Σύντομες πληροφορίες για το glpsol (glpk)

gpol@di.uoa.gr

Γενικά για το GLPK και το glpsol

Το GLPK (GNU Linear Programming Kit) είναι μια βιβλιοθήκη συναρτήσεων για τη γλώσσα C/C++ η οποία χρησιμοποιείται για την επίλυση προβλημάτων γραμμικού προγραμματισμού (LP) καθώς επίσης και ακέραιου προγραμματισμού (IP). Στο πακέτο GLPK συμπεριλαμβάνεται ένας ανεξάρτητος επιλυτής (stand-alone solver) τέτοιου είδους προβλημάτων, ο `glpsol`, ο οποίος επιλύει προβλήματα που του δίδονται σαν είσοδος στη γλώσσα μοντελοποίησης GMPL (GNU MathProg Language).

Το βασικό πλεονέκτημα του `glpsol` είναι ότι επιταχύνει τη διαδικασία μοντελοποίησης (και επίλυσης) προβλημάτων βελτιστοποίησης. Το πρόβλημα (μοντέλο) που επιθυμούμε να επιλύσουμε περιγράφεται σε ένα αρχείου απλού κειμένου (plain text) στην γλώσσα GMPL και δίδεται ως είσοδος στο `glpsol` μαζί με κάποιες άλλες παραμέτρους που θα δούμε συνοπτικά στη συνέχεια. Το `glpsol` επιλύει το πρόβλημα και παράγει αναλυτική περιγραφή της λύσης καθώς επίσης και της πορείας επίλυσης. Καλείται από τη γραμμή εντολών με μια σειρά παραμέτρων (switches) οι βασικότερες από τις οποίες είναι οι ακόλουθες:

`-m (--model) filename`	Ανάγνωση μοντέλου και (προαιρετικά) δεδομένων από το `filename`
`-d (--data) filename`	Ανάγνωση (τμήματος) δεδομένων από το `filename`
`-o (--output) filename`	Εγγραφή λύσης στο αρχείο `filename` σε μορφή plain text
`-h (--help)`	Εμφάνιση οδηγιών χρήσης του `glpsol`

Κατά σύμβαση (αν και φυσικά δεν είναι υποχρεωτικό) χρησιμοποιούμε την επέκταση `.mod` για τα αρχεία που περιέχουν την περιγραφή μοντέλου, την επέκταση `.dat` για τα αρχεία που περιέχουν τα δεδομένα και την επέκταση `.sol` για τα αρχεία στα οποία θέλουμε να γραφεί η λύση. Για παράδειγμα, η εντολή

```
glpsol -m mymodel.mod -o mymodel.sol
```

υποδεικνύει στο `glpsol` να διαβάσει την περιγραφή του προβλήματος από το αρχείο `mymodel.mod` και να γράψει τη λύση στο αρχείο `mymodel.sol`, ενώ η εντολή

```
glpsol --model mymodel.mod --data mymodel.dat -o mymodel.sol
```

υποδεικνύει στο `glpsol` να διαβάσει την περιγραφή του προβλήματος από το αρχείο `mymodel.mod` και τα δεδομένα από το αρχείο `mymodel.dat` και να γράψει τη λύση στο αρχείο `mymodel.sol`.

Οδηγίες εγκατάστασης

Το GLPK είναι ανοικτό λογισμικό (free - as in speech - software) και διατίθεται ελεύθερα από τη διεύθυνση `http://www.gnu.org/software/glpk`. Για πλατφόρμα `MS Windows XP/Vista` διατίθεται στη διεύθυνση `http://gnuwin32.sourceforge.net/packages/glpk.htm`, όπου υπάρχουν και οι οδηγίες εγκατάστασης. Είναι εργαλείο που χρησιμοποιείται από τη γραμμή εντολών κατά συνέπεια εκτελείται από το command prompt. Για πλατφόρμα Linux υπάρχει διαθέσιμο σε κάθε διανομή μέσω του εργαλείου εγκατάστασης λογισμικού της κάθε διανομής π.χ. για Debian συστήματα (Ubuntu, Mint κτλ.) μπορεί να γίνει πολύ απλά η εγκατάσταση δίδοντας `sudo apt-get install glpk`.

