Lógica Relaciones

(a,b) es un par ordenado donde: ① $(a,b) \neq (b,a)$

② $(a_1,b_1) = (a_2,b_2)$

sí $a_1 = a_2 \wedge b_1 = b_2$

Conjunto producto o producto cartesiano:

$A \times B = \{(a,b) / a \in A \wedge b \in B\}$ donde ① $A \times B \neq B \times A$

Definición de relación

$R = \{(x,y) \in A \times B / x R y\}$ otra forma $\Rightarrow$ $R: A \to B$;

$R = \{(a,b) / a \in A \wedge b \in B \wedge \text{"p"}\}$

donde "p" es una regla arbitraria cualquiera.

Dominio

$R \subseteq (A \times B)$; $D_R = \{x / x \in A \wedge \exists (x,y) \in R\}$

Imágen

$R \subseteq (A \times B)$; $I_R = \{y / y \in B \wedge \exists (x,y) \in R\}$

Relación Binaria

$R \subseteq A \times A$; o $R: A \to A$;

// Las relaciones se pueden representar en:

① Eje cartesiano ② Tablas de valores ③ Diagrama de Venn ④ Matrices. ⑤ Grafos (sólo $A \times A$)

Definición de Matriz de una relación

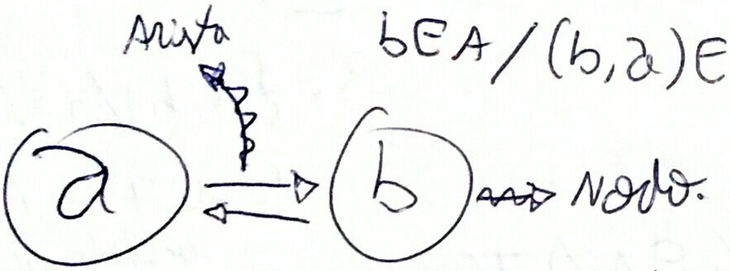
Si $R: A \to B \Rightarrow M_R = [m_{ij}]$ donde $m_{ij} = \begin{cases} 1 \text{ si } (a_i, b_j) \in R \\ 0 \text{ si } (a_i, b_j) \notin R \end{cases}$

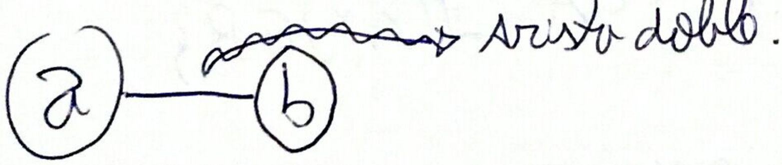
$$M = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

Definición de grafo dirigido

$R: A \to A$; $a \in A$; (1) Entradas de a (2) Salidas de a

$b \in A / (b, a) \in R$ $\quad$ $b \in A / (a, b) \in R$





Clasificación de relaciones.

Reflexiva

- $\forall a \in A: aRa$

o

- $\forall a \in A: (a,a) \in R$

Irreflexiva

- $\forall a \in A: a \not R a$

o

- $\forall a \in A: (a,a) \notin R$

Simétrica

- $\forall a, \forall b \in A: aRb \longrightarrow bRa$

Asimétrica

- $\forall a, \forall b \in A: aRb \rightarrow b \not R a$

Antisimétrica

- $\forall a, \forall b \in A: [(aRb) \wedge (bRa)] \rightarrow a = b$

$\therefore [(a \not R b) \vee (b \not R a)] \rightarrow a \neq b$

Transitiva

- $\forall a, \forall b, \forall c \in A: (aRb \wedge bRc) \rightarrow aRc$

Relación de equivalencia:	Relación de orden parcial.
• Reflexiva.	• Reflexiva.
• Simétrica.	• Antisimétrica.
• Transitiva.	• Transitiva.

Partición o conjunto cociente

(1) $A_1 \cup A_2 ... \cup A_n = S$.

(2) $A_i \cap A_j = \emptyset$ si $i \neq j$.

(3) $A_i \neq \emptyset ; \forall i$.

(4) $\forall s \in S \in$ a solo uno de los subconjuntos de A_i.

// Se puede saber la cantidad de particiones según los elementos de un conjunto, ver

- Número de Bell
- Serie de Bell.