Información digital binaria

Capítulo dos

Objetivo y Dominio

- Objetivo: El estudiante se apropiará de las herramientas necesarias para manejar numeración binaria, hexadecimal y octal
- Dominio: Desarrollo de destrezas en la manipulación operatoria de la conversión de bases y su aplicación a estructuras reales

Contenido

- 2.1 Sistemas de numeración.
- 2.2 Sistema decimal, Sistemas binario, octal y hexadecimal.
- 2.2.1 Operaciones aritméticas
- 2.2.2 Conversiones
- 2.3 Codificación binario-decimal (BCD)
- 2.3.1. Ponderados y no ponderados
- 2.3.2. Códigos cíclicos
- 2.3.2. 5 Código Gray
- 2.4. Otros códigos binarios (Códigos para detección y corrección de errores)

Definición sistema de numeración

- Cualquier sistema consta fundamentalmente de una serie de elementos que lo conforman, una serie de reglas que permite establecer operaciones y relaciones entre tales elementos.
- Por ello, puede decirse que un sistema de numeración es el conjunto de elementos(símbolos o números), operaciones y relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones.

Sistemas de numeración básica

- Decimal
- Binaria
- Octal
- Hexadecimal
- Operaciones

Sistema decimal

Es el más utilizado, cuenta con diez elementos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Las operaciones que en el se pueden dar son las aritméticas (suma, resta, multiplicación, división, potenciación, etc.) y lógicas(Unión disyunción, Intersección – conjunción, negación, Diferencia, Complemento, etc.). Las relaciones entre los números del sistema decimal son mayor que, menor que, igual y a nivel lógico son pertenencia y contenencia.

Sistema decimal

Un número del sistema decimal tiene la siguiente representación:

$$(N)_{10} = a_n * 10^n + a_{n-1} * 10^{n-1} + a_{n-2} * 10^{n-2} + ... + a_0 * 10^0 + a_{-1} * 10^{-1} + ... + a_{-p} * 10^{-p}$$

Siendo:

- N el número decimal,
- · a; el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p número de dígitos de la parte fraccionaria.

Sistema decimal

El numero 234,21 en base diez que se escribe $(234,21)_{10}$ se representa:

$$(234,21)_{10} = 2*10^2 + 3*10^1 + 4*10^0 + 2*10^{-1} + 1*10^{-2}$$

Con
$$n = 2$$
; $p = 2$ $a_2 = 2$; $a_1 = 3$; $a_0 = 4$; $a_{-1} = 2$ y $a_{-2} = 1$

$$(3456,872)_{10} = 3*10^3 + 4*10^2 + 5*10^1 + 6*10^0 + 8*10^{-1} + 7*10^{-2} + 2*10^{-3}$$

Con n= 3; p = 3;
$$a_3 = 3$$
; $a_2 = 4$; $a_1 = 5; a_{-1} = 8; a_{-2} = 7$ y $a_{-3} = 2$

Sistema binario

El sistema de numeración Binario es el conjunto de elementos formado por el 0 y el 1, con operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación) y lógicas (OR, AND y NOT) y además sus propias relaciones que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dos elementos.

Sistema Octal

El sistema numérico octal o de base ocho es el sistema de numeracón que utiliza ocho dígitos o símbolos (0-7). correspodiendo el mayor al número 7, es decir, uno menor que el valor de la base (8). Cuando se cuenta en este sistema, la secuencia es desde 0 hasta 7. Las operaciones aritméticas son las mismas de cualquier sistema numérico.

Sistema hexadecimal

El sistema de numeración hexadecimal es el conjunto de elementos formado por los números del 0 al 9 y las letras A, B, C, D, E y F, siendo este último el de mayor valor(representando el 15 decimal) y el de menor valor el 0, el conteo se hace en la secuencia de 0 a F. En el se desarrollan las operaciones aritméticas suma, resta, multiplicación y lógicas (Unión, intersección y complemento; y además, sus propias relaciones(pertenencia, contenencia, orden) que por intermedio de reglas propias permite establecer el papel de tales relaciones y operaciones entre sus dieciséis elementos.

