-n a Si-p**</u>

La giunzione *pn*

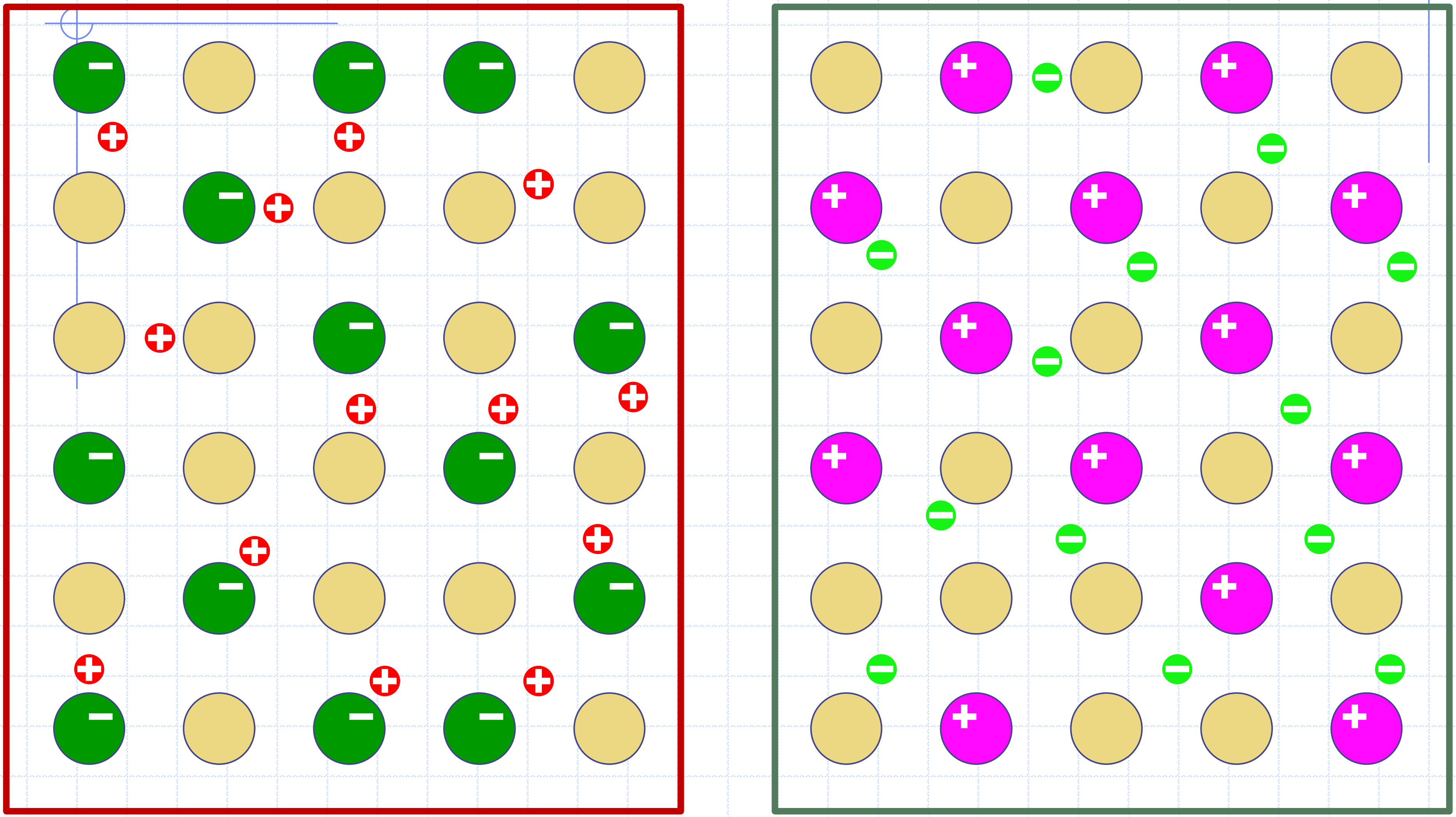


Cosa frena la diffusione?

