Έστω E_i, $i=1,\dots,m$ τα υποσύνολα ~~σημείων~~ ακμών τέτοια ώστε $\forall e \in E_i$, ~~ε~~ ε προσπίπτει στον v_i.

v_1: $\sum_{i=1}^{k_1} x_i \geq 1$, $x_i \in E_i$, k_1

v_2:

$\vdots$

v_m:

[IGNORE]

~~ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ~~

Αλγόριθμος Simplex (Παράδειγμα Μαθήματος)

$$\max \; 8x_1 + 6x_2$$

$$\begin{pmatrix}5\\2\\1\end{pmatrix} x_1 + \begin{pmatrix}3\\3\\3\end{pmatrix} x_2 + \begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} x_3 + \begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix} x_4 + \begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix} x_5 = \begin{pmatrix}30\\24\\18\end{pmatrix}$$

Μεταβλητές απόφασης: x_1, x_2

Μεταβλητές απόδιους: x_3, x_4, x_5

Βασικές μεταβλητές $= \{x_3, x_4, x_5\}$ ($m=3$ γραμμικά ανεξάρτητες)

Μη βασικές μεταβλητές $= \{x_1, x_2\}$ (οι υπόλοιπες)

Loop 1 Λύνω ως προς τις βασικές μεταβλητές

$$\left.\begin{aligned} x_3 &= -5x_1 - 3x_2 + 30 \\ x_4 &= -2x_1 - 3x_2 + 24 \\ x_5 &= -x_1 - 3x_2 + 18 \end{aligned}\right\}$$ Βασική εφικτή λύση $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 30, 24, 18)$

για αρχή

Έχω $z = 8x_1 + 6x_2$

Αυξάνω ένα από τα x_1, x_2 μηδενίζοντας το άλλο.

Για $x_1 = 0$ ελέγχω μέχρι που παραμένουν θετικά τα υπόλοιπα. μέσα στη βάση.

$x_1 = 0 \Rightarrow$ $x_3 \geq 0$ $\{ -5x_1 - 3x_2 + 30 \geq 0$ $\Rightarrow x_2 \leq 10$
$x_4 \geq 0$ $\{ -2x_1 - 3x_2 + 24 \geq 0$ $\Rightarrow x_2 \leq 8$
$x_5 \geq 0$ $\{ -x_1 - 3x_2 + 18 \geq 0$ $\Rightarrow \boxed{x_2 \leq 6}$ } Διαλέγω την τομή

→ Για $(x_2 = 6)$: παρατηρούμε ότι $\triangle x_5 = 0 \Rightarrow$ Αλλαγή βάσης.

$B = \{x_2, x_3, x_4\}$ (Οι επιλεγόμενοι, δηλ. x_2, x_5 αλλάζουν σύνολο. Από βάση στην έξω και ανάποδα)

$EB = \{x_1, x_5\}$

Πάμε στον τύπο του $\triangle x_5$ και λύνουμε ως προς (x_2)

$x_5 = -x_1 - 3x_2 + 18 \Rightarrow \boxed{x_2 = \frac{1}{3}(18 - x_1 - x_5)}$

Αντικαθιστώ αυτόν τον τύπο σε όλες τις μεταβλητές βάσης και στη συνάρτηση.

Άρα: $x_2 = -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 + 6$

$x_3 = -4x_1 + x_5 + 12$
$x_4 = -x_1 + x_5 + 6$
$z = 3x_1 - x_5 + 18$

Loop 2

Μηδενίζοντας τις μεταβλητές εκτός βάσης, παίρνω την επόμενη εφικτή λύση.

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 6, 12, 6, 0)$$

Παραγωγή $z = 3x_1 - x_5 + 18$.
Αυξάνοντας x_5, μικραίνει την τιμή της z. Άρα θα αυξήσω την x_1.

Έχω: για $x_5 = 0$: $x_2 \geq 0$, $x_3 \geq 0$, $x_4 \geq 0$

$$-\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{3}x_5 + 6 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 18$$
$$-4x_1 + x_5 + 12 \geq 0 \Rightarrow \boxed{x_1 \leq 3}$$
$$-x_1 + x_5 + 6 \geq 0 \Rightarrow x_1 \leq 6$$

Τομή

Για $x_1 = 3$ παραγωγούμε ότι η x_3 μηδενίζεται. $\Rightarrow$ Αλλαγή βάσης.

$$B = \{x_1, x_2, x_4\}$$

$$EB = \{x_3, x_5\}$$

Πάμε στον τύπο του x_3 και λύνουμε ως προς x_1

$$x_3 = -4x_1 + x_5 + 12 \Rightarrow \boxed{x_1 = -\frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_5 + 3}$$

Αντικαθιστώ στις μεταβλητές βάσης και στην z τον τύπο αυτό.

$$x_1 = -\frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{4}x_5 + 3$$

$$x_2 = \frac{1}{12}x_3 - \frac{5}{12}x_5 + 5$$

$$x_4 = \frac{1}{4}x_3 + \frac{3}{4}x_5 + 3$$

$$z = -\frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_5 + 27$$

got a pen?

Loop 3

Μηδενίζοντας τις μεταβλητές εκτός βάσης παίρνω την επόμενη εφικτή λύση.

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (3, 5, 0, 3, 0)$

Παραγωγή $z = -\frac{3}{4}x_3 - \frac{1}{4}x_5 + 27$

Αυξάνοντας είτε x_3 είτε x_5, η συνάρτηση μικραίνει.

Σταματάω.

Βέλτιστη εφικτή λύση: $x_1 = 3, x_2 = 5$ ✓