

文章编号: 1000-4750(2012)03-0212-06

# 索网主动反射面的形状精度调整研究

杜敬利, 保 宏, 杨东武, 崔传贞

(西安电子科技大学电子装备结构教育部重点实验室, 西安 710071)

**摘 要:** 根据柔索的悬链线方程, 推导出索端张力与索端位移之间的线性增量关系, 据此可对索网结构进行精确的力学分析。采用偏差分布向量来描述网面节点相对于设计抛物面的偏差, 以便能够反映出网面上任一节点偏离其理想位置的方向和大小。提出了一种形状精度调整算法, 将设计抛物面的顶点位置和非照明部分的节点位移同时进行优化, 这样既可以满足照明部分的形状精度要求, 又保证调整过程中所做的功最少。数值算例表明: 该文提出的调整方法具有很好的收敛性。

**关键词:** 索网主动反射面; 形状精度调整; 偏差分布; 优化; 非线性分析

**中图分类号:** P111 **文献标志码:** A

## ANALYSIS ON SHAPE ACCURACY ADJUSTMENT OF AN ACTIVE CABLE-MESH REFLECTOR

DU Jing-li, BAO Hong, YANG Dong-wu, CUI Chuan-zhen

(Ministry of Education Key Laboratory of Electronic Equipment Structure, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** The linear incremental relationship between the end force and the end displacement of a cable is deduced based on the analytical catenary in order to construct a rigorous mechanical model for cable-mesh structures. The error distribution vector is introduced to represent the distribution of the shape error with respect to the design paraboloid, thus the direction and magnitude of the divergence of each node on the surface from its ideal position can be reflected. A shape adjustment algorithm is presented in which the position of the vertex of the design paraboloid and the displacement of the nodes out of the illuminated area are optimized. The optimization algorithm guarantees both the shape accuracy within the illuminated area and the minimal work during the adjustment. The numerical example shows that the method proposed achieves a good convergence.

**Key words:** active cable-mesh reflector; shape accuracy adjustment; error distribution; optimization; nonlinear analysis

为适应射电天文学发展的需要, 我国科学家正在筹建新一代 500m 口径大射电望远镜(Five-hundred-meter aperture spherical radio telescope, FAST)<sup>[1]</sup>, 在其设计方案中采用了主动反射面的概念。主动反射面的原理是通过动态调整策略不断地改变反射面板的位置, 使反射面的馈源照明部分能够实时地调整成高精度的旋转抛物面, 见图 1,

这样便可利用普通点馈源实现多频段观测<sup>[2]</sup>。

主动反射面的一种设计方案是采用机械分块结构, 由铝板和刚性支架构成活动反射面<sup>[3]</sup>。每块面板在 3 个作动器的驱动下可沿反射面法向运动。该方案需要大量的运动连接部件, 导致造价高昂, 而可靠性却很低。

为此, 文[4]提出了整体索网反射面的概念, 采

收稿日期: 2010-05-10; 修改日期: 2010-11-17

基金项目: 国家自然科学基金项目(51105290, 51175397)

通讯作者: 杜敬利(1977—), 男, 河北人, 副教授, 博士, 从事柔性结构的力学分析、优化设计与控制的研究(E-mail: jldu@mail.xidian.edu.cn)。

作者简介: 保 宏(1971—), 男, 陕西人, 副教授, 博士, 硕导, 从事控制与结构的协同设计研究(E-mail: bh-029@163.com);

杨东武(1978—), 男, 陕西人, 讲师, 博士, 从事索网结构分析研究(E-mail: ydw\_1978@126.com);

崔传贞(1982—), 男, 山东人, 博士生, 从事索牵引并联机器人设计研究(E-mail: czcui@mail.xidian.edu.cn)。

用柔性索网代替原来的机械分块结构。该方案使用柔性索网支撑反射面板,利用索网柔性大,能够整体协调产生小应变、大变形的特点,在索网节点上输入特定的驱动力或位移时便可使索网网面形成给定的形状。

