# 高温作业专用服装设计

# 摘 要

本文讨论的是高温工作条件下专用服装设计问题。所研究的专用服装共有三层不同耐热材质，考虑假人皮肤与专用服装之间的间隙，建立一个四层隔板传热模型。利用傅里叶定律、热传导方程，写出温度随工作时间、衣物深度的偏微分方程。再运用matlab、origin等软件拟合出温度分布。

第一问主要运用了古典显式格式，先将已知的假人皮肤表面温度随时间变化的数据离散化，同时根据I、II、III、IV层的不同性质进行分层讨论、分层建模，最终得出温度分布。第二、三两问分别应用改变的参数，结合不同的未知量，利用集总参数法对假人皮肤外侧温度变化的函数进行分析。通过求解函数方程得出每一层放热服的最佳厚度。

文中的内容是如下安排的：

第一、二．三章，重述了所给背景与条件，简略分析了问题的基本解法，并给出了本文的符号说明。

第四章，在给出的数据的基础上建立了热防护服-空气的热传递模型，并在第一题的条件下解出一维抛物型偏微分方程，给出了三层材料与空气系统的温度分布，并根据温度分析做出了大致分析。通过第一题所建立的模型，沿用至之后两题的求解中。

第五章，对本文所用模型与结果做了简要的分析与评价，并对更复杂情形做出初步的分析，给出了一些重要方程与想法。

**关键词**：古典显式格式；热传导方程；傅里叶定律；离散化

# 第一章 问题重述

## 1.1问题说明

为避免人员在高温工作下灼伤，现有一款三层织物材料组成的专用服装。记三层植物材料分别为I、II、III层，I层与外界环境接触，III层最靠近皮肤且与皮肤之间存在间隙，此间隙记为IV层，II层处于I层与III层之间。

为确保专用服装避热有效，将体内温度控制在37ºC的假人放置在实验室的高温环境中，测量假人皮肤外侧的温度。为了降低研发成本、缩短研发周期，现需利用数学模型来确定假人皮肤外侧的温度变化情况。

## 1.2需解决的问题

(1)对环境温度为75ºC、II层厚度为6 mm、IV层厚度为5 mm、工作时间为90分钟的情形开展实验，测量得到假人皮肤外侧的温度。建立数学模型，计算温度分布，并生成温度分布。

(2) 当环境温度为65ºC、IV层的厚度为5.5 mm时，确定II层的最优厚度，确保工作60分钟时，假人皮肤外侧温度不超过47ºC，且超过44ºC的时间不超过5分钟。

(3) 当环境温度为80 时，确定II层和IV层的最优厚度，确保工作30分钟时，假人皮肤外侧温度不超过47ºC，且超过44ºC的时间不超过5分钟。

# 第二章 问题分析

## 2.1问题一

已知外部环境温度，每一分层的密度、比热、热传导率和厚度，工作时间，假人皮肤外侧随时间变化的温度。我们可以利用四层不同材质隔板的热传导公式分析出该模型的偏微分方程，假人皮肤外侧温度为偏微分方程的边界值，利用Matlab，通过求解该偏微分方程，我们可以得出温度随时间，随厚度位置的三维分布，即为温度分布。

## 2.2问题二

问题二与问题一相比，改变了外部环境温度，第四层的厚度，工作时间，并给出了限定条件：假人皮肤外侧温度不超过47ºC，且超过44ºC的时间不超过5分钟。要确定II层的最优厚度，即保证降低研发成本、缩短研发周期的条件下，确定满足限定条件的厚度最小值。因厚度可取值是无限的，若将其看作一连续函数分析其每一个厚度情况下的温度分布，算法的时间复杂度过高。注意到假人皮肤外侧温度分布类似对数函数，利用离散化思想，仅需分析工作60分钟和55分钟时的假人皮肤外侧温度即可得出结论。