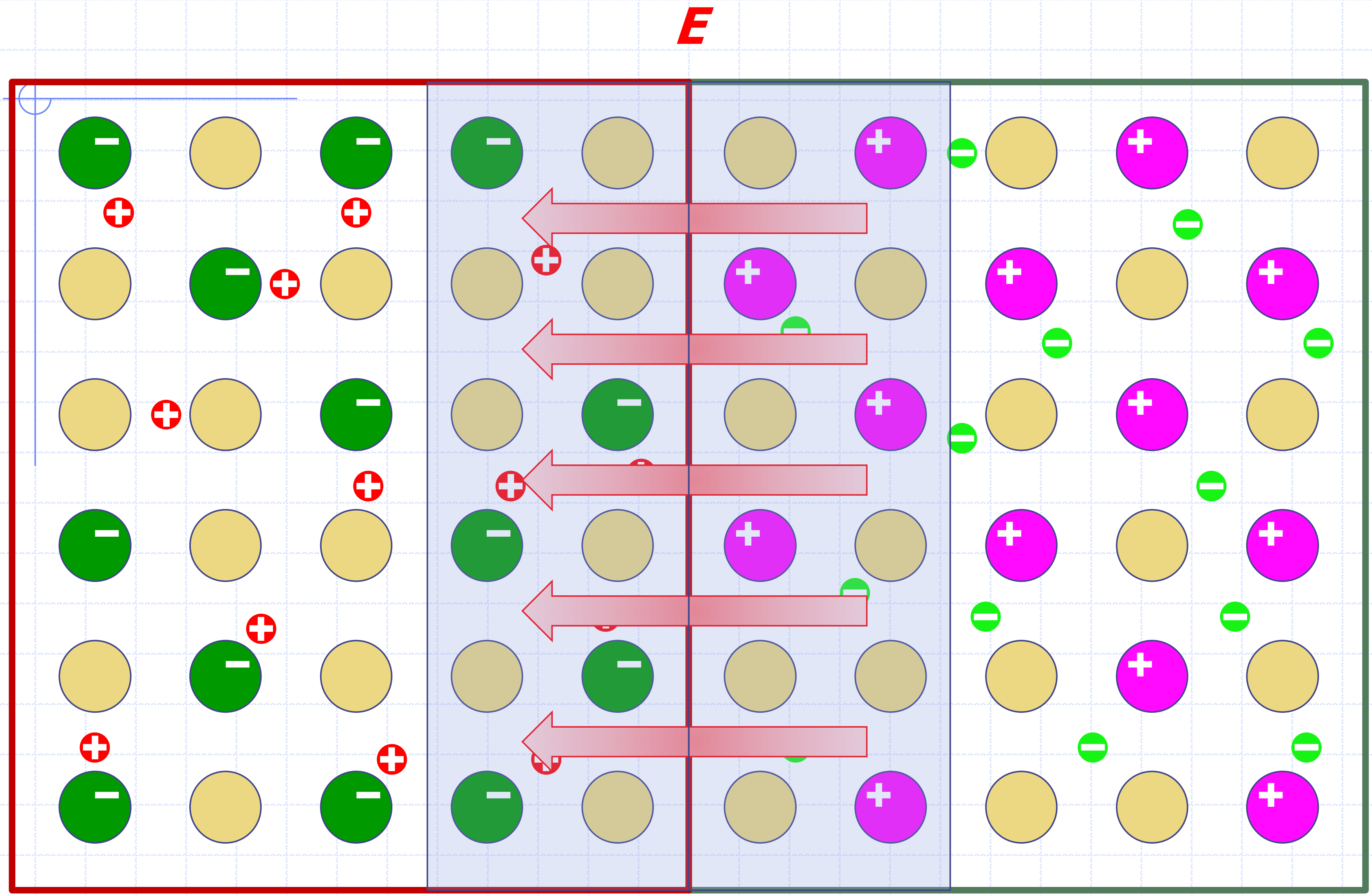
La diffusione di portatori mobili lascia atomi ionizzati che danno luogo ad un CAMPO ELETTRICO, E

Ipotesi di svuotamento completo "a gradino":
l'interfaccia della giunzione risulta completamente svuotata di portatori mobili.

