

**Facultad de Ciencia y Tecnología – UADER – Sede Oro Verde.**  
**Licenciatura en Sistemas Informáticos**  
**MATEMÁTICA DISCRETA – Examen Final 16/12/2020**

**Ejercicio 1.**

El sistema de numeración telefónica. El formato de los números de teléfonos se determina mediante el sistema de numeración decimal y vienen dado en algunos países por la secuencia NYX – NNX – XXXX; NYX es el código de área, NNX es el código de zona y XXXX es la terminal. Se sabe además que X denota un dígito que puede ser cualquier valor de 0 a 9; N está formado por un dígito cualquiera de 2 a 9 e Y denota un dígito que puede ser 0 o 1.

- a) ¿Cuántos números de teléfonos distintos se pueden armar de esta manera?
- b) Es posible encontrar en la secuencia NYXNNXXXXX que el número que se forma sea capicúa y sea un número par, escribir algunos que cumplan con la condición planteada y luego contar cuántos son en total.

**Ejercicio 2.**

- a) Plantear una ecuación diofántica, que permita calcular, si existen, enteros x e y tales que  $(28)_x - (77)_y = 14$ . **Ayuda:** recuerde, por ejemplo, que  $(abcd)_w = d + cw + bw^2 + aw^3$ .
- b) Efectuar la siguiente operación en  $Z_{234}$ :  $[35]^{-1} \cdot [2] + [13]^5$ . (Los corchetes indican clases residuales).

**Ejercicio 3.**

- a) Utilizar el Teorema Chino del Resto para establecer un isomorfismo entre los anillos:  $Z_{24}$  y  $Z_8 \times Z_3$ . Calcular  $f(18)$ ,  $f(-20)$ . Calcular la pre-imagen del elemento  $(2, 2)$ .
- b) Dado el grupo multiplicativo  $(U_{24}, *)$ , de las unidades del anillo  $(Z_{24}, +, *)$ , se pide:
  - b.1) Hallar el orden del grupo, o la cantidad de elementos que tiene  $U_{24}$ .
  - b.2) Escribir todos los elementos del grupo de las unidades.
  - b.3) Hallar un subgrupo no trivial.

**Ejercicio 4.**

En la tabla se muestran tres funciones booleanas de  $B^3 \rightarrow B$ , se pide:

x	y	z	$f(x, y, z)$	$g(x, y, z)$	$h(x, y, z)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	1	0

- a) Expresar f en su forma norma disyuntiva.
- b) Expresar g en su forma normal conjuntiva.
- c) Construir la función booleana  $k = f \cdot \bar{g} + h$ .

**Ejercicio 5.**

Dada la matriz generadora  $G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  de una función de codificación  $E: \mathbb{Z}_2^2 \rightarrow \mathbb{Z}_2^5$ , se pide:

- a) Hallar el conjunto de palabras codificadas y la distancia mínima entre ellas.
- b) Hallar la capacidad del código para detectar y corregir errores.
- c) Hallar la matriz de verificación de paridad asociada.

### Ejercicio 6.

Probar que  $2 + 6 + 18 + \dots + 2 \cdot 3^{n-1} = 3^n - 1$  para todo  $n$  natural.