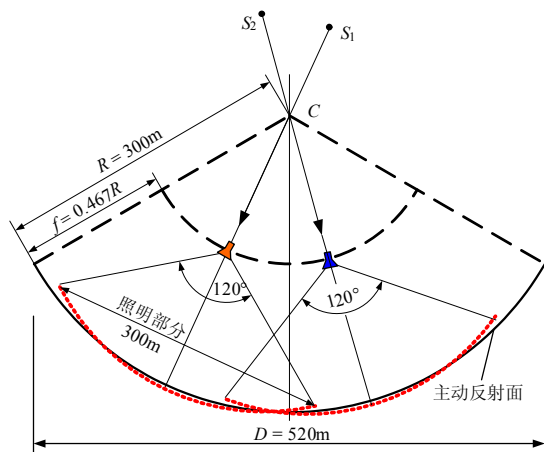


图1 主动反射面的工作原理

Fig.1 Operation principle of the active reflector

方案中,每个索网节点均由沿网面法向的调整索与地基相连,通过改变调整索的张力(调整力)便可对网面形状进行调整。它的实现将成倍降低望远镜的造价,并提高其可靠性。然而天文观测要求在300m尺度的照明区域内实现均方根误差为4mm的表面精度是非常具有挑战性的<sup>[5]</sup>。

索网反射面也广泛应用于星载展开天线中,使用时要求索网表面及调整索都处于张紧状态。调整过程中大多要求仅出现较小的弹性变形,被调整的各节点之间的位移耦合很小,易于实现索网局部形状的改善<sup>[6]</sup>。索网形状的调整常根据工程经验采用试凑的方式进行<sup>[7]</sup>,通过反复的测量修正来达到某一精度,调整工作量较大。也有一些文献中采用优化策略进行索网形状调整<sup>[8]</sup>,计算量大且有时难以收敛到理想的目标值。需要指出的是,在这些研究中,理想反射面的位置都是事先确定的,仅要求形状精度,不需要保证调整时所做的功是最小的。

大射望远镜索网主动反射面的初始位置平衡在一半径为 $R$ 的基本球面上<sup>[9]</sup>,跟踪天体时需要进行大范围的调整运动,要求照明部分的形状实时调整成一旋转抛物面,而对非照明部分的形状没有限制。当待调整抛物面的顶点位置(顶点到球反射面中心 $C$ 的距离)给定时,抛物面的位置和形状是完全确定的,文<sup>[10]</sup>对此时的调整算法进行了研究。可以看出,如果抛物面顶点距离基本球面太远会导

致调整时需要很大的调整力,而距离太近则可能会使索网局部出现松弛。同时,在不同的顶点位置处,通过不同的调整力配置将照明部分张拉成抛物面时,调整力所做的功也不相同,但文<sup>[10]</sup>中并没有给出确定抛物面顶点位置的方法。

本文将对主动反射面的调整进行优化设计,目标是寻找到恰当的顶点位置和调整力的组合,既能保证反射面的精度要求,还可使得张拉成抛物面时调整力所做的功最少,这样可以有效地降低主动反射面运行时的动力成本。本文还推导出了目标函数的导数,令其为零便可得到每次调整时的最优顶点位置与调整力,因此,调整时的计算量较小。

## 1 柔索的力学分析

考虑长为 $L$ 的柔索在自重作用下保持平衡,其弹性模量为 $E$ ,横截面积为 $A$ ,单位长度的重量为 $q_0$ ,如图2所示。定义重力沿 $z$ 轴负向。此时柔索的形状可用悬链线方程来精确描述。柔索投影与索端张力之间的关系为<sup>[11]</sup>:

$$\Phi_x^c = -F_x \left[ \frac{L}{EA} + \frac{1}{q_0} \ln \frac{F_{2z} + T_2^c}{T_1^c - F_z} \right] \quad (1)$$

$$\Phi_z^c = \frac{1}{2EAq_0} (T_2^{c2} - T_1^{c2}) + \frac{T_2^c - T_1^c}{q_0} \quad (2)$$

其中:

$$\mathbf{F}_1^c = [F_x \quad F_z]^T; \quad \mathbf{F}_2^c = [F_{2x} \quad F_{2z}]^T; \\ T_1^c = \|\mathbf{F}_1^c\|; \quad T_2^c = \|\mathbf{F}_2^c\| \quad (3)$$

并且 $F_x = -F_{2x}$ ,  $F_z + F_{2z} = q_0 L$ 。

对式(1)和式(2)做一阶 Taylor 展开,忽略高次项并写成向量形式,得:

$$\Delta \mathbf{x}_2^c - \Delta \mathbf{x}_1^c = \frac{\partial \Phi^c}{\partial \mathbf{F}_1^c} \Delta \mathbf{F}_1^c \quad (4)$$