Prima della formazione della giunzione

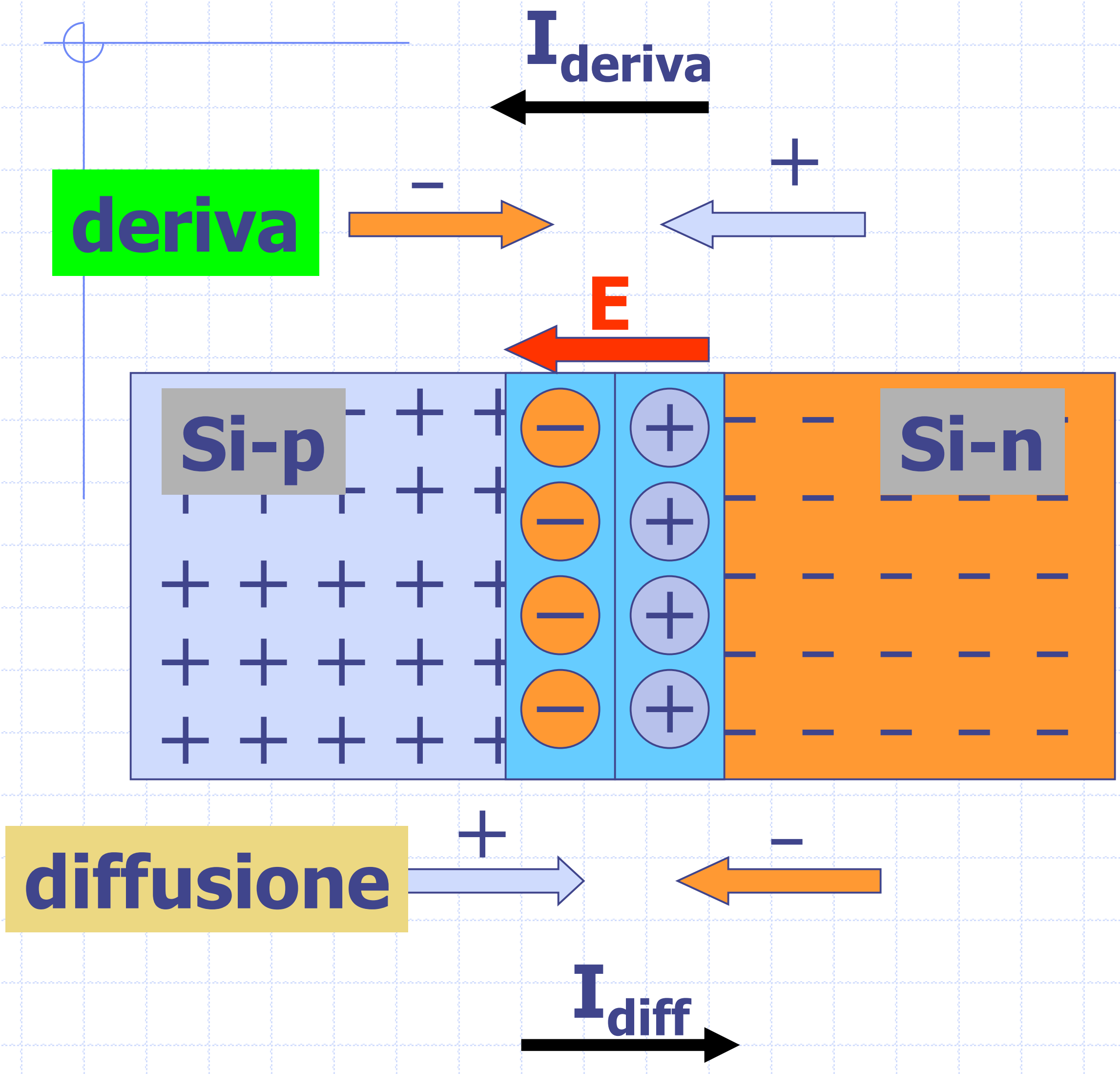


Formazione della RCS



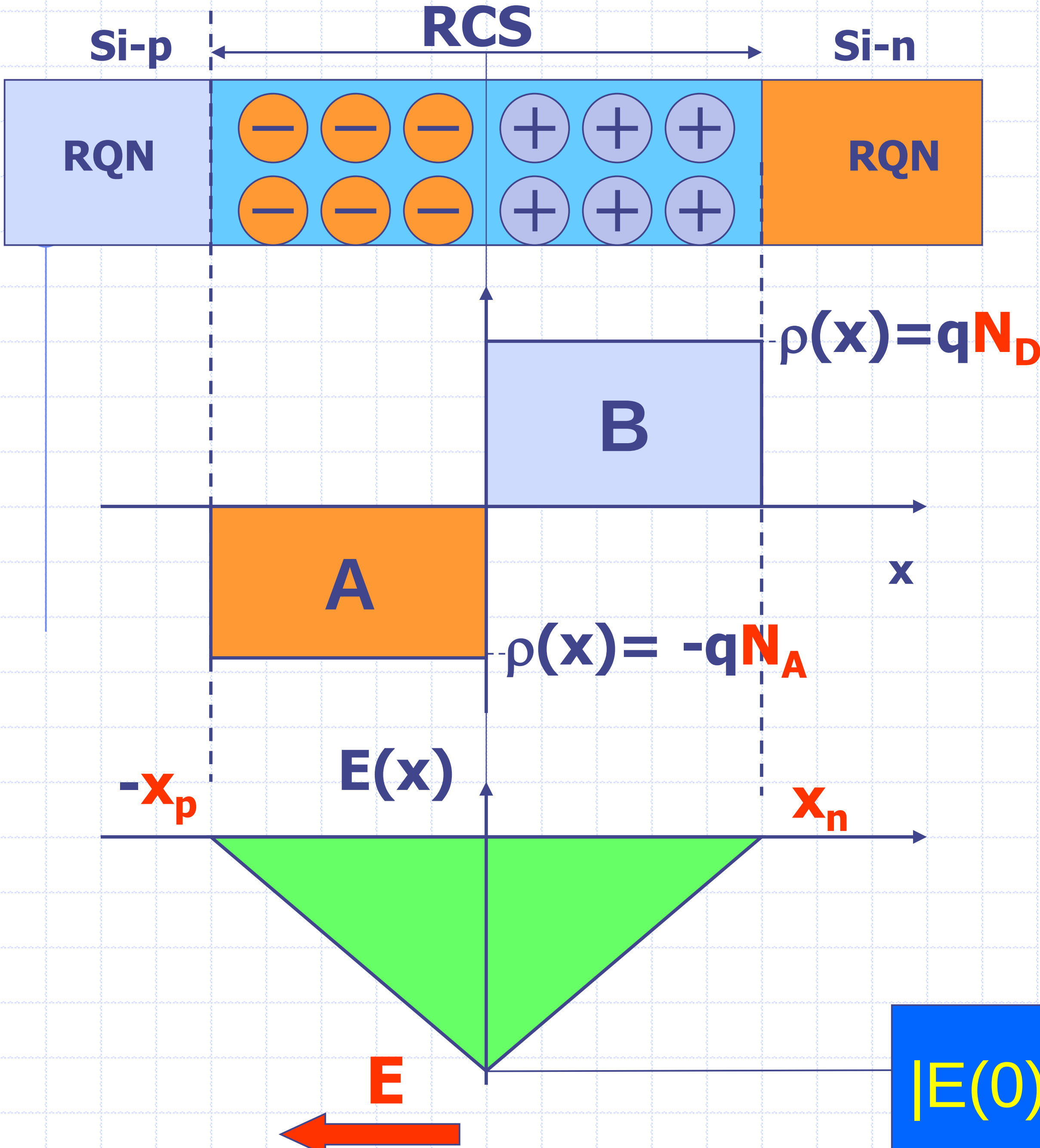
regione di svuotamento

La giunzione *pn all'equilibrio*



Si raggiunge una condizione di equilibrio dinamico nella quale le due componenti di corrente si bilanciano e quindi risulta:

