UNIVERSIDAD AUTONOMA de ENTRE RIOS

Facultad de Ciencia y Tecnología

Carrera: Licenciatura en Sistemas Informáticos
Cátedra: Investigación Operativa
Tema : Unidad 1 - Modelos Matemáticos – b) Guía de Trabajos Prácticos
b-1) Trabajos Prácticos Grupales

1) Una compañía produce dos tipos de fertilizantes (I y II). El fertilizante I esta compuesto por 25% de ingredientes activos y 75% de ingredientes inertes. El fertilizante II esta compuesto por 40% de ingredientes activos y 60 % de inertes. En depósito pueden almacenarse 500 ton de ingredientes activos y 1.200 ton de inertes, y se reponen completamente una vez por semana. El producto I es similar a otro que se encuentra en el mercado, esto limita su precio de venta a un valor no mayor de $ 250 por ton. El precio del fertilizante II no esta restringido ya que no existe otro producto similar en el mercado. Sin embargo, la demanda depende del precio de venta y la empresa ha determinado que el precio (P) y la demanda (D) estén relacionados por:

$$P = 600 - D$$

Se requiere determinar la cantidad de cada producto I y II que semanalmente se debe producir para maximizar la ganancia.

A) Formular el correspondiente modelo matemático.
B) El modelo, es lineal o no lineal? Por qué?

2) Una compañía debe enviar 1.000 m^3 de un producto desde la fábrica hasta un depósito alejado, empleando un camión de caja rectangular para el transporte. La caja debe ser construida empleando un material para la base y los costados que cuesta $ 200 el m^2, mientras que el material que se utiliza en el techo de la caja cuesta la mitad. Se dispone solamente de 70 m^2 del material más costoso, mientras que la cantidad disponible del otro es ilimitada.

La altura máxima permitida por túneles y puentes es de 3 m. El costo de cada viaje de la fábrica al depósito es de $ 800 (incluye el retorno y es independiente de las dimensiones del camión). Suponiendo que no existe límite de tiempo para llevar a cabo el traslado de los 1.000 m^3, cuáles son las dimensiones que minimizan el costo total de construcción del camión y transporte del producto?

A) Modelar el problema.
B) Caracterizar de acuerdo a las clasificaciones vistas en clase.

3) Dado el siguiente modelo matemático:

$$\text{mín } X_0 = 2X_1 - 5X_2 + 2$$

s.a.

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &\geq 2 \\ -2X_1 + X_2 &\geq 0 \\ 2/3X_1 + X_2 &\leq 4 \\ \\ X_1,\ X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

3.1) Grafique el problema.
3.2) Halle puntos factibles, no factibles y la región factible.
3.3) Trate de hallar la solución. De qué forma lo haría posible?
3.3.1) Ahora intente graficar la solución hallada.

4) Dados los siguientes modelos matemáticos, Qué haría Ud. para hallar la solución?

4.1) $\text{Mín } X_0 = 5X_1 - 3X_2 + 7$

s.a.

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &= 10 \\ 2X_1 &\leq 5 \\ |X_1 + 2X_2| &\leq 15 \\ X_1,\ X_2, &\geq 0 \end{aligned}$$

4.2) $\text{Máx } X_0 = 3X_1 + 2X_2 + 5X_3$

s.a.

$$\begin{aligned} 15X_1 + 3X_2 - 7X_3 &\leq 8 \\ 7X_2 + 9X_3 &\leq 5 \\ 3X_1 + 12X_2 - 5X_3 &\leq 7 \\ X_1;\ X_2;\ X_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

5) Considere el problema

$$\text{máx } X_0 = X_1 + 2X_2$$

s.a.

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 &\leq 2 \\ -X_1 + 2X_2 &\geq 1 \\ X_1,\ X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

A) Grafique las restricciones y muestre la región factible. Grafique la función objetivo para X_0 = 2, 3 y 4. Identifique la solución óptima, valuando cada vértice factible.

B) Formule el problema como uno de minimización con restricciones de >=. Halle el óptimo valuando vértices factibles y observando gráficamente.

C) Cuál sería la solución óptima si se agregara a B) la restricción X_1 <= 1,5. Grafique y concluya.