## 2.3问题三

问题三与问题二相比，除了外部环境温度，工作时间的改变外，需要同时确定II和IV两层的最优厚度。假设两层材料的价值是相同的，我们所求即为两层材料厚度之和的最小值，继续利用问题二的思路进行求解。

# 第三章 符号说明

*T*：时间在*T*时刻；

*T(x,t)*：温度（℃）；

*TⅠ*：第*Ⅰ*层材料温度（℃）；

*TⅡ*：第*Ⅱ*层材料温度（℃）；

*TⅢ*：第*Ⅲ*层材料温度（℃）；

*TⅣ*：空气层的温度（℃）；

*CA*：材料体积热容（kJ·m-3K-1）；

*cp*：材料比热（kJ·kg-1·K-1）

*ρ*：密度（kg·m-3）；

*kⅠ*：材料Ⅰ的热传导系数（kJ·m-3·K-1）；

*kⅡ*：材料Ⅱ的热传导系数（kJ·m-3·K-1）；

*kⅢ*：材料Ⅲ的热传导系数（kJ·m-3·K-1）；

*kⅣ*：空气的热传导系数（kJ·m-3·K-1）；

*L*：厚度（mm）；

# 第四章 模型的建立与求解

## 4.1 问题一 热防护服-空气层系统中热传递模型

本文在高温环境中，建立了多层热防护服-空气层的热传递模型，并利用古典显式格式求解了热传导方程（抛物型偏微分方程），通过MATLAB，给出了*Ⅰ*、*Ⅱ*、*Ⅲ*、*Ⅳ*各层的温度分布。

## 4.1.1模型假设

外部环境

空气层（空气）

*Ⅰ*层 *Ⅱ*层 *Ⅲ*层 *Ⅳ*层

图4.1由热防护服及空气层组成的系统

根据示意图（图4.1），本文做出如下假设[1,2]：:

1)热传递为垂直于皮肤方向进行，故可视为一维；

2)系统热传递仅考虑热传导的传热，忽略热辐射、湿传递的影响；

3)热传导热通量传递到材料的过程中，垂直于*x*平面上，吸收热量是相同的，假设热防护材料没有发生熔解或分解；

4)热防护服装的材料是各向同性的；

5)空气层的厚度值不超过6.4mm，热对流影响小，因而不考虑热对流；

6)末态时，将外表面温度看作与外界环境一致，为75℃。

## 4.1.2数据预处理

1)根据附件2给出的假人表面的温度变化数据，通过Origin可拟合出曲线方程

*S(t)*=48.1-12.6· (4.1)

如需简化运算，以分钟（min）作为时间单位，此时方程可化为：

*S(t)*=48.1-12.6·(4.1’)

2)根据附件1中各专用服装材料的参数值，利用公式：

*CA*=*cp*·*ρ*

可得出各材料的体积热容。

3)根据假设，本题可近似看作平壁定态热传导过程，由傅里叶定律可得：

对于平壁定态热传导，热流密度q不随x变化，将上式积分得：

即

(4.2)

式（2.2）又可写成以下形式：

(4.3)

多层壁导热过程的计算与单层壁类似。对于定态一维热传导，热量在平壁内没有积累，因而数量相等的热量依次通过各层壁，由式(4.3)可得：

(4.4)

由式（4.4）可求得单位面积的热损失为：

由式上可求得各层的温度差及各层接触面的温度：

6.98℃

74.30℃

1.54℃

72.75℃

7.63℃

65.12℃

## 4.1.3数学模型的建立

基于以上假设，可得出以下热传导模型：

(4.5)

其中，*i=Ⅰ,Ⅱ,Ⅲ,Ⅳ*，*CAi*表示各材料的体积热容；*T*是温度（℃）；*t*是时间（s）；*x*是水平坐标（mm）；*ki*是各材料的热传导率。

第*Ⅰ*层的初始条件：

*T(x,0)=TⅠ(x)* (4.6)

第*Ⅰ*层与第*Ⅱ*层之间的接触面：

(4.7)