$$I_{diff} = I_{deriva}$$



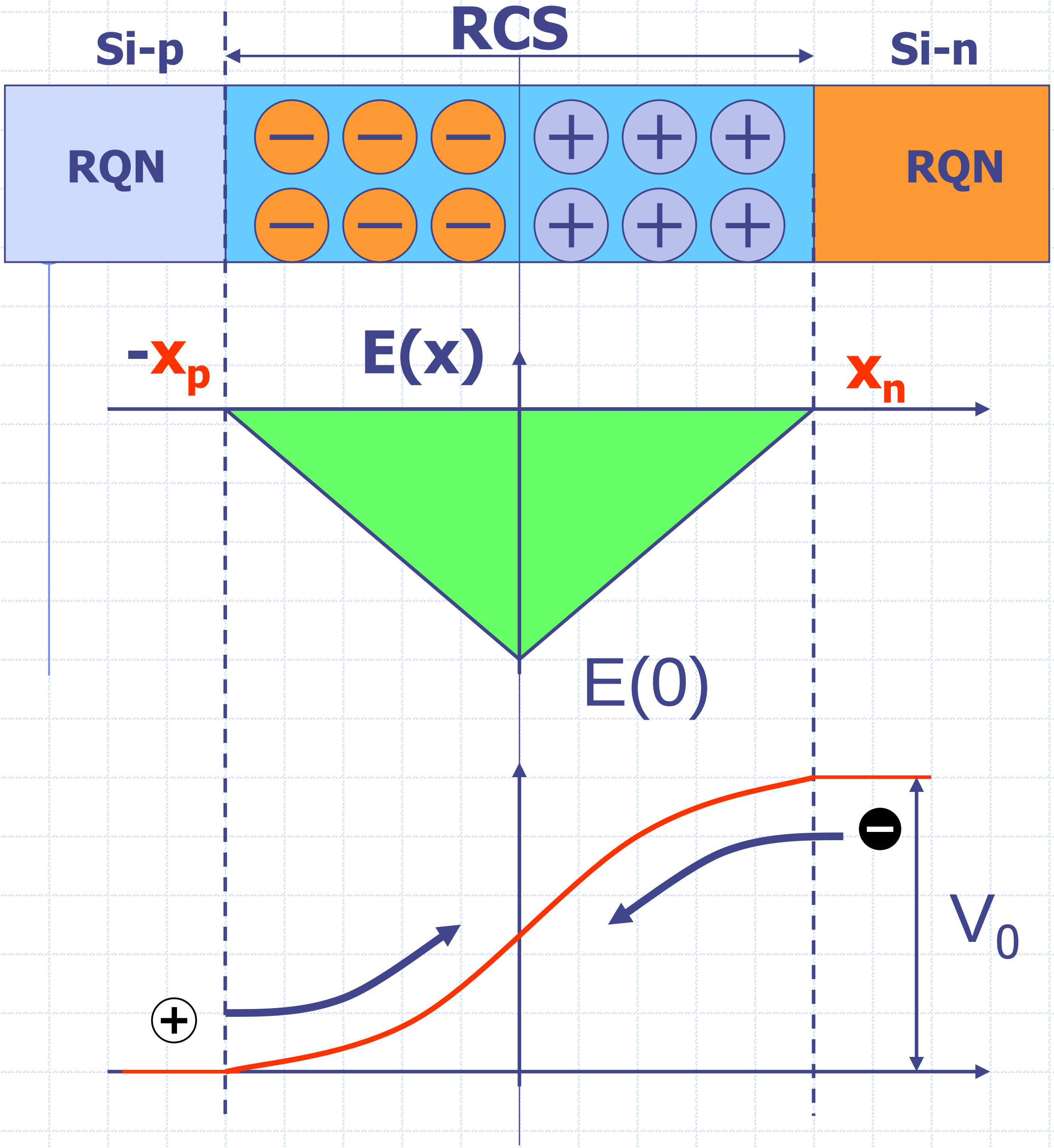
RQN = Regioni Quasi Neutre
RCS = Regione di Carica Spaziale o di Svuotamento

