

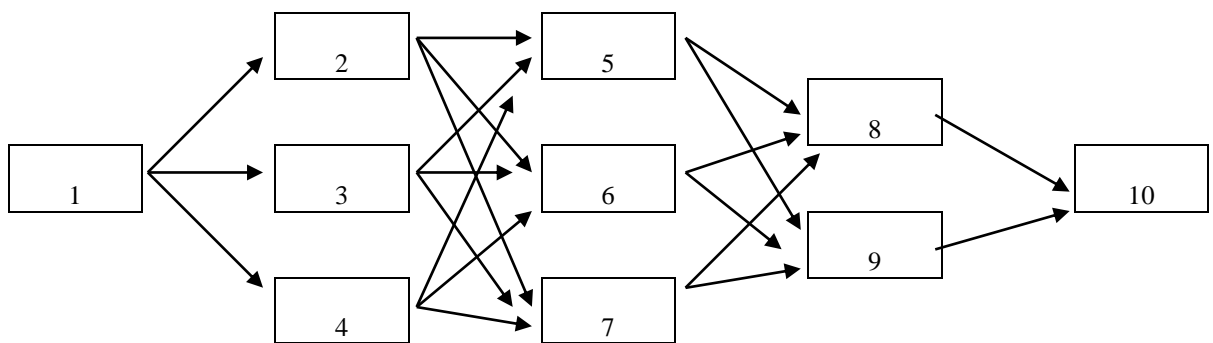
Carrera : Licenciatura en Sistemas Informáticos

Cátedra: Investigación Operativa

Tema : Unidad 4 - Programación Dinámica Determinística – b) Guía de Trabajos Prácticos
b-1) Trabajos Prácticos Grupales**1) Problema de la diligencia.**

Un vendedor mítico, tenía que viajar hacia el oeste por diligencia, a través de tierras hostiles, aproximadamente hace 125 años. Aún cuando su punto de partida y destino eran fijos, tenía un número considerable de opciones para elegir qué estados (o territorios que posteriormente se convirtieron en estados) recorrer en su ruta. En la figura se muestran las rutas posibles, en donde cada estado se representa por un bloque numerado. Por tanto se requerían 4 etapas para viajar desde su punto de embarque en el estado 1 hasta su destino en el estado 10.

Este vendedor era un hombre prudente, que se preocupaba bastante respecto a la seguridad de su viaje. Después de reflexionar un poco se le ocurrió una forma un tanto ingeniosa de determinar la ruta más segura. Se ofrecían seguros de vida a los pasajeros de las diligencias. Como el costo de cada póliza se basaba en una evaluación cuidadosa de la seguridad de ese recorrido, la **ruta más segura debía ser aquella con la póliza de seguro de vida más barata.**



El costo de la póliza estándar para el viaje en diligencia del estado i al j , el cual se denotará por C_{ij} , es

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|--|---|---|--|----|
| | 2 | 3 | 4 | | 5 | 6 | 7 | | 8 | 9 | | 10 |
| 1 | 2 | 4 | 3 | | 7 | 4 | 6 | | 1 | 4 | | 3 |
| | | | | 2 | 3 | 2 | 4 | | 6 | 3 | | 4 |
| | | | | 4 | 4 | 1 | 5 | | 3 | 3 | | |

¿Cuál ruta optimiza el costo total de la póliza?

2) Asignación a una zona de riego durante 4 meses, conociendo las funciones de beneficio.

Dado un volumen de agua en un embalse se debe satisfacer la demanda de una zona de riego en un período de 4 meses. Si se conocen las funciones de beneficio por volúmenes regados para cada mes, pueden presentarse 2 casos:

2.1) El volumen total es mayor o igual que la suma de los volúmenes óptimos en cada mes.

La tabla siguiente indica los beneficios (um) de las asignaciones para 0, 10, 20, 30, 40 y 50 hm^3 , en los diferentes meses considerados.

| hm^3 | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 |
|---------------|---|----|----|----|----|----|
| b_1 | 0 | 2 | 2 | 4 | 8 | 10 |
| b_2 | 0 | 3 | 4 | 7 | 7 | 8 |
| b_3 | 0 | 1 | 3 | 5 | 9 | 7 |
| b_4 | 0 | 4 | 4 | 4 | 5 | 7 |

Encontrar la asignación que optimice el objetivo del problema.

2.2) (RESUELTO EN CLASE DE TEORIA) El volumen total disponible es menor que la suma de volúmenes individuales en cada mes y es igual a 50 hm^3 .

3) Verificación del principio de optimalidad de Bellman.

Resolver el problema anterior alterando el orden de las etapas a los efectos de verificar el citado principio.

4) Asignación simultánea a varios proyectos.

Cuatro proyectos de ingeniería se van a asignar con fondos para la construcción de un proyecto limitado de un pequeño distrito político.