(4.8)

第Ⅱ层与第Ⅲ层之间的接触面，第Ⅲ层与第Ⅳ层之间的接触面的方程以此类推。

在求解此微分方程的过程中，本文首先采用了Matlab 的pdepa函数进行求解，式(4.5)为常见的一维抛物型微分方程，与pdepa函数功能高度吻合。然而在求解边界条件时计算颇为繁琐，因此舍去。

随后本文采用了古典显式格式（数值解法）进行求解，其本质也是一种差分算法：

差分算法是在网格节点上求出微分方程解的近似值的一种方法，古典显式格式为差分方法一种。为方便得出代码，给出下图，作为对网格建立，使用符号，节点个数等的简单说明。

古典显式格式：

其中，表示*t*为*n*，*x*为*m*的网络节点的值。

由古典显式格式可以看到，第*n*+1时间层的节点由第n时间层的节点直接显式的表示出来。第0层的节点是我们已知的初值条件。本文的求解方法就是一层层的向上递推。具体步骤见代码。

在求解上述问题中，偏微分方程(5.5)的给出是自然的，初始条件及边界条件的确定才是关键所在。以第Ⅳ层的求解为例：

初值条件：

*T*(*x*,0)=37 (4.9)

为一定值，即：将模型放入75℃的系统中时，可近似看做防护服内空气温度与人体温度一致。

边界条件：

*T*(0,*t*)=*φ1*(*t*); (4.10)

*T*(5,*t*)=*φ2*(*t*); (4.11)

边界函数：由文献可知[]，当温度不太高时（<100℃），织物的温度满足以下关系式：

*I0*=*m*·*Cp*·+*k*(*T*-*T0*) (4.12)

式中，*I0*为总的热量，*m*为吸热器质量（kg），*T*为被测温度（℃），*Cp*为吸热器比热（kJ/kg·℃），*T0*为环境温度（℃），*k*为散热系数（kJ/s·℃）。

由式(5.12)求解，可得：

*T*-*T0*=

若*a*=*I0*/*k*，*b*=*k*/(*m*·*Cp*)，则

*T*-*T0*=*a*(1-*e-bt*) (4.13)

由式(5.13)看出，织物吸热特性曲线按指数规律变化。(2.1)的形式符合所给的方程形式。其中，*a*=12.6，*b*=243.7；

以此类推，第Ⅲ层与第Ⅳ层接触面方程为：

*S*(*t*)=65.12-28.12 (4.14)

第Ⅱ层与第Ⅲ层接触面：

*S*(*t*)=72.75-35.75 (4.15)

第Ⅰ层与第Ⅱ层接触面：

*S*(*t*)=74.3-37.3 (4.16)

第Ⅰ层外侧：

*S*(*t*)=75-38 (4.17)