Παράδειγμα 1

Ας θεωρήσουμε το πρόβλημα της σελίδας 17 των σημειώσεων. Η μοντελοποίηση του προβλήματος σαν πρόβλημα γραμμικού προγραμματισμού είναι η εξής:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & z = 8x_1 + 6x_2 \\ \text{subject to} & 5x_1 + 3x_2 \leq 30 \\ & 2x_1 + 3x_2 \leq 24 \\ & x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Η περιγραφή του προβλήματος σε GMPL είναι η ακόλουθη:

```
-$ cat ex01.mod
# file: ex01.mod
# variables
#
var typeI_contracts >= 0; # number of contracts of type I
var typeII_contracts >= 0; # number of contracts of type II

# objective function
#
maximize profit: 8*typeI_contracts + 6*typeII_contracts;

# constraints
#
s.t. mechanics: 5*typeI_contracts + 3*typeII_contracts <= 30;
s.t. technicians: 2*typeI_contracts + 3*typeII_contracts <= 24;
s.t. comp_hours: typeI_contracts + 3*typeII_contracts <= 18;

end;
-$
```

Βασικά σημεία:

- Ότι αρχίζει με # είναι σχόλιο και εκτείνεται μέχρι το τέλος της γραμμής (EOL).
- Ορίζουμε μια μεταβλητή μαζί με το σύνολο τιμών της με τη δήλωση

  `var όνομα_μεταβλητής >= 0;`

  και ένα σύνολο k μεταβλητών μαζί με το σύνολο τιμών τους με τη δήλωση

  `var όνομα_μεταβλητής {1..k} >= 0;`

  όπου στην δεύτερη δήλωση οι μεταβλητές στη συνέχεια είναι διαθέσιμες με τα ονόματα `όνομα_μεταβλητής[1]`, `όνομα_μεταβλητής[2]`, `...`, `όνομα_μεταβλητής[k]`.
- Η αντικειμενική συνάρτηση γράφεται στη μορφή

  `maximize όνομα: συνάρτηση;`

  όπου η `συνάρτηση` δίδεται στην απλή μορφή με τους γνωστούς μαθηματικούς τελεστές (ενώ φυσικά μπορούμε να έχουμε και `minimize` αντί για `maximize`).
- Οι περιορισμοί γράφονται ως εξής:

  `s.t. όνομα: περιορισμός ;`

  όπου το `όνομα` είναι αναγνωριστικό για τον περιορισμό και ο `περιορισμός` δίδεται σε απλή μορφή χρησιμοποιώντας τους γνωστούς μαθηματικούς τελεστές.
- Η περιγραφή του μοντέλου τελειώνει με `end;`.

Στη συνέχεια εκτελούμε το `glpsol` και η έξοδος είναι η ακόλουθη:

```
-$ glpsol -m ex01.mod -o ex01.sol
GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver 4.38
Reading model section from ex01.mod...
21 lines were read
Generating profit...
Generating mechanics...
Generating technicians...
Generating comp_hours...
Model has been successfully generated
glp_simplex: original LP has 4 rows, 2 columns, 8 non-zeros
glp_simplex: presolved LP has 3 rows, 2 columns, 6 non-zeros
Scaling...
 A: min|aij| =  1.000e+00  max|aij| =  5.000e+00  ratio =  5.000e+00
Problem data seem to be well scaled
Crashing...
Size of triangular part = 3
*     0: obj =   0.000000000e+00  infeas =  0.000e+00 (0)
*     2: obj =   5.400000000e+01  infeas =  0.000e+00 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used:   0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (114493 bytes)
Writing basic solution to 'ex01.sol'...
-$
```

Τα περιέχομενα του αρχείου `ex01.sol` (που μας ενδιαφέρουν) στο οποίο αποθηκεύτηκε η λύση έχει ως εξής:

```
-$ cat ex01.sol
Problem:    ex01
Rows:       4
Columns:    2
Non-zeros:  8
Status:     OPTIMAL
Objective:  profit = 54 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 profit       B             54
     2 mechanics    NU            30                          30           1.5
     3 technicians  B             21                          24
     4 comp_hours   NU            18                          18           0.5

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 typeI_contracts
                    B              3             0
     2 typeII_contracts
                    B              5             0
-$
```

Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 54 όταν οι μεταβλητές πάρουν τις τιμές 3 και 5.