Operaciones

Sumas

Se realiza exactamente igual que en el sistema de numeración decimal teniendo en cuenta que si se excede la base se lleva en la siguiente cifra una unidad de orden superior.

Ejemplos:

```
1.Sumar (100101)<sub>2</sub> con (110010)<sub>2</sub>
(100101)<sub>2</sub>
+ (110010)<sub>2</sub>
-----
(1010111)<sub>2</sub>
```

2. Resolver $(100111)_2 + (110010)_2$

```
(100111)_2
+ (110010)_2
------(1011001)<sub>2</sub>
```

```
3. Resolver: (1011,111)_2 + (1011,111)_2 + (0010,010)_2
   (1011,111)_2
   (1011,111)_{2}^{-}
+(0010,010)_{2}
  (11010,000)_2
```

4. Resolver: $(25731)_8 + (32147)_8$

$$(25731)_8 + (32147)_8 = (60100)_8$$

5. Resolver
$$(4327)_8 + (6714)_8$$

$$\begin{array}{r}
 4327 \\
 +6714 \\
 \hline
 13243
 \end{array}$$

$$(4327)_8 + (6714)_8 = (13243)_8$$

6. Resolver: $(243,4)_8+(444,32)_8$

$$243,40 \\ +444,32 \\ \hline 707,72$$

$$(243,4)_8 + (444,32)_8 = (707,72)_8$$

7. Resolver: $(7AB,CD)_{16}+(AA,33)_{16}$

$$(7AB,CD)_{16} + (AA,33)_{16} = (856)_{16}$$

8. Resolver: $(EAA3,312)_{16}+(EFA,299)_{16}$

 $(EAA3,312)_{16}+(EFA,299)_{16}=(F99D, 5AB)_{16}$

Sustracción

- La técnica consiste en conseguir el complemento a la base, en este caso el complemento (dos, ocho, dieciséis) según el caso. Para hacerlo primero se consigue el complemento a la base menos uno, es decir, el complemento a (uno, siete o quince) según el caso.
- El complemento a la base menos uno consiste en buscar digito a digito el complemento correspondiente(lo que le hace falta al número para llegar a uno, siete o quince -según el caso-.
- El complemento a la base se obtiene al sumar uno al complemento a la base menos uno a la última unidad y se obtiene el complemento correspondiente.

Sustracción

- La resta se realiza sacando el complemento a la base del sustraendo y sumando tal resultado al minuendo, los criterios para asumir el signo del número son:
 - Si hay acarreo el número es positivo y se desecha tal carry;
 - Si no hay carry es negativo. Si se quiere saber el valor de tal número negativo se debe obtener el complemento a la base del número y ese será el resultado con signo negativo.

```
1.(111101)_2 - (110010)_2 =
Complemento a uno de 110010 es 001101
Complemento a dos de 110010 es 001101 + 1, es decir,
 001110
La suma del minuendo con el complemento a dos del
 sustraendo será:
   (111101)_2
 +(001110)_{2}
 (1001011)_2
Acarreo
```

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es (1011)₂

```
2.(1011,111)_2 - (10,010)_2
```

```
Complemento a uno de 0010,010 es 1101,101 
Complemento a dos de 0010,010 es 1101,101 + 0,001, es decir, 1101,110
```

La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

```
(1011,111)_2
+ (1101,111)_2
-----
(11001,101)_2
```

Acarreo

Como hay acarreo este se suprime y se asume que el resultado es positivo y es (1001,101)₂

```
3.(10,010)_2 - (1011,111)_2
```

Complemento a uno de **1011,111** es 0100,000 Complemento a dos de 1011,111 es 0100,000 + 0,001, es decir, 0100,001