其中: $\Phi^c = [\Phi_x^c \quad \Phi_z^c]^T$ ;  $\mathbf{x}_1^c$ 和 $\mathbf{x}_2^c$ 为柔索两端点的位置向量。式(4)中导数的具体表达式详见文<sup>[9]</sup>。

由式(4)知索端张力的增量可以表示为:

$$\Delta \mathbf{F}_1^c = \mathbf{k}_c^c (\Delta \mathbf{x}_2^c - \Delta \mathbf{x}_1^c) \quad (5)$$

对于另一端点,有:

$$\Delta \mathbf{F}_2^c = -\Delta \mathbf{F}_1^c = -\mathbf{k}_c^c (\Delta \mathbf{x}_2^c - \Delta \mathbf{x}_1^c) \quad (6)$$

式中:  $\mathbf{k}_c^c = \left[ \frac{\partial \Phi^c}{\partial \mathbf{F}_1^c} \right]^{-1}$ 。

式(5)和式(6)合并成矩阵形式,为:

$$\Delta \bar{\mathbf{F}}^c = \bar{\mathbf{K}}_c^c \Delta \bar{\mathbf{x}}^c \quad (7)$$

式中:  $\Delta \bar{\mathbf{F}}^c = [\Delta \mathbf{F}_1^{cT} \ \Delta \mathbf{F}_2^{cT}]^T$ ;  $\Delta \bar{\mathbf{x}}^c = [\Delta \mathbf{x}_1^{cT} \ \Delta \mathbf{x}_2^{cT}]^T$ ;  
 $\bar{\mathbf{K}}_c^c = \begin{bmatrix} -\mathbf{k}_c^c & \mathbf{k}_c^c \\ \mathbf{k}_c^c & -\mathbf{k}_c^c \end{bmatrix}$ 。

将式(7)中索单元的节点力增量  $\Delta \bar{\mathbf{F}}^c$  和位移增量  $\Delta \bar{\mathbf{x}}^c$  以及增量矩阵  $\bar{\mathbf{K}}_c^c$  由柔索局部坐标系转换到全局坐标系中, 分别与  $\Delta \mathbf{F}^c$ 、 $\Delta \mathbf{x}^c$  和  $\mathbf{K}_c^c$  对应。这样, 使用通用的有限元装配程序便可组装成柔索结构的整体平衡方程, 有:

$$\Delta \mathbf{F} = \mathbf{K}_c \Delta \mathbf{x} \quad (8)$$

式中:  $\Delta \mathbf{F}$  和  $\Delta \mathbf{x}$  分别为柔索结构的节点力增量和节点位移增量;  $\mathbf{K}_c = \sum_c \mathbf{K}_c^c$ , 这里  $\sum_c$  为有限元装配操作符。

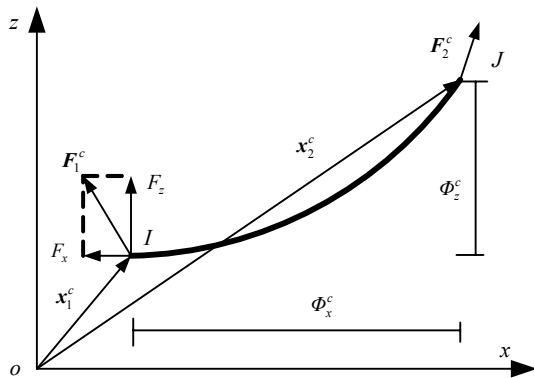


图2 悬链线索单元

Fig.2 Catenary cable element

## 2 索网反射面的表面形状精度调整

设计要求索网反射面的初始时刻平衡在基本球面上, 跟踪天体运动时将馈源照明部分的区域调整成一定精度的旋转抛物面。

为此, 在基本球面的球心处建立直角坐标系,  $Z$  轴竖直向上, 在  $Z'$  轴指向天体的随动坐标系  $OX'Y'Z'$  中对应的设计抛物面方程为:

$$x_0^2 + y_0^2 = 4f(z_0 + h) \quad (9)$$

其中,  $h$  为抛物面顶点沿  $Z'$  轴的偏移量, 该值不同时网面节点所需的调整量也不相同。网面调整的目的在于使照明部分的网面节点均位于设计抛物面上。由于馈源位置可以改变, 故可将  $h$  做为变量, 应当选择合适的  $h$  值使得调整时调整力所做的功最少。