由于在各个接触面上的方程都是一致的，因此可以断定求出的解满足(4.7)与(4.8)，将这一族方程依次代入代码中，即可得各层的温度分布，具体如下：

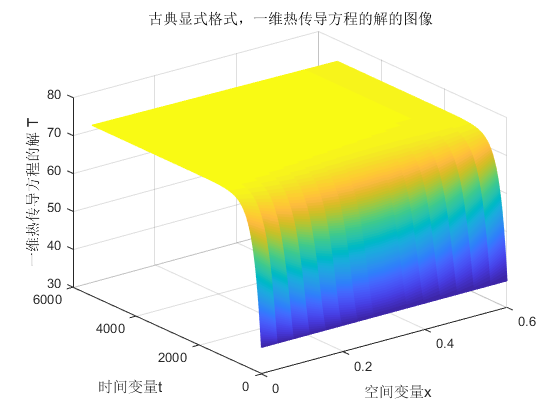


图4.2第一层材料的温度分布

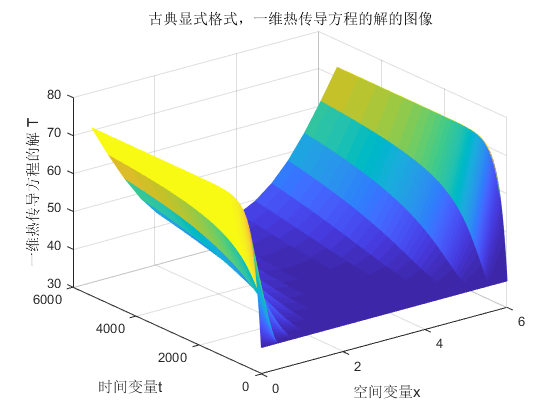


图4.3第二层材料的温度分布

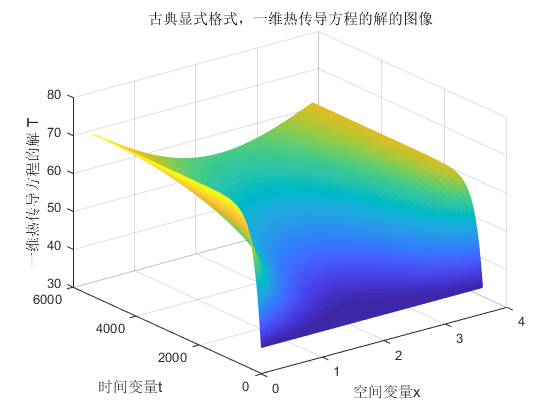


图4.4第三层材料的温度分布

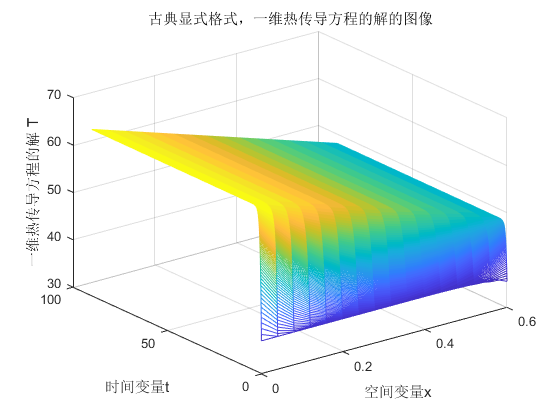


图4.5空气层的温度分布

（注：在空气层的求解过程中，由于显式格式的局限性，不得不将时间化为以分钟为单位，利用方程4.1’求解）

## 4.1.4模型分析

以上四张图能够大致反应出温度的分布情况。不难看出，当材料的厚度增加时，能有效缓解温度的过快上升。但这只是基于考虑热传递所建的模型，若考虑热辐射的影响，模型将更一步复杂化。题中所给条件为75℃，热辐射的影响相对较小。如果温度上升到300℃以上，不仅热辐射的影响巨大，同时材料的性质也将发生巨大改变，如热传导系数这类常数，也会出现改变。

# 4.2问题二

## 5.2.1 模型建立

问题二中，外部环境温度变为65ºC，IV层的厚度变为5.5 mm，需要确定II层的最优厚度，确保工作60分钟时，假人皮肤外侧温度不超过47ºC，且超过44ºC的时间不超过5分钟

问题二与问题一享用了类似的热传导模型。

其中，i=*Ⅰ*,*Ⅱ*,*Ⅲ*,*Ⅳ*，CAi表示各材料的显热容；T是温度（℃）；t是时间（s）；x是水平坐标（mm）；*ki*是各材料的热传导率。

由于外部环境温度升高，工作时间减少的条件下，假人皮肤表面的温度的升高速率会更快，达到平衡温度的时间也会更早。为满足降低研发成本、缩短研发周期的需求，本题解出的II层的最优厚度应当是满足假人皮肤外侧温度不超过47ºC，且超过44ºC的时间不超过5分钟的最薄厚度。