Identificados como proyectos 1, 2, 3 y 4, estas alternativas producirán beneficios netos independientes que se indican en la tabla (um x 1.000).

Utilizando Programación Dinámica y dados los intervalos de mallas, **determinar la asignación óptima de 200.000 um, correspondientes a los fondos de construcción.**

| Nivel | 1 | 2 | 3 | 4 |
|-------|----|----|-----|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 20 | -5 | 1 | 5 | 0,50 |
| 40 | 0 | 2 | 10 | 1 |
| 60 | 5 | 3 | 15 | 5 |
| 80 | 8 | 4 | 20 | 15 |
| 100 | 12 | 5 | 22 | 35 |
| 120 | 17 | 6 | 18 | 38 |
| 140 | 21 | 7 | 15 | 42 |
| 160 | 22 | 8 | 5 | 43 |
| 180 | 21 | 9 | - 5 | 43,50 |
| 200 | 20 | 10 | -10 | 44 |

5) Resolución de un caso de minimización de la probabilidad de falla en tres equipos de ingeniería.

Una empresa de energía está considerando la investigación sobre un determinado problema relativo a la operación de grupos de trabajo.

Hay tres equipos de ingeniería que están trabajando, siguiendo cada uno de ellos procedimientos diferentes para resolver el citado problema. La empresa ha estimado que la probabilidad actual de que los equipos 1, 2 y 3 ***no tengan éxito*** es de $0,40 \times 0,60 \times 0,80 = 0,192$.

La empresa considera que es necesario minimizar esta probabilidad y ha tomado la decisión de contratar 2 consultores de alta especialización para que se integren a los equipos a fin de disminuirla tanto como sea posible.

La tabla da la probabilidad estimada de que los equipos fallen cuando a cada uno de ellos se le asigna 0, 1 ó 2 consultores. ***Se deberá determinar a qué equipos y en qué número conviene integrar los consultores para optimizar la probabilidad de fracaso de la operación de los grupos de trabajo.***

| Nro. de Consultores especializados | Probabilidad de falla del equipo 1 | Probabilidad de falla del equipo 2 | Probabilidad de falla del equipo 3 |
|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
| 0 | <i>0,40</i> | <i>0,60</i> | <i>0,80</i> |
| 1 | <i>0,20</i> | <i>0,40</i> | <i>0,50</i> |
| 2 | <i>0,15</i> | <i>0,20</i> | <i>0,30</i> |

6) Resolución del problema del camionero.

Un camionero que trabaja por su cuenta tiene 8 m^3 de espacio disponible en un camión que saldrá para una determinada ciudad. Un distribuidor que tiene grandes cantidades de tres artículos diferentes, todos destinados para esa ciudad, ha ofrecido al camionero los siguientes pagos por transportar tantos artículos como quepan en el camión:

| Artículo | Pago, \$/artículo | Volumen, $\text{m}^3/\text{artículo}$ |
|----------|-------------------|---------------------------------------|
| I | <i>11</i> | <i>1</i> |
| II | <i>32</i> | <i>3</i> |
| III | <i>58</i> | <i>5</i> |

Determinar cuál será la carga a transportar por el camionero que optimice el objetivo del problema.

UNIVERSIDAD AUTONOMA de ENTRE RIOS

Facultad de Ciencia y Tecnología

Carrera : Licenciatura en Sistemas Informáticos

Cátedra: Investigación Operativa

Tema : Unidad 4 - Programación Dinámica Determinística – b) Guía de Trabajos Prácticos

b-2) Trabajos Prácticos de auto aprendizaje/evaluación

- 1) David Vázquez, Contador Público, ha recibido ofertas de 3 diferentes clientes que desean sus servicios. A cada cliente le gustaría que el Sr. Vázquez trabajara para él de tiempo completo; sin embargo, cada cliente está deseoso de emplear al Sr. Vázquez por tantos días semanales como él pueda hacerlo, por los honorarios (\$) que se muestran en la tabla siguiente. *¿Cuántos días deberá dedicar el Sr. Vázquez a cada cliente para optimizar su ingreso mensual?*

| Nro. de días | Cliente | 1 | 2 | 3 |
|--------------|---------|-----|-----|-----|
| 0 | | 0 | 0 | 0 |
| 1 | | 100 | 125 | 150 |
| 2 | | 250 | 250 | 300 |
| 3 | | 400 | 375 | 400 |
| 4 | | 525 | 500 | 550 |
| 5 | | 600 | 625 | 650 |

- 2) Una compañía pronto estará introduciendo un nuevo producto a un mercado muy competitivo y, por consiguiente, actualmente está planeando su estrategia de mercadeo. Se ha tomado la decisión de introducir el producto en 3 fases. La fase 1 estará caracterizada por hacer una oferta especial de introducción del producto al público, a un precio muy reducido para atraer a los primeros compradores. La fase 2 comprenderá una campaña intensiva de publicidad para persuadir a estos primeros compradores a continuar comprando el producto a un precio normal. Se sabe que otra compañía estará introduciendo un nuevo producto competidor aproximadamente cuando esté finalizando la fase 2. Por lo tanto, la fase 3 comprenderá una campaña de refuerzo de la publicidad y de promoción para tratar de evitar que los compradores regulares cambien hacia la compra del producto competidor

