

Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα

Προαιρετική άσκηση 3^η

Χειμερινό Εξάμηνο 2017-2018

Να γραφτεί το δυϊκό του προβλήματος μεταφοράς

Απάντηση:

Έστω u_i , v_j οι δύο δυϊκές μεταβλητές των δύο κλάσεων των σταθερών. Εφόσον για κάθε στήλη του πίνακα των σταθερών του αρχικού προβλήματος, μόνο δύο στοιχεία δεν είναι μηδενικές, με τιμές +1 και -1, επί των γραμμών των δύο κλάσεων των σταθερών, για το δυϊκό πρόβλημα έχουμε:

$$\begin{aligned}
 (D_1) \quad & \max - \sum_{i=1}^m b_i u_i + \sum_{j=1}^n d_j v_j \\
 & v_j - u_i \leq c_{ij} \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad j \in \{1, \dots, n\} \\
 & u_i \geq 0, v_j \geq 0 \quad i \in \{1, \dots, m\} \quad j \in \{1, \dots, n\}
 \end{aligned}$$

Υποθέτουμε ότι η εταιρία παραγωγής A καλεί τον λογιστή της για να διαχειριστεί τις διαδικασίες με την εταιρία μεταφορών B. Η εταιρία αυτή αγοράζει όλα της τα προϊόντα από άλλα εργοστάσια, πληρώνοντας μοναδιαίο κόστος u_i , σε ευρώ φερ'επείν, για το i -εργοστάσιο. Έπειτα, πουλάει τα προϊόντα σε αποθήκες με μοναδιαίο κόστος v_j ευρώ ανά αποθήκη j . Ο στόχος της εταιρίας B είναι να μεγιστοποιήσει το κέρδος του δηλαδή:

$$\max - \sum_{i=1}^m b_i u_i + \sum_{j=1}^n d_j v_j$$

Η εταιρία B πρέπει να επιλέξει τιμές για τα u_i , v_j ώστε να μην είναι φθηνότερο για την εταιρία A το να πραγματοποιήσει την μεταφορά των προϊόντων χωρίς να εμπλακεί η εταιρία B. Έτσι, υποθέτοντας ότι για κάθε ζεύγος i, j , οι τιμές είναι τέτοιες ώστε $u_i - v_j > c_{ij}$. Σε αυτήν την περίπτωση, η εταιρία A θα προτιμήσει η μεταφορά του προϊόντος να πραγματοποιηθεί από την ίδια και όχι με τη βοήθεια της εταιρίας B. Συνεπώς, για κάθε ζεύγος i, j , πρέπει να ισχύει η εξής σχέση για τις τιμές: $u_i - v_j < c_{ij}$.