D) Si se agrega a B) la restricción X_1 >= 1,5, cuál es la nueva solución óptima? Grafique y concluya.

6) Considere el siguiente modelo matemático:

$$\text{máx } X_0 = X_1 + 2X_2$$

s.a.

$$2/3X_1 + X_2 \geq 2$$
$$-X_1 + X_2 \geq 1$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

6.1) Grafique las restricciones y muestre la región factible.
6.2) Cuál es la solución óptima del problema? Valúe la F.O. en los vértices de la R.F.
6.3) Si el objetivo es mín X_0 , cuál es la nueva solución óptima?

7) Considere el siguiente problema:

$$\text{mín } X_0 = 6X_1 + 3X_2$$

s.a.

$$2X_1 + 2X_2 \geq 4$$
$$2X_1 + 2X_2 \leq 2$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

7.1) Determine la región factible.
7.2) Cuál es la solución óptima?
7.3) Si la restricción $2X_1 + 2X_2 <= 2$ es reemplazada por $2X_1 + 2X_2 <= 8$, Cuál es la solución óptima?
7.4) Si se agrega al problema la restricción $X_1 <= 4,5$ Cuál es la nueva solución óptima?

8) Considere el siguiente problema de programación lineal:

$$\text{mín } X_0 = 2X_1 + 4X_2$$

s.a.

$$X_1 + X_2 \geq 3$$
$$X_1 \geq 2$$
$$X_1, X_2 \geq 0$$

A) Grafique la región factible y la F.O. para un valor cualquiera.
Indique si a su criterio el problema tiene solución. Por qué?
B) Cuál sería la solución óptima si el problema fuese de máx.
C) Cuál sería la solución óptima si la restricción primera se cambia por $X_1 + 2X_2 >= 3$. (Probl. de mín).

UNIVERSIDAD AUTONOMA de ENTRE RIOS

Facultad de Ciencia y Tecnología

Carrera: Licenciatura en Sistemas Informáticos
Cátedra: Investigación Operativa
Tema : Unidad 1 - Modelos Matemáticos – b) Guía de Trabajos Prácticos
b-2) Trabajos Prácticos de auto aprendizaje/evaluación

1) Un sistema de riego puede ser cultivado con dos tipos de cultivos. La superficie disponible es de 60 has. El cultivo 1 requiere 2 unidades de agua por unidad de superficie y 60 unidades de capital. El cultivo 2 requiere 1 unidad de agua por unidad de superficie y 10 unidades de capital.
Maximizar el beneficio sabiendo que el cultivo 1 genera 30 unidades monetarias/unid y el cultivo 2 genera 10 unidades monetarias. Se disponen 80 unidades de agua y 2.100 de capital.

A) Formular el correspondiente modelo matemático.
B) Qué tipo de modelo es? Porqué?
C) Dibuje la región factible.
D) Identifique puntos extremos factibles y no factibles.
E) Determine el valor óptimo por valuación de la función objetivo en extremos factibles.

2) Una Empresa, produce fertilizantes y aditivos. Para unos y otros las principales operaciones de producción son las siguientes:

secado,
maquinado,
triturado de fertilizantes,
triturado de aditivos,

que desgraciadamente, están sometidas a limitaciones. Así que, para la próxima semana las capacidades disponibles de producción son las siguientes para una u otra de las manufacturas, en Kg.:

	Fertilizantes	Aditivos
secado	25.000	35.000
maquinado	33.333	16.667
triturado de fertiliz.	22.500	--------
triturado de aditivos	--------	15.000

La demanda es prácticamente ilimitada; los pedidos se colocan muy fácilmente. La ganancia que se puede obtener por Kg. de fertilizante es de 15 um. y por kg. de aditivo es de 12,5 um.

Para cada Kg. producido, los porcentajes de ocupación del tiempo total disponible, son (aprox.) los siguientes:

	Fertilizantes	Aditivos
secado	0,004	0,00286
maquinado	0,003	0,006
triturado de fertiliz.	0,00444	0
triturado de aditivos	0	0,00667

Calcular las cantidades de fertilizantes y de aditivos que deben producirse en estas condiciones, de tal manera que la ganancia total sea máxima.