为简化算法时间复杂度，第一题对时间进行了离散化处理，注意到本题假人皮肤外侧温度的一个拟合曲线为：

*S*(*t*)=48.1-12.6·，

这是是一个单调上升有上界的函数，工作时间越长，温度越高。因此本题最高温度值点就是工作到60分钟的时间点，该温度不得超过47ºC。且当假人皮肤表面温度达到44ºC后，在剩余工作时间下，温度都大于等于44ºC。故利用离散化思想，确定工作55分钟时的温度以及60分钟时的温度，能够保证不忽视其他时间温度的情况下，求出最佳厚度。

## 5.2.2 模型求解

通过对第一小问得出的模型分析，考虑外界温度和工作时间，设II层厚度为d，得出温度随时间、材料参数、厚度的关系如下：

时间t=3600秒，温度=47 ºC，当且仅当d=6.9566毫米。

D=6.9566毫米，时间t=3300秒，温度小于44ºC，满足限制条件。

故最佳厚度为6.9566mm。

# 4.3问题三

## 4.3.1问题分析

我们知道纺织材料设计反问题由Xu首先提出的.该反问题是针对低温环境下的纺织材料热湿传递，以人体热湿舒适性为目标，最优决定纺织材料的厚度、孔隙率和热传导率等纺织参数。在本题给出人体所需要的温度的前提下，利用多层热防护服和空气层的热传递模型，可以解决空气层和纺织材料的厚度反问题，并结合遗传算法给出数值结果。

## 4.3.2模型求解

根据问题一给出的导热微分方程模型，得到在基底层处(x =Lfab +Lair+ Lep)任意时刻的温度T（t）=T(Lfab +Lair+ Lep,t)。这里，我们最优决定第二层和空气层的厚度。事实上，热防护服一般应有厚度、重量上的要求,则需进一步对两层的厚度做约束.例如,要求厚度要Lshl+Llin≤Lmax。

下文中我们利用遗传算法来计算反问题。对于上述二元目标函数的极值问题，可采用直接搜索法、交替方向搜索法或者智能算法来寻求最优解。这里，我们将使用遗传算法来求解给定定义域范围内最优值。

遗传算法（GeneticAlgorithm，CA)是基于生物进化理论中的自然选择和遗传变异基础上的搜索方法。遗传算法对于函数复杂性具有很强的适应性,只需要定义搜索区间,不需要定义初值;对于定义的搜索区间不是采用用单一数据,而是采用一组数据,对其进行各种遗传算子操作,避免了局部收敛,实现了全局最优。使用遗传算法来求解约束优化问题时,可通过惩罚函数方法转换到目标函数中,这样可将初始问题转化成无约束最优化问题,再利用遗传算法进行求解,

对于具体优化问题,遗传算法的流程如下:1.确定最优决定参数和边界条件2.建立目标函数;3.确定编码方法;4.确定解码方法;5选择个体遗传方法;6.设计遗传算子;7.给出运行参数。针对本题我们给出遗传算法的一些参数:个体数目NIND=40,迭代数目 MAXGEN=100,变量个数NVAR=2,每个变量25位数字表达 PRECI=25,代沟数GGAP=0.9我们将运行50次的最大值作为最优解,这是由于遗传算法每次运行结果都是不同的,并且容易陷入局部最优解.

## 4.3.3计算结果

我们可以得出当空气层厚度 =6.5×10-3m，第二层材料厚度=8.2×10-3m时,在规定的时间内能够达到最优的热防护效果。

# 第五章 模型的推广与评价

## 5.1 模型的优点

（1）模型采用的古典显式格式和热传导方程所推倒出的温度分布均较好地切合实际情况。特别是拟合出的曲线表达式与理论温度变化高度吻合，提升了模型的准确性。

（2）显式格式在r<0.5时具有良好的精确性与稳定性。

## 5.2 模型的缺点

（1）推倒温度分布方程所用的集中分布法仅适合小范围的热传导，当热防护服过厚时，函数的精准度无法保证。

（2）显式格式相较于隐式格式，试用范围相对较小，约束条件也更高，正因为如此，在对空气层进行建模时，不得不变更了时间单位。所以我们也做出了隐式格式的源代码，尽管在本文中没有用及，但同样值得关注。

