71

Lógica y Álgebra - Parcial N° 2 - Fecha 03/07/2019 – Grupo I FCYT

Apellido y Nombre: [illegible]

1) Siendo A = {1, 2, 3, 4} y dada R en A, definida por R = {(1,3), (4, 2), (3, 1), (2, 2), (2, 4)}. **(15 pts.)** (hoja 1)

13 pts.

a) Indica el Dominio y el codominio

b) Representar la matriz y el digrafo de la relación

c) Clasificar justificando en cada caso si la relación es (Reflexiva, Irreflexiva, Simétrica, Asimétrica, Antisimétrica, Transitiva, Relación de equivalencia)

2) Dados los siguientes vectores: $\vec{u} = (-2, 4, 0, 3)$, $\vec{v} = (-1, 3, 4, 0)$ y $\vec{w} = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1, 2)$. **(10 pts.)** (hoja 2)

10p

a) Calcular $\vec{u}.\vec{w}$

b) Obtener $\vec{x}$ talque: $2\vec{u} - 3\vec{x} - 2\vec{w} = 5\vec{v}$

3) Dadas las siguientes matrices: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & -2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. **(15 pts.)** (hoja 3)

7p

Calcular si es posible: a) AB b) A^{-1} c) BA NC

15 pts 4) Dado el siguiente sistema: $\begin{cases} 1x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 1 \\ 1x_1 + 1x_2 + 0x_3 = 2 \\ 2x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$ **(20 pts.)** (hoja 2)

a) Escribir el sistema en su forma matricial

b) Resolverlo y clasificarlo

c) Identificar la solución al sistema homogéneo asociado

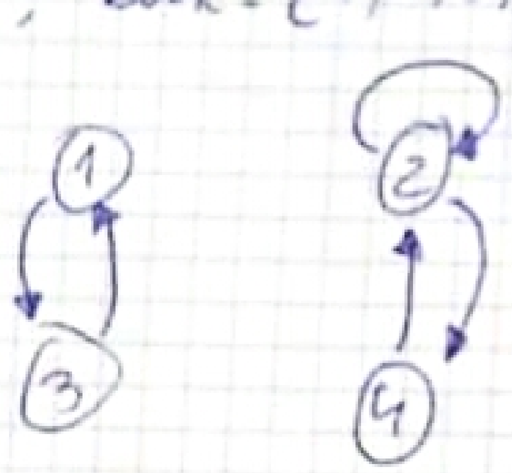
11 pts. 5) Exprese la suma de matrices en forma analítica y la multiplicación por un escalar. Enuncie las propiedades de las operaciones definidas. **(20 pts.)** (hoja 1)

15 pts. 6) Enuncie las operaciones elementales de renglón. Notación de las mismas. ¿Para qué aplica dichas operaciones?. **(20 pts.)** (hoja 1)

① ⓐ $D_R = \{1,2,3,4\}$; $Rod_R = \{1,2,3,4\}$

ⓑ

$$R.\quad \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$



ⓒ

Reflexiva	Irreflexiva	Simétrica	Asim.	Antis.	Transit.	RE
NO	NO	-3,1 NO	NO	NO	Si NO	NO
$1 \not R 1$	$2R2$	$1 \not R 1$	$2R2$	$4R2 \to 2R4$	$4R2 \wedge 2R4 \to 2R2$	no es reflexiva no simétrica
		$3 \not R 3$	$1R3 \to 3R1$	$3R1 \to 1R3$	$(1,3) \wedge (3,1)$ $1 \not R 1$	

⑥ ① Intercambiar renglones $R_a \rightleftarrows R_b$; $a, b \in \mathbb{N}^+$;

② Multiplicar renglón por el inverso del pivote.

$R = (r_{ij})$ $\quad R_n \to R_n\left(\frac{1}{r_{ij}}\right)$; si $r_{ij} > 0$; $\quad i, j \in \mathbb{N}^+$;

$R_n \to R_n\left(-\frac{1}{r_{ij}}\right)$; si $r_{ij} < 0$;

③ Sumar renglones

$R_n \to R_n + R_e$; $\quad n, e \in \mathbb{N}^+$;

Dichas operaciones se realizan para llegar a la forma escalonada reducida por renglones a fin de intentar llegar a obtener la matriz identidad. con sistemas equivalentes

(4) (b)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_2 \to R_1(-1)+R_2 \\ R_3 \to R_1(-2)+R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & -2 & -4 & 1 \\ 0 & -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} R_2 \to R_2\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1/2 \\ 0 & -2 & -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} R_1 \to R_2(-3)+R_1 \\ \\ R_3 \to R_2(2)+R_3 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 5/2 \\ 0 & 1 & 2 & -1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad S.C._I$$