La suma del minuendo con el complemento a dos del sustraendo será:

```
(0010,010)<sub>2</sub>
+ (0100,001)<sub>2</sub>
-----
(0110,011)<sub>2</sub>
No Acarreo
```

Como no hay acarreo el número es negativo y debe buscarse su complemento a (2). 1001,100 + 0,001 = 1001,101 El resultado es $-(1001,101)_2$

4. Resolver: (444,32)₈ - (243,4)₈

Sustraendo	243,4	444,32
Complemento a 7	7 534,3	534,3
	1	1200,62 ₈
Complemento a 8	3 534,4	$=200,62_{8}$
		carrv

Como hay acarreo se suprime y el resultado es: $(444,32)_8 - (243,4)_8 = (200,62)_8$

6. Resolver: $(477,75)_8$ - $(543,3)_8$

Sustraendo	543,30	477,75	734,35	Resultado en c a 8
Complemento a 7	234,37	234,40	043,42	Complemento a 7
	1	734,35 ₈	1	
Complemento a 8	234,40		43,43 ₈	Resultado

No hay acarreo, luego el número es un complemento a la base de un número negativo, para hallar su valor se saca el complemento a la base

(479,75)8 - (543,3)8 = -(41,33)8 = 734,35 en c a 8

7. Resolver $(ABCDE)_{16}$ - $(1234 A)_{16}$

Sustraendo	1 2 3 4A	ABCDE
Complemento a 15	EDCB5	EDCB6
		199 9 94 ₁₆
	1	Carry
Complemento a 16	EDCB6	=99994 ₁₆

Como hay acarreo se desecha y el resultado es positivo $(ABCDE)_{16}$ - $(1234 A)_{16}$ = $(99994)_{16}$

8. Resolver: (EAA3,312)₁₆ - (841A,B79)₁₆

Sustraendo	841A,B79	EAA3,312
Complemento a 15	7BE5,486	7BE5,487 ₁₆
	1	→ 16688,799 ₁₆
Complemento a 16	7BE5,487 ₁₆	Acarre o =6688,799 ₁₆

Hay acarreo se desecha y el resultado es positivo $(EAA3,312)_{16}$ - $(841A,B79)_{16}$ = $(6688,799)_{16}$

9 Resolver: $(3FA,299)_{16} - (A60F,C3D)_{16}$

Sustraendo	A60F,C3D	03FA,2 99	5DEA,65C	Resultado en C a
				16
Complemento	a 59F0,3C2	59F0,3C3	A215,9A3	Complemento a
15				15
	1	5DEA,65C ₁₆	1	
Complemento	a 59F0,3C3		A215,9A4 ₁₆	Resultado
16				negativo

No hay acarreo se obtiene el número negativo sacando el complemento a la base(a 16)

$$(3FA,299)_{16} - (A60F,C3D)_{16} = -(A215, 9A4)_{16}$$

Producto

Multiplicación. La operación de multiplicación es idéntica a la del sistema decimal teniendo en cuenta las sumas en bases respectivas y el no exceder la base al momento de operar.