Carica netta e' nulla (A=B).
Usando l'eq. di Poisson:

$$\frac{dE}{dx} = \frac{\rho}{\varepsilon_s}$$

e integrando:

$$|E(0)| = \frac{qN_A x_p}{\varepsilon_s} = \frac{qN_D x_n}{\varepsilon_s}$$



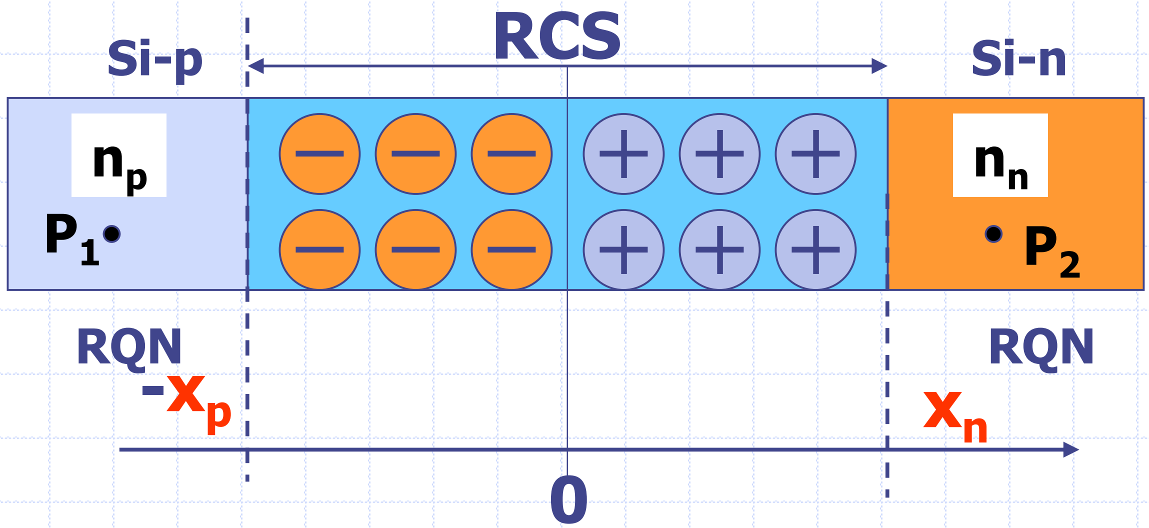
Al campo elettrico E(x) è associata una barriera di potenziale V_0:

$$\frac{dV}{dx} = -E(x)$$

V_0 = area sottesa dal campo elettrico

$$V_0 = \frac{|E(0)|(x_n + x_p)}{2}$$

Calcolo del potenziale di contatto quanto vale la barriera di energia (o di potenziale) che impedisce la diffusione ?



Consideriamo due punti P_1 e P_2 qualsiasi all'interno delle regioni quasi neutre. Le concentrazioni di elettroni nei due punti valgono:

$$P_1 : \quad n_1 = n_p = \frac{n_i^2}{N_A} \qquad\qquad P_2 : \quad n_2 = n_n = N_D$$

Calcolo del potenziale di contatto

$$\frac{dV}{dx} = -E(x)$$

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{kT}{q} = V_T$$

All' equilibrio, la corrente totale di elettroni è nulla (così come quella di lacune):

$$J_{nx}(x) = q\mu_n n(x)E(x) + qD_n \frac{dn(x)}{dx} = 0$$

da cui:

$$n(x)\frac{dV(x)}{dx} = \frac{D_n}{\mu_n}\frac{dn(x)}{dx} \Rightarrow dV = V_T \frac{1}{n} dn$$