## 5.3 模型的推广[3]

本文考虑的是在温度不太高（100℃以下）以及稳定热源的情况，省去了热辐射的考虑。当温度升高至300℃以上及暴露在闪火条件下，此时可对各方程作进一步推广：

第一层材料处的热传递模型应改为：

其中，*FR*与*FL*分别表示向左和向右的辐射量，满足：

第二、三层由于第一层材料的存在，受到的热辐射影响较小，故与第四章所给方程一致。

# 参考文献

[1]潘斌. 热防护服装热传递数学建模及参数决定反问题[D].浙江理工大学,2017.

[2]卢琳珍. 多层热防护服装的热传递模型及参数最优决定[D].浙江理工大学,2018.

[3]卢琳珍,徐定华,徐映红.应用三层热防护服热传递改进模型的皮肤烧伤度预测[J].纺织学报,2018,39(01):111-118+125.

[4]程建新. 纺织材料热湿传递的数学模型研究[D].浙江理工大学,2011

[5]余跃. 纺织材料热湿传递数学建模及其设计反问题[D].浙江理工大学,2016.

[6] 田苗,李俊.数值模拟在热防护服装性能测评中的应用[J].纺织学报,2015,(1):158-164. DOI:10.13475/j.fzxb.201501015807.

[7] 陈海宏.一维非稳态导热问题收敛性傅里叶分析[J]. 河南科学,2016(2):187-194.

[8] 张定国，张官理等.聚碳酸酯板材一维非稳态传热实验和模拟计算[J].河北理工大学学报(自然科学版),2011(2):14-23.

[9] 公丕亮，吕希胜.球壳非稳态导热模型分析[J]. 计算机与现代化,2013(7):40-42.

[10] 朱方龙,王秀娟,张启泽,张渭源.火灾环境下应急救援防护服传热数值模拟[J].纺织学报,2009(4):106-110.

[11] 闫军，易建政，崔海萍.高能燃烧剂作用下岩石介质中非稳态温度场计算[J].兵工学 报,2007(6):720-724.

[12] 朱方龙. 附加相变材料层的热防护服装传热数值模拟[J]. 应用基础与工程科学学报,2011(4):635-643.

附件：

源代码：使用matlab运行

PDEparabolicClassicalExplicit.m:

|  |
| --- |
| function[U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psil,psi2,M,N,C)    %example  %uX=1;ut=0.2;M=15;N=100;C=1;  %phi=inline('sin(pi\*x)');psi1=inline('0');psi2=inline('0');  %[U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psi1,psi2,M,N,C);  if nargin==7  C=1;  end  dx=uX/M;  dt=ut/N;  x=(0:M)\*dx;  t=(0:N)\*dt;  r=C\*dt/dx/dx;  r1=1-2\*r;  if r>0.5  disp('r>0.5,不稳定')  end  U=zeros(M+1,N+1);  for i=1:M+1  U(i,1)=phi(x(i));  end  for j=1:N+1  U(1,j)=psil(t(j));  U(M+1,j)=psi2(t(j));  end  for j=1:N  for i=2:M  U(i,j+1)=r\*U(i-1,j)+r1\*U(i,j)+r\*U(i+1,j);  end  end  U=U';  mesh(x,t,U);  title('古典显式格式，一维热传导方程的解的图像')  xlabel('空间变量 x')  ylabel('时间变量 t')  zlabel('一维热传导方程的解 T')  return; |

Material1.m

|  |
| --- |
| uX=0.6;ut=5400;M=15;N=3000;C=0.000198;  phi=inline('37');psi1=inline('75-38\*exp(-t/143.7)');  psi2=inline('74.3-37.3\*exp(-t/143.7)');  [U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psi1,psi2,M,N,C); |