对于索网上任一节点  $A(x, y, z)^T$ , 由点  $A$  向设计抛物面作垂线交于点  $C$ , 如图3所示。考虑到设计抛物面与基本球面非常接近, 可近似认为该向量沿球面法向。由于设计时要求调整索均沿球面法向布置, 故当调整索张力(长度)改变时节点  $A$  的位移表

现为沿球面法向的移动, 而沿球面切向的位移可以忽略不计。

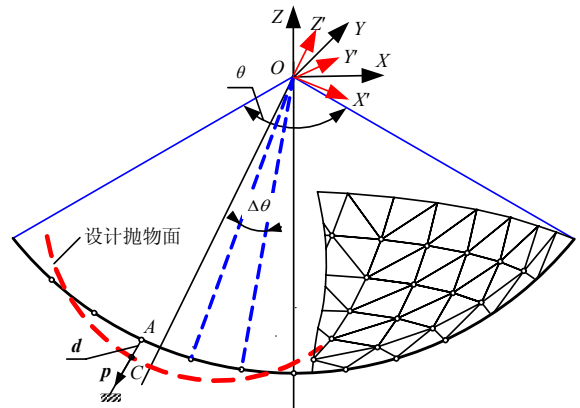


图3 节点相对于设计抛物面的偏差

Fig.3 Divergence of node with respect to design paraboloid

将点  $A$  处沿球面法向的单位向量记为:

$$\mathbf{p} = [p_x \ p_y \ p_z]^T \quad (10)$$

令  $AC=d$ , 此处  $d$  为代数量, 当节点  $A$  位于设计抛物面内侧时为正, 反之为负。这样点  $C$  的坐标可以表示为:

$$\begin{cases} x_0 = x + p_x d \\ y_0 = y + p_y d \\ z_0 = z + p_z d \end{cases} \quad (11)$$

这里, 将设计抛物面上的点  $C$  称为  $A$  的参考节点,  $d$  称为节点  $A$  的偏差, 向量  $\mathbf{p}$  称为节点  $A$  的参考方向。这样, 点  $A$  相对于参考节点  $C$  的偏差及其方向可用向量的形式表示为:

$$\mathbf{d} = \mathbf{p} \cdot d \quad (12)$$

称为节点  $A$  的偏差向量。因为节点  $C$  位于设计抛物面上, 故其坐标满足式(9)。将式(11)代入式(9), 略去二次项, 解得偏差:

$$d = \gamma + \eta h \quad (13)$$

这里:  $\gamma = -\frac{x^2 + y^2 - 4fz}{2p_x x + 2p_y y - 4fp_z}$ ,

$$\eta = -\frac{-4f}{2p_x x + 2p_y y - 4fp_z}。$$

可以看出,  $\gamma$  和  $\eta$  仅与调整前的节点坐标有关。

设整个反射面网面的节点总数为  $N$ , 将网面节点分为 2 部分, 其中照明部分的节点记为集合  $C$ , 节点数目为  $n$ , 非照明部分的节点记为集合  $B$ , 节点数目为  $m=N-n$ 。对于照明部分的网面节点, 记  $\mathbf{d}_c = [\mathbf{d}_{c1}^T, \mathbf{d}_{c2}^T, \dots, \mathbf{d}_{cn}^T]^T$ , 称为照明部分节点的偏差分布向量。调整时施加在照明部分和非照明部分

节点上的调整力分别为  $\mathbf{f}_c$  和  $\mathbf{f}_b$ ，对应的调整力增量分别为  $\Delta\mathbf{f}_c$  和  $\Delta\mathbf{f}_b$ 。

由式(13)可知，照明部分任一节点  $i(i \in C)$  的位移均可分解为 2 部分，即：

$$\mathbf{d}_i = \mathbf{p}_i \gamma_i + \mathbf{p}_i \eta_i h \quad (14)$$

于是，照明部分节点的偏差分布向量  $\mathbf{A}_c$  可表示为：

$$\mathbf{A}_c = [\mathbf{p}_{c1}^T \gamma_{c1}, \mathbf{p}_{c2}^T \gamma_{c2}, \dots, \mathbf{p}_{cn}^T \gamma_{cn}]^T + [\mathbf{p}_{c1}^T \eta_{c1}, \mathbf{p}_{c2}^T \eta_{c2}, \dots, \mathbf{p}_{cn}^T \eta_{cn}]^T h = \mathbf{s}_\gamma + \mathbf{s}_\eta h \quad (15)$$