Integrando ambo i membri otteniamo:

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = V_T \int_{n_1}^{n_2} \frac{1}{n} dn$$

e quindi:

$$V_2 - V_1 = V_T \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

Analogamente, per le cariche p si può ricavare:

$$V_2 - V_1 = V_T \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$

Potenziale di contatto V_0 all'equilibrio (=è la barriera di potenziale che si oppone alla diffusione)

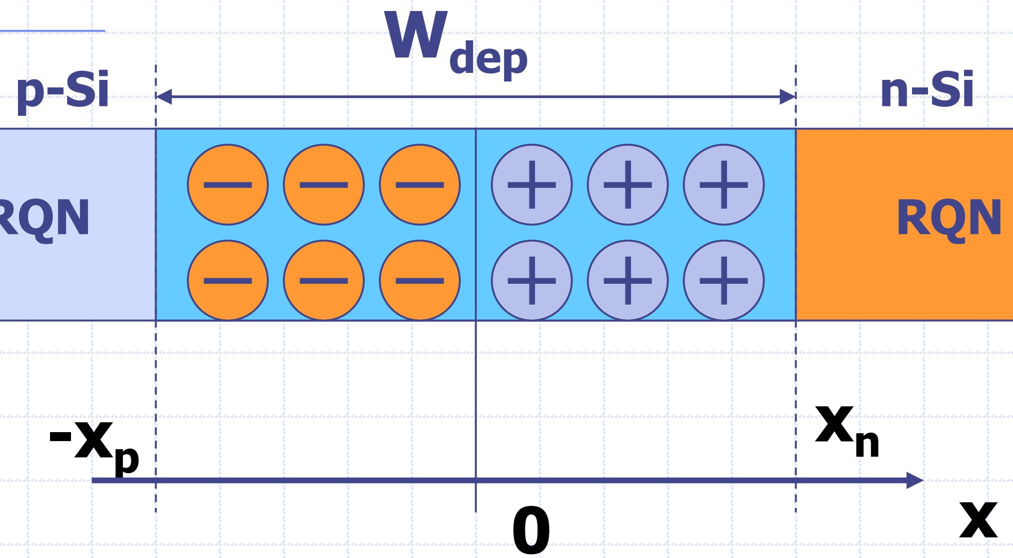
All' equilibrio, le concentrazioni in P_1 e P_2 sono quelle che si hanno nelle zone p e n, cioè $n_1=n_p=n_i^2/N_A$ e $n_2=N_D$. Perciò, sostituendo:

$$V_0=V_2-V_1= V_T \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = V_T \ln\left(\frac{N_D N_A}{n_i^2}\right)$$

Che esprime la tensione di contatto V_0 in condizioni di equilibrio, in funzione delle concentrazioni N_A nella zona p e N_D nella zona n.

Lo stesso risultato si ottiene ragionando sulle cariche p anzichè sulle cariche n.

Giunzione *pn*, *regione di svuotamento*



$$W_{dep} = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\varepsilon_s}{q}\left(\frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D}\right)V_0}$$

$$\frac{x_n}{x_p} = \frac{N_A}{N_D}$$

$\varepsilon_s = 1.04\ 10^{-12}$ F/cm $\qquad 0.1\mu m \leq W_{dep} \leq 1\mu m$

Giunzione *pn* *regione di svuotamento*

$$x_p = \frac{W_{dep}}{1 + \frac{N_A}{N_D}} \qquad x_n = \frac{W_{dep}}{1 + \frac{N_D}{N_A}}$$

Se $N_A >> N_D$, allora $x_p << x_n$
(la regione di svuotamento si estende quasi interamente nella regione n)

Se $N_A << N_D$, allora $x_p >> x_n$
(la regione di svuotamento si estende quasi interamente nella regione p)

La giunzione *pn* all'equilibrio