Ζαπαλίδη Ιωάννα 1115201400044

Προαιρετική Εργασία 2η

Αλγοριθμική Επιχειρησιακή Έρευνα

2017-2018

Θέμα: Εκτέλεση του αλγορίθμου simplex για το παράδειγμα που μελετήθηκε στην τάξη αλλά εισάγοντας στην αρχή την άλλη μεταβλητή.

Λύση:

Αρχικά έχουμε $z = \max(8x_1 + 6x_2) \Rightarrow z = \max(4x_1 + 3x_2)$

Οι μεταβλητές απόφασης είναι οι x_1, x_2 και οι μεταβλητές απόκλισης οι x_3, x_4, x_5.

Οι βασικές μεταβλητές **B** = { x_3, x_4, x_5 } και οι εκτός βάσης **EB** = { x_1, x_2 }.

Για το 1ο λεξικό (Λ1) έχουμε ότι

$x_3 = - 5x_1 - 3x_2 + 30$

$x_4 = - 2x_1 - 3x_2 + 24$

$x_5 = - x_1 - 3x_2 + 18$

Η αρχική βασική εφικτή λύση είναι η $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (0, 0, 30, 24, 18)$.

Για $x_2 = 0$, ελέγχω μέχρι που παραμένουν θετικές οι υπόλοιπες μεταβλητές μέσα στη βάση:

$$x_2 = 0 \Rightarrow \begin{array}{lll} x_3 \geq 0 & - 5x_1 + 30 \geq 0 & x_1 \leq 6 \\ x_4 \geq 0 \Rightarrow & - 2x_1 + 24 \geq 0 \quad \Rightarrow & x_1 \leq 12 \\ x_5 \geq 0 & - x_1 + 18 \geq 0 & x_1 \leq 18 \end{array}$$

Η τομή των τριών ανισοτήτων είναι ότι $\mathbf{x_1 \leq 6}$.

Για x_1 **= 6,** παρατηρούμε ότι $x_3 = 0$, οπότε έχουμε αλλαγή βάσης:

B = $\{x_1, x_4, x_5\}$, **EB** = $\{x_2, x_3\}$

Στον τύπο του x_3, λύνουμε ως προς x_1, οπότε προκύπτει ότι $x_1 = -\frac{1}{5} x_3 - \frac{3}{5} x_2 + 6$

Αντικαθιστώ:

$x_4 = -\frac{9}{5} x_2 + \frac{2}{5} x_3 + 36$

$x_5 = -\frac{12}{5} x_2 + \frac{1}{5} x_3 + 12$

$z = \frac{3}{5} x_2 - \frac{4}{5} x_3 + 24$

Μηδενίζοντας τις μεταβλητές της βάσης παίρνω την επόμενη εφικτή λύση:

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (6, 0, 0, 36, 12)$.

Παρατηρώ ότι για το z, όσο αυξάνω το x_3, μειώνεται. Οπότε αυξάνω την τιμή του x_2.

Για $x_3 = 0$, ελέγχω μέχρι που παραμένουν θετικές οι υπόλοιπες μεταβλητές μέσα στη βάση:

$$x_3 = 0 \Rightarrow \begin{array}{lll} x_1 \geq 0 & -\frac{3}{5} x_2 - 6 \ \geq 0 & x_2 \leq 10 \\ x_4 \geq 0 \Rightarrow & -\frac{9}{5} x_2 + 36 \geq 0 \quad \Rightarrow & x_2 \leq 20 \\ x_5 \geq 0 & -\frac{12}{5} x_2 + 12 \geq 0 & x_2 \leq 5 \end{array}$$

Η τομή των τριών ανισοτήτων είναι ότι $\mathbf{x_2 \leq 5}$.

Για x_2 **= 5,** παρατηρούμε ότι $x_5 = 0$, οπότε έχουμε αλλαγή βάσης:

B = $\{x_1, x_2, x_4\}$, **EB** = $\{x_3, x_5\}$.

Στον τύπο του x_5, λύνουμε ως προς x_2, οπότε προκύπτει ότι $x_2 = -\frac{1}{12} x_3 - \frac{5}{12} x_5 + 5$

Αντικαθιστώ:

$x_1 = \frac{1}{4} x_3 + \frac{1}{4} x_5 + 3$

$x_4 = \frac{1}{4} x_3 + \frac{3}{5} x_5 + 3$

$z = -\frac{3}{4} x_3 - \frac{1}{4} x_5 + 27$

Μηδενίζοντας τις μεταβλητές της βάσης παίρνω την επόμενη εφικτή λύση:

$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (3, 5, 0, 3, 0)$.

Παρατηρώ ότι για το z, όσο αυξάνω το x_3, μειώνεται, καθώς και όσο αυξάνω το x_5, οπότε παύω.

Οπότε η βέλτιστη εφικτή λύση είναι η $x_1 = 3$, $x_2 = 5$.