索网中照明部分的表面均方根误差可以表示为：

$$\delta_c = \sqrt{\mathbf{A}_c^T \mathbf{A}_c / n} \quad (16)$$

为使照明部分的节点位于设计抛物面上，调整时仅需使得该部分的节点位移  $\Delta\mathbf{u}_c$  满足：

$$\Delta\mathbf{u}_c = \mathbf{A}_c \quad (17)$$

而位于照明部分外的节点位移并没有要求。调整时需满足静平衡方程式(8)，将节点顺序按照照明部分和非照明部分重新排列(需对相应的矩阵和向量进行行变换)，则式(8)可改写为分块矩阵的形式，为：

$$\Delta\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{f}_c \\ \Delta\mathbf{f}_b \end{bmatrix} = \mathbf{K} \begin{bmatrix} \Delta\mathbf{u}_c \\ \Delta\mathbf{u}_b \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中： $\Delta\mathbf{u}_b$  为非照明部分的节点位移向量； $\mathbf{K}$  为对式(8)中的刚度矩阵  $\mathbf{K}_c$  进行相应行变换后对应的矩阵； $\Delta\mathbf{f}$  为调整力增量  $\Delta\mathbf{F}$  进行相应行变换后对应的向量。

调整时仅要求照明部分的节点位于某一特定位置的抛物面上(由参数  $h$  确定)，而非照明部分的节点位移是自由的。为此，以抛物面顶点位置参数  $h$  和非照明部分节点的位移  $\Delta\mathbf{u}_b$  作为设计变量，以调整过程中调整力所做的功最少为目标，提出如下的优化模型：

$$\begin{aligned} \text{I find } \mathbf{x} &= [h \ \Delta\mathbf{u}_b^T]^T \\ \min \quad W &= \int (\mathbf{f}_c^T d\Delta\mathbf{u}_c + \mathbf{f}_b^T d\Delta\mathbf{u}_b) \\ \text{s. t.} \quad \Delta\mathbf{f}_c &= \mathbf{K} \Delta\mathbf{u}_c \end{aligned} \quad (19)$$

$$\Delta\mathbf{f}_b = \mathbf{K} \Delta\mathbf{u}_b \quad (20)$$

$$\Delta\mathbf{u}_c = \mathbf{A}_c = \mathbf{s}_\gamma + \mathbf{s}_\eta h \quad (21)$$

调整过程中调整力所做的功可近似表示为：

$$W = (\mathbf{f}_c + 0.5\Delta\mathbf{f}_c)^T \Delta\mathbf{u}_c + (\mathbf{f}_b + 0.5\Delta\mathbf{f}_b)^T \Delta\mathbf{u}_b \quad (22)$$

将约束方程式(19)~式(21)代入式(22)，有：

$$\begin{aligned} W &= 0.5\mathbf{s}_\eta^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta h^2 + (\mathbf{f}_c^T \mathbf{s}_\eta + \mathbf{s}_\gamma^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta) h + \mathbf{f}_c^T \mathbf{s}_\gamma + \\ &\quad 0.5\mathbf{s}_\gamma^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\gamma + \mathbf{f}_b^T \Delta\mathbf{u}_b + 0.5\Delta\mathbf{u}_b^T \mathbf{K} \Delta\mathbf{u}_b \end{aligned} \quad (23)$$

由于调整前的索网平衡状态是已知的，式(23)

中  $\mathbf{f}_c$  和  $\mathbf{f}_b$  为调整前的调整索张力，是已知量。 $\mathbf{s}_\gamma$  和  $\mathbf{s}_\eta$  与调整前照明部分的节点位置有关，也是已知量。这样，优化模型 I 变为如下无约束优化：

$$\begin{aligned} \text{II find } \mathbf{x} &= [h \ \Delta\mathbf{u}_b^T]^T \\ \min \quad W &= W(h, \Delta\mathbf{u}_b) \end{aligned} \quad (24)$$