Se han presupuestado un total de 5 millones de dólares para esta campaña de mercadeo. El problema ahora es determinar cómo asignar de manera más efectiva a las 3 fases. Denotemos por m la participación inicial del mercadeo (expresada como un porcentaje) alcanzada en la fase 1, por f_2 la fracción de la participación de este mercado que se conserva en la fase 2 y por f_3 la fracción de la participación restante del mercado que se conserva en la fase 3

Determinar cómo deben asignarse los 5 millones de dólares para maximizar la participación final del mercado para el nuevo producto.

| Millones de dólares gastados | Efecto sobre la participación en el mercado | | |
|------------------------------|---|-------|-------|
| | m | f_2 | f_3 |
| 0 | -- | 0,30 | 0,50 |
| 1 | 10 | 0,50 | 0,70 |
| 2 | 15 | 0,70 | 0,85 |
| 3 | 22 | 0,80 | 0,90 |
| 4 | 27 | 0,85 | 0,93 |
| 5 | 30 | 0,90 | 0,95 |

3) Considere el problema de diseñar un mecanismo electrónico que consiste en $j = 3$ componentes principales. Las 3 componentes se disponen en serie de tal manera que la falla de una componente causará la falla del mecanismo completo. La confiabilidad (probabilidad de que no fracase) del mecanismo puede mejorarse instalando en paralelo unidades (de reserva) en cada componente. Cada uno de éstos puede incluir, necesariamente, $i = 1, 2$ ó 3 unidades en paralelo. El capital total (en miles de unidades monetarias) disponible para el diseño del mecanismo es 10. Se tabulan a continuación los datos para la confiabilidad $R_j(m_i)$ y costo $C_j(m_i)$ para el i -ésimo componente ($i = 1, 2$ y 3).

| m_i | <u>j = 1</u> | | <u>j = 2</u> | | <u>j = 3</u> | |
|-------|--------------|---|--------------|---|--------------|---|
| | R | C | R | C | R | C |
| 1 | 0,50 | 2 | 0,70 | 3 | 0,60 | 1 |
| 2 | 0,70 | 4 | 0,80 | 5 | 0,80 | 2 |
| 3 | 0,90 | 5 | 0,90 | 6 | 0,90 | 3 |

3.1) **Desarrollar un modelo completo y detallado para el presente problema.**

3.2) **Hallar y describir la solución óptima.**

UNIVERSIDAD AUTONOMA de ENTRE RIOS
Facultad de Ciencia y Tecnología

Carrera : Licenciatura en Sistemas Informáticos

Cátedra: Investigación Operativa

Tema : Unidad 4 - Programación Dinámica Determinística b) Guía de Trabajos Prácticos
b-1) b-2) Trabajos Prácticos - Respuestas

1) Problema de la diligencia.

Ruta óptima: 1-3-5-8-10 ó 1-4-5-8-10 ó 1-4-6-9-10.

Costo mínimo: 11.

2) 2.1) Asignación a una zona de riego durante 4 meses, conociendo las funciones de beneficio.

Entrega total de agua 190 hm³.

Beneficio máximo = 34 um.

4) Asignación simultánea a varios proyectos.

Asignación Proyecto 1 = 0 um,

Asignación Proyecto 2 = 0 um,

Asignación Proyecto 3 = 80.000 um,

Asignación Proyecto 4 = 120.000 um.

Beneficio máximo = 58.000 um.

5) Resolución de un caso de minimización de la probabilidad de falla en tres equipos de ingeniería.

Asignación Consultores Equipo 1 = 1,

Asignación Consultores Equipo 2 = 0,

Asignación Consultores Equipo 3 = 1.

Probabilidad mínima de falla = 6 %.

6) Resolución del problema del camionero.

El camionero llevará 3 artículos I y 1 artículo III.

Mínimo pago previsto: \$ 91.

1- Adicional) Resolución del problema del contador.

El contador trabajará 3 días para el cliente 1, 0 días para el cliente 2 y 2 días para el cliente 3.

Máximo ingreso mensual: \$ 700.

2- Adicional) Problema de estrategia de mercadeo.

Se asignarán 3 millones para la fase 1, 2 millones para la fase 2 y 0 millones para la fase 3.

Participación final de mercadeo: 5,61%.

3- Adicional) Problema de diseño de un mecanismo electrónico

La confiabilidad (probabilidad de que el mecanismo no fracase) es de 50,4 %, asignando 2 unidades en paralelo al primer componente, 1 unida en paralelo al segundo componente y 3 unidades en paralelo al tercer componente.