Multiplicar: $(11)_2 * (10)_2$

$$(11)_2 * (10)_2 = (110)_2$$

Multiplicar $(11001,1)_2*(1,001)_2$

 $(11001,1)_2*(1,001)_2 = (1110,01011)_2$

Resolver (340,2)₈*(21,21)₈

$$(340,2)_8*(21,21)_8 = (7437, 642)_8$$

Resolver: $(331,311)_8*(440,401)_8$

 $(331,311)_8*(440,401)_8 = (17377, 201711)_8$

Resolver: $(1010,31)_8*(30,51)_8$

 $(1010,31)_8*(30,51)_8 = (31026,6001)_8$

Ejemplo de productos

Resolver: $(52,6)_{16}^*(1A)_{16}$

$$(52,6)_{16}^{*}(1A)_{16} = (85D, C)_{16}$$

Ejemplo de productos

6. Resolver: $(7,E8)_{16}^*(2D)_{16}$

$$(7,E8)_{16}^{*}(2D)_{16} = (163,C8)_{16}$$

División

- Se procede exactamente igual a al base diez, teniendo en cuenta la resta en la base correspondiente.
 - Se toma el mismo número de cifras en el dividendo que las que tiene el divisor, si no cabe ninguna vez se toma una más.
 - Se establece cuanto falta para alcanzar el número y se baja la siguiente cifra, se repite la interacción, tanto como se requiera.
 - Para restar se aplica el complemento a la base
 - Los decimales se manejan como en la base diez.

Resolver: (10000)/(100)₂

Como Hay acarreo el número es 0 y se baja la siguiente cifra hasta terminar, como son ceros el cociente Ileva cero cada vez.

$$(10000)/(100)_2 = (100)_2$$

Resolver: (1001)/(100)₂

$$(1001)/(100)_2 = (10,01)_2$$

Resolver $(40,3)_8/(7)_8$

Se agregan tantos ceros al divisor como lugares haya después de la coma en el dividendo, corriendo los lugares necesarios.

$$(40,3)_8/(7)_8 = (4,5)_8$$

Resolver:
$$(27FCA)_{16} / (3,E)_{16}$$

02AO

D94

Conversiones

Conversiones

- A base 10
- De base 10 a cualquier otra
- Interbases

A base 10

La clave para convertir cualquier número a su correspondiente decimal es hacer uso de la ecuación:

Siendo:

- N el número decimal,
- a_i el número relativo que ocupa la posición i-esima
- n número de dígitos de la parte entera (menos uno)
- p número de dígitos de la parte fraccionaria.
- **.b** Base del sistema

1. $(101001)_2$ a base 10

Solución

$$(N)_{10} = 1*2^5 + 0*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = 32 + 0 + 8 + 0 + 0 + 1 = (41)_{10}$$

$$(101001)_2 = (41)_{10}$$

(101,001)₂ a base 10
 Solución

$$(N)_{10} = 1*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 0*2^{-2} + 1*2^{-3} = 4 + 0 + 1 + 0 + 0 + 1/8 = (5,125)_{10}$$

$$(101,001)_2 = (5,125)_{10}$$

 $3.(45,601)_8$ a base 10

$$(N)_{10} = 4*8^{1} + 5*8^{0} + 6*8^{-1} + 0*8^{-2} + 1*8^{-1}$$

 $^{3} = 4(8) + 5(1) + 6(1/8) + 0(1/64) + 1(1/512)$
 $= (37, 751953125)_{10}$

 $(45, 601)_8 = (37, 751953125)_{10}$

4. (D45,6A) ₁₆

$$(N)_{10} = D*16^2 + 4*16^1 + 5*16^0 + 6*16^{-1} + A*16^{-2} = 13(256) + 4*16 + 5(1) + 6(1/16) + 10(1/256) = (3397,41400625)_{10}$$

 $(D45,6A)_{16} = (3397,4140625)_{10}$

De base 10 a otra

- Separar la parte entera de la decimal
- En la parte entera:
 - Se hacen divisiones sucesivas por la base marcando el residuo obtenido en cada división.
 - Se marca el último cociente
 - Se escribe el número de este cociente y los residuos a partir del último
- En la parte decimal:
 - se multiplica por la base y la parte entera se escribe después de la coma.
 - La parte decimal se vuelve a multiplicar por la base y se repite hasta que tal producto de un entero.