将目标函数对设计变量求导并令导数为零，得：

$$\frac{\partial W}{\partial h} = \mathbf{s}_\eta^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta h + (\mathbf{f}_c^T \mathbf{s}_\eta + \mathbf{s}_\gamma^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta) = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \Delta\mathbf{u}_b} = \mathbf{K} \Delta\mathbf{u}_b + \mathbf{f}_b = 0 \quad (26)$$

由式(25)可得，抛物面的顶点位置参数为：

$$h = -\frac{\mathbf{f}_c^T \mathbf{s}_\eta + \mathbf{s}_\gamma^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta}{\mathbf{s}_\eta^T \mathbf{K} \mathbf{s}_\eta} \quad (27)$$

将式(27)代入式(21)可得照明部分的节点位移  $\Delta\mathbf{u}_c$ 。由式(26)得非照明部分的节点位移：

$$\Delta\mathbf{u}_b = -\mathbf{K}^{-1} \mathbf{f}_b \quad (28)$$

据此，由式(18)得到对应的调整力增量  $\Delta\mathbf{f}$ ，进行相应的行逆变换后得到  $\Delta\mathbf{F}$ 。于是第  $k$  次迭代时的调整力可以修正为：

$$\mathbf{F}^{(k+1)} = \mathbf{F}^{(k)} + \Delta\mathbf{F}^{(k)} \quad (29)$$

由于每次迭代时需要重新形成刚度矩阵  $\mathbf{K}$ ，计算量较大，为此稍做修改，迭代若干次之后，更新矩阵  $\mathbf{K}$  再进行以后的迭代，这种修正方法效果较好。

### 3 数值算例

初始设计时采用六环三向索网，将反射球面分为 6 个对称扇形曲面，网面的构成包括沿径向的主索，环向的副索和连接内外层的次索，它们将网面划分成近似均匀的三角形网格，见图 3，其 1/6 部分的俯视图如图 4 所示。索网节点采用单根调整索与地基相连，处于初始平衡状态时调整索均沿球面法向向外牵引。

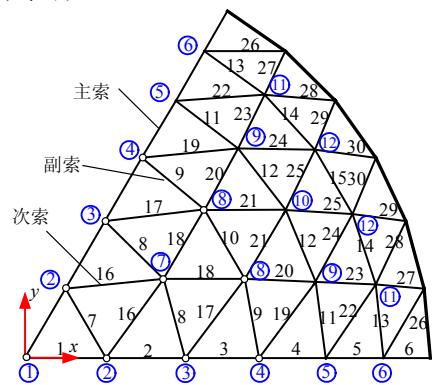


图 4 索网节点和单元的变量归并

Fig.4 Variable classification of node and element of cable-mesh

与 FAST50m 模型对应,基本球面半径  $R=30\text{m}$ , 初始平衡状态时所有节点均位于球面上,各环主索对应的圆心角都相等,为  $\Delta\theta=\theta/(2N_e)$ ,其中  $\theta=120^\circ$ ,网面环数  $N_e=6$ 。这样,对于第  $e$  环的索段,对应的节点构成边数为  $6e$ ,半径为  $r_e=R\cdot\sin(e\cdot\Delta\theta)$  的正多边形,调整索固定端在相应调整节点的球面法向外侧,相距  $1.5\text{m}$ ,如图 3 和图 4 所示。

索网反射面中利用三角形网格逼近抛物面时产生的网面误差称为原理误差,设计要求此误差不能超过总体误差的  $1/3$ ,可以此来确定索网网格的大小。而调整时仅要求将网面节点调整到理想抛物面上即可达到指定的形面精度。暂定网面中的柔索物理参数均相同:弹性模量  $E=2.058\times10^{11}\text{Pa}$ ,横截面积  $A=1.187\times10^{-5}\text{m}^2$ ,密度  $\rho=9.5535\times10^3\text{kg/m}^3$ 。这里,算例中为减少需要列出的数据量,设定照明部分位于正中央位置,根据索网的对称性进行变量归并,其中节点位置归并为 12 类,柔索归并为 30 类,其分类编号见图 4。图 4 中“。”表示需要调整的节点,整个网面共计 37 个节点需要调整,粗实线表示索网的最外缘,该处节点固定不动。

调整过程是通过改变调整索的张力(索长)进行

的,这样,索网节点上的载荷始终都是沿调整索方向的。因此,仿真调整时将由式(18)得到的载荷增量沿调整索的方向进行分解,把沿调整索方向的分量作为调整力的实际改变量。