Material2.m

|  |
| --- |
| uX=6;ut=5400;M=15;N=3000;C=0.000204;  phi=inline('37');psi1=inline('74.3-37.3\*exp(-t/143.7)');  psi2=inline('72.75-35.75\*exp(-t/143.7)');  [U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psi1,psi2,M,N,C); |

Material3.m

|  |
| --- |
| uX=3.6;ut=5400;M=15;N=3000;C=0.000351;  phi=inline('37');psi1=inline('72.75-35.75\*exp(-t/143.7)');  psi2=inline('65.12-28.12\*exp(-t/143.7)');  [U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psi1,psi2,M,N,C); |

Air.m

|  |
| --- |
| uX=0.6;ut=90;M=15;N=3000;C=0.023611;  phi=inline('37');psi1=inline('65.12-28.12\*exp(-t/0.62)');  psi2=inline('48.1-12.6\*exp(-t/0.62)');  [U x t]=PDEparabolicClassicalExplicit(uX,ut,phi,psi1,psi2,M,N,C); |

PDEParabolicClassicalImplicit.m

|  |
| --- |
| function[U, x, t]=PDEParabolicClassicalImplicit(uX,uT,phi,psi1,psi2,M,N,C)    %example  %phi=inline('sin(pi\*x)');psi1=inline('0');psi2=inline('0');  %[U?x?t]=PDEParabolicClassicalImplicit(uX,uT,phi,psi1,psi2,M,N,C);?    if nargin==7  C=1;  end  dx=uX/M;  dt=uT/N;  x=(0:M)\*dx;  t=(0:N)\*dt;  r=C\*dt/dx/dx;  Diag=zeros(1,M-1);  Low=zeros(1,M-2);  Up=zeros(1,M-2);  for i=1:M-2  Diag(i)=1+2\*i;  Low(i)=r;  Up(i)=r;  end    Diag(M-1)=1+2\*r;    U=zeros(M+1,N+1);    for i=1:M+1  U(i,1)=phi(x(i));  end  for j=1:N+1  U(1,j)=psi1(t(j));  U(M+1,j)=psi2(t(j));  end  for j=1:N  b1=zeros(M-1,1);  b1(1)=r\*U(1,j+1);  b1(M-1)=r\*U(M+1,j+1);  b=U(2:M,j)+b1;  U(2:M,j+1)=EqtsForwardAndBackward(Low,Diag,Up,b);  end  U=U';    mesh(x,t,U);  title('古典隐式格式')  xlabel('x')  ylabel(' t')  zlabel(' T')  return; |

EqtsForwardAndBackward.m

|  |
| --- |
| function x=EqtsForwardAndBackward(L,D,U,b)  %追赶法求解三对角线性方程组Ax=b  %x=EqtsForwardAndBackward(L,D,U,b)  %x:三对角线性方程组的解  %L:三对角矩阵的下对角线，行向量  %D:三对角矩阵的对角线，行向量  %U:三对角矩阵的上对角线，行向量  %b:线性方程组Ax=b中的b，列向量  %  %应用举例:  %L=[-1 -2 -3];D=[2 3 4 5];U=[-1 -2 -3];b=[6 1 -2 1]';  %x=EqtsForwardAndBackward(L,D,U,b)  %检查参数的输入是否正确  n=length(D);m=length(b);  n1=length(L);n2=length(U);  if n-n1 ~= 1 || n-n2 ~= 1 || n ~= m  disp('输入参数有误！')  x=' ';  return;  end  %追的过程  for i=2:n  L(i-1)=L(i-1)/D(i-1);  D(i)=D(i)-L(i-1)\*U(i-1);  end  x=zeros(n,1);  x(1)=b(1);  for i=2:n  x(i)=b(i)-L(i-1)\*x(i-1);  end  %赶的过程  x(n)=x(n)/D(n);  for i=n-1:-1:1  x(i)=(x(i)-U(i)\*x(i+1))/D(i);  end  return; |