Ejemplo de paso de base 10 a otra

1. $(41)_{10}$ a binario

Base Cociente Residuo

$$41 \div 2 = 20$$
 $20 \div 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$
 $5 \div 2 = 2$
 $2 \div 2 = 1$
 1

LSM

$$(41)_{10} = (101001)_2$$

Ejemplo de paso de base 10 a otra

2. $(37, 751953125)_{10}$ a base 8

0,601

base Entero Decimal
$$0,751953125$$
 x $8 = 6,$ 015625 $0,015625$ x $8 = 0,$ 125 $0,125$ x $8 = 1,$ 0 LSB

Parte entera 45 Parte decimal $(37, 751953125)_{10} = (45, 601)_8$

Ejemplo de paso de base 10 a otra

3. $(69, 375244140625)_{10}$

base Cociente Residuo

$$69 \div 16 = 4$$
 5
LSB
LSM

Parte entera 45

		base	Entero	Decimal	
0, 375244140625	X	16 =	6,	00390625	
0, 00390625	X	16 =	0,	0625	
0,0625	X	16 =	1,	0	LSB

Parte decimal 0,601

$$(69, 375244140625)_{10} = (45, 601)_{16}$$

Interbase

- Método uno: consiste en convertir el número a base diez y de allí llevarlo a la base solicitada.
- Método dos: consiste en tener en cuenta que:
 - \circ 2³ = 8, es decir que un octal se forma con tres dígitos binarios a partir del digito entero menos significativo.
 - 2⁴ = 16, es decir que un hexadecimal se forma con cuatro dígitos binarios a partir del digito entero menos significativo
 - Por tanto en vez de llevar a base diez es más sencillo llevar a base dos con paquetes de unos y ceros, y de allí formando paquetes llevar a la base deseada.

Interbase

DECIMAL	HEX.	OCTAL.	BINARIO.
0	0	0	0000
1	1	1	0001
2	2	2	0010
3	3	3	0011
4	4	4	0100
5	5	5	0101
6	6	6	0110
7	7	7	0111
8	8	10	0000
9	9	11	1001
10	Α	12	10 10
11	В	13	1011
12	С	14	1 1 0 0
13	D	15	1 101
14	E	16	1 1 1 0
lo-	F	17	1 1 1 1

1.Convertir (10110001101011, 111100000110), en octal

Solución

Método uno

Se convierte el binario a decimal:

$$\begin{array}{l} (\mathsf{N})_{10} = 1 ^* 2^{13} + 0 ^* 2^{12} + 1 ^* 2^{11} + 1 ^* 2^{10} + 0 ^* 2^9 + 0 ^* 2^8 + 0 ^* 2^7 + 1 ^* 2^6 + 1 ^* 2^5 + 0 ^* 2^4 + 1 ^* 2^3 + 0 ^* 2^2 + 1 ^* 2^1 + 1 ^* 2^0 + 1 ^* 2^{-1} + 1 ^* 2^{-2} + 1 ^* 2^{-3} + 1 ^* 2^{-4} + 0 ^* 2^{-5} + 0 ^* 2^{-6} + 0 ^* 2^{-7} + 0 ^* 2^{-8} + 0 ^* 2^{-9} + 1 ^* 2^{-10} + 1 ^* 2^{-11} + 0 ^* 2^{-12} \\ \end{array}$$

$$(N)_{10} = (11371, 93896484375)_{10}$$

ahora se lleva a octal

		Base	Cociente	Residuo	
11371	•	8 =	1421	3	LSB
1421	•	8 =	177	5	
177	•	8 =	22	1	
22	•	8 =	2	6	
2					LSM

Parte entera 26153

Parte decimal

	base Entero	Decimal	
0, 93896484375	x 8 = 7	51171875	
0, 51171875	x 8 = 4,	09375	
0, 09375	x 8 = 0,	75	
0,75	x 8 = 6,	0	LSB

0,7406

 $(10110001101011, 111100000110)_2 = (26153, 7406)_8$

Método dos ((10110001101011, 111100000110)₂)

Con la ayuda de la tabla se arman paquetes de tres ya que 2³ es 8, es de notar que los grupos se arman a partir del dígito binario entero menos significativo:

Se reemplaza el valor de cada paquete de tres y se obtiene el resultado.

 $(10110001101011, 1111100000110)_2 = (26153, 7406)_8$