为防止调整过程发散,设定每次调整时网面节点的位移幅值不能超过上限值  $5\text{mm}$ ,调整中照明部分的均方根误差变化过程如图 5 所示。初始时刻,  $\delta_c=0.030\text{m}$ ,在第 1 次及第 6 次调整时更新矩阵  $\mathbf{K}$ ,调整过程迅速收敛,最后达到  $\delta_c=1.0\times10^{-8}\text{m}$ 。调整前后,索网中典型节点的初始位置、调整位移和调整后的牵引力在表 1 中给出。

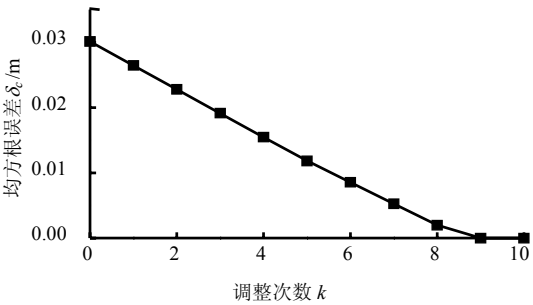


图 5 均方根误差的收敛过程  
Fig.5 Convergence of root-mean-square error

表 1 节点初始位置、调整位移和调整后的牵引力  
Table 1 Initial position, displacements and drag forces of nodes after adjustments

节点序号	$X_0/\text{m}$	$Y_0/\text{m}$	$Z_0/\text{m}$	$UX/\text{mm}$	$UY/\text{mm}$	$UZ/\text{mm}$	$FX/\text{N}$	$FY/\text{N}$	$FZ/\text{N}$	合力 $F/\text{N}$
①	0.0000	0.0000	-30.0251	0.000	0.00	-25.072	0.0	0.0	-6401.1	6401.1
②	5.2082	0.0000	-29.5411	-1.219	0.00	3.196	932.9	0.0	-5277.2	5359.1
③	10.2497	0.0000	-28.1504	-10.877	0.00	40.379	1457.2	0.0	-4032.8	4288.0
④	15.0158	0.0000	-26.0016	15.813	0.00	-20.860	2623.4	0.0	-4567.2	5267.0
⑤	19.2843	0.0000	-22.9814	0.643	0.00	-0.037	2461.3	0.0	-2935.1	3830.5
⑥	22.9816	0.0000	-19.2837	0.280	0.00	-0.029	2269.5	0.0	-1904.7	2962.9
⑦	8.8772	5.1253	-28.1501	-8.722	-5.035	40.682	1412.1	815.3	-4520.5	4805.6
⑧	14.1103	5.1357	-26.0016	14.930	5.426	-20.812	2764.9	1006.4	-5123.2	5908.0
⑨	18.6269	4.9908	-22.9815	0.345	-0.154	-0.155	2757.5	739.6	-3403.0	4442.0
⑩	16.7004	9.6420	-22.9816	0.224	0.129	-0.263	3056.7	1764.8	-4206.6	5491.2
⑪	22.4794	4.7782	-19.2837	0.227	0.059	-0.062	3511.9	746.4	-3013.0	4687.1
⑫	20.9946	9.3474	-19.2838	0.109	0.042	-0.125	3467.8	1544.0	-3185.1	4955.3

计算过程中发现,前 8 次调整时最大位移变化量均达到了规定的上限值,由图 6 可以看出,此时调整过程呈现线性状态。最后 2 次调整时,索网照明部分节点位置与目标位置接近,可以迅速收敛。由表 1 可见,照明部分内,中心节点(节点①)和第 3 环节点(节点④和节点⑧)向下调整,而第 1 环节点(节点②)和第 2 环节点(节点③和节点⑦)向上调整,此时对应的设计抛物面顶点偏移量  $h=30.025\text{m}$ 。

表 1 中节点的调整位移量都很小,工程上容易实现。第 2 环节点(节点③和节点⑦)的位移调整量

最大,分别为  $41.818\text{mm}$  和  $41.910\text{mm}$ ,虽然这 2 个节点到设计抛物面的偏差量  $d$  相同,但由于它们受到的网面拉力不同,调整力也有差别,导致调整时的收敛速度略有差异,对应的位移量略微不同。同理,节点④和节点⑧也存在同样的差异。调整过程中节点①、节点②、节点③和节点④上的调整力增量变化如图 6 所示,可以看出,每次迭代调整力的增量均不大。照明部分外的节点位移都很小,对应的牵引力变化量也很小。

