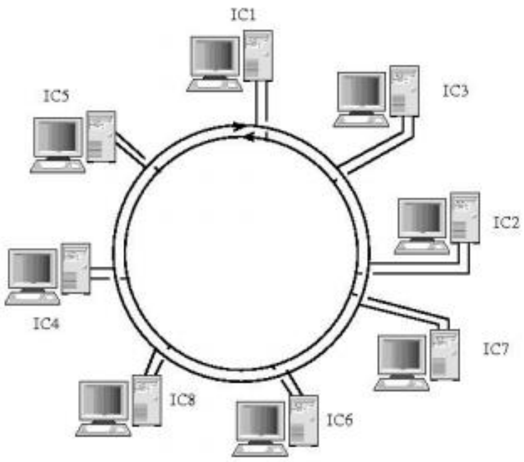
Facultad de Ciencia y Tecnología – UADER – Sede Oro Verde.
Licenciatura en Sistemas Informáticos - MATEMÁTICA DISCRETA – Examen Final
24/02/2021 (MV)

Ejercicio 1. (20 puntos)

I) Sea el alfabeto $\sum = \{0, 1\}$, una sucesión (0, 0, 1, 0, 1, 1, 0) de bits o de símbolos del alfabeto dado, también se lo puede simbolizar como una concatenación o cadena: 0010110.

a) ¿Cuántas cadenas de longitud máxima 7 se pueden construir?
b) ¿Cuántas cadenas de longitud 7 son de peso par?
c) ¿Cuántas cadenas de longitud 7 tienen a 11 como sufijo propio?
d) Escribir como concatenación de lenguajes las cadenas de longitud 7 que tienen a 11 como sufijo propio.

II) Queremos instalar una red local de 8 ordenadores en anillo doble, como se muestra en la figura. Los ordenadores, con números de 1 hasta 8, tienen características diferentes. ¿Cuántas redes diferentes se pueden instalar? Consideramos dos redes como idénticas si tienen la misma topología (es decir: si cada ordenador tiene los mismos vecinos en las dos redes). La topología de una red es importante porque determina que ordenadores se comunican más rápidamente entre sí, y el comportamiento de la red en caso de ruptura de cables.



Ejercicio 2. (30 puntos)

a) Demostrar por inducción matemática, para n ≥ 1: $2^{4n} - 1$ es divisible por 5.

b) Un encargado gastó \$65036 en la compra de discos duros y memorias RAM. Cada memoria RAM costó \$4123 y cada disco duro \$7235. ¿Cuántas memorias y cuántos discos compra?

Ejercicio 3. (20 puntos)

a) Determinar si $(\mathbb{R}^+, *)$ es grupo, con $*$ definido como $x * y = 2xy$ (del lado derecho se tiene la multiplicación usual de números reales.

b) Construir la tabla del subgrupo aditivo generado por el elemento H = <3> del grupo $(Z_{15}, \overset{15}{+})$.

Ejercicio 4. (15 puntos)

Con $\sum = \{0,1\} = I = O$, construir una máquina de estados finitos que identifique la subcadena 0010 con solapamiento.

Ejercicio 5. (15 puntos)

Resolver la relación de recurrencia: $3a_{n-1} + 2a_{n-2} + a_n = 15.2^n, \quad a_0 = 0, \ a_1 = 1$