Sistema compatible indeterminado ✓

(c) $x_3 = t$

$x_2 + 2t = -1/2 \Rightarrow x_2 = -1/2 - 2t$

$x_1 - 2t = 5/2 \Rightarrow x_1 = 5/2 + 2t$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ -1/2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} t$$

Sol gral del sistema ✗

(a)

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \checkmark$$

Falta sol al sistema homogéneo asoc

(a)

$$\begin{array}{c|c} A \times B & \begin{matrix} 1 & 2 \\ 5 & -2 \\ 4 & 11 \end{matrix} \\ \hline \begin{matrix} 2 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 4 & 11 \\ -5 & 12 \\ 9 & 4 \end{pmatrix} \end{array}$$

$a_{11} = (2(1) + 5(1) + 3(-1)) = 4$

$a_{12} = (2(2) + (1(-2) + 3(3)) = 11$

$a_{21} = (2(1) + -1(5) + 2(-1)) = -5$

$a_{31} = (1(1) + 2(5) + 2(-1)) = 9$

$a_{22} = (2(2) - 1(-2) + 2(3)) = 12$

$a_{32} = (1(2) + 2(-2) + 2(3)) = 4$

(b)

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 2 & 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) R_1 \to R_1(1/2) \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \ldots$$

$R_2 \to R_1(-2) + R_2$

$R_3 \to R_1(-1) + R_3$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & \cancel{1}\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 3/2 & 1/2 & -1/2 & 0 & \cancel{0}\ 1 \end{array}\right) R \to -1/2 R_2 \ldots$$

$$\ldots \begin{pmatrix} 1 & 1/2 & 3/2 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1/2 & 1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 3/2 & 1/2 & -1/2 & 0 & 0 \end{pmatrix} R_3 \to R_1(-3/2) + R_3$$

inc.

(2) (a) $\vec{u} \cdot \vec{w} = \frac{19}{3}$

$$\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ + \\ 4/3 \\ + \\ 0 \\ + \\ 6 \end{pmatrix} = \frac{19}{3}$$

(b) $2\vec{u} - 3x - 2\vec{w} = 5\vec{v}$

$$-3x = 5\vec{v} + 2\vec{w} - 2\vec{u}$$

$$x = (5\vec{v} + 2\vec{w} - 2\vec{u}) \cdot -1/3$$

$$\overset{\vec{v}}{5\begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}} = \overset{5\vec{v}}{\begin{pmatrix} -5 \\ 15 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix}} \qquad \overset{\vec{w}}{2\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}} = \overset{2\vec{w}}{\begin{pmatrix} 1 \\ 2/3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}} \qquad \overset{\vec{u}}{-2\begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}} = \begin{pmatrix} +4 \\ -8 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$5\vec{v} + 2\vec{w} - 2\vec{u}$

$$\begin{pmatrix} -5 \\ 15 \\ 20 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2/3 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 0 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 23/3 \\ 18 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$x = -1/3 \begin{pmatrix} 0 \\ 23/3 \\ 18 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -23/9 \\ -6 \\ 2/3 \end{pmatrix}$$

Som des matrices [illegible]

(5) $A+B = a_{ij} + b_{ij} = C = c_{ij}$

$$A_{mn} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1j} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2j} & a_{2n} \\ a_{i1} & a_{i2} & a_{ij} & a_{in} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mj} & a_{mn} \end{pmatrix} + B_{mn} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1j} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2j} & b_{2n} \\ b_{i1} & b_{i2} & b_{ij} & b_{in} \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{mj} & b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= c_{ij} \begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{2n}+b_{2n} \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}$$

$$= c_{ij} \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \cdots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} \cdots & c_{2n} \\ & \vdots & \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{mn} \end{pmatrix}$$

$A+B = B+A$

$(A+B)+C = A+(B+C)$

$O+A = A$

$\alpha A = \alpha(a_{ij}) \quad i,j \in \mathbb{N}^* \quad \alpha \in \mathbb{R}$

$$\alpha \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \alpha a_{2n} \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}$$

$1A = A$

$0A = O$

$(A+B)+C = A+(B+C)$

$\alpha(A+B) = \alpha A + \alpha B$

$AA^{-1} = A^{-1}A = I$

$C(A+B) = CA + CB$

$A+O = A$

$1 \cdot A = A$

$A+B = B+A$