当照明部分在其他位置时调整算法也能够迅



速收敛, 限于篇幅有限, 不再一一列举。

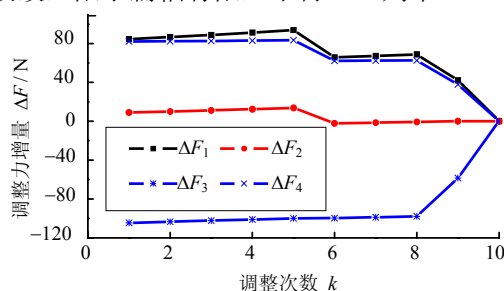


图6 节点上的调整力增量

Fig.6 Variation of adjustment force on some nodes

## 4 结论

本文提出的索网主动反射面的形状调整算法同时对设计抛物面的顶点位置和非照明部分的节点位移进行调整, 既能保证照明部分的形状精度又可使调整过程所做的功最少。数值仿真结果表明本文的调整算法能够快速收敛。

调整过程中发现, 调整力改变时网面节点垂直于调整索方向的位移很小, 而且这种位移对网面精度的影响可忽略不计。因此, 采用适当的方式对索网结构的力学模型进行缩减, 可有效地降低调整时的计算量。考虑到调整时网面节点主要是沿基本球面的法向运动, 可将该方向定义为结构的主自由度, 采用缩减法进行分析, 或者采用振动叠加法进行分析, 这些方法都可以有效地降低计算量。

### 参考文献:

- [1] Nan Rendong. Five hundred meter aperture spherical radio telescope (FAST) [J]. Science in China: Series G, Physics, Mechanics & Astronomy, 2006, 49(2): 129—148.
- [2] Qiu Y H. A novel design for a giant Arecibo-type spherical radio telescope with an active main reflector [J]. Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, 1998, 301: 827—830.
- [3] Luo Y F, Deng C G, Li G Q, He Y M. Structural analysis

of FAST reflector supporting system [J]. Astrophysics and Space Science, 2001, 278(1/2): 231—236.

- [4] Nan Rendong, Ren Gexue, Zhu Wenbai, et al. Adaptive cable-mesh reflector for the FAST [J]. Acta Astronomica Sinica, 2003, 44: 13—18.
- [5] 路英杰, 任革学. 大射电望远镜 FAST 整体变形索网反射面仿真研究[J]. 工程力学, 2007, 24(10): 165—169, 159.  
Lu Yingjie, Ren Gexue. Simulation of the cable mesh reflector for the large radio telescope FAST [J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(10): 165—169, 159. (in Chinese)
- [6] Jin Mitsugi, Tetsuo Yasaka. Shape control of tension truss antenna [J]. AIAA Journal, 1990, 28(2): 316—322.
- [7] 钱宏亮, 范峰, 沈世钊, 王启明. FAST 反射面支撑结构整体索网分析[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2005, 37(6): 750—752.  
Qian Hongliang, Fan Feng, Shen Shizhao, Wang Qiming. Analysis on cable-net structure supporting the reflector of FAST [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2005, 37(6): 750—752. (in Chinese)
- [8] 杨东武, 保宏. 非对称索网抛物面天线力平衡特性及预拉力设计[J]. 机械工程学报, 2009, 45(8): 308—312.  
Yang Dongwu, Bao Hong. Force balance characteristics and pretension design of asymmetric cable net parabolic antenna [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(8): 308—312. (in Chinese)
- [9] 杜敬利, 保宏, 段宝岩. 索网主动反射面初始平衡状态的确定[J]. 固体力学学报, 2009, 30(3): 286—291.  
Du Jingli, Bao Hong, Duan Baoyan. Determination on the initial equilibrium state of active cable-mesh reflector [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2009, 30(3): 286—291. (in Chinese)
- [10] Duan B Y, Du J L. On analysis and optimization of an active cable-mesh main reflector for a giant Arecibo-type antenna structural system [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2007, 55(5): 1222—1229.
- [11] Jayaraman H B, Knudson W C. A curved element for the analysis of cable structures [J]. Computer and Structure, 1981, 14: 325—333.