A), B), C), D) y E) Idem anterior.

3) Una fábrica de elementos terminales componentes de equipos de computación, tiene por meta asegurarse un máximo beneficio monetario de la venta de la producción de dos de los citados.

La actividad diaria en la línea montada a los efectos de la fabricación da por resultado un cierto número de piezas de los elementos terminales componentes.

Los factores intervinientes en la citada producción son cierta condición legal atinente al contrato de venta, una restricción laboral y la disponibilidad del material utilizado.

La condición legal impuesta a través de ciertas pruebas (estudios estadísticos) a los efectos de satisfacer el contrato mutuo de venta aconsejan que la diferencia entre el doble de la cantidad producida del segundo elemento terminal y el primer elemento terminal debe ser no menor que el número -2.

La restricción laboral citada indica que la diferencia entre el triplo de la cantidad producida del primer elemento terminal y el duplo del segundo elemento terminal debe ser igual que el número 6.

Ambos elementos terminales requieren para su producción diaria expresada en unidades una cantidad unitaria de Kg. del material utilizado. Se informa que se dispone de una cantidad máxima de 7 Kg. del mismo.

El beneficio monetario por unidad de producción de los citados elemento es 3 y 2, respectivamente.

3.1) Formular el correspondiente modelo matemático.
3.2) Qué tipo de modelo es? Porqué?
3.3) Dibuje la región factible.
3.4) Identifique puntos extremos factibles y no factibles.
3.5) Determine el valor óptimo por valuación de la función objetivo en extremos factibles.

UNIVERSIDAD AUTONOMA de ENTRE RIOS

Facultad de Ciencia y Tecnología

Carrera: Licenciatura en Sistemas Informáticos
Cátedra: Investigación Operativa
Tema : Unidad 1 - Modelos Matemáticos - – b) Guía de Trabajos Prácticos
b-1) b-2) Trabajos Prácticos – Respuestas

b-1) Grupales

1) 2) El modelo es ***no lineal*** ya que la F.O. no lo es.

2) 2) El modelo es ***no lineal*** ya que cumple con las condiciones vistas en teoría (ver).

3) 3) Intentamos hallar la solución óptima valuando la F.O. en los puntos factibles y nos quedamos con el mejor valor; ***F.O. óptima = - 18 (X_1 = 0; X_2 = 4).***

5) 1) F.O. óptima = 4 (X1 = 0, X2 = 2).
2) ***F.O. óptima = 3 (X_1 = 1; X_2 = 1).***
3) La solución ***óptima no cambia; F.O. óptima = 3 (X_1 = 1; X_2 = 1).***
4) La solución ***óptima si cambia***; ***F.O. óptima = 4 (X_1 = 3/2; X_2 = 5/4).***

6) 2) La F.O. crecerá indefinidamente en la dirección abierta del convexo. ***Solución infinita.***
3) Si estamos minimizando la ***F.O. óptima = 19/5 (X_1 = 3/5; X_2 = 8/5).***

7) 1) ***No existe región factible.***
2) ***No existe solución óptima.***
3) ***F.O. óptima = 6 (X_1 = 0; X_2 = 2).***
4) ***La solución óptima no cambia; F.O. óptima = 6 (X_1 = 0; X_2 = 2).***

8) 1) El problema SI tiene solución. ***F.O. óptima = 6 (X_1 = 3; X_2 = 0)***.
2) Si el problema fuese de maximización ***la solución óptima estaría en el infinito.***
3) ***F.O. óptima*** (infinitas soluciones determinadas) = ***6 (X_1 = 3; X_2 = 0, X_1 = 2; X_2 = 3/2, etc.).***

b-2) Auto aprendizaje/evaluación

1) 1.2) El modelo es ***lineal***.
1.5) ***F.O. óptima = 1.125 (X_1 = 32,5; X_2 = 15).***

2) 2.2) El modelo es ***lineal***.
2.5) ***F.O. óptima = 386.508 (X_1 = 20.363; X_2 = 6.485).***

3) 3.1) El modelo es lineal, ya que cumple con las condiciones vistas en teoría (ver).
3.5) ***F.O. óptima = 18 (X_1 = 4; X_2 = 3).***