Παράδειγμα 2

Έστω ότι έχουμε σε γενική μορφή στη διάθεσή μας το ακόλουθο γραμμικό πρόγραμμα:

$$\begin{aligned} \text{maximize} \quad & z = \sum_{j=1}^{N} c_j x_j \\ \text{subject to} \quad & \sum_{j=1}^{N} a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \ldots, M \\ & x_j \geq 0, \qquad j = 1, \ldots, N \end{aligned}$$

Χρησιμοποιώντας την γλώσσα GMPL μπορούμε να περιγράψουμε το πρόβλημα αυτό χωρίς να γνωρίζουμε τους πραγματικούς συντελεστές και τις παραμέτρους ως εξής:

```
-$ cat ex02.mod
# parameters
#
param N;
param M;
param c{1..N};
param a{1..M,1..N};
param b{1..M};

# variables
#
var x{1..N} >= 0;

# objective function
#
maximize z: sum {j in 1..N} c[j]*x[j];

# constraints
#
s.t. constr {i in 1..M}: sum {j in 1..N} a[i,j]*x[j] <= b[i];

end;
-$
```

Βασικά σημεία:

- Δηλώνουμε μια παράμετρο ως

  `param` όνομα_παραμέτρου;

  και ένα πίνακα συντελεστών ως

  `param` όνομα_πίνακα{1..N};

  όπου N το μέγεθος του πίνακα.

- Γράφουμε ένα σύνολο περιορισμών

  `s.t.` όνομα_περ `i in 1..M: sum j in 1..N a[i,j]*x[j] <= b[i];`

  όπου η έκφραση `i in 1..M` μετά το όνομα όνομα_περ δηλώνει το δείκτη του περιορισμού.

Έχοντας αποθηκεύσει το μοντέλο στο αρχείο `ex02.mod` μπορούμε να περιγράψουμε τώρα ένα συγκεκριμένο στιγμιότυπο ως εξής:

```
-$ cat ex02.dat
# values for parameters
#
param N := 4;

param M := 3;

param : c :=
1 5
2 6
3 2
4 4;

param a :  1  2  3  4 :=
1          3  2  1  5
2          2  1  2  4
3         -3  3 -4 -5;

param : b :=
1  80
2  45
3 -80;

end;
-$
```

Το σημείο που πρέπει να προσέξουμε είναι ότι στην περιγραφή δίδουμε τιμή στις παραμέτρους και στους συντελεστές της γενικής μορφής. Όταν πρόκειται όμως για πίνακα συντελεστών (π.χ. c, b και a) πρέπει υποχρεωτικά να γράφουμε και τους δείκτες (indices) των πινάκων.

Στη συνέχεια εκτελούμε το `glpsol` και η έξοδος είναι η ακόλουθη:

```
-$ glpsol -m ex02.mod -d ex02.dat -o ex02.sol
GLPSOL: GLPK LP/MIP Solver 4.38
Reading model section from ex02.mod...
22 lines were read
Reading data section from ex02.dat...
27 lines were read
Generating z...
Generating constr...
Model has been successfully generated
glp_simplex: original LP has 4 rows, 4 columns, 16 non-zeros
glp_simplex: presolved LP has 3 rows, 4 columns, 12 non-zeros
Scaling...
 A: min|aij| =  1.000e+00  max|aij| =  5.000e+00  ratio =  5.000e+00
Problem data seem to be well scaled
Crashing...
Size of triangular part = 3
      0: obj =   0.000000000e+00  infeas =  8.000e+01 (0)
*     2: obj =   4.500000000e+01  infeas =  0.000e+00 (0)
*     3: obj =   7.500000000e+01  infeas =  0.000e+00 (0)
OPTIMAL SOLUTION FOUND
Time used:   0.0 secs
Memory used: 0.1 Mb (130565 bytes)
Writing basic solution to 'ex02.sol'...
-$
```

Τα περιέχομενα του αρχείου `ex02.sol` (που μας ενδιαφέρουν) στο οποίο αποθηκεύτηκε η λύση έχει ως εξής:

```
-$ cat ex02.sol
Problem:    ex02
Rows:       4
Columns:    4
Non-zeros:  16
Status:     OPTIMAL
Objective:  z = 75 (MAXimum)

   No.   Row name   St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 z            B             75
     2 constr[1]    B           42.5                        80
     3 constr[2]    NU            45                        45             7
     4 constr[3]    NU           -80                       -80             3

   No. Column name  St   Activity     Lower bound   Upper bound    Marginal
------ ------------ -- ------------- ------------- ------------- -------------
     1 x[1]         B             10             0
     2 x[2]         NL             0             0                        -10
     3 x[3]         B           12.5             0
     4 x[4]         NL             0             0                         -9
-$
```

Η βέλτιστη τιμή της αντικειμενικής συνάρτησης είναι 75 όταν οι μεταβλητές πάρουν τις τιμές 10,0,12.5 και 0.