

Προαιρετική Εργασία 2η

Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα

2017-2018

Θέμα: Εκτέλεση του αλγορίθμου simplex για το παράδειγμα που μελετήθηκε στην τάξη αλλά εισάγοντας στην αρχή την άλλη μεταβλητή.

Λύση:

Αρχικά έχουμε $z = \max (8x_1 + 6x_2) \Rightarrow z = \max (4x_1 + 3x_2)$

Οι μεταβλητές απόφασης είναι οι x_1, x_2 και οι μεταβλητές απόκλισης οι x_3, x_4, x_5 .

Οι βασικές μεταβλητές **B** = { x_3, x_4, x_5 } και οι εκτός βάσης **EB** = { x_1, x_2 }.

Για το 1ο λεξικό (Λ1) έχουμε ότι

$$x_3 = -5x_1 - 3x_2 + 30$$

$$x_4 = -2x_1 - 3x_2 + 24$$

$$x_5 = -x_1 - 3x_2 + 18$$

Η αρχική βασική εφικτή λύση είναι η $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 30, 24, 18)$.

Για $x_2 = 0$, ελέγχω μέχρι που παραμένουν θετικές οι υπόλοιπες μεταβλητές μέσα στη βάση:

$$x_3 \geq 0 \quad -5x_1 + 30 \geq 0 \quad x_1 \leq 6$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow \quad x_4 \geq 0 \Rightarrow \quad -2x_1 + 24 \geq 0 \Rightarrow \quad x_1 \leq 12$$

$$x_5 \geq 0 \quad -x_1 + 18 \geq 0 \quad x_1 \leq 18$$

Η τομή των τριών ανισοτήτων είναι ότι $x_1 \leq 6$.

Για $x_1 = 6$, παρατηρούμε ότι $x_3 = 0$, οπότε έχουμε αλλαγή βάσης:

$$\mathbf{B} = \{x_1, x_4, x_5\}, \mathbf{EB} = \{x_2, x_3\}$$

Στον τύπο του x_3 , λύνουμε ως προς x_1 , οπότε προκύπτει ότι $x_1 = -\frac{1}{5}x_3 - \frac{3}{5}x_2 - 6$

Αντικαθιστώ:

$$x_4 = \frac{9}{5}x_2 + \frac{2}{5}x_3 + 36$$

$$x_5 = -\frac{12}{5}x_2 + \frac{1}{5}x_3 + 24$$

$$z = \frac{3}{5}x_2 - \frac{4}{5}x_3 - 6$$

Μηδενίζοντας τις μεταβλητές της βάσης παίρνω την επόμενη εφικτή λύση:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (-6, 0, 0, 36, 24).$$

Παρατηρώ ότι για το z , όσο αυξάνω το x_3 , μειώνεται. Οπότε αυξάνω την τιμή του x_2 .

Για $x_3 = 0$, ελέγχω μέχρι που παραμένουν θετικές οι υπόλοιπες μεταβλητές μέσα στη βάση:

$$x_1 \geq 0 \quad -\frac{3}{5}x_2 - 6 \geq 0 \quad x_2 \leq 10$$

$$x_3 = 0 \Rightarrow x_4 \geq 0 \Rightarrow -\frac{9}{5}x_2 + 36 \geq 0 \Rightarrow x_2 \leq 20$$

$$x_5 \geq 0 \quad -\frac{12}{5}x_2 + 24 \geq 0 \quad x_2 \leq 8$$

Η τομή των τριών ανισοτήτων είναι ότι $x_2 \leq 8$.

Για $x_2 = 8$, παρατηρούμε ότι $x_5 = 0$, οπότε έχουμε αλλαγή βάσης:

$$\mathbf{B} = \{x_1, x_2, x_4\}, \mathbf{EB} = \{x_3, x_5\}$$

Επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία έως ότου η z να μην μπορεί να αυξηθεί επιπλέον, οπότε και βρίσκεται η βέλτιστη εφικτή λύση.